

合金扩散参量二极管的优值*

卓 济 苍 續 競 存

提 要

具有較高电容-电压非綫性的合金扩散参量二极管,自1958年提出后已受到重視,但迄今缺乏認真的分析。本文在全面考虑优值的基础上,作了仔細的普遍探討,与合金結进行对比,給出了有关特性的估价。

引 言

合金扩散参量二极管(或称超突变結二极管),由于杂质浓度是从結处下降的,不仅具有較高的电容-电压非綫性,并且認为易于借加寬空間电荷区,将基层減得很薄,有利于減小串联电阻,所以从直观上看,似乎优于普通合金結二极管。近来,对于合金扩散参量二极管的研究已受到重視^[1-3]。但是另一方面,杂质浓度从結处下降的同一特性,对降低串联电阻却十分不利,直到現在还没有获得滿意解决^[3]。因此,采用合金扩散法后在同样工艺条件下(例如用同样厚度的材料),究竟能不能比合金法进一步提高二极管的性能,是值得認真研究的問題。(更广泛地說,就是什么样杂质分布最有利的問題。)

我們知道,通常二极管的性能可以全面地用优值 F_D ^[4] 来表征^[4-8]:

$$F_D = \frac{m}{2} \cdot \frac{1}{2\pi C_0 R_s} \quad (\text{設无频率短路}), \quad (1)$$

$$F_D = \frac{1}{2\pi |2K_n| R_s} \quad (\text{設无频率开路}). \quad (2)$$

(1)式中 C_0 是平均結电容。結电容調制系数 m 等于 n 次非綫性电容 C_n 的絕对值与 C_0 之比。 C_n 定义为

$$C(t) = \sum_0^\infty C_n \cos(n\omega_P t),$$

这里結电容 $C(t)$ 是時間的周期函数。所加泵电压 $v_P = V_P \cos \omega_P t$ 。

(2)式中 $\frac{1}{j\omega K_n}$ 等于結电容的 n 次非綫性容抗, K_n 定义为

$$\frac{1}{C(t)} = \sum_0^\infty \frac{1}{K_n} \cos(n\omega_P t).$$

这里应指出,(1),(2)式是假定串联电阻 R_s 为常数而得到的。当 R_s 非常数时,就应对時間 t 取平均(參見第三节)。

* 1962年12月18日收到;1963年6月20日收到修改稿。

1) 这里 F_D 即文献[7]中的 $\tilde{Q}f$, 文献[8]中的 rQf 。

为了便于讨论,引入非线性容抗系数 $\alpha_{n0} = \frac{C_b}{K_n}$, C_b 为工作偏压下的结电容,则(2)式可化成

$$F_D = \frac{\alpha_{n0}}{2} \cdot \frac{1}{2\pi C_b R_s}. \quad (3.a)$$

若无用频率短路时,同样引入 $\alpha_{ns} = \frac{m C_b}{C_0} = \frac{|C_1|}{C_0^2} C_b$, 于是(1)式可表为

$$F_D = \frac{\alpha_{ns}}{2} \cdot \frac{1}{2\pi C_b R_s}. \quad (3.b)$$

F_D 的物理意义是能获得增益的最高讯号频率^[6].

本文将围绕着 F_D 对合金扩散参量二极管进行全面分析,并与合金结进行对比给出有关特性的估价。由于目前仅用到一次非线性,因此这里主要讨论 α_1 (以下简称 α),所用的方法可推广到高次非线性。

由第二节分析可知,首先,在最简单的低泵电压运用下,可以证明只须通过选择杂质浓度及工作偏压,普通合金结中就一定存在着 F_D 大于合金扩散结所能达到的任意 F'_D 。证明指出,若降低杂质浓度,加宽空间电荷区,就可将基层减薄到与合金扩散结同样的宽度(并且在较低的工作偏压下),而 F_D 大于 F'_D 。因此不能认为“易于借加宽空间电荷区减薄基层以提高二极管的性能”是合金扩散结独特的优点。

其次,我们进一步讨论了实际运用下不同杂质分布所能达到的最高 F_{DM} ,这是研制二极管最感兴趣的问题。对于合金结, $F_{DM} \propto \frac{E_{0B}\mu}{l}$, E_{0B} 为合金结击穿时的最大电场, μ 为多数载流子迁移率, l 为有效基层厚度。就所用锗材料而论, $E_{0B}\mu \propto N_d^{-0.0275}$,这启示我们只须降低杂质浓度,加宽空间电荷区,以减小 l 就可以极有效地提高 F_{DM} 。显然,当基层减薄到极限情况时, F_{DM} 达到最大,本文对这种极限情况的 F_{DM} 进行了比较;并且也讨论了实际常遇到的材料厚度比空间电荷区大得多的情况,两者的结论完全一致。因此可以认为所得结果有着普遍意义。现分述如下:

1. 如果略去实际材料的 E_{0B}, μ 随杂质浓度微弱变化所引起的次级效应,可以普遍证明净杂质浓度从结处下降的分布不会优于均匀掺杂的情况。

2. 若考虑 E_{0B} 及 μ 随杂质浓度的变化,采用合金扩散工艺方法后,对于实际材料例如锗来说,通过提高电容-电压非线性无助于进一步改善二极管的性能。

3. 反之,如果在表面引入高掺杂薄层,电容-电压非线性退化成合金结时,可使 F_{DM} 提高两倍以上。

4. 最后指出,在一定材料厚度下,通过加宽空间电荷区以减薄基层厚度并不能无限提高 F_{DM} ,例如对于合金结, F_{DM} 最多只能提高二倍半。

一、空间电荷区特性的普遍考虑

为了工艺上方便,且容易分析起见,这里考虑平面结情况,图1是实际二极管结构。假设基层是 n 型,表面 p 型合金层非常薄,并且掺杂浓度很高,在考虑空间电荷区及计算串联电阻时可略去不计;材料厚度 T 接近等于 n 型层厚度。普遍设净杂质浓度为

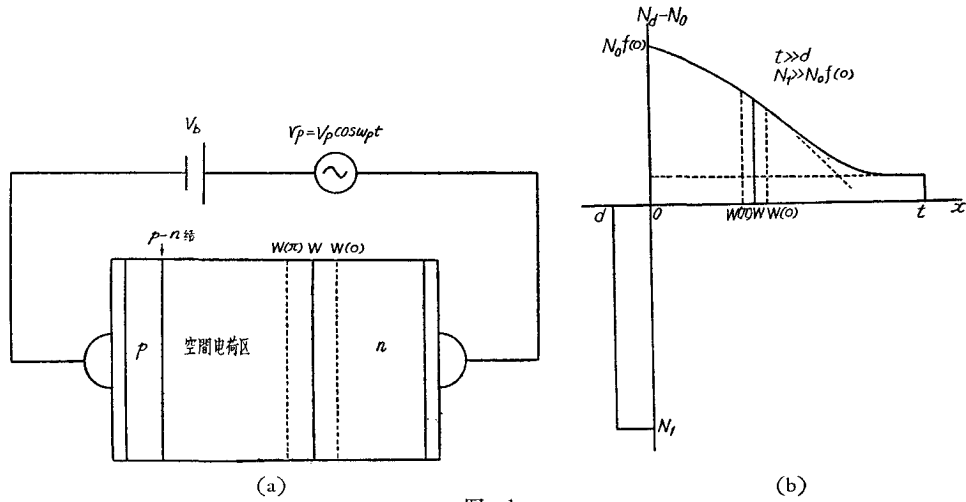


图 1

$N_0 f(gx)$, $1/g$ 为表征杂质分布的特征长度。很明显, 对于合金结 $f(gx) = \text{常数}$, 对于扩散结及合金扩散结 $f(gx)$ 分别自结处单调上升或下降。为了便于分析, 引入下述归一化量:

$$\epsilon = \frac{E}{\frac{qN_0}{\epsilon g}}, \quad \text{归一化电场, } \epsilon \text{ 为材料的介电常数, } q \text{ 为电子电荷,}$$

$$v = \frac{V}{\frac{qN_0}{\epsilon g^2}}, \quad \text{归一化电压,}$$

$$\xi = gx, \quad \text{归一化距离,}$$

$$\omega = gw, \quad \text{归一化空间电荷区宽度,}$$

$$\omega^{-1} = \frac{C'}{g\epsilon}, \quad \text{归一化单位面积结电容, } C' \text{ 为单位面积结电容.}$$

积分 Poisson 方程, 并引用边界条件 $\epsilon(\omega) = 0$, 就得到

$$\epsilon(\xi) = \int_{\xi}^{\omega} f(\xi) d\xi. \quad (4)$$

$\xi = 0$ 处的最大电场 ϵ_0 是

$$\epsilon_0 = \int_0^{\omega} f(\xi) d\xi. \quad (5)$$

图 2 是电场分布示意图, 可以看出合金扩散结电场更集中在结处。积分(4)式就得到

$$v + v_0 = \int_0^{\omega} \xi f(\xi) d\xi. \quad (6)$$

(6)式中 v_0 为归一化的内建电势差。

引入 $\phi(\omega) = \frac{\int_0^{\omega} \xi f(\xi) d\xi}{\omega^2}$, 由(6)式得到

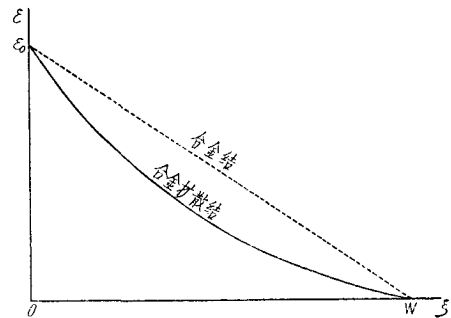


图 2

$$\frac{C'}{g\epsilon} = \omega^{-1} = \phi^{1/2}(\omega)(v + v_0)^{-1/2}. \quad (7)$$

显然,对于合金结 $\phi(\omega) = \text{常数}$, 电容-电压非线性是熟知的二分之一次方关系. 对于扩散结, $\phi(\omega)$ 随 ω 增大而上升, 故电容随电压变化比 $v^{-1/2}$ 缓慢. 但对于合金扩散结, $\phi(\omega)$ 随 ω 加大而下降, 因此电容随电压变化快于 $v^{-1/2}$, 即具有较高的非线性.

击穿时的最大电场 E_{0B} 由 $\int_0^W \alpha(E) dx = 1$ 求出. 电离率 $\alpha(E)$ 随 E 减小而迅速衰减, 在 Maserjian^[9] 一级近似情况下, 结合实验结果^[10] 求出锗合金结 E_{0B} 为

$$E_{0B} = 1.526 \times 10^3 N_d^{0.1375} \text{ [伏][厘米]}^{-1},$$

上式中 N_d 为材料杂质浓度.

对于合金扩散结, 由于 E 更集中在结附近, 故 Maserjian 一级近似完全适用, 同样求出

$$E_{0B} = 1.526 \times 10^3 N_i^{0.1375} \text{ [伏][厘米]}^{-1}, \quad (8)$$

(8)式中 N_i 为结处杂质浓度 ($= N_0 f(0)$).

二、低泵电压运用: ($V_P \ll V_b + V_0$)

1. 非线性容抗系数 α 当 $V_P \ll V_b + V_0$, 结合(6)式求出

$$\alpha_s = \frac{-V_P}{C_b} \frac{dC}{dV} \bigg|_{v=v_b} = \frac{\phi(\omega_b)}{f(\omega_b)} \gamma \quad (\text{短路假设}), \quad (9.a)$$

$$\alpha_0 = \frac{V_P}{C_b^{-1}} \frac{dC^{-1}}{dV} \bigg|_{v=v_b} = \frac{\phi(\omega_b)}{f(\omega_b)} \gamma \quad (\text{开路假设}). \quad (9.b)$$

(9)式中电压调制系数 $\gamma = \frac{v_P}{v_b + v_0}$, 加下标“b”的诸量表示工作偏压下的相应值. 可以看出, 在低泵电压下, 短路与开路假设等效. 在泵电压变化的小范围内, 积分(9)式就得到

$$C \propto (v + v_0)^{-\phi(\omega_b)/f(\omega_b)} \quad (10)$$

显然, $\phi(\omega_b)/f(\omega_b)$ 表征低泵电压下电容-电压非线性, 对于合金结等于 $\frac{1}{2}$, 扩散结及合

金扩散结则分别小于或大于 $\frac{1}{2}$. 结合(6)

式, 可以求出任意杂质分布在不同偏压 v_b 下的 $\phi(\omega_b)/f(\omega_b)$ 值, 这对设计参量二极管及

正确选择偏压是有用处的. 图3给出 $f(\xi) = e^{-\xi} + \theta$ (对于实际合金扩散结是很好地近似, θN_0 等于原材料杂质浓度)的结果. 可看出存在着最佳偏压及最高 $\left(\frac{\phi(\omega_b)}{f(\omega_b)}\right)_{\max}$, θ 愈

小, $\left(\frac{\phi(\omega_b)}{f(\omega_b)}\right)_{\max}$ 愈大, 当偏压过小或过大时

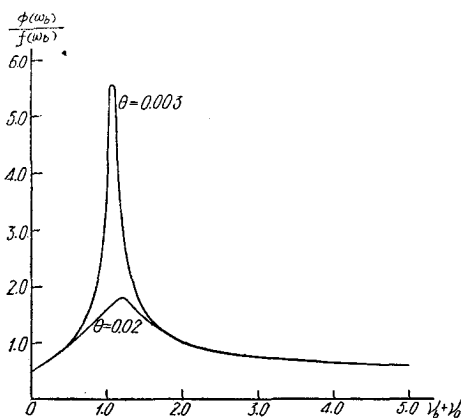


图 3

退化为 $\frac{1}{2}$.

由(9)式又可看出, 非线性容抗系数等于电容-电压非线性和电压调制系数的乘积. 这就是说, α 的数值与工作偏压及泵电压的选择亦密切相关.

2. 二极管优值 F_D 在 $\gamma \rightarrow 0$ 的低泵电压情况下, 空间电荷区宽度随泵电压的改变量 ΔW 比工作偏压下的宽度 W_b 要小得多, 如果 ΔW 亦远小于基层厚度 $T - W_b$ 时, 可认为 R_s 等于工作偏压下的基层电阻 R_b . 于是(3)式化成

$$F_D = \frac{\alpha}{2} f_{cb}. \quad (11)$$

(11)式中 $f_{cb} = \frac{1}{2\pi C_b R_b}$ 为工作偏压下的截止频率.

为了便于分析, 让我们首先考虑下述模型:

- i) 空间电荷区内杂质为任意分布 $N_{of}(\xi)$;
- ii) 基层内杂质为恒定的, 并且等于空间电荷区边界处浓度 N_b .

分别令 A_J 为结面积, $\mu_b = \mu_{N=N_b}$ 表示多数载流子迁移率, 则 $R_b = \frac{T - W_b}{A_J q \mu_b N_b}$. 另外, 结合(9)式及(11)式可分别求出

$$\alpha = \frac{e V_p}{q W_b^2 N_b}, \quad (12)$$

$$F_D = \frac{\mu_b V_p}{4\pi W_b (T - W_b)}. \quad (13)$$

(12), (13)两式对于合金结情形也是适用的, 但对于合金扩散结, 由于基层杂质浓度是下降的, 因此 $R'_b > \frac{T - W_b}{A_J q \mu_b N_b}$. 从而

$$F'_D < \frac{\mu_b V_p}{4\pi W_b (T - W_b)}. \quad (14)$$

以下将与合金结情形进行对比. 在(13), (14)两式中, T 和 V_p 分别只受到工艺条件及泵电源的限制, 两种情况应认为是一样的. 由于 α 和 f_{cb} 都与运用情况密切相关, 我们可以证明, 在低泵电压下只要适当选择掺杂浓度及工作偏压, 普通合金结中一定存在着 F_D 大于合金扩散结所能达到的任意 F'_D . 例如, 我们可以由下述简单考虑来得到证明:

i) 首先选合金结的材料浓度等于工作偏压下合金扩散结边界处浓度 $N_{of}(\omega_b)$. 这是完全可以做到的.

ii) 因为这时在空间电荷区内合金扩散结杂质浓度大于合金结情形, 所以只须通过选用比较低的偏压就一定能使后者的 W_b 等于前者的任意可能值.

iii) 这样就能使 $\frac{\mu_b V_p}{4\pi W_b (T - W_b)}$ 与合金扩散结所能达到的任意值相等.

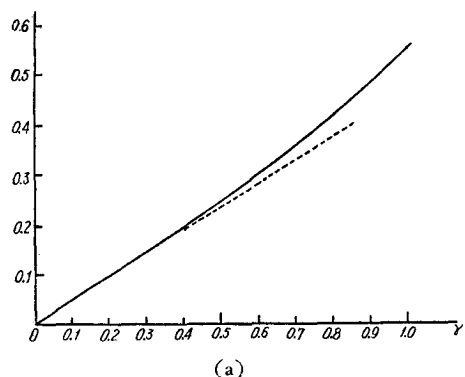
iv) 最后, 结合(13), (14)两式立即看出, 在合金结中存在着 $F_D > F'_D$, 而在工艺上不会引起困难.

上述证明实质上意味着, 我们一定能做出相应的合金结二极管来使它的非线性容抗系数等于任何合金扩散结, 但同时 f_{cb} 却大于后者, 从而具有更高的优值. 以上结论实际

上对于 $T - W_b \rightarrow 0$ 的情况也是对的. 这将在第三节中加以讨论.

另外,由证明(ii)可知,当两者 W_b 相等时, $V_{b\text{合金}} < V_{b\text{合金}}$, 故 $\gamma_{\text{合金}} > \gamma_{\text{合金}}$. 若合金扩散结杂质浓度从结处下降很陡, 则 $V_{b\text{合金}}$ 将比 $V_{b\text{合金}}$ 小得多, 这对于合金结有可能出现不再属于低泵电压运用的情况. 不过, 由于合金结的 $\alpha_{0,S} > \frac{\phi(\omega_b)}{f(\omega_b)} \gamma$ (参看图4), 即实际的 $\alpha_{\text{合金}}$ 大于低泵电压近似, 因此上述证明的结论仍旧成立.

$$\alpha_S = \frac{2\pi \int_0^\pi (1 + \gamma \cos \phi)^{-1/2} \cos \phi d\phi}{\left[\int_0^\pi (1 + \gamma \cos \phi)^{-1/2} d\phi \right]^2}$$



$$\alpha_0 = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi (1 + \gamma \cos \phi)^{1/2} \cos \phi d\phi$$

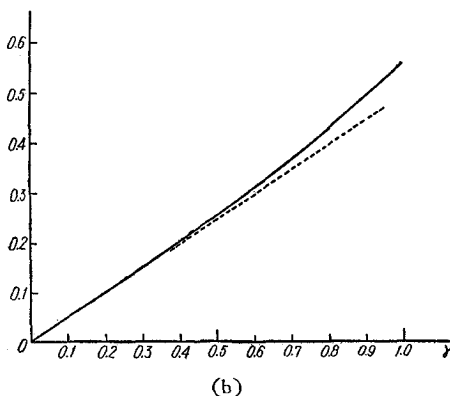


图 4

三、最高 F_{DM} 的分析

本节将进一步讨论在实际运用下 ($0 < \gamma \leq 1$) 不同杂质分布所能达到的最高 F_{DM} , 这是研制二极管时最感兴趣的问题.

以下分 (1) $W(0) \ll T$ 和 (2) $W(0) \doteq T$ 两种情况进行讨论. 后者相当于基层减到最薄, 这时 F_{DM} 实际上表征着不同杂质分布所能达到的最高极限. 以下可看出, 两种情况所得的结论一致, 因此本节的结果有着普遍意义.

(1) $W(0) \ll T$ ($W(0) = W_{\psi=0} = W_{V=V_b+V_p}$, $\psi = \omega_p t$)

此时 R_s 接近等于工作偏压下的基层电阻 R_b :

$$R_b = \frac{1}{A_J q N_0} \int_{W_b}^T \mu^{-1} f(gx)^{-1} dx = \frac{1}{A_J q N_0 g} \int_{\omega_b}^{gT} \mu(\xi)^{-1} f(\xi)^{-1} d\xi.$$

将 R_b 及 $C_b = g \epsilon \omega_b^{-1} A_J$ 代入(3)式, 并由(5)式可知,

$$\frac{q N_0}{\epsilon g} = E_{OM} \left[\int_0^{\omega(0)} f(\xi) d\xi \right]^{-1},$$

从而得到 F_D :

$$F_D = \frac{\alpha}{4\pi} g \omega_b E_{OM} \left[\int_0^{\omega(0)} f(\xi) d\xi \int_{\omega_b}^{gT} \mu(\xi)^{-1} f(\xi)^{-1} d\xi \right]^{-1} \quad (\alpha = \alpha_0 \text{ 或 } \alpha_S). \quad (15.a)$$

(15.a) 式中 E_{OM} 当 $V_b + V_p = V_B$ 时达到最大值 E_{0B} , 因此对最高 F_{DM} 来说, 应首先满足 $V_b + V_p = V_B$, 并且同时选择恰当的 $\frac{V_p}{V_b + V_0} (= \gamma)$, 使 (15.a) 式中其余项在

$0 \leq \gamma \leq 1$ 取最大值, 即

$$F_{DM} = \frac{\alpha}{4\pi} \cdot \frac{g\omega_b}{gT - \omega_b} E_{0B} \left[\int_0^{\omega(0)} f(\xi) d\xi \int_{\omega_b}^{gT} \mu(\xi)^{-1} f(\xi)^{-1} \frac{d\xi}{(gT - \omega_b)} \right]^{-1}. \quad (15.b)$$

对于合金扩散结, 由于实际材料电阻率 ($\alpha\mu^{-1}f^{-1}$) 在 $0 \leq \xi \leq gT$ 内为增函数, 可以证明(见附录一)

$$\frac{\int_{\omega_b}^{gT} \mu^{-1} f(\xi)^{-1} d\xi}{gT - \omega_b} > \frac{\int_0^{\omega(0)} \mu^{-1} f(\xi)^{-1} d\xi}{\omega(0)} = \frac{\int_0^{\omega(0)} f(\xi)^{-1} d\xi}{\bar{\mu}\omega(0)} \quad (\mu(0) < \bar{\mu} < \mu(\omega(0))),$$

从而

$$F_{DM} < \alpha\omega_b \frac{E_{0B}\bar{\mu}}{4\pi T} \left[\int_0^{\omega(0)} f(\xi) d\xi \int_0^{\omega(0)} f(\xi)^{-1} \frac{d\xi}{\omega(0)} \right]^{-1}. \quad (16)$$

(16)式中用了 $gT \gg \omega_b$ 的条件.

这里引入一个重要定理, 在以后的讨论中是非常有用的(证明见附录二).

当 $f(x)$, $g(x)$ 在 $a \leq x \leq b$ 内同时为增函数或减函数, 则

$$\left(\int_a^b f(x) dx \right) \left(\int_a^b g(x) dx \right) < (b-a) \int_a^b f(x)g(x) dx. \quad (17.a)$$

反之, 若 $f(x)$ 为增函数, $g(x)$ 为减函数, 则

$$\left(\int_a^b f(x) dx \right) \left(\int_a^b g(x) dx \right) > (b-a) \int_a^b f(x)g(x) dx. \quad (17.b)$$

根据 (17.b) 式得到 $\int_0^{\omega(0)} f(\xi) d\xi \int_0^{\omega(0)} f(\xi)^{-1} d\xi > \omega^2(0)$, 从而(16)式化成

$$F_{DM} < \frac{\alpha\omega_b}{\omega(0)} \cdot \frac{E_{0B}\bar{\mu}}{4\pi T}. \quad (18)$$

(18)式右端 $\alpha\omega_b/\omega(0)$ 项应取 $0 < \gamma \leq 1$ 内的最大值 (以下用 $\left(\frac{\alpha\omega_b}{\omega(0)}\right)_{\max}$ 表示).

利用(7)式及 $v + v_0 = \frac{v_B + v_0}{1 + \gamma} (1 + \gamma \cos \psi)$, 可求出 α :

$$\alpha_s = \frac{|C_1|}{C_0^2} C_b = \frac{-\frac{2}{\pi} \int_0^\pi \phi^{1/2}(\omega) \phi^{-1/2}(\omega(0)) (1 + \gamma \cos \psi)^{-1/2} \cos \psi d\psi}{\left[\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \phi^{1/2}(\omega) \phi^{-1/2}(\omega(0)) (1 + \gamma \cos \psi)^{-1/2} d\psi \right]^2} \times \\ \times \frac{\omega(0)}{(1 + \gamma)^{1/2} \omega_b} \quad (\text{短路假设}), \quad (19.a)$$

$$\alpha_0 = \frac{C_b}{K_1} = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \phi^{-1/2}(\omega) \phi^{1/2}(\omega(0)) (1 + \gamma \cos \psi)^{1/2} \cos \psi d\psi \times \\ \times \frac{\omega(0)}{(1 + \gamma)^{1/2} \omega_b} \quad (\text{开路假设}). \quad (19.b)$$

在附录三中证明, 对于不同杂质分布的合金扩散结来说, $\left(\frac{\alpha\omega_b}{\omega(0)}\right)_{\max}$ 均满足:

$$\left(\frac{\alpha_s\omega_b}{\omega(0)}\right)_{\max} < \frac{\pi}{4(1 + \gamma_0)^{1/2}} \quad (\text{短路假设}), \quad (20.a)$$

$$\left(\frac{\alpha_0\omega_b}{\omega(0)}\right)_{\max} < \frac{8}{3\pi(1 + \gamma_0)^{1/2}} \quad (\text{开路假设}). \quad (20.b)$$

(20)式中 γ_0 表示对应于 $\left(\frac{\alpha\omega_b}{\omega(0)}\right)_{\max}$ 的最佳 γ 值, 从而可以进一步求出:

$$F_{DM} < \frac{\pi}{4(1+\gamma_0)^{1/2}} \cdot \frac{E_{0B}\bar{\mu}}{4\pi T} \quad (\text{短路假设}), \quad (21.a)$$

$$F_{DM} < \frac{8}{3\pi(1+\gamma_0)^{1/2}} \cdot \frac{E_{0B}\bar{\mu}}{4\pi T} \quad (\text{开路假设}). \quad (21.b)$$

对于合金结, 直接得到

$$F_{DM} = \frac{\alpha\omega_b}{\omega(0)} \cdot \frac{E_{0B}\mu}{4\pi T}. \quad (22)$$

因为 $\phi^{\pm 1/2}(\omega)\phi^{\mp 1/2}(\omega(0)) = 1$, $\omega(0) = (1+\gamma)^{1/2}\omega_b$, 结合 (20.a) 式立即求出^[5]
 $\left(\frac{\alpha\omega_b}{\omega(0)}\right)_{\max} = \frac{0.557}{(1+\gamma_0)^{1/2}} (\gamma_{0s} = 0.992)$, $\left(\frac{\alpha\omega_b}{\omega(0)}\right)_{\max} = \frac{0.60}{(1+\gamma_0)^{1/2}} (\gamma_{0\infty} = 1)$. 从而
 (22)式可化成

$$F_{DM} = \frac{0.557}{(1+\gamma_0)^{1/2}} \cdot \frac{E_{0B}\mu}{4\pi T} \quad (\text{短路假设}), \quad (23.a)$$

$$F_{DM} = \frac{0.60}{(1+\gamma)^{1/2}} \cdot \frac{E_{0B}\mu}{4\pi T} \quad (\text{开路假设}). \quad (23.b)$$

(21)及(23)式中, 材料厚度 T 只受到工艺条件的限制, 两种情况应认为是一样的. 最佳 γ_0 均在接近 1 附近(例如, 合金结 $\gamma_{0s} = 0.992$, $\gamma_{0\infty} = 1$), (21)及(23)式右端 $(1+\gamma_0)^{1/2}$ 项相差很小可认为是一样的(即使在 $\gamma = 1$ 或 0 的极端情况, 仍相差不到 30%). 从已发表的实验数据可看出, E_{0B} 及 μ 在一个很宽的掺杂浓度范围内都接近等于常数, 对于锗, $E_{0B} = 1.3 \times 10^5$ [伏][厘米]⁻¹[11], $E_{0B}\mu_n = 1.65 \times 10^9$ [厘米][秒]⁻¹[5]; 对于硅, $E_{0B} = 4.6 \times 10^5$ [伏][厘米]⁻¹[11], $\mu_p = 40$ [厘米]²[秒]⁻¹[伏]⁻¹, $\mu_n = 80$ [厘米]²[秒]⁻¹[伏]⁻¹[12]. 因此如果略去 E_{0B} 及 μ 随杂质浓度的变化, 由(21)及(23)式求得

$$\frac{(F_{DM})_{\text{合金}}}{(F_{DM})_{\text{合金}}} < 1.4 \quad (\text{短路假设}), \quad (24.a)$$

$$\frac{(F_{DM})_{\text{合金}}}{(F_{DM})_{\text{合金}}} < 1.4 \quad (\text{开路假设}). \quad (24.b)$$

应该指出, (24)式是在很粗糙近似下得到的, 实际上 $(F_{DM})_{\text{合金}}$ 决达不到 $(F_{DM})_{\text{合金}}$ 的一点四倍, 这就说明利用合金扩散法并不能进一步提高二极管的性能. 上述物理原因是十分明显的; 根据 (19) 式并结合附录三可知, 合金扩散结所以具有较高的 α 就在于 $\omega(0)/\omega_b$ 较大的缘故. 但是由(18)式可知, F_{DM} 中 $1/C_b R_s$ 项却由于 $\omega(0)/\omega_b$ 的加大而下降, 所以总的来说, F_D 并未得到改进.

要进一步考虑 E_{0B} , μ 随杂质浓度的变化, 必须考虑具体杂质分布. 对于合金扩散结, $f(\xi)$ 可以很好地近似表为 $e^{-\xi} + \theta$, 由 (16) 式并且因为 $\bar{\mu} < \mu(\omega(0))$ 可以得到

$$F_{DM} < \alpha\omega_b \frac{E_{0B}\mu(\omega(0))}{4\pi T} \left[\left(\frac{1 - e^{-\omega(0)}}{\omega(0)} + \theta \right) \theta^{-1} \ln \left(\frac{1 + \theta e^{-\omega(0)}}{1 + \theta} \right) \right]^{-1}.$$

对于常用材料锗来说, $\mu_n \propto N_d^{-0.165}$, $\mu_n(0)E_{0B}$ 接近为常数, 结合 (21), (23) 两式求

出

$$\frac{(F_{DM})_{\text{合金}}}{(F_{DM})_{\text{合金}}} < 1.4 \frac{\theta \omega(0) \left(\frac{1+\theta}{e^{-\omega(0)} + \theta} \right)^{0.165}}{\left(\frac{1-e^{-\omega(0)}}{\omega(0)} + \theta \right) \ln \left(\frac{1+\theta e^{\omega(0)}}{1+\theta} \right)} \quad (25)$$

另外,由(6)式可得电容-电压关系式:

$$v + v_0 = 1 - (1 + \omega) e^{-\omega} + \frac{1}{2} \theta \omega^2 \quad (\text{其中 } \omega^{-1} = C'/g\epsilon). \quad (26)$$

由(26)式可看出,具有较高电容-电压非线性的合金扩散结,应该是 $\theta \ll e^{-\omega(0)} < 1$. 这时(26)式可近似表为

$$\frac{(F_{DM})_{\text{合金}}}{(F_{DM})_{\text{合金}}} < 1.4 \frac{\omega^2(0) e^{1.165\omega(0)}}{(e^{\omega(0)} - 1)^2}.$$

由图 5 可知, $\frac{\omega^2(0) e^{1.165\omega(0)}}{(e^{\omega(0)} - 1)^2} < 1.1$, 立即看出,这与前面略去 E_{0B} 及 μ_n 随浓度变化时的结论完全一致.

反之,当 $\theta \gg e^{-\omega(0)}$ 时,

$$\frac{(F_{DM})_{\text{合金}}}{(F_{DM})_{\text{合金}}} < 1.4 \frac{\theta \omega(0) \left(\frac{1+\theta}{\theta} \right)^{0.165}}{\left(\frac{1-e^{-\omega(0)}}{\omega(0)} + \theta \right) \left(\ln \frac{1+\theta}{\theta} + \omega(0) \right)} = 1.4 \zeta(\theta, \omega(0)).$$

在这种情况下,若 $\theta \gg 1$, 由于 $\frac{1-e^{-\omega(0)}}{\omega(0)} \leq 1 \ll \theta$, 很明显可以看出, $\zeta \approx 1$. 只有 $\theta \ll 1$ 时, ζ 才有可能大于 1, 如果取 $\theta = 10^{-4}$ (按一般情况实际上已足够小了), 当 $\zeta \geq 2$ 时, 不难求出 $\omega(0) > 10^4$. 由(26)式可看出, 就是在 $\omega(0)$ 附近 $v + v_0 \approx \frac{1}{2} \theta \omega^2$ 已退化成合金结. 实际上当 $1 - (1 + \omega) e^{-\omega} \leq \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{2} \theta \omega^2$ (亦即 $\omega \geq 4.5 \times 10^2$) 时就已退化, 根据 $v + v_0 \approx \frac{1}{2} \theta \omega^2$ 可求出, 只要 $\gamma \leq 0.996$, 在整个泵电压变化范围内退化成合金结. 由附录三的讨论可知, $\left(\frac{\alpha \omega_b}{\omega(0)} \right)_{\max}$ 在 $\gamma = 1$ 附近无奇点(不会趋近无穷), 因此 $\left(\frac{\alpha \omega_b}{\omega(0)} \right)_{\max}$ 与合金结的结果相差极小, 可认为二极管已完全属于合金结情况. 由上可知, 此时 $\omega(0) > 10^4$ 亦即 $g > 10^4/W(0)$, 所以在表面产生高掺杂薄层有可能将 F_{DM} 提高两倍以上. 很明显, 反之若维持较高电容-电压非线性, F_{DM} 就不能得到提高.

(2) $W(0) \approx T$

此时 R_s 将随泵电压有显著变化, 所以不能看作常数, 而与结电容 $C(x)$ 一样, 是时间的周期函数. F_D 的表达式(1), (2)是假定 R_s 为常数时得到的, 不能直接应用于这种情况. 普遍来说, 当 R_s 非常数时, 如何定义二极管优值是一个很复杂的专门问题. 下面只限于讨论开路假设, 因为在参量二极管中, 由于串联电阻的存在, 将不可能形成理想的短

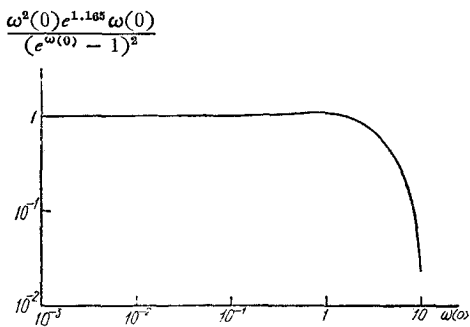


图 5

路^[13],同时最近的实验及理论指出,计算非线性容抗系数时采用电容倒数的傅里叶展开更为恰当,所以开路假设是比较接近实际的¹⁾. 结果指出:只要重新定义 R_s , (1), (2) 式仍然适用.

$R_s(t)$ 可表为(展成傅里叶级数):

$$R_s(t) = \bar{R}_s + R_1 \cos \omega_p t + \dots \quad (27)$$

由 (27) 式很容易求出, 在 R_s 非常数的普遍情况下, 二极管两端的电压 v 和电流 i 的关系^[7]:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{j\omega_1 K_0} + \bar{R}_s & \frac{-1}{j\omega_2(2K_1)} + \frac{R_1}{2} \\ \frac{1}{j\omega_1(2K_1)} + \frac{R_1}{2} & \frac{-1}{j\omega_2 K_0} + \bar{R}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2^* \end{bmatrix} \quad (28)$$

(28) 式中下标 1, 2 分别对应于 ω_1, ω_2 , ω_1 为讯号频率, ω_2 为储能频率 (idler frequency).

对于一般高 Q 值 ($Q = \frac{1}{\omega C R_s}$) 二极管, (28) 式中 R_1 通常远小于 $1/\omega K_1$ ($\omega = \omega_{1,2}$), 可以略去. 从而近似得到

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{j\omega_1 K_0} + \bar{R}_s & \frac{-1}{j\omega_2(2K_1)} \\ \frac{1}{j\omega_1(2K_1)} & \frac{-1}{j\omega_2 K_0} + \bar{R}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2^* \end{bmatrix} \quad (29)$$

(29) 式表明, $R_s(t)$ 对参量放大器性能的影响可以近似用与结串联的固定电阻 $\bar{R}_s$ 来表示. 所以在 R_s 非常数的普遍情况下, 只要将 R_s 换成 $\bar{R}_s$, 仍可用 (1), (2) 式定义优值.

对于 R_1 不可忽略的特殊情况, 如何定义优值的问题在已发表的工作中并未解决. 由于问题比较复杂、比较专门, 本文不准备进行讨论.

根据 (27) 式, $\bar{R}_s$ 等于

$$\begin{aligned} \bar{R}_s &= \frac{1}{\pi} \int_0^\pi R_s d\psi = \frac{1}{\pi A J q N_0} \int_0^\pi \int_W^{W(0)} \mu^{-1} f(gx)^{-1} dx d\psi = \\ &= \frac{1}{A J q N_0 g} \cdot \frac{\int_0^\pi \int_\omega^{\omega(0)} \mu(\xi)^{-1} f(\xi)^{-1} d\xi d\psi}{\pi} \end{aligned}$$

用分部积分法立即得到

$$\bar{R}_s = \frac{1}{A J q N_0 g} \cdot \frac{\int_{\omega(\pi)}^{\omega(0)} (\pi - \psi) \mu(\omega)^{-1} f(\omega)^{-1} d\omega}{\pi} \quad (30)$$

(30) 式中 $\omega(\pi) = gW(\pi) = gW_{\psi=\pi} = gW_{v=v_b-v_p}$. 用类似于 (15) 式的推导方法, 就得到

$$F_{DM} = \frac{\alpha}{4\pi} g \omega_b E_{0B} \bar{\mu} \left[\int_0^{\omega(0)} f(\xi) d\xi \int_{\omega(\pi)}^{\omega(0)} (\pi - \psi) f(\omega)^{-1} d\omega / \pi \right]^{-1}$$

$$[\mu(\omega(\pi)) < \bar{\mu} < \mu(\omega(0))]$$

因为 $(\pi - \psi)$, $f(\omega)^{-1}$ 在 $\omega(\pi) \leq \omega \leq \omega(0)$ 内均为增函数, 根据 (17.a) 式求

1) 因为实际上 R_s 是与结电容 $C(t)$ 串联的, 当 R_s 非常数时, 对于短路假设的处理将变得十分复杂.

得

$$\int_{\omega(\pi)}^{\omega(0)} (\pi - \phi) f(\omega)^{-1} d\omega > \int_{\omega(\pi)}^{\omega(0)} f(\omega)^{-1} d\omega \int_{\omega(\pi)}^{\omega(0)} (\pi - \phi) d\omega / (\omega(0) - \omega(\pi)).$$

又因为

$$\frac{\int_{\omega(\pi)}^{\omega(0)} f(\omega)^{-1} d\omega}{\omega(0) - \omega(\pi)} > \frac{\int_0^{\omega(0)} f(\omega)^{-1} d\omega}{\omega(0)} \quad (\text{証明类似附录一}),$$

所以

$$\int_{\omega(\pi)}^{\omega(0)} (\pi - \phi) f(\omega)^{-1} d\omega > \int_0^{\omega(0)} f(\omega)^{-1} d\omega \int_{\omega(\pi)}^{\omega(0)} (\pi - \phi) d\omega / \omega(0).$$

从而

$$F_{DM} < \alpha\omega_b \frac{E_{0B}\bar{\mu}}{4\pi T} \left[\int_0^{\omega(0)} f(\xi) d\xi \int_0^{\omega(0)} f(\omega)^{-1} d\omega \int_{\omega(\pi)}^{\omega(0)} (\pi - \phi) d\omega / \pi\omega^2(0) \right]^{-1}.$$

根据 (17.b) 式可以得出

$$\int_0^{\omega(0)} f(\xi) d\xi \int_0^{\omega(0)} f(\omega)^{-1} d\omega / \omega^2(0) > 1,$$

则上式可化成

$$F_{DM} < \frac{\alpha\omega_b}{\frac{1}{\pi} \int_{\omega(\pi)}^{\omega(0)} (\pi - \phi) d\omega} \cdot \frac{E_{0B}\bar{\mu}}{4\pi T}.$$

用分部积分求出

$$\frac{1}{\pi} \int_{\omega(\pi)}^{\omega(0)} (\pi - \phi) d\omega = \omega(0) - \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \omega d\psi,$$

并結合(7), (19.b), 得到

$$\begin{aligned} & \frac{\alpha\omega_b}{\frac{1}{\pi} \int_{\omega(\pi)}^{\omega(0)} (\pi - \phi) d\omega} = \\ & = 1 - \frac{1 - \frac{(1+\gamma)^{-1/2}}{\pi} \int_0^\pi \phi^{-1/2}(\omega) \phi^{1/2}(\omega(0)) (1 + \gamma \cos \psi)^{1/2} (1 + 2 \cos \psi) d\psi}{1 - \frac{(1+\gamma)^{-1/2}}{\pi} \int_0^\pi \phi^{-1/2}(\omega) \phi^{1/2}(\omega(0)) (1 + \gamma \cos \psi)^{1/2} d\psi} < \\ & < \frac{(1+\gamma)^{-1/2}}{\pi} \int_0^\pi \phi^{-1/2}(\omega) \phi^{1/2}(\omega(0)) (1 + \gamma \cos \psi)^{1/2} (1 + 2 \cos \psi) d\psi. \end{aligned}$$

所以 $1 + 2 \cos \psi$ 在 $\frac{2}{3}\pi < \psi \leq \pi$ 内为負值, 从而

$$\begin{aligned} & \frac{(1+\gamma)^{-1/2}}{\pi} \int_0^\pi \phi^{-1/2}(\omega) \phi^{1/2}(\omega(0)) (1 + \gamma \cos \psi)^{1/2} (1 + 2 \cos \psi) d\psi < \\ & < \frac{(1+\gamma)^{-1/2}}{\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \phi^{-1/2}(\omega) \phi^{1/2}(\omega(0)) (1 + \gamma \cos \psi)^{1/2} (1 + 2 \cos \psi) d\psi. \end{aligned}$$

又因为 $\phi^{-1/2}(\omega) \phi^{1/2}(\omega(0)) \leq 1$, $(1+\gamma)^{-1/2} (1 + \gamma \cos \psi)^{1/2} \leq 1$, 故

$$\begin{aligned} & \frac{(1+\gamma)^{-1/2}}{\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \phi^{-1/2}(\omega) \phi^{1/2}(\omega(0)) (1 + \gamma \cos \psi)^{1/2} (1 + 2 \cos \psi) d\psi < \\ & < \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{3}} (1 + 2 \cos \psi) d\psi = 1.22, \end{aligned}$$

最后得到

$$F_{DM} < 1.22 \frac{E_{0B}\mu}{4\pi T^*} \quad (31)$$

对于合金結,直接求得

$$F_{DM} = \frac{\frac{2}{\pi} \int_0^\pi (1 + \gamma \cos \phi)^{1/2} \cos \phi d\phi}{(1 + \gamma)^{1/2} - \frac{1}{\pi} \int_0^\pi (1 + \gamma \cos \phi)^{1/2} d\phi} \cdot \frac{E_{0B}\mu}{4\pi T^*}$$

結合图 4 可以求出当 $\gamma \rightarrow 0$ 时, $\frac{\frac{2}{\pi} \int_0^\pi (1 + \gamma \cos \phi)^{1/2} \cos \phi d\phi}{(1 + \gamma)^{1/2} - \frac{1}{\pi} \int_0^\pi (1 + \gamma \cos \phi)^{1/2} d\phi}$ 趋于最大值 1.

从而

$$F_{DM} = \frac{E_{0B}\mu}{4\pi T^*} \quad (32)$$

按照类似于(1)节的考虑,如果略去 E_{0B} 及 μ 随杂质浓度的变化,可求出

$$\frac{(F_{DM})_{\text{合金}}}{(F_{DM})_{\text{合金}}} < 1.22. \quad (33)$$

应该指出,(33)式同样是在很粗糙近似下得到的,实际上 $(F_{DM})_{\text{合金}}$ 决达不到 $(F_{DM})_{\text{合金}}$ 的 1.22 倍,这就从而说明了即使将基层减到最薄,利用合金扩散法亦不能进一步提高二极管的性能. 如果考虑 E_{0B} , μ 随杂质浓度的变化,分析方法及所得結論和第一节完全一致,这里就不再重复了.

最后,順便指出一个重要結果:由(31),(32)两式可以发现,在一定材料厚度下,通过加寬空間电荷区以減薄基层厚度并不能无限提高 F_{DM} ,对于合金結, F_{DM} 最多只能提高 2.5 倍,这是因为空間电荷区随泵电压周期变化,在一定泵电压幅度下平均串联电阻 $\bar{R}_s$ 实际上不可能趋近于零的緣故. 而当我们尽量降低泵电压幅度以减小串联电阻时,非綫性容抗系数将随着无限减小,故 F_{DM} 趋于定值.

結 束 語

我們在极其广泛的基础上証明:有着較高电容-电压非綫性,杂质浓度从結处下降的分布(合金扩散結)不会优于均匀掺杂(合金結)的情况. 这就澄清了存在着的不正确看法,給出研制方向. 随着参量二极管的广泛应用,对其性能提出越来越高的要求. 因此,对不同結構的参量二极管进行全面的分析比較,給出有关特性的估价,确定研制方向,是一项十分有意义的工作.

$$\text{附录一} \quad \frac{\int_{\omega_b}^{gT} \mu(\xi)^{-1} f(\xi)^{-1} d\xi}{gT - \omega_b} > \frac{\int_0^{\omega(0)} \mu(\xi)^{-1} f(\xi)^{-1} d\xi}{\omega(0)} \quad \text{的証明}$$

因为 $gT > \omega(0) > \omega_b > 0$, 根据积分中值定理,得到

$$\begin{aligned}
\frac{\int_0^{\omega(0)} \mu(\xi)^{-1} f(\xi)^{-1} d\xi}{\omega(0)} &= \frac{\int_0^{\omega_b} \mu(\xi)^{-1} f(\xi)^{-1} d\xi + \int_{\omega_b}^{\omega(0)} \mu(\xi)^{-1} f(\xi)^{-1} d\xi}{\omega(0)} = \\
&= \frac{\mu(\xi_1)^{-1} f(\xi_1)^{-1} \omega_b + \mu(\xi_2)^{-1} f(\xi_2)^{-1} (\omega(0) - \omega_b)}{\omega(0)}, \\
\frac{\int_{\omega_b}^{gT} \mu(\xi)^{-1} f(\xi)^{-1} d\xi}{gT - \omega_b} &= \frac{\int_{\omega_b}^{\omega(0)} \mu(\xi)^{-1} f(\xi)^{-1} d\xi + \int_{\omega(0)}^{gT} \mu(\xi)^{-1} f(\xi)^{-1} d\xi}{gT - \omega_b} = \\
&= \frac{\mu(\xi_2)^{-1} f(\xi_2)^{-1} (\omega(0) - \omega_b) + \mu(\xi_3)^{-1} f(\xi_3)^{-1} (gT - \omega(0))}{gT - \omega_b},
\end{aligned}$$

所以 $\mu(\xi)^{-1} f(\xi)^{-1}$ 在 $0 \leq \xi \leq gT$ 内为单调增函数, $\mu(\xi_1) f(\xi_1)^{-1} < \mu(\xi_2)^{-1} f(\xi_2)^{-1} < \mu(\xi_3)^{-1} f(\xi_3)^{-1}$. 从而得到

$$\frac{\int_{\omega_b}^{gT} \mu(\xi)^{-1} f(\xi)^{-1} d\xi}{gT - \omega_b} > \mu(\xi_2)^{-1} f(\xi_2)^{-1} > \frac{\int_0^{\omega(0)} \mu(\xi)^{-1} f(\xi)^{-1} d\xi}{\omega(0)}.$$

附 录 二

1. 若 $f(x)$, $g(x)$ 在 $[a, b]$ 内同为增函数或减函数, 则

$$\left(\int_a^b f(x) dx \right) \left(\int_a^b g(x) dx \right) < (b-a) \int_a^b f(x) g(x) dx.$$

2. 若 $f(x)$ 及 $g(x)$ 在 $[a, b]$ 内分别为增函数和减函数, 则

$$\left(\int_a^b f(x) dx \right) \left(\int_a^b g(x) dx \right) > (b-a) \int_a^b f(x) g(x) dx.$$

证明 根据重积分性质, 很容易推出下述等式:

$$\begin{aligned}
(b-a) \int_a^b f(x) g(x) dx - \left(\int_a^b f(x) dx \right) \left(\int_a^b g(x) dx \right) &= \\
&= \frac{1}{2} \int_a^b \left[\int_a^b (f(x) - f(y))(g(x) - g(y)) dy \right] dx.
\end{aligned}$$

1. 若 $f(x)$, $g(x)$ 在 $[a, b]$ 内同为增函数或减函数, 由于 $(f(x) - f(y))(g(x) - g(y)) > 0$, 所以 $\frac{1}{2} \int_a^b \left[\int_a^b (f(x) - f(y))(g(x) - g(y)) dy \right] dx > 0$, 从而得到

$$\left(\int_a^b f(x) dx \right) \left(\int_a^b g(x) dx \right) < (b-a) \int_a^b f(x) g(x) dx.$$

2. 若 $f(x)$, $g(x)$ 在 $[a, b]$ 内分别为增函数和减函数, 则 $(f(x) - f(y))(g(x) - g(y)) < 0$, 所以 $\frac{1}{2} \int_a^b \left[\int_a^b (f(x) - f(y))(g(x) - g(y)) dy \right] dx < 0$, 从而得到

$$\left(\int_a^b f(x) dx \right) \left(\int_a^b g(x) dx \right) > (b-a) \int_a^b f(x) g(x) dx.$$

附录三 对于合金扩散结, $\left(\frac{\alpha_s \omega_b}{\omega(0)}\right)_{\max} < \frac{\pi}{4(1+\gamma_0)^{1/2}},$

$\left(\frac{\alpha_0 \omega_b}{\omega(0)}\right)_{\max} < \frac{8}{3\pi(1+\gamma_0)^{1/2}}$ 的普遍证明

$$1. \left(\frac{\alpha_s \omega_b}{\omega(0)}\right)_{\max} < \frac{\pi}{4(1+\gamma_0)^{1/2}}.$$

结合 (19.a) 式可求出

$$\frac{\alpha_s \omega_b}{\omega(0)} = \frac{-\frac{2}{\pi} \int_0^\pi \phi^{1/2}(\omega) \phi^{-1/2}(\omega(0)) (1+\gamma \cos \psi)^{-1/2} \cos \psi d\psi}{(1+\gamma)^{1/2} \left[\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \phi^{1/2}(\omega) \phi^{-1/2}(\omega(0)) (1+\gamma \cos \psi)^{-1/2} d\psi \right]^2},$$

$$\left(\frac{\alpha_s \omega_b}{\omega(0)}\right)_{\max} = \frac{-\frac{2}{\pi} \int_0^\pi \phi^{1/2}(\omega) \phi^{-1/2}(\omega(0)) (1+\gamma_0 \cos \psi)^{-1/2} \cos \psi d\psi}{(1+\gamma_0)^{1/2} \left[\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \phi^{1/2}(\omega) \phi^{-1/2}(\omega(0)) (1+\gamma_0 \cos \psi)^{-1/2} d\psi \right]^2}.$$

上式中 γ_0 为当杂质分布确定后对应于 $\left(\frac{\alpha_s \omega_b}{\omega(0)}\right)_{\max}$ 的最佳 γ 值。以下我们将证明对于任何合金扩散结均满足

$$\frac{-\frac{2}{\pi} \int_0^\pi \phi^{1/2}(\omega) \phi^{-1/2}(\omega(0)) (1+\gamma_0 \cos \psi)^{-1/2} \cos \psi d\psi}{\left[\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \phi^{1/2}(\omega) \phi^{-1/2}(\omega(0)) (1+\gamma_0 \cos \psi)^{-1/2} d\psi \right]^2} < \frac{\pi}{4}.$$

因为 $|\cos \psi| \leq 1$, 所以

$$\begin{aligned} & \frac{-\frac{2}{\pi} \int_0^\pi \phi^{1/2}(\omega) \phi^{-1/2}(\omega(0)) (1+\gamma_0 \cos \psi)^{-1/2} \cos \psi d\psi}{\left[\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \phi^{1/2}(\omega) \phi^{-1/2}(\omega(0)) (1+\gamma_0 \cos \psi)^{-1/2} d\psi \right]^2} < \\ & < \frac{\int_{\frac{\pi}{2}}^\pi \phi^{1/2}(\omega) \phi^{-1/2}(\omega(0)) (1+\gamma_0 \cos \psi)^{-1/2} d\psi - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \phi^{1/2}(\omega) \phi^{-1/2}(\omega(0)) (1+\gamma_0 \cos \psi)^{-1/2} \cos \psi d\psi}{(2\pi)^{-1} \left[\int_0^\pi \phi^{1/2}(\omega) \phi^{-1/2}(\omega(0)) (1+\gamma_0 \cos \psi)^{-1/2} d\psi \right]^2}, \\ & \left(\frac{\alpha_s \omega_b}{\omega(0)}\right)_{\max} (1+\gamma_0)^{1/2} < \\ & < \frac{\int_0^\pi \phi^{1/2}(\omega) \phi^{-1/2}(\omega(0)) (1+\gamma_0 \cos \psi)^{-1/2} d\psi - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \phi^{1/2}(\omega) \phi^{-1/2}(\omega(0)) (1+\gamma_0 \cos \psi)^{-1/2} (1+\cos \psi) d\psi}{(2\pi)^{-1} \left[\int_0^\pi \phi^{1/2}(\omega) \phi^{-1/2}(\omega(0)) (1+\gamma_0 \cos \psi)^{-1/2} d\psi \right]^2}. \end{aligned}$$

又因为 $\phi^{1/2}(\omega) \phi^{-1/2}(\omega(0)) \geq 1$, 并且令 $\Omega = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1+\gamma_0 \cos \psi)^{-1/2} (1+\cos \psi) d\psi$,

则

$$\left(\frac{\alpha_S \omega_b}{\omega(0)}\right)_{\max} (1 + \gamma_0)^{1/2} < \frac{\int_0^\pi \phi^{1/2}(\omega) \phi^{-1/2}(\omega(0)) (1 + \gamma_0 \cos \psi)^{-1/2} d\psi - \Omega}{(2\pi)^{-1} \left[\int_0^\pi \phi^{1/2}(\omega) \phi^{-1/2}(\omega(0)) (1 + \gamma_0 \cos \psi)^{-1/2} d\psi \right]^2}.$$

根据积分中值定理, 求得

$$\int_0^\pi \phi^{1/2}(\omega) \phi^{-1/2}(\omega(0)) (1 + \gamma_0 \cos \psi)^{-1/2} d\psi = \phi^{1/2}(\bar{\omega}) \phi^{-1/2}(\omega(0)) \int_0^\pi (1 + \gamma_0 \cos \psi)^{-1/2} d\psi$$

$$(\omega(\pi) < \bar{\omega} < \omega(0)).$$

令 $\eta = \frac{\phi^{1/2}(\omega(0))}{\phi^{1/2}(\bar{\omega})}$, 就得到

$$\left(\frac{\alpha_S \omega_b}{\omega(0)}\right)_{\max} (1 + \gamma_0)^{1/2} < \frac{\eta \left[\int_0^\pi (1 + \gamma_0 \cos \psi)^{-1/2} d\psi - \eta \Omega \right]}{(2\pi)^{-1} \left[\int_0^\pi (1 + \gamma_0 \cos \psi)^{-1/2} d\psi \right]^2}.$$

由 $\frac{\partial}{\partial \eta} \left[\eta \int_0^\pi (1 + \gamma_0 \cos \psi)^{-1/2} d\psi - \eta^2 \Omega \right] = 0$ 得到 $\eta_0 = \frac{1}{2\Omega} \int_0^\pi (1 + \gamma_0 \cos \psi)^{-1/2} d\psi$, 代入上式右端可得

$$\frac{\eta \left[\int_0^\pi (1 + \gamma_0 \cos \psi)^{-1/2} d\psi - \eta \Omega \right]}{(2\pi)^{-1} \left[\int_0^\pi (1 + \gamma_0 \cos \psi)^{-1/2} d\psi \right]^2} \Big|_{\max} = \frac{\pi}{2\Omega}.$$

当 $\gamma = 1$, $\Omega = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos \psi)^{1/2} d\psi = 2$, 上式最大, 从而求出

$$\left(\frac{\alpha_S \omega_b}{\omega(0)}\right)_{\max} (1 + \gamma_0) < \frac{\pi}{4},$$

亦即

$$\left(\frac{\alpha_S \omega_b}{\omega(0)}\right)_{\max} < \frac{\pi}{4(1 + \gamma_0)^{1/2}}.$$

$$2. \left(\frac{\alpha_0 \omega_b}{\omega(0)}\right)_{\max} < \frac{8}{3\pi(1 + \gamma_0)^{1/2}}$$

结合 (19.b) 式可求出

$$\frac{\alpha_0 \omega_b}{\omega(0)} = \frac{\frac{2}{\pi} \int_0^\pi \phi^{-1/2}(\omega) \phi^{1/2}(\omega(0)) (1 + \gamma \cos \psi)^{1/2} \cos \psi d\psi}{(1 + \gamma)^{1/2}},$$

$$\left(\frac{\alpha_0 \omega_b}{\omega(0)}\right)_{\max} = \frac{\frac{2}{\pi} \int_0^\pi \phi^{-1/2}(\omega) \phi^{1/2}(\omega(0)) (1 + \gamma_0 \cos \psi)^{1/2} \cos \psi d\psi}{(1 + \gamma_0)^{1/2}}.$$

以下将证明对于任何合金扩散结构均满足

$$\frac{2}{\pi} \int_0^\pi \phi^{-1/2}(\omega) \phi^{1/2}(\omega(0)) (1 + \gamma_0 \cos \psi)^{1/2} \cos \psi d\psi < \frac{8}{3\pi}.$$

因为 $\phi^{-1/2}(\omega) \phi^{1/2}(\omega(0)) \leq 1$, 所以

$$\frac{2}{\pi} \int_0^\pi \phi^{-1/2}(\omega) \phi^{1/2}(\omega(0)) (1 + \gamma_0 \cos \psi)^{1/2} \cos \psi d\psi < \frac{2}{\pi} \int_0^\pi (1 + \gamma_0 \cos \psi)^{1/2} \cos \psi d\psi,$$

又因为 $\gamma_0 \leq 1$,

$$\frac{2}{\pi} \int_0^\pi (1 + \gamma_0 \cos \psi)^{1/2} \cos \psi d\psi < \frac{2}{\pi} \int_0^\pi (1 + \cos \psi)^{1/2} \cos \psi d\psi.$$

从而求出

$$\left(\frac{\alpha_0 \omega_b}{\omega(0)} \right)_{\max} (1 + \gamma_0)^{1/2} < \frac{8}{3\pi},$$

亦即

$$\left(\frac{\alpha_0 \omega_b}{\omega(0)} \right)_{\max} < \frac{8}{3\pi(1 + \gamma_0)^{1/2}}.$$

参 考 文 献

- [1] McMahon, M. E. and Straube, G. F., 1958 IRE Wescon Convention Record Pt. 3, 72—82.
- [2] Rudenberg, H. G., *Proc. Natl Electronics Conf.*, **15** (1959), 79—82.
- [3] Shimizu, A. and Nishizawa, J., *IRE Trans. Electron Devices*, ED-8 (1961), 370—377.
- [4] Mortenson, K. E., *J. Appl. Phys.*, **31** (1960), 1135.
- [5] Mortenson, K. E., *J. Appl. Phys.*, **31** (1960), 1207—1212.
- [6] Гершензон, Е. М., Птицына, Н. Г., Рожкова, Г. И., Эткин, В. С., *Радиотехника и Электроника*, том 6 (1961), 829—834.
- [7] Kurokawa, K. and Uenohara, M., *Bell Sys. Tech. J.*, **40** (1961), 695—722.
- [8] Robinson, B. J. and Jaeger, J. T., *Proc. IEE*, **109B** (1962), 267—276.
- [9] Maserjian, J., *J. Appl. Phys.*, **30** (1959), 1613—1614.
- [10] Miller, S. I., *Phys. Rev.*, **99** (1955), 1234.
- [11] Scarlett, R. M., *IRE Trans. Electron Devices*, ED-6 (1959), 405—408.
- [12] Backenstoss, G., *Bell. Sys. Tech. J.*, **37** (1958), 699.
- [13] Leenow, D., *Bell. Sys. Tech. J.*, **37** (1958), 989—1008.

THE FIGURE OF MERIT FOR THE ALLOY-DIFFUSED PARAMETRIC DIODE

CHUO CHI-TSANG SHIH GEN-TWEN

ABSTRACT

The figure of merit for the alloy-diffused parametric diode is analysed, with special reference to ordinary alloyed parametric diode. The important result obtained is the indication that the performance of parametric diode cannot be improved through increasing the capacitance-voltage sensitivity obtained by the alloy-diffusion technique.