

π^+ 介子光生中的 $\pi-\pi$ 作用效应^{* 1)}

朱保如 楊震华 彭宏安

(北京大学物理系)

提 要

在对于质子上的 π^+ 光生过程作了一般考虑以后, 我们从 Mandelstam 表示出发, 进而采用 Cini-Fubini 近似, 导出了关于 π 光生幅的同位标部分的公式. 按照核子电磁结构的新数据, 我们选取 $\pi-\pi$ 作用的 $I=J=1$ 共振的参数为 $t_r=22$, $a_V=1.52$, $b_V=1.60$, 计算了 $\frac{d\sigma}{d\Omega}(90^\circ)$, $\frac{d\sigma_{\parallel}}{d\sigma_{\perp}}(90^\circ)$ 以及三个能量下的角分布. 结果表明, 在加入 $\pi-\pi$ 作用之后, 与实验之间的调合比之 Chew 等^[1] 的结果有很大的改进. 所定出的 $\gamma + \pi \rightarrow \pi + \pi$ 的耦合常数约为 $A \approx -2.8e$, 这与时行的结果大致相符.

一、引 言

Chew 等^[1]应用单重色散关系研究了 π 介子光生问题. 他们在(3.3)共振观念的指导下, 作 $1/M$ 展开并以静止极限的解作为引线, 求得了一组在低能时的近似解. 此结果与实验大致相符, 但在某些方面, 尤其是 $\frac{d\sigma^+}{d\Omega}(90^\circ)$, $\frac{\pi^-}{\pi^+}(90^\circ)$ 以及 π^+ 的角分布等方面存在着较大的矛盾.

Höhler^[2] 等人的研究指出, $\pi-N$ 散射的 s 波和小 p 波相移对低能光生影响较大, 但是这些小相移值还未能够从 $\pi-N$ 散射实验准确地定出, 所以未曾得出明确的结论. 最近, 有人^[3]进而保留了电偶极幅右割缝的色散积分, 重新求解了电偶极幅, 从而进一步考虑了 s 波的影响. 此外, Соловьев 及陈中模^[3]采用微分法谨慎地考虑了 $1/M$ 修正, 然而至少在 $\frac{d\sigma^+}{d\Omega}(90^\circ)$ 这一点上无所改进. 所有这些都表明, 尚有其他重要因素需要考虑.

Mandelstam 提出双重色散关系后, $\pi-\pi$ 相互作用成为重要的研究方向. 在 π 介子光生这一领域内, Gourdin, Lurié 和 Martin^[4] 首先采用“双 π ”(bipion) 和“三 π ”(tripion) 模型进行了研究. Ball^[6] 等考虑了 $\pi-\pi$ 作用对 $\frac{\pi^-}{\pi^+}(90^\circ)$ 的影响. 近来 de Tollis^[5] 又具体计算了加入 $\pi-\pi$ 作用以后的 π^0 介子光生的角分布. 所有这些工作的结果都表明 $\pi-\pi$ 作用是一个重要因素.

迄今为止, 大多数工作是涉及 π^0 介子光生的. 然而, 参与 π^0 介子光生过程的中間态既有 2π 态, 又有 3π 态, 这就使得问题复杂化了. 但在 π^+ 介子光生过程中, 只有 2π 中間态参与贡献, 而且有关它的参数也已由核子形式因子的同位矢部分较好地定出. 正是出

* 1962年12月21日收到; 1963年3月13日收到修改稿.

1) 本文是朱保如与楊震华的毕业论文.

于这些考虑, 本文选择了 π^+ 介子光生作为研究对象. 我们用“双 π ”模型考虑了 π - π 作用对 $\frac{d\sigma^+}{d\Omega}(90^\circ)$, $\frac{d\sigma_{\parallel}}{d\sigma_{\perp}}(90^\circ)$ 以及 $E_\gamma = 200 \text{ Mev}$, 320 Mev , 440 Mev 时的角分布的影响. 结果表明, 加入 π - π 作用以后, 与实验符合的程度较之 Chew 等的结果有显著的改进.

在第二节中, 我们简述了必要的运动学结果; 考虑了 G -不变性对 π - π 中间态的限制; 采用了 Cini-Fubini 近似并利用么正条件推得了同位标振幅的公式. 在第三节中写出了计算公式和计算结果. 最后, 在第四节中对结果作了分析讨论.

二、一般讨论

2.1 运动学结果

图 1(a), (b), (c) 分别表示光生过程的三个道:

$$\gamma + N_1 \rightarrow \pi + N_2; \quad \gamma + \bar{N}_2 \rightarrow \pi + \bar{N}_1; \quad \gamma + \pi \rightarrow \bar{N}_1 + \bar{N}_2.$$

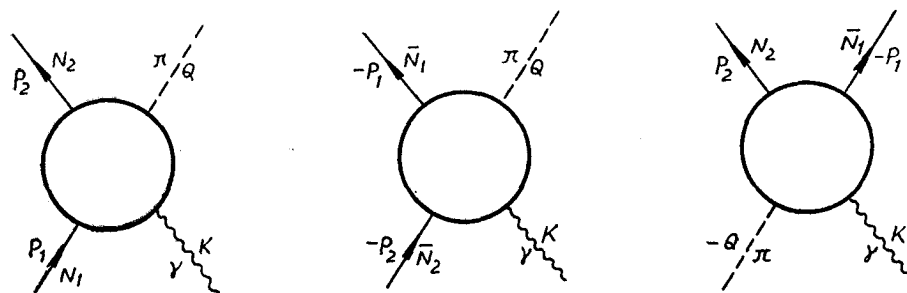


图 1

定义不变量

$$s = -(P_1 + K)^2, \quad (2.1a)$$

$$\bar{s} = -(P_2 - K)^2, \quad (2.1b)$$

$$t = -(Q - K)^2. \quad (2.1c)$$

它们分别是三个反应道质心系总能量的平方, 四度动量守恒:

$$P_1 + K = P_2 + Q, \quad (2.2)$$

及质壳条件¹⁾:

$$P_1^2 = P_2^2 = -M^2, \quad Q^2 = -1, \quad K^2 = 0, \quad (2.3)$$

致使三个不变量之间有如下关系:

$$s + \bar{s} + t = 2M^2 + 1. \quad (2.4)$$

旋量结构与同位旋结构全部与 Chew 等相同, 即同位旋结构选作

$$\mathcal{J}^{(+)} = \delta_{3\beta}, \quad \mathcal{J}^{(0)} = \tau_\beta, \quad \mathcal{J}^{(-)} = \frac{1}{2} [\tau_\beta, \tau_3],$$

其中 β 是介子的荷电指标. $\mathcal{J}^{(+)}$ 与 $\mathcal{J}^{(-)}$ 相应于电磁源的同位矢部分, $\mathcal{J}^{(0)}$ 相应于电磁源的同位标部分.

满足 Lorentz 不变性及规范不变性的旋量结构可以选为

1) 本文采用自然单位 $\hbar = c = \mu = 1$ 及度规 $A \cdot B = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} - A_0 B_0$.

$$\begin{aligned}
M_A &= i\gamma_5(\gamma \cdot \epsilon)(\gamma \cdot K), \\
M_B &= 2i\gamma_5(P \cdot \epsilon Q \cdot K - P \cdot K Q \cdot \epsilon), \\
M_C &= \gamma_5(\gamma \cdot \epsilon Q \cdot K - \gamma \cdot K Q \cdot \epsilon), \\
M_D &= 2\gamma_5(\gamma \cdot \epsilon P \cdot K - \gamma \cdot K P \cdot \epsilon - iM\gamma \cdot \epsilon \gamma \cdot K),
\end{aligned} \tag{2.5}$$

其中 $P = \frac{1}{2}(P_1 + P_2)$, ϵ 是光子的极化矢量.

于是 S 矩阵元为

$$S_{fi} = -i(2\pi)^4 \delta(K + P_1 - Q - P_2) \frac{M}{\sqrt{4kE_1E_2\omega_q}} T_{fi}, \tag{2.6}$$

其中 E_1, E_2, ω_q 分别是初、末态核子与介子的能量, k 是光子的能量 $k = |\mathbf{K}|$. T 矩阵可表为

$$T_{fi} = \bar{u}(P_2)[H^{(+)}\mathcal{J}^{(+)} + H^{(0)}\mathcal{J}^{(0)} + H^{(-)}\mathcal{J}^{(-)}]u(P_1), \tag{2.7}$$

其中 $u(P_2), u(P_1)$ 分别是末、初态核子的 Dirac 旋量, 而

$$H^{(i)} = A^{(i)}M_A^{(i)} + B^{(i)}M_B^{(i)} + C^{(i)}M_C^{(i)} + D^{(i)}M_D^{(i)}. \tag{2.8}$$

标量幅 $A^{(i)}$ 等皆是 $s, \bar{s}, t$ 的函数. 矩阵元在交换核子线下的不变性导致交叉对称: $A^{(+,0)}, B^{(+,0)}, C^{(-)}$ 及 $D^{(+,0)}$ 对于 s 与 $\bar{s}$ 是对称的; $A^{(-)}, B^{(-)}, C^{(+,0)}$ 及 $D^{(-)}$ 则是反对称的.

2.2 π - π 作用的引进

在未作具体计算以前, 首先考察一下 π - π 作用对 π 介子光生过程中的哪些振幅有贡献. π - π 作用是通过第三道 $\gamma + \pi \rightarrow N + \bar{N}$ 引进的, 这一过程的最低中间态是 2π 态和 3π 态. 2π 中间态相应于 $\gamma + \pi \rightarrow \pi + \pi$, 矩阵元 $\langle 2\pi | \gamma \pi \rangle$ 的 G -不变性限制了只有电磁源中的同位标部分参与贡献, 因而只对 $H^{(0)}$ 有影响. 此 2π 态的同位旋 $I = 1$, 由 Pauli 原理知角动量 J 必为奇数, 在低能下自然只考虑最低角动量的态, 即 $I = J = 1$ 的 2π 态. 实验上也正是表明这一态存在着 π - π 共振. 3π 中间态相应于 $\gamma + \pi \rightarrow 3\pi$, 矩阵元 $\langle 3\pi | \gamma \pi \rangle$ 的 G -不变性限制了只有电磁源中的同位标部分参与贡献. 3π 态的同位旋为 $I = 0$ 或 1 . 电荷守恒表明 $I = 0$ 态只影响 $H^{(+)}$ 幅, $I = 1$ 态只影响 $H^{(-)}$ 幅. Chew^[7] 指出, 如果 3π 态中的三对 π 都处于 $I = J = 1$ 态, 那么 3π 态本身必处于 $I = 0, J = 1$. 根据这一点可以想象, $I = 0, J = 1$ 的 3π 态可能存在着共振. 现在实验也似乎有此迹象. 然而 3π 中间态只影响 $H^{(+)}$ 幅, 与 π^+ 介子的光生无关. 因而在我们所要考虑的问题中只需考虑 2π 中间态对 $H^{(0)}$ 幅的影响.

象通常那样, 我们假定标量振幅 $A^{(i)}, B^{(i)}, C^{(i)}, D^{(i)}$ 等均满足不作削减 (subtraction) 的 Mandelstam 表象, 即任一标量振幅可表为

$$\begin{aligned}
A(s, \bar{s}, t) &= \frac{R_s}{s - M^2} + \frac{R_{\bar{s}}}{\bar{s} - M^2} + \frac{R_t}{t - 1} + \frac{1}{\pi} \int_{(M+1)^2}^{\infty} ds' \frac{\rho_1(s')}{s' - s} + \frac{1}{\pi} \int_{(M+1)^2}^{\infty} d\bar{s}' \frac{\rho_2(\bar{s}')}{\bar{s}' - \bar{s}} + \\
&+ \frac{1}{\pi} \int_1^{\infty} dt' \frac{\rho_3(t')}{t' - t} + \frac{1}{\pi^2} \int_{(M+1)^2}^{\infty} ds' \int_1^{\infty} dt' \frac{\rho_{13}(s', t')}{(s' - s)(t' - t)} + \\
&+ \frac{1}{\pi^2} \int_{(M+1)^2}^{\infty} d\bar{s}' \int_1^{\infty} dt' \frac{\rho_{23}(\bar{s}', t')}{(\bar{s}' - \bar{s})(t' - t)} + \frac{1}{\pi^2} \int_{(M+1)^2}^{\infty} ds' \int_{(M+1)^2}^{\infty} d\bar{s}' \frac{\rho_{12}(s', \bar{s}')}{(s' - s)(\bar{s}' - \bar{s})}.
\end{aligned} \tag{2.9}$$

采用和 π - N 散射中 Cini-Fubini^[8] 近似相同的考虑, 可以将 (2.9) 化为单重积分. 根

据前面的分析, π^+ 光生中只有 $H^{(0)}$ 幅受 π - π 作用的影响, $H^{(-)}$ 幅则可以直接采用原来 Chew 等的结果. 因此下面也就只考虑 $H^{(0)}$ 幅如何受到 π - π 作用的影响. 这时

$$A^{(0)}(s, \bar{s}, t) \approx \text{极点项} + \frac{1}{\pi} \int_1^\infty \frac{\text{Im}_{\text{III}} A^{(0)}(t', s, \bar{s})}{t' - t} dt' + \\ + \frac{1}{\pi} \int_{(M+1)^2}^\infty ds' \frac{\text{Im}_I A^{(0)}(s', \bar{s}, t)}{s' - s} + \frac{\delta}{\pi} \int_{(M+1)^2}^\infty d\bar{s}' \frac{\text{Im}_{\text{II}} A^{(0)}(s, \bar{s}', t)}{\bar{s}' - \bar{s}}. \quad (2.10)$$

其中, 对于对称幅 δ 取 $+1$, 反对称幅 δ 取 -1 , 而 $\text{Im}_i A^{(0)}$ 在此近似下是第 i 道中弹性振幅的虚部. (2.10) 式右方的 t 积分项中的主要贡献即来自 π - π 作用. 下面将说明, 利用么正条件, 可以用核子电磁结构形式因子的矢量部分和 $(\gamma, 3\pi)$ 过程的振幅将它们表示出来.

2.3 同位标振幅的公式

借助于么正条件, 可以建立起第三道的振幅与核子电磁结构形式因子的矢量部分之间的联系, 这一点可以由图 2 清楚地看出.

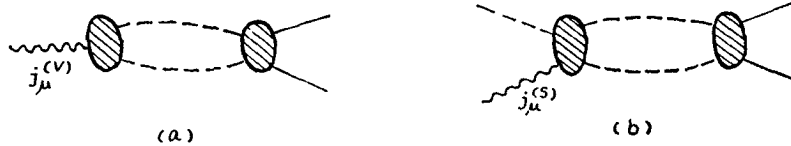


图 2

如前所述, 我们认为图 2 (a), (b) 中的 2π 中间态为 $I = J = 1$ 的态, 则由旋量结构分析和么正条件可以求得^[6]

$$\begin{aligned} \text{Im } A^{(0)}(t) &= -th(t) \text{Im } F_2^V(t), \\ \text{Im } B^{(0)}(t) &= h(t) \text{Im } F_2^V(t), \\ \text{Im } C^{(0)}(t) &= 0, \\ \text{Im } D^{(0)}(t) &= h(t) \text{Im } F_1^V(t), \end{aligned} \quad (2.11)$$

其中 $h(t)$ 与 $(\gamma, 3\pi)$ 过程的振幅有关, 而 $F_1^V(t)$ 和 $F_2^V(t)$ 分别是核子电和磁形式因子的矢量部分.

$H^{(0)}$ 幅相应于电磁作用中的同位标部分, 所以只涉及 $I = \frac{1}{2}$ 的幅. Watson 定理指出, π 介子光生的多极幅的相角因子即是具有相同量子数的 π - N 散射的相移. 在低能下 ($E_\gamma \lesssim 450 \text{ Mev}$), 可以只保留末态介子处于 s 与 p 波的多极幅, 其他高分波可以略去. 而低能 π - N 散射的相移分析表明, $I = \frac{1}{2}$ 的 s 、 p 波相移是小的, 因此和 Chew 等的做法一样, 我们把 (2.10) 式右方中的 s 、 $\bar{s}$ 色散积分略去. 将 (2.11) 式代入其中的 t 积分, 即得

$$H^{(0)} = H_{\text{Born}}^{(0)} + \left[-M_A \frac{1}{\pi} \int_1^\infty dt' \frac{t' h(t') \text{Im } F_2^V(t')}{t' - t} + \right. \\ \left. + M_B \frac{1}{\pi} \int_1^\infty dt' \frac{h(t') \text{Im } F_2^V(t')}{t' - t} + M_D \frac{1}{\pi} \int_1^\infty dt' \frac{h(t') \text{Im } F_1^V(t')}{t' - t} \right]. \quad (2.12)$$

对 (2.12) 式中的 M_A 幅施行一次削减后得

$$H^{(0)} = H_{\text{Born}}^{(0)} + \left[-A_0 M_A + (-t M_A + M_B) \frac{1}{\pi} \int_4^\infty dt' \frac{h(t') \text{Im } F_2^V(t')}{t' - t} + \right. \\ \left. + M_D \frac{1}{\pi} \int_4^\infty dt' \frac{h(t') \text{Im } F_1^V(t')}{t' - t} \right]. \quad (2.13)$$

其中 $A_0 = \int_4^\infty dt' h(t') \text{Im } F_2^V(t')$ 来自 t 道弹性振幅高能部分的贡献, 因为 (2.12) 中 M_A 原为 $\frac{1}{\pi} \int_4^\infty dt' \frac{t' h(t') \text{Im } F_2^V(t')}{t' - t}$, 当 $t' \gg t$ 时, 此项即成为 $\frac{1}{\pi} \int_4^\infty dt' h(t') \text{Im } F_2^V(t')$, 而 π - π 低能共振使此项贡献比 (2.12) 中其他项要小得多, 因此我们把它略去 (取 $A_0 = 0$).

进而, 我们采用“锐共振”近似^[4], 在此近似下有

$$\text{Im } F_1^V(t) = \frac{e}{2} \pi a_V t_r \delta(t - t_r), \\ \text{Im } F_2^V(t) = \frac{eg}{2M} \pi b_V t_r \delta(t - t_r). \quad (2.14)$$

把上式代入 (2.12), 即得

$$H^{(0)} = H_B^{(0)} + \lambda \mathcal{C} \left[(t M_A - M_B) \frac{g b_V / M a_V}{t - t_r} - \frac{M_D}{t - t_r} \right], \quad (2.15)$$

其中

$$\lambda \mathcal{C} = \frac{e}{2} a_V t_r h(t_r),$$

参数 a_V, b_V 可以由核子形式因子的同位矢部分的 Clementel-Villi 公式根据实验定出.

另外, Wong H. S.^[9] 利用 N/D 近似, 在“单极点”近似下已经很好地证明了:

$$h(t) = \frac{3\Lambda}{8\sqrt{2} F_\pi(1)e} \left(\frac{1+a}{t+a} \right). \quad (2.16)$$

并指出, 如果用 Frazer-Fulco 的 F_π (π 介子的电磁结构形式因子) 的解, 那么 $a = 5.7$, $F_\pi(1) = 1.08$. 这儿 Λ 即是 $\gamma + \pi \rightarrow \pi + \pi$ 的耦合常数.

三、计算公式及结果

在本节中, 我们写出关于 $\gamma + p \rightarrow n + \pi^+$ 的一些具体公式, 并给出计算结果.

3.1 计算公式

质心系微分截面为

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{q}{k} |\langle f | \mathcal{F} | i \rangle|^2, \quad (3.1)$$

其中 $|i\rangle, |f\rangle$ 分别为初、末态核子的 Pauli 旋量.

我们把 $\mathcal{F}$ 表为

$$\mathcal{F} = a \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\epsilon} + b \frac{2\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{k} - \mathbf{q}) \mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\epsilon}}{(\mathbf{k} - \mathbf{q})^2 + 1} + u i \mathbf{q} \cdot (\mathbf{k} \times \boldsymbol{\epsilon}) + \\ + v \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{k} \mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\epsilon} + w \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\epsilon} \mathbf{q} \cdot \mathbf{k} + n \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{q} \mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\epsilon}. \quad (3.2)$$

这儿所用符号的意义是显然的, 不再作解释了. 我们只提醒一下: 第二项表示介子电流所引起的“滞后项”, 最后一项由末态核子运动电流所贡献, 在我们所讨论的过程中, 它等于

零。

我們把入射光极化方向平行于介子出射平面时的微分截面表为 $d\sigma_{\parallel}/d\Omega$, 把入射光极化方向垂直于介子出射平面时的微分截面表为 $d\sigma_{\perp}/d\Omega$, 則易于算得

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{\parallel}}{d\Omega}(90^{\circ}) = & \frac{q}{k} \left\{ |a|^2 + k^2 q^2 |v|^2 + q^4 |n|^2 + 2q^2 \operatorname{Re}(a^* b) + \right. \\ & + \frac{4q^2}{D} \left[\frac{|b|^2}{D} (k^2 + q^2) - \operatorname{Re}(a^* b) + k^2 \operatorname{Re}(v^* b) - \right. \\ & \left. \left. - q^2 \operatorname{Re}(n^* b) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\frac{d\sigma_{\perp}}{d\Omega}(90^{\circ}) = \frac{q}{k} \{ |a|^2 + k^2 q^2 |u|^2 \}, \quad (3.4)$$

其中 $D = 1 + (\mathbf{k} - \mathbf{q})^2 = k^2 + \omega_q^2 - 2kqx$, $x = \cos \theta$, θ 是质心系散射角。

角分布公式是

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} = & \frac{1}{2} \left(\frac{d\sigma_{\parallel}}{d\Omega} + \frac{d\sigma_{\perp}}{d\Omega} \right) = \\ = & \frac{q}{k} \left\{ |a|^2 + k^2 q^2 x^2 |w|^2 + \frac{1}{2} k^2 q^2 (1 - x^2) |u|^2 + \right. \\ & + \frac{1}{2} k^2 q^2 (1 - x^2) |v|^2 + \frac{1}{2} q^4 (1 - x^2) |n|^2 + \\ & + 2kqx \operatorname{Re}(a^* w) + q^2 (1 - x^2) \operatorname{Re}(a^* n) + \\ & + kq^3 (1 - x^2) x \operatorname{Re}(w^* n) + \\ & + kq^3 (1 - x^2) x \operatorname{Re}(v^* n) + \\ & + \frac{2q^2}{D} (1 - x^2) \left[\frac{|b|^2}{D} (k^2 - 2kqx + q^2) - \operatorname{Re}(a^* b) + \right. \\ & + k(k - qx) \operatorname{Re}(v^* b) - kqx \operatorname{Re}(w^* b) + \\ & \left. \left. + q(kx - q) \operatorname{Re}(n^* b) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

根据 Chew 等中的 (22.6), (22.7), 考虑到 $\gamma + p \rightarrow n + \pi^+$ 的幅 $\mathcal{F} = \sqrt{2}(\mathcal{F}^{(-)} + \mathcal{F}^{(0)})$, 則可得

$$\begin{aligned} a/ef = & i\alpha \left(1 - \frac{g_p + g_n}{2M} \omega + \omega^2 N^{(-)} \right) - \frac{1}{3} (2\delta_1 + \delta_3) F_s, \\ b/ef = & i\alpha, \\ u/ef = & -i\xi h^{(-+)} - \frac{2}{9} e^{i\delta_{33}} \sin \delta_{33} F_M, \\ v/ef = & i\xi h^{(--) } - \frac{1}{3} e^{i\delta_{33}} \sin \delta_{33} \left(F_D + \frac{1}{3} F_M \right) - i\alpha \frac{g_p + g_n}{2M\omega}, \\ w/ef = & -i\xi h^{(--) } - \frac{1}{3} e^{i\delta_{33}} \sin \delta_{33} \left(F_D - \frac{1}{3} F_M \right) + i\alpha \frac{g_p + g_n}{2M\omega}, \\ n/ef = & 0, \end{aligned} \quad (3.6)$$

其中 $\xi = \frac{g_p - g_n}{4Mf^2}$; $F_s = 1 - \frac{1}{2} F$; $F_M = \frac{3}{4q^2} F$; $F_D = \frac{1}{\omega^2} \left(1 - \frac{3}{4p^2} F \right)$; 而 $F = 1 +$

$\frac{1-v^2}{2v} \ln \frac{1-v}{1+v}$, $\alpha = 1 / \left(1 + \frac{\omega}{M}\right)$, $v = q/\omega_q$ 是出射介子的速度, $k^{(\pm\pm)}$ 的表式与 Chew 等^[1] 的一样.

比較(3.2)与 Chew 等的(7.2), 再利用 Chew 等的(7.8)–(7.11), 可以直接由(2.15)求得 2π 中間态的影响:

$$\begin{aligned} a_\pi &= \frac{i\lambda\mathcal{C}}{\Omega} \left[\frac{gb_V}{Ma_V} t - (\omega - M) + \frac{k\omega_q}{\omega - M} \right] \frac{1}{t - t_r}, \\ b_\pi &= 0, \\ u_\pi &= \frac{i\lambda\mathcal{C}}{\Omega} \frac{1}{k(M+E_2)} \left[\frac{gb_V}{Ma_V} t + (\omega + M) - \frac{k\omega_q}{\omega + M} + \frac{kqx}{\omega + M} \right] \frac{1}{t - t_r}, \\ v_\pi &= -u_\pi + \frac{i\lambda\mathcal{C}}{k\Omega} \left[1 - \frac{gb_V}{Ma_V} (\omega - M) \right] \frac{1}{t - t_r}, \\ w_\pi &= -\frac{i\lambda\mathcal{C}}{\Omega} \frac{x}{(\omega - M)(t - t_r)} + u_\pi, \\ n_\pi &= \frac{i\lambda\mathcal{C}}{\Omega(M+E_2)} \left[\frac{gb_V}{Ma_V} (\omega + M) + 1 \right] \frac{1}{t - t_r}, \end{aligned} \quad (3.7)$$

其中 $\Omega = \frac{8\pi\omega}{\omega - M} \frac{1}{\sqrt{(E_1 + M)(E_2 + M)}}$, 当把 π - π 作用加入到計算中时, 只須把(3.2)

中的 a 用 $a + a_\pi$ 来替代; u 用 $u + u_\pi$ 来替代; …….

3.2 計算結果

近年来, π - N 散射相移的知識有了很大的增进, 实验所定出的小相移的数值也已达到了较为可信的地步. 我們收集了 1959 年以来在文献上发表的相移数据, 并繪出了随能量变化的曲綫, 由此定得計算所需的相移值. 在这里, 我們需要特别指出的是, 在 Chew 等的解中, 包含有一个与小相移有关的未定常数 $N^{(-)}$, 其具体表式为

$$\begin{aligned} N^{(-)} &= \frac{2}{\pi} \int_1^\infty \frac{d\omega'}{\omega'} \left\{ \frac{1}{3} [2\delta_1(\omega') + \delta_3(\omega')] \frac{F_s(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2}{3} [2\sin\delta_{13}\cos\delta_{13} + \sin\delta_{33}\cos\delta_{33}] F_D(\omega') \right\}. \end{aligned}$$

它的第一部分是主值积分, 与 ω 有关; 第二部分则是与 ω 无关的普通积分. Chew 等指出它的绝对值不大于 0.1, 并說可以希望它与 ω 无关; 然而, 象 de Tollis 等却选 $\omega^2 N^{(-)}$ 为常数 ~ 0.06 . 根据我們的分析, 截面等結果对于 $N^{(-)}$ 的依賴还是相当敏感的, 所以我們对它进行了粗略的数字計算. 結果发现, 主值积分的数量級約为 10^{-3} ; 而第二部分的积分值約为 0.013, 所以在我們的計算中取 $N^{(-)} = 0.01$.

参数 a_V , b_V , t_r 根据核子形式因子的同位矢部分的实验定出. 不少作者^[10] 已經用 C-V 公式分析了实验, 我們取

$$a_V = 1.52, \quad b_V = 1.60, \quad t_r = 22.$$

另外, 我們选取 $\frac{\lambda\mathcal{C}}{ef} = -10$. 至于 f^2 , 則象通常那样, 选作 $f^2 = 0.081$, 而 $g_p = 1.79$, $g_n = -1.91$.

我們总共計算了三宗实验量:

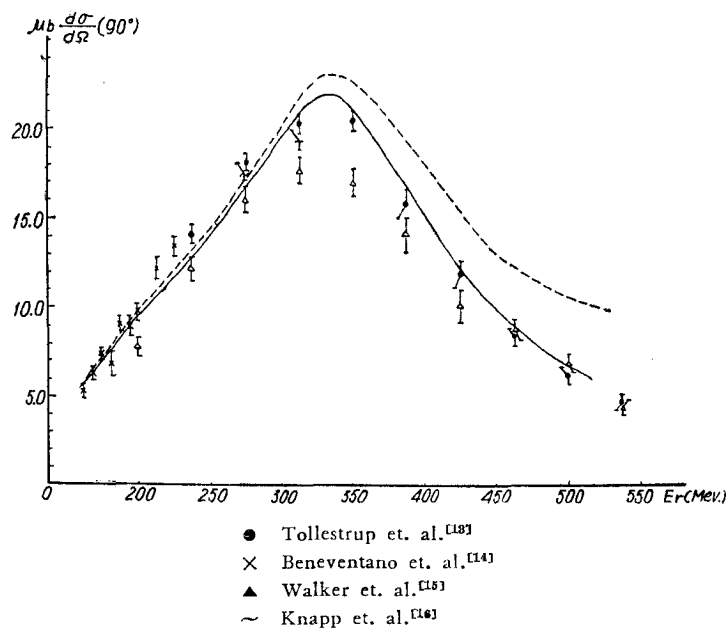
- (i) $\theta = 90^\circ$ 时的微分截面. 结果参看表 1 及图 3.
 (ii) $k_e = 200, 320, 440$ Mev 时的角分布. 结果参看表 2 及图 4—6.
 (iii) $\theta = 90^\circ$ 时的 $d\sigma_{\parallel}/d\sigma_{\perp}$. 结果参看表 3 及图 7.

表 1. $\theta = 90^\circ$ 时的微分截面 ($\mu\text{b./ster.}$)

$d\sigma/d\Omega$ $E_r(\text{Mev})$	180	200	240	280	320	360	400	440
Λ								
$\Lambda = 0$ (Chew)	7.145	9.540	14.38	20.04	22.69	17.95	12.90	10.75
$\Lambda \approx 0$ (加入 $\pi\pi$)	6.837	9.352	13.76	19.54	21.17	15.29	9.833	6.738

表 2. $E_r = 200, 320, 440$ Mev 时的角分布 ($\mu\text{b./ster.}$)

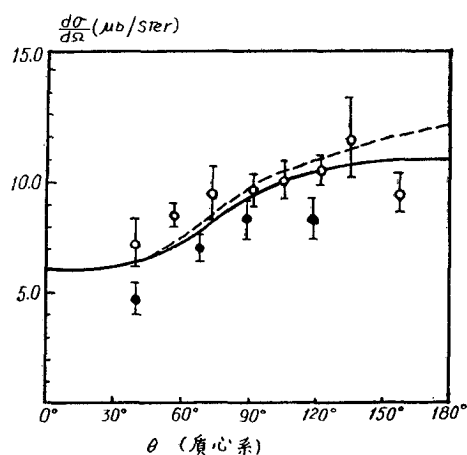
Λ	$d\sigma/d\Omega$ θ $E_r(\text{Mev})$	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°
$\Lambda = 0$	200	6.167	6.057	7.432	9.775	11.03	12.13	12.48
	320	8.213	9.272	17.50	22.69	23.02	20.72	19.36
	440	13.54	7.949	10.21	10.75	9.432	7.685	6.759
$\Lambda \approx 0$	200	6.214	6.137	7.311	9.352	10.57	10.93	11.00
	320	8.264	9.649	17.15	21.16	20.21	16.87	15.11
	440	11.29	6.374	7.452	6.738	5.000	3.326	2.690

图 3 $\theta = 90^\circ$ 时的微分截面

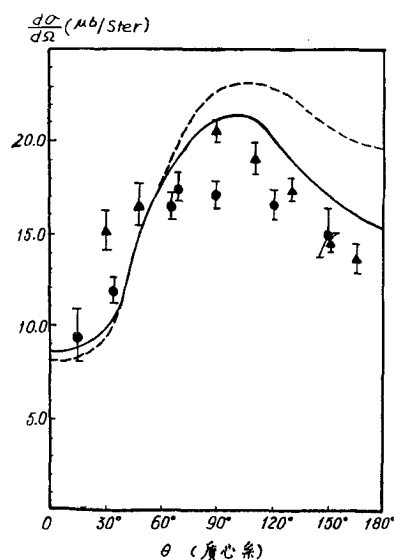
虚线是 Chew 等的结果, 实线是加入 $\pi-\pi$ 作用后的结果 (以下相同)

表 3. $\frac{d\sigma_{\parallel}}{d\sigma_{\perp}}(90^\circ)$

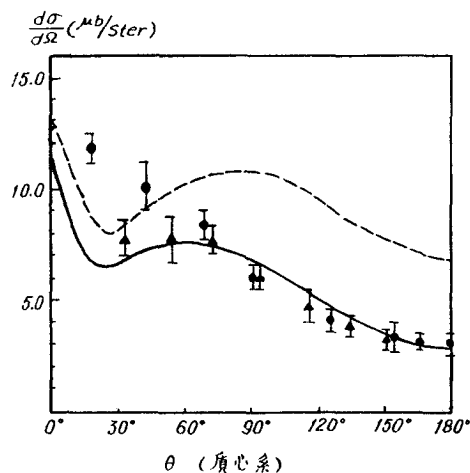
$\frac{d\sigma_{\parallel}}{d\sigma_{\perp}} \backslash E_{\gamma}(\text{Mev})$	180	200	240	280	320	360	400	440
Δ								
$\Delta = 0$	0.7989	0.9404	0.9757	0.7952	0.4898	0.2369	0.2138	0.2502
$\Delta \neq 0$	0.7954	0.8928	0.9406	0.7672	0.4760	0.2401	0.2177	0.1972



● Walker et. al.^[15]
○ Beneventano et. al.^[14]

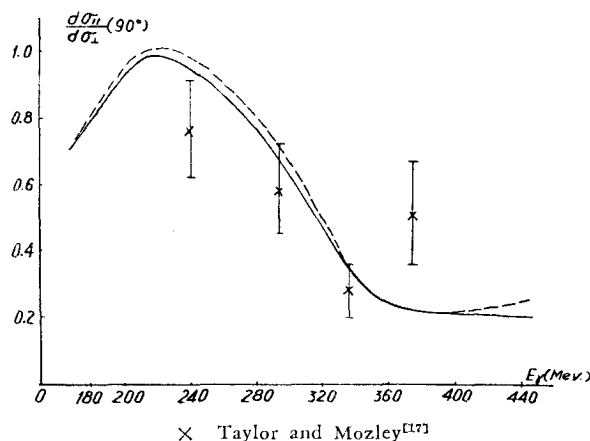
图 4 $E_{\gamma} = 200 \text{ Mev}$ 时的角分布

▲ Tollestrup et. al.^[13]
● Walker et. al.^[15]

图 5 $E_{\gamma} = 320 \text{ Mev}$ 时的角分布

▲ Tollestrup et. al.^[13]
● Walker et. al.^[15]

图 6 $E_{\gamma} = 440 \text{ Mev}$ 时的角分布



× Taylor and Mozley^[17]

图7 极化光平行方向与垂直方向的微分截面之比

四、結 論

在我們的計算中,发现加入 $\pi\text{-}\pi$ 作用之后,主要影响了 $k_e \geq 300$ Mev 时的幅 a , 而其他幅 u, v, w, n 则改变甚微, 所以 $\pi\text{-}\pi$ 作用主要影响了能量高于第一共振峰时的 s 波. 从最后结果中我們看到:

(i) 关于 $\frac{d\sigma^+}{d\Omega}(90^\circ)$ 的 Chew 等的結果, 在第一共振峰以后与实验显著不符. 加入 $\pi\text{-}\pi$ 作用以后, 由于改变了 s 波部分, 使曲线有了下降, 与实验符合得相当好. 值得指出的是, 采用微分法^[3]考虑 $1/M$ 修正后, 不能取得这一改善.

(ii) 三个能量下角分布的 Chew 等的理論值具有共同特点: 向后分布显得偏高, 这在能量较高时更为突出. 加入 $\pi\text{-}\pi$ 作用后, 一方面由于 s 波部分的改变, 使曲线整体地下降 (特别在 440 Mev 时更显著); 另一方面, 由于 s 波, p 波干涉項的改变, 使向后分布降低了, 而向前分布的升高则与曲线的整体下降相抵偿, 致使向前部分基本上不变. 我們看到, 在加入 $\pi\text{-}\pi$ 作用后, 三个能量下的角分布皆有良好的改进. 还要指出, 440 Mev 角分布理論曲线的小角度部分的变化趋势是完全合理的, 这正是存在有滞后項的結果, 最近所做的比 440 Mev 较高能量下的实验証实了这一点 (参看 1960 年高能会议上 Walker 的报告).

(iii) $\theta = 90^\circ$ 时的 $d\sigma_{||}/d\sigma_{\perp}$, 无论是 Chew 等的結果或是加入 $\pi\text{-}\pi$ 作用后的結果, 在 360 Mev 以后都与实验不符. 加入 $\pi\text{-}\pi$ 作用后未引起什么变化. 关于这一点可考虑一下第二共振峰的影响. (π^+ 介子光生的第二共振峰比较高和宽, 可能有相当的影响.) 不过, 目前这方面的实验几乎只有一例, 因而也许也应该期望有新的实验来作进一步判定.

本文計算結果中所选的参数 $\lambda\mathcal{C}/ef = -10$, 如果利用 (2.15), (2.16), 那么相应的 $|\Lambda| \approx 2.8e$. Gourdin^[11] 在計算 π^-/π^+ 时, 取 $|\Lambda| = 2.2e$; Ball^[6] 取 $|\Lambda| \approx 1.8e$; Wang H. S.^[12] 从 π^0 介子寿命中所得的結果是 $|\Lambda| \approx 1.4e$. 比較起来, 我們的結果略大了些. 不过, 必須指出的是, 在确定这一耦合常数时, 所用的近似不同, 結果也往往頗有参差, 所以应该說, 我們的結果是与时行的結果相一致的.

最后, 我們必須指出, 当然不能认为本文旨在对 π^+ 介子光生实验作出最終的調合, 它只是指出 $\pi\text{-}\pi$ 作用的重要影响. 其他因素的考虑可能会带来进一步的改进, 然而, 从本文

中,我們可以看到,無論从 Mandelstam 表示这一新的理論基础的要求說来,或者是从調合实验的需要說来,必須考虑 $\pi-\pi$ 作用。

附記: 这种变化的趋势已被最近的实验結果所証实: 1962 年高能會議上, K. Althoff 报告中所引的实验結果表明, 440 Mev 左右的角分布在小角度与本文所引的实验結果有所不同,而与本文所得的理論結果大致相符。

参 考 文 献

- [1] Chew, G. F., Goldberger, M. L., Low, F. E. and Nambu, Y., *Phys. Rev.*, **106** (1957), 1345.
- [2] Höhler, C., *Z. Phys.*, **157** (1959), 30.
- [3] Solov'yov, L. D. and Chen Jung-mo, ОИЯН D-728 (1961).
- [4] Gourdin, M., Lurie, D. and Martin, A., *Nuovo Cim.*, **18** (1960), 1933.
- [5] de Tollis, B., *Nuovo Cim.*, **22** (1961), 406.
- [6] Ball, J., *Phys. Rev.*, **124** (1961), 2014.
- [7] Chew, G. F., *Phys. Rev. Lett.*, **4** (1960), 142.
- [8] Cini, M. and Fubini, S., *Ann. Phys.*, **10** (1960), 352.
- [9] Wong, H. S., *Phys. Rev. Lett.*, **5** (1960), 70.
- [10] Bergia, S. and Stanghellini, A., *Nuovo Cim.*, **21** (1961), 155.
- [11] Warburton, A. E. A. and Gourdin, M., *Nuovo Cim.*, **22** (1961), 362.
- [12] Wong, H. S., *Phys. Rev.*, **121** (1961), 289.
- [13] Tollstrup, A. V., Keck, J. C. and Worlock, R. M., *Phys. Rev.*, **99** (1955), 220.
- [14] Beneventans, M., Bernardini, G., Gasson-Lee, D., Stoppini, G. and Tau, L., *Nuovo Cim.*, **4** (1956), 323.
- [15] Walker, R. L., Teasdale, J. G. and Peterson, V. Z., *Phys. Rev.*, **99** (1955), 210.
- [16] Knapp, E. A., Kenney, R. W., Perez-Mendez, V., *Phys. Rev.*, **114** (1959), 605.
- [17] Taylor, R. E. and Mozley, P. F., *Phys. Rev.*, **117** (1960), 835.

EFFECT OF $\pi-\pi$ INTERACTION ON π^+ -MESON PHOTOPRODUCTION

TZU PAO-RU YANG CHEN-HUA PENG HONG-AN

(Department of Physics, Peking University)

ABSTRACT

After a general consideration for the process of π^+ -photoproduction from proton, starting from the Mandelstam representation and using further the Cini-Fubini approximation, we derive the formulas for the isoscalar part of π -photoproduction amplitudes. According to new data on electromagnetic structure of nucleon, we choose the parameters of $I=J=1$ resonance of $\pi-\pi$ interaction to be $t_r = 22$, $a_\nu = 1.52$, $b_\nu = 1.60$, and calculate $\frac{d\sigma}{d\Omega}(90^\circ)$, $\frac{d\sigma_{||}}{d\sigma_{\perp}}(90^\circ)$ and angular distributions at three energies. The results show that after introducing the $\pi-\pi$ interaction the fit to the experiment is much improved over the results obtained by Chew *et al.* The coupling constant of $\gamma + \pi \rightarrow \pi + \pi$ is determined to be about $\Lambda \approx -2.8 e$, which is roughly consistent with the current results.