

## 高能反中微子在 $O^{16}$ 上的俘获截面\*

陈鹤琴  
(北京大学)

### 提 要

用 V-A 型等效费米弱作用哈密顿计算了反应  $\bar{\nu} + O^{16} \rightarrow N^{16} + \bar{l}$  的截面, 得到了总截面与入射反中微子能量之间的关系曲线。计算表明, 当  $E_{\bar{\nu}} = 400\text{MeV}$  时, 等效赝标量作用项使总截面减小 23%。

### 一、引 言

近年来, 对高能中微子物理的研究引起了很大的兴趣。许多作者<sup>[1-5]</sup>曾广泛地讨论了关于利用高能中微子束来获得有关弱相互作用的信息的可能性问题。有些作者<sup>[4, 5]</sup>甚至对实际进行实验的可能性也作了探讨。鉴于这类实验在不久的将来可能实现, 就有必要在理论上算出由中微子(或反中微子)被俘获而引起的各种反应的截面。Feynman, Gell-Mann<sup>[6]</sup> 和 Шехтер<sup>[7]</sup> 曾算过  $\bar{\nu} + e^- \rightarrow \bar{\nu} + e^-$  和  $\nu + e^- \rightarrow \nu + e^-$  的弹性散射截面; 李政道, 杨振宁<sup>[6]</sup>, Yamaguchi<sup>[8]</sup> 以及 Cabibbo<sup>[3]</sup> 等人曾算过  $\bar{\nu} + p \rightarrow n + e^+$  和  $\nu + n \rightarrow p + e^-$  的反应截面; Азимов 和 Шехтер<sup>[9]</sup> 则计算了  $\bar{\nu} + e^- \rightarrow \pi^- + \pi^0$ ,  $\bar{\nu} + p \rightarrow \Lambda + \mu^+$  以及  $\mu^- + p \rightarrow \Lambda + \nu$  的反应截面。

除了研究中微子在基本粒子上的俘获之外, 还可以研究中微子在原子核上的俘获。后者有一显著优点: 当中微子(或反中微子)为原子核所俘获时, 末态可以处在不同的受激态上, 这样就有可能研究原子核由初态到各种不同受激末态的跃迁过程, 从而获得更多的有关弱相互作用的知識。可是由于我们不知道原子核的正确波函数, 计算核矩阵元时必须利用核模型。这样, 核矩阵元往往不能算准, 这是一个很大的缺陷。在高能的情况下, 还产生另外一个问题, 即目前还不知道某些形状因子与四维动量交换的平方之间的依赖关系。不对这部分形状因子作一些补充假设, 就不能将计算进行到底。Überell<sup>[10, 11]</sup> 曾计算过当  $E_{\bar{\nu}} < 100\text{MeV}$  时反应  $\bar{\nu} + C^{12} \rightarrow N^{12} + e^-$  的角分布及总截面。计算中他用了非相对论近似的哈密顿、费米气体模型<sup>[11]</sup>和壳层模型<sup>[10]</sup>。

本文利用 V-A 型等效费米弱作用哈密顿计算了反中微子在原子核上的俘获截面。对  $0^+ \rightarrow 0^-$  跃迁时  $\bar{\nu} + O^{16} \rightarrow N^{16} + \bar{l}$  的截面进行了数值计算, 得到了截面与反中微子能量 ( $\leq 6\text{BeV}$ ) 之间的关系曲线。计算核矩阵元时用了  $j-j$  耦合的壳层模型。

### 二、截面公式

我们考虑末态中仅有一个反轻子和一个原子核的过程:

\* 1963年2月25日收到。

$$\bar{\nu} + A_x \rightarrow A_{x-1} + \bar{l}, \quad (1)$$

其中  $A_x$  和  $A_{x-1}$  分别代表初态和末态原子核;  $\bar{l}$  代表  $\mu^+$  或  $e^+$ .

如果在哈密顿中考虑弱磁效应及等效赝标量相互作用, 则反中微子在原子核上俘获的跃迁矩阵元可表为

$$\begin{aligned} T_{i \rightarrow f} = & (2\pi)^4 \frac{G}{\sqrt{2}} \delta(p_x + p_{\bar{\nu}} - p_{x-1} - p_{\bar{l}}) \langle \nu_{\bar{l}} | \gamma_a (1 + \gamma_5) | \nu_{\bar{\nu}} \rangle \times \\ & \times \left\langle f \left| \sum_{k=1}^N \tau_-^{(k)} g_\nu(p^2) \gamma_a^{(k)} + i g_M(p^2) \frac{\sigma_{\alpha\beta}^{(k)} p_\beta}{2m_n} + \right. \right. \\ & \left. \left. + g_A(p^2) \gamma_a^{(k)} \gamma_5 + i g_P(p^2) \frac{\gamma_5^{(k)} p_\alpha}{m_i} e^{i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}_k} \right| i \right\rangle, \quad (2) \end{aligned}$$

式中  $|i\rangle$  及  $\langle f|$  分别代表原子核初态及末态的波函数;  $\langle \nu_{\bar{l}}|$  及  $|\nu_{\bar{\nu}}\rangle$  分别代表反轻子和反中微子的自旋波函数; 反轻子和反中微子的空间波函数均取平面波;  $g_\nu$ ,  $g_M$ ,  $g_A$  和  $g_P$  是形状因子, 这些形状因子仅为四维动量交换的平方  $p^2 = (p_{\bar{\nu}} - p_{\bar{l}})^2$  的函数, 而且是实函数<sup>[12]</sup>;  $\tau_-$  为使核子电荷消失的算符;  $N$  为核内核子数, 而  $\sigma_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}(\gamma_\alpha \gamma_\beta - \gamma_\beta \gamma_\alpha)$ ,  $\alpha, \beta = 1, 2, 3, 4$ .

将(2)式中的指数函数展开:

$$e^{i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}_k} = 4\pi \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l (i)^l j_l(p r_k) Y_{lm}^* \left( \frac{\mathbf{p}}{p} \right) Y_{lm} \left( \frac{\mathbf{r}_k}{r_k} \right). \quad (3)$$

再对(2)式中的 Dirac 算符作如下变换<sup>[13]</sup>:

$$\begin{aligned} \gamma_s &= i\gamma_4 \gamma_5 \Sigma_s, \\ \sigma_{st} &= i e_{str} \Sigma_r, \\ \sigma_{4r} &= -\sigma_{s4} = i\gamma_5 \Sigma_s \quad (s, t, r = 1, 2, 3), \end{aligned} \quad (4)$$

上式中  $e_{str}$  为三阶全反对称单位张量,  $\Sigma_s = \begin{pmatrix} \sigma_s & 0 \\ 0 & \sigma_s \end{pmatrix}$ . 最后用 Wigner-Eckart 定理将核矩阵元中的磁量子数分离出去. 这样由(2)式可求  $0^+ \rightarrow 0^-$  跃迁的截面公式如下:

$$\begin{aligned} \sigma = & 4G^2 \int p_{\bar{l}} E_{\bar{l}} \frac{d\Omega_{\bar{l}}}{4\pi} \left\{ \left[ g_A^2 |\langle i\gamma_5 Y_{00} \rangle|^2 - 2g_P^2 |\langle i\gamma_4 \gamma_5 Y_{00} \rangle|^2 - \right. \right. \\ & \left. \left. - 2g_A^2 \langle i\gamma_5 Y_{00} \rangle \langle y_{01} \rangle \frac{E_{\bar{l}} - E_{\bar{\nu}}}{|\mathbf{p}|} + g_A g_P \langle i\gamma_4 \gamma_5 Y_{00} \rangle \langle y_{01} \rangle \frac{m_{\bar{l}}}{|\mathbf{p}|} \right] \times \right. \\ & \times \frac{p_{\bar{l}}}{E_{\bar{l}}} \cos \theta + g_A^2 |\langle y_{01} \rangle|^2 \left( 1 + 2 \frac{E_{\bar{\nu}}}{E_{\bar{l}}} \cos^2 \theta_1 \right) + g_A^2 |\langle i\gamma_5 Y_{00} \rangle|^2 + \\ & + 2g_P^2 |\langle i\gamma_4 \gamma_5 Y_{00} \rangle|^2 - 2g_A g_P \langle i\gamma_5 Y_{00} \rangle \langle i\gamma_4 \gamma_5 Y_{00} \rangle \frac{m_{\bar{l}}}{E_{\bar{l}}} - \\ & \left. - 2g_A^2 \langle y_{01} \rangle \langle i\gamma_5 Y_{00} \rangle \frac{E_{\bar{l}}^2 - E_{\bar{l}} E_{\bar{\nu}} - m_{\bar{l}}^2}{E_{\bar{l}} |\mathbf{p}|} - \right. \\ & \left. - g_A g_P \langle y_{01} \rangle \langle i\gamma_4 \gamma_5 Y_{00} \rangle \frac{E_{\bar{l}}}{E_{\bar{\nu}}} \frac{m_{\bar{l}}}{|\mathbf{p}|} - 2g_A^2 |\langle y_{01} \rangle|^2 \frac{E_{\bar{\nu}}}{E_{\bar{l}}} \right\}, \quad (5) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}\langle i\gamma_5 Y_{00} \rangle &= \left\langle f \left\| \sum_{k=1}^N i\gamma_5 Y_{00}(\theta_k, \varphi_k) j_0(|\mathbf{p}| r_k) \tau^{(k)} \right\| i \right\rangle, \\ \langle i\gamma_4 \gamma_5 Y_{00} \rangle &= \left\langle f \left\| \sum_{k=1}^N i\gamma_4 \gamma_5 Y_{00}(\theta_k, \varphi_k) j_0(|\mathbf{p}| r_k) \tau^{(k)} \right\| i \right\rangle, \\ \langle y_{01} \rangle &= \left\langle f \left\| \sum_{k=1}^N \sum_{\lambda=0, \pm 1} C_{11, 1-\lambda}^{00} Y_{1-\lambda}(\theta_k, \varphi_k) \Sigma_{1\lambda}^{(k)} j_1(|\mathbf{p}| r_k) \tau^{(k)} \right\| i \right\rangle; \quad (6)\end{aligned}$$

$\theta$  为  $\mathbf{p}_v$  与  $\mathbf{p}_i$  之间的夹角,  $\theta_1$  为  $\mathbf{p}_v$  与  $\mathbf{p}$  之间的夹角.

### 三、 $\tilde{\gamma} + \text{O}^{16} \rightarrow \text{N}^{16} + \begin{pmatrix} \mu^+ \\ e^+ \end{pmatrix}$ 的俘获截面

我們采用  $j-j$  耦合的壳层模型来计算(6)式中的核矩阵元. 初态和末态核的壳层结构为

$$\text{O}^{16}: (1s_{1/2})_n (1s_{1/2})_p (1p_{3/2})_n (1p_{3/2})_p (1p_{1/2})_n (1p_{1/2})_p,$$

$$\text{N}^{16}: (1s_{1/2})_n (1s_{1/2})_p (1p_{3/2})_n (1p_{3/2})_p (1p_{1/2})_n (1p_{1/2})_p (2s_{1/2})_n.$$

假设只有  $(1p_{1/2})_p$  壳层中两个核子参加跃迁, 则初态核与末态核的波函数便具有下列形式:

$$\text{o}^{16} | 0^+ \rangle = \sum_{m_1 m_2} C_{\frac{1}{2} m_1 \frac{1}{2} m_2}^{00} \psi_{11 \frac{1}{2} m_1}(1) \psi_{11 \frac{1}{2} m_2}(2)^3 \phi_1(1, 2), \quad (7)$$

$$\text{N}^{16} | 0^- \rangle = \sum_{m'_1 m'_2} C_{\frac{1}{2} m'_1 \frac{1}{2} m'_2}^{00} \psi_{11 \frac{1}{2} m'_1}(1) \psi_{20 \frac{1}{2} m'_2}(2)^3 \phi_0(1, 2), \quad (8)$$

其中

$$\psi_{nlm} = R_{nl}(r) \sum_{m_l m_s} C_{lm_l \frac{1}{2} m_s}^{jm} Y_{lm_l} \left( \frac{\mathbf{r}}{r} \right) \chi_{m_s}, \quad (9)$$

$\phi(1, 2)$  为两个核子的同位旋波函数. 径向波函数  $R_{nl}(r)$  取谐振子位阱中的波函数, 即

$$R_{nl}(r) = \sqrt{\frac{2 \left( l + \frac{3}{2} \right) \left( l + \frac{5}{2} \right) \cdots \left( l + \frac{n-l+1}{2} \right)}{\Gamma \left( l + \frac{3}{2} \right) \cdot \frac{n-l}{2}!}} \lambda^{-(l+\frac{3}{2})} r^l e^{-\frac{r^2}{2\lambda^2}} F \left( \frac{l-n}{2}, l + \frac{3}{2}, \frac{r^2}{\lambda^2} \right) \quad n \neq l, \quad (10)$$

$$R_{nl}(r) = \sqrt{\frac{2}{\Gamma \left( l + \frac{3}{2} \right)}} \lambda^{-(l+\frac{3}{2})} r^l e^{-\frac{r^2}{2\lambda^2}} \quad n = l,$$

式中  $\lambda = 1.63 \cdot 10^{-13}$  cm 为谐振子的位阱宽度,  $F$  为退化超几何函数.

对(5)式中的核矩阵元作非相对论近似, 并略去正比于核子速度平方的项, 再利用(7), (8), (9)和(10)进行计算, 最后得到

$$\begin{aligned}\langle i\gamma_5 Y_{00} \rangle &= \frac{3}{4\sqrt{\pi} m_p} e^{-\left(\frac{\lambda|\mathbf{p}|}{2}\right)^2} \frac{1}{\lambda} \left( \frac{(\lambda|\mathbf{p}|)^4}{6} + \frac{(\lambda|\mathbf{p}|)^3}{6} - \lambda|\mathbf{p}| + 4 \right), \\ \langle i\gamma_4 \gamma_5 Y_{00} \rangle &= \frac{-3}{16\sqrt{\pi} m_p} e^{-\left(\frac{\lambda|\mathbf{p}|}{2}\right)^2} |\mathbf{p}| \left( \frac{(\lambda|\mathbf{p}|)^2}{6} + \frac{\lambda|\mathbf{p}|}{3} - 1 \right), \\ \langle y_{01} \rangle &= -\frac{3}{8\sqrt{\pi}} e^{-\left(\frac{\lambda|\mathbf{p}|}{2}\right)^2} \left( \frac{(\lambda|\mathbf{p}|)^2}{6} + \frac{\lambda|\mathbf{p}|}{3} - 1 \right). \quad (11)\end{aligned}$$

为了对 (5) 式进行积分, 必须知道形状因子  $g_A$  和  $g_p$  与四維动量交换平方  $p^2$  之间的依赖关系。但是实验上<sup>[14]</sup> 比较肯定的只是对应于矢量作用项和弱磁作用项的形状因子  $g_v$  和  $g_M$  与  $p^2$  间的关系:

$$\begin{aligned} g_v(p^2) &= \phi(p^2), \\ g_M(p^2) &= (\mu_p - \mu_n)\phi(p^2) = 3, 7\phi(p^2), \\ \phi(p^2) &= \left(1 + \frac{p^2 a^2}{12}\right)^{-2}, \quad a = 0.8 \cdot 10^{-13} \text{cm}. \end{aligned} \quad (12)$$

而对  $g_A$  和  $g_p$  与  $p^2$  之间的依赖关系, 暂时还不能作任何肯定的结论。实验上仅知  $g_A(0) = -1.2$ 。此外, 根据 Goldberger<sup>[15]</sup> 等人的理论估计, 知  $g_p(m_\mu^2) = 8g_A(0)$ , 而且当  $p^2$  很小时  $g_p^2(p^2) \sim \frac{1}{p^2 + m_\pi^2}$ 。在文献[2]和[9]中都曾假定:

$$g_A(p^2) = -1.2\phi(p^2), \quad g_p(p^2) = 8g_A(p^2). \quad (13)$$

文献[9]中还作了另一种假设:

$$\begin{aligned} g_A(p^2) &= -1.2\phi(p^2), \\ g_p(p^2) &= 8g_A(0) \frac{m_\mu^2 + m_\pi^2}{p^2 + m_\pi^2} \quad (\text{对末态中的轻子为 } \mu \text{ 介子而言}). \end{aligned} \quad (14)$$

(13)和(14)这种关系, 即使在  $p^2$  较小时, 也不一定可靠, 因为没有任何理由可以认为  $g_A$  和  $g_p$  与  $p^2$  之间的关系等同于  $g_v$  和  $g_M$  与  $p^2$  之间的关系。但是如果只希望对截面值作一些比较粗略的估计, 则(13)和(14)式仍是可用的。在我们的计算中用了(13)式。

将(11)和(13)代入(5), 并用不同数值的  $E_{\bar{\nu}}$  对(5)式进行数值积分, 即可得到总截面。计算结果如图 1 所示。

此外我们还估计了赝标量作用项对  $\bar{\nu} + O^{16} \rightarrow N^{16} + \mu^+$  的俘获截面的贡献。这项贡献使截面数值减小, 减小的百分比随能量  $E_{\bar{\nu}}$  而变化:

$E_{\bar{\nu}}$	0.4BeV	0.6BeV	1BeV
$g_p$ 项的贡献(减小)	23%	9%	3%

由此可见, 赝标量作用项的贡献在能量较低时颇为显著, 但随着能量的增大迅速减小。对于反应  $\bar{\nu} + O^{16} \rightarrow N^{16} + e^+$ , 赝标量作用项的贡献甚至在能量较低时也是微不足道的, 可以将其忽略。

#### 四、结果讨论

1.  $\bar{\nu} + O^{16} \rightarrow N^{16} + \left(\begin{smallmatrix} \mu^+ \\ e^+ \end{smallmatrix}\right)$  的俘获截面在  $E_{\bar{\nu}} > 1\text{BeV}$  时只有  $\sigma \sim 10^{-39} \text{cm}^2$ , 这个数值比同样能量下  $\bar{\nu} + p \rightarrow N + \left(\begin{smallmatrix} \mu^+ \\ e^+ \end{smallmatrix}\right)$ <sup>[2,9]</sup> 的截面要小。这是由于在我们的计算中只考虑

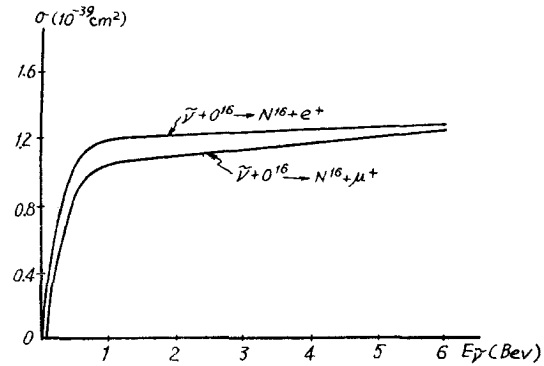


图 1  $\bar{\nu} + O^{16} \rightarrow N^{16} + \left(\begin{smallmatrix} \mu^+ \\ e^+ \end{smallmatrix}\right)$  的俘获截面与  $E_{\bar{\nu}}$  之间的依赖关系

了一个原子核末态的缘故。若将原子核所有末态的贡献加起来,看来仍能达到  $10^{-38} \text{ cm}^2$  的数量级,也许会更大些。

2. 反应  $\bar{\nu} + \text{O}^{16} \rightarrow \text{N}^{16} + \mu^+$  与  $\bar{\nu} + \text{O}^{16} \rightarrow \text{N}^{16} + e^+$  之间的差别仅在于  $\mu^+$  和  $e^+$  的质量不同,这个质量差对截面数值的影响随着  $E_{\bar{\nu}}$  的增大而减小。因此这两个反应的截面值也应随  $E_{\bar{\nu}}$  的增大而不断接近,这点可由图 1 明显地看到。

3. 实验上要获得单一能量的中微子束比较困难,通常实验中所用的中微子束都有一个连续的能量分布。在这种情况下,必须将所求得的截面对中微子能量分布进行平均。文献[16]中曾给出了当  $E_{\bar{\nu}} > 1 \text{ BeV}$  时,中微子的能量分布曲线,利用这些曲线可求得当  $E_{\bar{\nu}} > 1 \text{ BeV}$  时  $\bar{\nu}$  在  $\text{O}^{16}$  上的平均俘获截面如下:

	$L = 30\text{m}$	$L = 50\text{m}$	$L = 100\text{m}$
$\bar{\sigma}_{\mu}(10^{-39}\text{cm}^2)$	1.07	1.09	1.09
$\bar{\sigma}_e(10^{-39}\text{cm}^2)$	1.21	1.22	1.22

这里  $L$  是  $\pi$  介子源到中微子探测器之间的距离<sup>[16]</sup>;  $\sigma_{\mu}$  和  $\sigma_e$  分别代表  $\bar{\nu}$  被  $\text{O}^{16}$  俘获后放出  $\mu^+$  和  $e^+$  的截面。

4. 最后必须指出,在以上的计算和讨论中,我们实际上假定了  $\nu_{\mu}$  和  $\nu_e$  是同一种粒子。如果这两种中微子不同,则反应  $\bar{\nu} + \text{O}^{16} \rightarrow \text{N}^{16} + e^+$  被禁戒,因为高能反中微子来自  $\pi^-$  介子的衰变:

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu},$$

而在这个过程中所放出的反中微子为  $\bar{\nu}_{\mu}$ 。

作者衷心感谢数学物理后补博士 Л. Д. Блохинцев 的指导与帮助,并感谢庆承瑞同志在对结果进行讨论时提出的宝贵意见。

### 参 考 文 献

- [1] Понтекорво, Б. М., *ЖЭТФ*, **37** (1959), 1751.
- [2] Lee T. D. (李政道), Yang C. N. (杨振宁), *Phys. Rev. Lett.*, **4** (1960), 307.
- [3] Cabibbo, N., Gatto, R., *Nuovo Cim.*, **15** (1960), 304.
- [4] Schwartz, M., *Phys. Rev. Lett.*, **4** (1960), 306.
- [5] Сб. статей "физика нейтрино высоких энергий", Дубна, 1960.
- [6] Feynman, R. P., Gell-Mann M., *Phys. Rev.*, **109** (1958), 193.
- [7] Шехтер, В. М., *ЖЭТФ*, **34** (1958), 257.
- [8] Yamaguchi, Y., *Progr. Theor.*, **23** (1960), 1117.
- [9] Азимов, Я. И., Шехтер, В. М., *ЖЭТФ*, **41** (1961), 592.
- [10] Überell, H., *Phys. Rev.*, **126** (1962), 1572.
- [11] Überell, H., *Phys. Rev.*, **126** (1962), 876.
- [12] Fujii A., Primakoff H., *Nuovo Cim.*, **12** (1959), 327.
- [13] Ахиезер, А. И., Берестецкий, В. Б., *Квантовая электродинамика*, Физматгиз., 1959, гл. II.
- [14] Hofstadter, R., Bumiller, F., Yearian, M. R., *Rev. Mod. Phys.*, **30** (1958), 482.
- [15] Goldberger, M. L., Treiman, S. V., *Phys. Rev.*, **111** (1958), 354.
- [16] Барашенков, В. С., Сянь Дин-чан, *Атомная энергия*, **9** (1960), 489.

## СЕЧЕНИЕ ЗАХВАТА АНТИНЕЙТРИНО ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ НА ЯДРЕ $O^{16}$

Чэнь Хао-цин

Резюме

При помощи эффективного гамильтониана  $V-A$  варианта вычислено сечение реакции  $\bar{\nu} + O^{16} \rightarrow N^{16} + l$ . Получена кривая зависимости сечения от значений энергии налетающего антинейтрино. Расчётом показано, что при  $E_{\bar{\nu}} = 400 \text{ MeV}$  эффективный псевдоскалярный член снижает сечение  $\sigma_{\mu}$  на 23%.