

K_{13} 介子衰变*

段一士 朱重远
(兰州大学)

提 要

本文通过强作用 $K-\pi$ 中间态, 利用色散关系理论计算了 $\Gamma(K_{13}^+)/\Gamma(K_{13}^0)$, $\Gamma(K_2^0 \rightarrow \pi\mu^+\nu)/\Gamma(K_2^0 \rightarrow \pi e^+\nu)$, $\{\Gamma(K_2^0 \rightarrow \pi e^+\nu) + \Gamma(K_2^0 \rightarrow \pi e^-\nu)\}/\Gamma(K_{13}^+)$ 分支比及 K_{13}^+ 衰变中的 μ 谱, 当选择定则 $|\Delta I| = \frac{1}{2}$ 及 $\Delta S = +\Delta Q$ 被破坏, 并且 $I_{\pi} = \frac{1}{2}$ 及 $I_{\pi} = \frac{3}{2}$ 的振幅 $f^{3/2 1/2}(0)$ 及 $f^{3/2 3/2}(0)$ 不等时, 上述分支比与实验能很好符合. 在本文的理论中, 形式因子不是常数.

一、引 言

K_{13} 介子可以有以下几种衰变方式:

$$\left. \begin{aligned} K^+ &\rightarrow \pi^0 + l^+ + \nu, \\ K^- &\rightarrow \pi^0 + l^- + \bar{\nu}, \\ K_2^0 &\rightarrow \pi^+ + l^- + \bar{\nu}, \\ K_2^0 &\rightarrow \pi^- + l^+ + \nu, \\ K_1^0 &\rightarrow \pi^+ + l^- + \bar{\nu}, \\ K_1^0 &\rightarrow \pi^- + l^+ + \nu, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中 l^{\pm} 代表 e^{\pm} 或 μ^{\pm} .

最近, 对于这几种反应中前四种的分支比以及 K_{13}^+ 衰变的 μ 谱, 已经有了比较可靠的实验数据:

1. $R_1 = \Gamma(K_{13}^+)/\Gamma(K_{13}^0) = 1 \pm 0.2^{[1]}$,
2. $R_2 = \Gamma(K_2^0 \rightarrow \pi\mu^+\nu)/\Gamma(K_2^0 \rightarrow \pi e^+\nu) = 0.79 \pm 0.19^{[2]}$,
3. $R_3 = \{\Gamma(K_2^0 \rightarrow \pi e^+\nu) + \Gamma(K_2^0 \rightarrow \pi e^-\nu)\}/\Gamma(K_{13}^+) = 1 - 3^{[3]}$,
4. K_{13}^+ 衰变中的 μ 谱如图所示, 在 190 MeV 附近有一个极值.

关于 K_{13}^+ 衰变, 过去的许多理论工作都是在同位旋选择定则 $|\Delta I| = \frac{1}{2}$ 成立的基础上进行的. Mac-Dowell^[4] 利用色散关系将形式因子与 $K-\pi$ 散射相移直接联系起来, 得到了形式因子的能量关系式. Bernstein 及 Weinberg^[5] 假定弱作用向量流散度算符矩阵元的渐近行为为 $\langle \pi | \frac{\partial j_{\lambda}}{\partial x_{\lambda}} | K \rangle \equiv D(s) \rightarrow 0$ (当 $s \rightarrow \infty$ 时), 并且假定中间态 $K-\pi$ 系统中存在 s 波共振¹⁾, 计算了 K_{13}^+ 衰变的形式因子. 以后, H. Chew^[6] 作了更弱的假定: $D(s) \rightarrow$

* 1963年9月23日收到.

1) 最近已确定^[2,3]: $K-\pi$ 共振是 p 波, $I = 1/2$, 称为 K^* .

常数或 0 (当 $s \rightarrow \infty$ 时), 得到的结果与 B. W. 的结果是一致的. 上述这些作者所求得的形式因子对能量的依赖不大, 可近似地认为是常数. 利用这些理论, 计算分支比 R_1 , 结果均与实验矛盾. Acoili 及 Mac-Dowell^[7] 进一步分析了 K_{l3}^+ 衰变问题, 发现当单独考虑

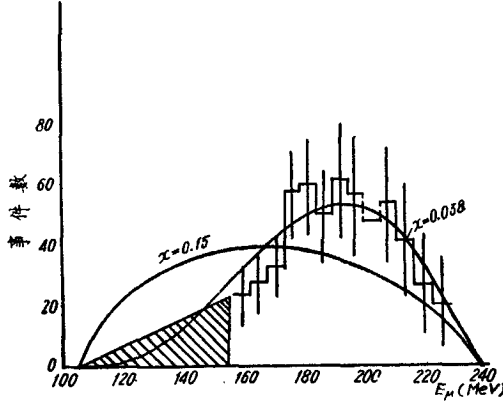


图 K_{l3}^+ 衰变的 μ 谱(在质心系中)
图中折线背景为实验数据^[8], 曲线为选择定则
 $|\Delta I| = \frac{1}{2}$ 被破坏后 x 分别等于 0.038 及
0.15 时的情况.

$|\Delta I| = \frac{1}{2}$ 或 $|\Delta I| = \frac{3}{2}$ 时, 所得的理论仍不能与实验符合.

近来, 一些实验分析^[8] 指出, 在 $\Delta S \approx 0$ 的衰变作用过程中, 同位旋 $|\Delta I| = \frac{1}{2}$ 及 $\Delta S = +\Delta Q$ 定则有可能被破坏.

不久以前, H. Chew^[10] 假定 $|\Delta I| = \frac{1}{2}$ 定则被破坏, 用 R_1 的实验值粗略地估计了两个同位旋振幅 $f_+^{1/2}(0)$ 及 $f_-^{1/2}(0)$ 的比值. 但是, 正如该工作所指出的, 运用这个比值在解释 R_3 时遇到了困难, 并且对 R_2 未做具体估计.

本文在假定选择定则 $|\Delta I| = \frac{1}{2}$ 和 $\Delta S = +\Delta Q$ 被破坏的前提下, 利用色散关系理论, 通过强作用 $K-\pi$ 中间态, 考虑到 $K-\pi$ 系统在 $J=1, I=\frac{1}{2}$ 态的共振行为(即 K^*), 计算了 K_{l3} 衰变的形式因子. 这个形式因子与以前的工作不同, 它对于系统的能量有明显的依赖关系, 当 $I_x = \frac{3}{2}$ 及 $I_x = \frac{1}{2}$ 的振幅 $f_+^{3/2}(0)$ 及 $f_-^{3/2}(0)$ 不等时, 计算出 K_{l3} 衰变的分支比 R_1, R_2, R_3 和 K_{l3}^+ 衰变的 μ 谱能够与目前实验很好符合.

二、 K_{l3} 衰变形式因子的色散关系

根据弱相互作用的一般理论, K_{l3} 衰变的矩阵元可写为

$$\langle \text{out } \pi l \nu | K \text{ in} \rangle = -i \langle \pi | j_\rho(0) | K \rangle \bar{u} \gamma_\rho (1 + \gamma_5) v (2\pi)^4 \delta(p_K - p_\pi - p_l - p_\nu), \quad (2)$$

其中 j_ρ 代表弱作用向量流, 它的矩阵元由两个形式因子 $f_\pm(s)$ 决定:

$$\langle \pi | j_\rho(0) | K \rangle = -(4E_K E_\pi)^{-1/2} \left\{ \frac{1}{2} f_+(s) (p_K + p_\pi)_\rho + \frac{1}{2} f_-(s) (p_K - p_\pi)_\rho \right\}. \quad (3)$$

其中 $s = -(p_K - p_\pi)^2$.

对 K_{l3} 衰变, s 的物理区域为

$$m_l^2 \leq s \leq (m_K - m_\pi)^2.$$

由(2)式及(3)式, 运用通常的方法, 可以计算出 K_{l3} 衰变的 π 谱为

$$\frac{d\Gamma(E_\pi)}{dE_\pi} = \frac{m_K}{(2\pi)^3} \frac{\sqrt{s^2 - 2\alpha s + \beta^2}}{(2m_K)^3} \cdot (s - m_l^2)^2 \times \\ \times \left\{ \frac{f_+^2}{s^3} \left[\frac{4}{3} s^3 + \left(-\frac{8}{3} \alpha + \frac{2}{3} m_l^2 \right) s^2 + \left(\frac{4}{3} \beta^2 - \frac{4}{3} \alpha m_l^2 \right) s + \frac{8}{3} \beta^2 m_l^2 \right] + \right.$$

$$+ f_+ f_- \left\{ \frac{4\beta m_l^2}{s^2} + f_-^2 \frac{2m_l^2}{s} \right\}, \quad (4)$$

其中 $\alpha = m_K^2 + m_\pi^2$, $\beta = m_K^2 - m_\pi^2$. 如将上式对 E_π 积分, 则可进一步研究分支比问题, 它与形式因子 $f_\pm(s)$ 有直接的依赖关系.

在 $K-\pi$ 质心系中, (3)式可以改写为^[6]

$$\langle \pi | j_\rho(0) | K \rangle = -(4E_K E_\pi)^{-1/2} \begin{cases} f_1(s) p_{K\rho} & \rho = 1, 2, 3, \\ f_0(s) s^{1/2} & \rho = 0. \end{cases} \quad (5)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} f_0(s) &= \frac{m_K^2 - m_\pi^2}{2s} f_+(s) + \frac{1}{2} f_-(s), \\ f_1(s) &= f_+(s). \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

假定向量流散度算符的矩阵元有下列的渐近行为:

$$\left\langle \pi \left| \frac{\partial j_\lambda}{\partial x_\lambda} \right| K \right\rangle \equiv D(s) \rightarrow 0 \text{ 或常数} \quad (\text{当 } s \rightarrow \infty), \quad (7)$$

由此可得

$$D(s) \equiv -i(4E_K E_\pi)^{-1/2} f_0(s) s \rightarrow \text{常数或 } 0, \quad (8)$$

所以

$$f_0(s) \rightarrow 0 \quad (\text{当 } s \rightarrow \infty), \quad (9)$$

此外, 根据 K_{l3}^+ 衰变几率不为零的事实可知^[6],

$$f_+(0) \neq 0. \quad (10)$$

为了建立形式因子的色散关系, 我们考虑 $K + \pi \rightarrow l + \nu$ 反应的矩阵元:

$$\langle \text{out } l\nu | K\pi \text{ in} \rangle = -i \langle 0 | j_\rho(0) | K\pi \text{ in} \rangle \bar{u} \gamma_\rho (1 + \gamma_5) \nu (2\pi)^4 \delta(p_K + p_\pi - p_l - p_\nu), \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \langle 0 | j_\rho(0) | K\pi \text{ in} \rangle &= -(4E_K E_\pi)^{-1/2} \left\{ \frac{1}{2} f_+(s) (p_K - p_\pi)_\rho + \frac{1}{2} f_-(s) (p_K + p_\pi)_\rho \right\} \\ &= -(4E_K E_\pi)^{-1/2} \begin{cases} f_0(s) s^{1/2} & \rho = 0, \\ f_1(s) p_{K\rho} & \rho = 1, 2, 3, \end{cases} \end{aligned} \quad (12)$$

其中 $s = -(p_K + p_\pi)^2$; $f_0(s)$ 及 $f_1(s)$ 的定义与(6)式同, 是(6)式的解析延拓, 它们还分别为 s 波及 p 波散射振幅.

根据(6)式, (9)式及(10)式(注意当 $s \rightarrow 0$ 时, $f_0(s)$ 有一极点项)可以写出 $f_0(s)$ 的非削减色散关系以及 $f_1(s)$ 的一次削减色散关系:

$$f_0(s) = \frac{m_K^2 - m_\pi^2}{2s} f_+(0) + \frac{1}{\pi} \int_{(m_K + m_\pi)^2}^{\infty} ds' \frac{\text{Im } f_0(s')}{s' - s - i\varepsilon}. \quad (13)$$

$$f_1(s) = f_+(0) + \frac{s}{\pi} \int_{(m_K + m_\pi)^2}^{\infty} ds' \frac{\text{Im } f_1(s')}{s'(s' - s - i\varepsilon)}. \quad (14)$$

由一般 in, out 表象理论可知,

$$\langle \text{out } l\nu | K\pi \text{ in} \rangle = G_\rho \frac{i}{\sqrt{2E_\pi}} \frac{1}{2} \int (d^4 y) e^{i p_\nu y} \theta(-y_0) \langle 0 | [j_\rho(0), j_\pi(y)]_- | K \rangle, \quad (15)$$

其中

$$G_\rho = -i(2\pi)^4 \bar{u} \gamma_\rho (1 + \gamma_5) \nu \delta(p_K + p_\pi - p_l - p_\nu). \quad (16)$$

令(15)式的吸收部分为 A , 引入中間态, 经过位移变换后可以得到

$$A = G_\rho \frac{(2\pi)^4}{2\sqrt{2E_\pi}} \sum_{(n)} \{ \langle 0 | j_\rho(0) | n \rangle \langle n | j_\pi(0) | K \rangle \delta(p_K + p_\pi - p_n) - \langle 0 | j_\pi(0) | n \rangle \langle n | j_\rho(0) | K \rangle \delta(p_\pi + p_n) \}. \quad (17)$$

由守恒定律及 δ 函数的要求可知, 上式中后一项的中間态只可能为单 π 介子态, 但因 $\langle 0 | j_\pi(0) | \pi \rangle = 0$, 故此項无贡献。对于前一项可能的中間态为 $K-\pi$, $\Lambda-\tilde{N}$, \dots 等。如略去高质量态的贡献¹⁾, 仅考虑 $K-\pi$ 中間态, 則第一项后一矩陣元 $\langle \text{in } K\pi | j_\pi(0) | K \rangle$ 与 $K-\pi$ 散射振幅有直接关系, 而前一矩陣元 $G_\rho \langle 0 | j_\rho(0) | K\pi \text{ in} \rangle$ 恰好是 $K + \pi \rightarrow l + \nu$ 的矩陣元。运用这些結果, 完成对中間态动量积分后, 不难得到

$$\left. \begin{aligned} \text{Im } f_0(s) &= f_0(s) e^{-i\delta_0(s)} \sin \delta_0(s), \\ \text{Im } f_1(s) &= f_1(s) e^{-i\delta_1(s)} \sin \delta_1(s), \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

其中 $\delta_0(s)$ 和 $\delta_1(s)$ 分别为 s 波和 p 波 $K-\pi$ 散射相移。对于具有多种同位旋幅度的情况, 完全可以用类似方法証明, 每种同位旋幅度的形式因子相角相应于該种同位旋系統的 $K-\pi$ 散射相移。

将(18)式代入(13), (14)式后可得

$$\left. \begin{aligned} f_0(s) &= \frac{m_K^2 - m_\pi^2}{2s} f_+(0) + \frac{1}{\pi} \int_{(m_K+m_\pi)^2}^{\infty} ds' \frac{e^{-i\delta_0(s')} \sin \delta_0(s') f_0(s')}{s' - s - i\epsilon}, \\ f_1(s) &= f_+(0) + \frac{s}{\pi} \int_{(m_K+m_\pi)^2}^{\infty} ds' \frac{e^{-i\delta_1(s')} \sin \delta_1(s') f_1(s')}{s'(s' - s - i\epsilon)}. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

这是典型的 Omnes 型积分方程, 其解为

$$\left. \begin{aligned} f_0(s) &= \frac{m_K^2 - m_\pi^2}{2s} f_+(0) \exp \left\{ \frac{s}{\pi} \int_{(m_K+m_\pi)^2}^{\infty} ds' \frac{\delta_0(s')}{s'(s' - s - i\epsilon)} \right\}, \\ f_1(s) &= f_+(0) \exp \left\{ \frac{s}{\pi} \int_{(m_K+m_\pi)^2}^{\infty} ds' \frac{\delta_1(s')}{s'(s' - s - i\epsilon)} \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

三、在 $|\Delta I| = 1/2$ 及 $\Delta S = +\Delta Q$ 定則被破坏情况下的形式因子

利用上节 $f_0(s)$ 及 $f_1(s)$ 的表达式(20)式, 作者曾考虑了在 $|\Delta I| = \frac{1}{2}$ 成立时, 前人未考虑过的其他情况。一种情况是中間态 $K-\pi$ 共振 K^* 的自旋为 1, 同时考虑无共振的 s 波 $K-\pi$ 散射相移修正; 另一种情况是存在两种 $K-\pi$ 共振 K^* 粒子, 它們的自旋分别为 0 和 1²⁾。在这两种情况下計算所得分支比 R_1 仍与实验相矛盾。再联系到引言中所提到的許多工作, 可以看出, 在 $|\Delta I| = \frac{1}{2}$ 定則下, 各种可能情况均不能解释 K_{13} 介子衰变的实验, 因此, 我們有理由怀疑 $|\Delta I| = \frac{1}{2}$ 定則对 K_{13} 衰变反应的正确性。順便指出, 有疑迹^[8]說明, 同位旋选择定則 $|\Delta I| = \frac{1}{2}$ 对于其他 $\Delta S \neq 0$ 的衰变过程也有可能被破坏。本节我

1) 高质量态的贡献比 $K-\pi$ 中間态要小很多, 例如 $\Lambda-\tilde{N}$ 态将只贡献一个相对大小为 $\frac{(m_K + m_\pi)^2}{(m_\Lambda + m_{\tilde{N}})^2}$ 的因子。

2) 最近有一些实验表明^[11], $K-\pi$ 系統有可能存在两个共振峯, 一个是 K^* , 其共振点在 880 MeV 处, 另一个共振点在 730 MeV 处。

們將研究 $|\Delta I| = \frac{1}{2}$ 及 $\Delta S = +\Delta Q$ 定則被破坏后的情况.

在 $|\Delta I| = \frac{1}{2}$ 及 $\Delta S = +\Delta Q$ 定則未被破坏的情况,形式因子仅与 $I = \frac{1}{2}$, $I_z = \frac{1}{2}$ 的同位旋振幅 $f_+^{\frac{1}{2}}(s)$ 有关,在这些定則破坏后, $f_{\pm}(s)$ 应该是不同同位旋振幅的迭加. 利用 Clebsh-Gordon 系数,不难求得 K_{13}^+ 及 K_2^0 的形式因子 $f_{\pm}(s)$ 和同位旋振幅之間的关系.

1. K_{13}^+ 衰变的形式因子

$$f_{\pm}(s) = \sqrt{\frac{2}{3}} f_{\pm}^{\frac{3}{2}}(s) - \sqrt{\frac{1}{3}} f_{\pm}^{\frac{1}{2}}(s), \quad (21)$$

其中在 $f_{\pm}^{I_z}(s)$ 里, I 是同位旋指标, I_z 是第三分量.

最近实验指出, $K-\pi$ 散射的 K^* 共振态为 $J = 1$, $I = \frac{1}{2}$, 而其他态尚未确定有共振行为. 因此,在忽略 K^* 谱宽的情况¹⁾, 可令相移^[6]为

$\delta_1^{\frac{1}{2}} = \pi\theta(s - M_{K^*}^2)$; $\delta_0^{\frac{1}{2}} = 0$; $\delta_2^{\frac{3}{2}} = 0$ ($J = 0, 1$; $I_z = \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$); 这里 $\delta_j^{I_z}$ 代表同位旋为 I , 第三分量为 I_z , 角动量为 J 的 $K-\pi$ 系統散射相移.

将 $\delta_j^{I_z}$ 代入(20)式可得

$$\left. \begin{aligned} f_0^{\frac{1}{2}}(s) &= \frac{m_K^2 - m_{\pi}^2}{2s} f_+^{\frac{1}{2}}(0), \quad \left(I = \frac{3}{2}, \frac{1}{2} \right) \\ f_1^{\frac{1}{2}}(s) &= \frac{M_{K^*}^2}{M_{K^*}^2 - s} f_+^{\frac{1}{2}}(0), \\ f_1^{\frac{3}{2}}(s) &= f_+^{\frac{3}{2}}(0). \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

由此,根据(6)式可得

$$\left. \begin{aligned} f_+^{\frac{1}{2}}(s) &= \frac{M_{K^*}^2}{M_{K^*}^2 - s} f_+^{\frac{1}{2}}(0), \\ f_+^{\frac{3}{2}}(s) &= -\frac{m_K^2 - m_{\pi}^2}{M_{K^*}^2 - s} f_+^{\frac{1}{2}}(0), \\ f_+^{\frac{3}{2}}(s) &= f_+^{\frac{3}{2}}(0), \\ f_+^{\frac{3}{2}}(s) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

将(23)式代入(21)式可以得到

$$\left. \begin{aligned} f_+(s) &= \sqrt{\frac{1}{3}} f_+^{\frac{1}{2}}(0) \left[\sqrt{2} \rho - \frac{M_{K^*}^2}{M_{K^*}^2 - s} \right], \\ f_-(s) &= -\sqrt{\frac{1}{3}} f_+^{\frac{1}{2}}(0) \left[\frac{m_K^2 - m_{\pi}^2}{M_{K^*}^2 - s} \right], \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

其中

$$\rho = f_+^{\frac{3}{2}}(0)/f_+^{\frac{1}{2}}(0). \quad (25)$$

1) 文献[7]曾估计过谱宽的影响,结果很小.

2. K_2^0 衰变的形式因子

在考虑 K_2^0 衰变的形式因子时, 根据正反粒子的对称性质, 将各振幅均换到奇异量子数为 +1 的系统中. 与求 K_2^+ 衰变的形式因子所用的方法相同, 可计算出 K^0 及 \tilde{K}^0 衰变的形式因子:

对 $K^0 \rightarrow \pi^+ + l^- + \bar{\nu}$ 反应:

$$f_{\pm}(s) = f_{\pm}^{\frac{3}{2}\frac{3}{2}}(0). \quad (26)$$

对 $\tilde{K}^0 \rightarrow \pi^+ + l^- + \bar{\nu}$ 反应:

$$f_{\pm}(s) = \sqrt{\frac{1}{3}} f_{\pm}^{\frac{3}{2}\frac{1}{2}}(s) + \sqrt{\frac{2}{3}} f_{\pm}^{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(s). \quad (27)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} f_{+}^{\frac{3}{2}\frac{3}{2}}(s) &= f_{+}^{\frac{3}{2}\frac{3}{2}}(0), \\ f_{-}^{\frac{3}{2}\frac{3}{2}}(s) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

利用 $K_2^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(K^0 - \tilde{K}^0)$, 可求得 $K_2^0 \rightarrow \pi^+ + l^- + \bar{\nu}$ 的形式因子:

$$f_{\pm}(s) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ f_{\pm}^{\frac{3}{2}\frac{3}{2}}(s) - \sqrt{\frac{1}{3}} f_{\pm}^{\frac{3}{2}\frac{1}{2}}(s) - \sqrt{\frac{2}{3}} f_{\pm}^{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(s) \right\}. \quad (29)$$

将(23)及(28)式代入上式后可有:

$$\left. \begin{aligned} f_{+}(s) &= \frac{1}{\sqrt{3}} f_{+}^{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(0) \left\{ \sqrt{\frac{3}{2}} \omega - \sqrt{\frac{1}{2}} \rho - 1 - \frac{s}{M_{K^*}^2 - s} \right\}, \\ f_{-}(s) &= \frac{1}{\sqrt{3}} f_{+}^{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(0) \left\{ -\frac{m_K^2 - m_{\pi}^2}{M_{K^*}^2 - s} \right\}, \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

其中

$$\omega = f_{+}^{\frac{3}{2}\frac{3}{2}}(0) / f_{+}^{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(0). \quad (31)$$

不难知道, 对 $K_2^0 \rightarrow \pi^- + l^+ + \nu$ 反应, 有同样的形式因子.

四、 K_2^+ 衰变的各种分支比及 $K_{\mu 3}^+$ 衰变中的 μ 谱

由上节导出的形式因子表达式(24)及(30)式可知, K_2^+ 及 K_2^0 衰变的形式因子都可改写为

$$\left. \begin{aligned} f_{+}(s) &= \sqrt{\frac{1}{3}} f_{+}^{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(0) \left[\mathcal{F} - \frac{s}{M_{K^*}^2 - s} \right], \\ f_{-}(s) &= \sqrt{\frac{1}{3}} f_{+}^{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(0) \left[-\frac{m_K^2 - m_{\pi}^2}{M_{K^*}^2 - s} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \text{对 } K_2^+ \text{ 衰变: } \mathcal{F} &= x = \sqrt{2} \rho - 1, \\ \text{对 } K_2^0 \text{ 衰变: } \mathcal{F} &= y = \sqrt{\frac{3}{2}} \omega - \sqrt{\frac{1}{2}} \rho - 1. \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

将(32)式代入(4)式, 对 E_{π} 进行积分, 注意到对于 K_2^+ 衰变过程 $s \leq (m_K - m_{\pi})^2 \ll M_{K^*}^2$,

略去各项中相对大小为 s^2/M_K^{4*} 以上的项以后, 可计算出 K_{13} 衰变几率的普遍公式为

$$\Gamma = \frac{m_K}{(2\pi)^3 12(2m_K)^4} |f_{\pm}^{\frac{1}{2}}(0)|^2 \{A_1 \mathcal{F}^2 + A_2 \mathcal{F} + A_3\}, \quad (34)$$

其中 A_i 为 m_K, m_π, m_l 和 M_K^* 的函数 (见附录 I).

将质量的实验值代入后进行数值计算, 结果得到

$$\Gamma(K_{\mu 3}^+) = \frac{m_K m_e^8 \times 10^{22}}{(2\pi)^3 12(2m_K)^4} |f_{\pm}^{\frac{1}{2}}(0)|^2 \{9.5 \mathcal{F}^2 - 0.63 \mathcal{F} + 0.035\}, \quad (35)$$

$$\Gamma(K_{e 3}^+) = \frac{m_K m_e^8 \times 10^{22}}{(2\pi)^3 12(2m_K)^4} |f_{\pm}^{\frac{1}{2}}(0)|^2 \{14.6 \mathcal{F}^2 - 1.37 \mathcal{F} + 0.012\}. \quad (36)$$

对于 K_{13}^+ 衰变及 K_2^0 衰变, 上式中 \mathcal{F} 不同.

各种分支比与实验比较如下.

由实验值 $R_1 = 1 \pm 0.2$ 及 (35), (36) 式可定出 x 的可能范围为

$$\left. \begin{array}{l} \text{(I)} \quad 0.014 \leq x \leq 0.04, \\ \text{(II)} \quad 0.09 \leq x \leq 0.2. \end{array} \right\} \quad (37)$$

但由本节后面所得到的 $K_{\mu 3}^+$ 的 μ 谱理论公式与实验比较可知, x 只有取范围 (I) 的值才与 μ 谱实验符合, 而范围 (II) 的值为非物理解, 故以后我们不再考虑 x 在范围 (II) 的情况.

又由实验值 $R_2 = 0.79 \pm 0.19$ 可定出 y 的可能范围为:

$$\left. \begin{array}{l} \text{(I)} \quad -0.018 \leq y \leq 0.026, \\ \text{(II)} \quad y > 0.12, \\ \text{(III)} \quad y < -0.27. \end{array} \right\} \quad (38)$$

如利用 x 的 (I) 范围及 (38) 式的 y 值来计算 R_3 , 对 (38) 式的 (I) 值可计算出

$$\left. \begin{array}{l} \text{(I)} \quad 1.4 \lesssim R_3 \lesssim 8; \\ \text{对(38)的(II)值可计算出} \\ \text{(II)} \quad R_3 \gtrsim 9.6; \\ \text{对(38)的(III)值, 可计算出} \\ \text{(III)} \quad R_3 \gtrsim 85. \end{array} \right\} \quad (39)$$

与实验比较可知, (39) 式 (I) 的 R_3 分支比能与实验符合, 而 (II), (III) 为非物理解. 因此本文排除了 H. Chew 的工作中所遇到的困难.

由上述 x 和 y 的物理解及 (33) 式, 可计算出:

$$\left. \begin{array}{l} \rho \approx 0.71 - 0.73, \\ \omega \approx 1.22 - 1.25. \end{array} \right\} \quad (40)$$

由此可以看出, $\omega \approx \rho \approx 0$, 即 $f_{\pm}^{\frac{3}{2}}(0) \approx f_{\pm}^{\frac{3}{2}}(0) \approx 0$; $f_{\pm}^{\frac{3}{2}} \approx 0$ 意味着 $|\Delta I| = \frac{1}{2}$ 定则被破坏, 而 $f_{\pm}^{\frac{3}{2}}(0) \approx 0$ 又意味着 $\Delta S = +\Delta Q$ 定则被破坏. $\omega \approx \rho$ 是可能的, 这并不与强作用的电荷无关性相抵触, 因为 $f_{\pm}(s)$ 本身包含了弱作用贡献, 而在弱作用中, 电荷无关性是不一定成立的.

下面我们计算 $K_{\mu 3}^+$ 衰变中的 μ 谱. 在一般情况下, 如果形式因子 $f_{\pm}(s)$ 为 s 的函数, 计算 $K_{\mu 3}^+$ 的 μ 谱时会遇到很大的数学困难, 我们采用了 Bermann 提出的协变积分技术^[9] (co-invariant intergration technique) 使运算过程大为简化. 在质心系统中, 对 $K_{\mu 3}^+$ 衰变的

μ 譜, 計算結果为

$$\frac{d\Gamma(E_\mu)}{dE_\mu} = \frac{1}{2m_K^2(2\pi)^3} \sum_{i=1}^6 C_i F_i, \quad (41)$$

其中 C_i, F_i 为 K, π, l, K^* 粒子质量的函数(見附录 II).

經過繁瑣的数值計算, 我們画出了 x 在(I)范围及(II)范围内的 μ 譜曲綫. 可以看出, 对于 x 的(I)范围, μ 譜的极大值在 $E_\mu \sim 190 \text{ MeV}$ 附近, 曲綫与实验相当良好地符合. 对 x 的(II)值范围, μ 譜极大在 $E_\mu \sim 160 \text{ MeV}$ 附近, 与实验完全不符. 因此, 該值可认为是 x 的二次方程的非物理解.

从以上各节的討論, 我們可以得出如下的結論: 在 $|\Delta I| = \frac{1}{2}$ 定則之下, 考虑 $K-\pi$ 中間态, 不能解释 $K_{\mu 3}^+$ 衰变实验. 在 $|\Delta I| = \frac{1}{2}$ 及 $\Delta S = +\Delta Q$ 定則破坏的情况下, 根据我們的分析, 如果取

$$\begin{aligned} f_{\frac{3}{2}^+}^{\frac{1}{2}}(0)/f_{\frac{1}{2}^+}^{\frac{1}{2}}(0) &\approx 0.71-0.73, \\ f_{\frac{3}{2}^+}^{\frac{3}{2}}(0)/f_{\frac{1}{2}^+}^{\frac{1}{2}}(0) &\approx 1.22-1.25, \end{aligned}$$

則能很好地全面解释 $K_{\mu 3}$ 介子衰变的最近的实验数据: $\Gamma(K_{\mu 3}^+)/\Gamma(K_{\mu 3}^+)$, $\Gamma(K_2^0 \rightarrow \pi\mu^+\nu)/\Gamma(K_2^0 \rightarrow \pi e^+\nu)$, $\{\Gamma(K_2^0 \rightarrow \pi e^+\nu) + \Gamma(K_2^0 \rightarrow \pi e^-\nu)\}/\Gamma(K_{\mu 3}^+)$ 分支比及 $K_{\mu 3}^+$ 衰变中的 μ 譜. 最后, 我們还指出, 如果 $K_{\mu 3}^+$ 衰变中 μ 介子的极化譜能很好地确定, 則可进一步验证我們的理論.

在本文付印期間, 我們看到了 Dennery 和 Primakoff 等人的工作^[13], 虽然在該工作中的具体計算和我們不完全相同, 但总的观点大体和我們是一致的. 該文对 $K_{\mu 3}^+$ 的 μ 譜沒有具体給出.

附 录 I

$K_{\mu 3}$ 衰变几率公式(34)式中 A_i 的表达式如下:

$$\begin{aligned} A_1 &= B_1, \\ A_2 &= -2B_2 - 2B_3 - 2B_4 + B_5 + B_6, \\ A_3 &= B_3 + 2B_4 - \frac{1}{2}B_6 - B_7, \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} B_1 &= \sqrt{R_{\max}} \left(\frac{1}{3} m_l^2 R_{\max} + \frac{1}{3} \alpha R_{\max} + \frac{3}{2} \alpha^2 m_l^2 - \frac{1}{2} \alpha^3 - \frac{19}{6} \beta^2 m_l^2 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \alpha \beta^2 - \frac{2}{3} m_l^6 - \frac{11}{3} \alpha m_l^4 \right) + \beta N_1 (2\beta m_l^6 + 4\alpha \beta m_l^4) + \\ &\quad + N_2 (2\alpha^2 m_K^2 m_\pi^2 - 2\beta^2 m_K^2 m_\pi^2 - 4\alpha m_K^2 m_\pi^2 m_l^2 - 2\alpha m_l^6 - 4\beta^2 m_l^4), \\ B_2 &= \frac{1}{M_{K^*}^2} \left\{ \sqrt{R_{\max}} \left(\frac{1}{3} \alpha^2 - \frac{4}{15} \beta^2 - \frac{3}{10} \alpha m_l^2 + \frac{7}{30} m_l^4 \right) + \sqrt{R_{\max}} \left(\frac{\alpha - m_l^2}{2} b_2 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{4}{3} \beta^2 m_l^4 + \frac{4}{3} \alpha m_l^6 + \frac{8}{3} \beta^2 m_l^4 \right) + \beta^2 N_1 (-4\beta^2 m_l^4 - 4\alpha m_l^6) + \right. \end{aligned}$$

$$+ N_2 \left[-2m_K^2 m_\pi^2 b_2 + 4\alpha\beta^2 m_i^4 + \frac{4}{3} \alpha^2 m_i^6 + \frac{8}{3} \beta^2 m_i^6 \right] \Big\},$$

$$b_2 = -\alpha^3 + \alpha\beta^2 + \frac{3}{2} \alpha^2 m_i^2 + \frac{1}{2} \beta^2 m_i^2 + \frac{2}{3} m_i^6,$$

$$B_3 = \frac{1}{M_K^{4*}} \left[\sqrt{R_{\max}^3} \left(\frac{7}{18} \alpha^3 - \frac{11}{30} \alpha\beta^2 - \frac{4}{15} \alpha^2 m_i^2 - \frac{13}{30} \beta^2 m_i^2 - \frac{1}{6} \alpha m_i^4 - \frac{2}{45} m_i^6 \right) + \sqrt{R_{\max}} \left(\frac{\alpha - m_i^2}{2} b_3 - \frac{8}{3} \beta^2 m_i^6 \right) + \frac{8}{3} \beta^2 m_i^6 N_1 + N_2 \left(-2m_K^2 m_\pi^2 b_3 - \frac{8}{3} \alpha\beta^2 m_i^6 \right) \right],$$

$$b_3 = -\frac{7}{6} \alpha^4 + \frac{4}{3} \alpha^2 \beta^2 - \frac{1}{6} \beta^4 + \frac{3}{2} \alpha^3 m_i^2 + \frac{1}{2} \alpha\beta^2 m_i^2 - 4\beta^2 m_i^4 - \frac{2}{3} \alpha m_i^6,$$

$$B_4 = \frac{1}{M_K^{6*}} \left[\sqrt{R_{\max}^3} \left(\frac{1}{2} \alpha^4 + \frac{8}{105} \beta^4 - \frac{17}{30} \alpha^2 \beta^2 - \frac{17}{60} \alpha^3 m_i^2 - \frac{233}{420} \alpha\beta^2 m_i^2 - \frac{5}{28} \alpha^2 m_i^4 + \frac{307}{420} \beta^2 m_i^4 + \frac{13}{210} \alpha m_i^6 - \frac{1}{42} m_i^8 \right) + \sqrt{R_{\max}} \frac{\alpha - m_i^2}{2} b_4 + N_2 (-2m_K^2 m_\pi^2 b_4), \right]$$

$$b_4 = -\frac{3}{2} \alpha^5 + 2\alpha^3 \beta^2 - \frac{1}{2} \alpha\beta^4 + \frac{7}{4} \alpha^4 m_i^2 + \frac{1}{2} \alpha^2 \beta^2 m_i^2 - \frac{1}{4} \beta^4 m_i^2 - 4\alpha\beta^2 m_i^4 - \frac{1}{2} \alpha^2 m_i^6 + \frac{15}{6} \beta^2 m_i^6,$$

$$B_5 = \frac{4\beta^2 m_i^2}{M_K^{4*}} \left\{ \sqrt{R_{\max}} \left(\frac{1}{2} \alpha + \frac{5}{2} m_i^2 \right) + N_1 (-2\beta^2 m_i^2 - \alpha m_i^4) + N_2 (2\alpha m_i^2 + m_i^4 - 2m_K^2 m_\pi^2) \right\},$$

$$B_6 = \frac{4\beta^2 m_i^2}{M_K^{4*}} \left\{ \sqrt{R_{\max}} \left(\frac{1}{2} \alpha^2 - \frac{1}{3} R_{\max} - \frac{3}{2} \alpha m_i^2 \right) + \beta^2 m_i^4 N_1 + N_2 (-2\alpha m_K^2 m_\pi^2 + 4m_K^2 m_\pi^2 m_i^2 - \alpha m_i^4) \right\},$$

$$B_7 = \frac{4\beta^2 m_i^2}{M_K^{6*}} \left\{ \sqrt{R_{\max}} \left(-\frac{5}{12} \alpha R_{\max} + \frac{5}{12} m_i^2 R_{\max} + \frac{5}{8} \alpha^3 - \frac{13}{8} \alpha^2 m_i^2 - \frac{1}{8} \alpha\beta^2 + \frac{1}{8} \beta^2 m_i^2 + \frac{3}{2} \alpha m_i^4 - m_i^6 \right) - 2m_K^2 m_\pi^2 N_2 \left(\frac{5}{4} \alpha^2 - \frac{1}{4} \beta^2 - 2\alpha m_i^2 + m_i^4 \right) \right\},$$

$$\alpha = m_K^2 + m_\pi^2,$$

$$\beta = m_K^2 - m_\pi^2,$$

$$R_{\max} = (2m_K |P_\star|_{\max})^2 = (m_K^2 + m_\pi^2 - m_i^2)^2 - 4m_K^2 m_\pi^2,$$

$$N_1 = \int_{m_i^2}^{(m_K - m_\pi)^2} ds / \sqrt{s^2 - 2\alpha s + \beta^2} \cdot s = \frac{1}{\beta} \ln \frac{\beta \sqrt{R_{\max}} + \alpha^2 - \alpha m_i^2 - 4m_K^2 m_\pi^2}{2m_K m_\pi m_i^2},$$

$$N_2 = \int_{m_1^2}^{(m_K - m_\pi)^2} ds / \sqrt{s^2 - 2\alpha s + \beta^2} = \ln \frac{2m_K m_\pi}{\alpha - m_1^2 - \sqrt{R_{\max}}}$$

附 录 II

$K_{\mu 3}^+$ 的 μ 谱公式(41)中的 C_i 及 F_i 如下:

$$C_1 = -\frac{1}{4} m_\mu^4 - m_K^4 - m_K^2 m_\pi^2 - \frac{3}{4} m_K^2 m_\mu^2 + \frac{1}{4} m_\pi^2 m_\mu^2 + \\ + (2m_K m_\mu^2 + 4m_K^3) E_\mu - 4m_K^2 E_\mu^2,$$

$$C_2 = \left(2m_K^2 + \frac{3}{2} m_\mu^2\right) - 4m_K E_\mu,$$

$$C_3 = m_\mu^2 \left(\frac{3}{2} m_K^2 + \frac{1}{2} m_\mu^2 - \frac{1}{2} m_\pi^2\right) - 2m_K m_\mu^2 E_\mu,$$

$$C_4 = -m_\mu^2,$$

$$C_5 = \frac{1}{4} m_\mu^2 (m_K^2 + m_\pi^2 - m_\mu^2),$$

$$C_6 = -\frac{1}{2} m_\mu^2,$$

$$F_1 = 2J_1 \rho^2 - \sqrt{2} \rho M_K^2 J_2 - \frac{1}{2} M_K^4 J_3,$$

$$F_2 = J_4 \rho^2 + \left[-\sqrt{2} M_K^2 J_1 + \frac{\sqrt{2}}{2} M_K^2 (M_K^2 - m_K^2 - m_\pi^2)\right] \rho + \\ + \left[\frac{1}{4} M_K^4 J_2 + \frac{1}{4} M_K^4 (M_K^2 - m_K^2 - m_\pi^2) J_3\right],$$

$$F_3 = \frac{\sqrt{2}}{2} (m_K^2 - m_\pi^2) J_2 \rho + \frac{1}{2} M_K^2 (m_K^2 - m_\pi^2) J_3,$$

$$F_4 = \left[\frac{\sqrt{2}}{2} (m_K^2 - m_\pi^2) J_1 - \frac{\sqrt{2}}{4} (m_K^2 - m_\pi^2) (M_K^2 - m_K^2 - m_\pi^2)\right] \rho - \\ - \frac{1}{4} M_K^2 (m_K^2 - m_\pi^2) J_2 - \frac{1}{4} M_K^2 (m_K^2 - m_\pi^2) (M_K^2 - m_K^2 - m_\pi^2) J_3,$$

$$F_5 = -\frac{1}{2} (m_K^2 - m_\pi^2)^2 J_3,$$

$$F_6 = \frac{1}{4} (m_K^2 - m_\pi^2)^2 J_2 + \frac{1}{4} (m_K^2 - m_\pi^2)^2 (M_K^2 - m_K^2 - m_\pi^2) J_3,$$

$$J_1 = \beta_2 - \beta_1,$$

$$J_2 = \ln \frac{M_K^2 - m_K^2 - m_\pi^2 + 2\beta_2}{M_K^2 - m_K^2 - m_\pi^2 + 2\beta_1},$$

$$J_3 = \frac{-2(\beta_2 - \beta_1)}{(M_K^2 - m_K^2 - m_\pi^2 + 2\beta_2)(M_K^2 - m_K^2 - m_\pi^2 + 2\beta_1)},$$

$$J_4 = \beta_2^2 - \beta_1^2,$$

$$\beta_1 = \frac{1}{2} m_K (m_K - E_\mu - |\mathbf{p}_\mu|) + \frac{1}{2} m_K m_\pi^2 \frac{m_K - E_\mu + |\mathbf{p}_\mu|}{m_K^2 + m_\mu^2 - 2m_K E_\mu},$$

$$\beta_2 = \frac{1}{2} m_K (m_K - E_\mu + |\mathbf{p}_\mu|) + \frac{1}{2} m_K m_\pi^2 \frac{m_K - E_\mu - |\mathbf{p}_\mu|}{m_K^2 + m_\mu^2 - 2m_K E_\mu}.$$

参 考 文 献

- [1] Roe, P. B., et al., *Phys. Rev. Letters*, **7** (1962), 346.
Dobbs, J. M., et al., *Phys. Rev. Letters*, **8** (1962), 295.
Brown, J. L., et al., *Phys. Rev. Letters*, **8** (1962), 450.
- [2] Luers, D., et al., *Phys. Rev. Letters*, **7** (1962), 255.
- [3] 这里转引文献 [10] 中所用的结果, 这个结果是 Alexander 等人给出的.
- [4] Mac-Dowell, S. W., *Phys. Rev.*, **116** (1959), 1047.
- [5] Bernstein, J. and Weinberg, S., *Phys. Rev. Letters*, **5** (1960), 481.
- [6] Chew, H., *Phys. Rev. Letters*, **8** (1962), 297.
- [7] Acoili, J. L. and Mac-Dowell, S. W., *Nuovo Cimento*, **24** (1962), 606.
- [8] Ely, R. P., et al., *Phys. Rev. Letters*, **8** (1962), 132.
Alexander, G., et al., *Phys. Rev. Letters*, **9** (1962), 69.
Barbaro-Gatricks, A. and Smith, F. M., *Phys. Rev. Letters*, **9** (1962), 26.
- [9] Brene, N., et al., *Nucl. Phys.*, **22** (1961), 574.
- [10] Chew, H., *Nuovo Cimento* **25** (1962), 952.
- [11] Alexander, G., et al., *Phys. Rev. Letters*, **8** (1962), 447.
- [12] Alston, M. H., et al., *Phys. Rev. Letters*, **6** (1961), 300.
Chinosky, W., et al., *Phys. Rev. Letters*, **9** (1962), 330.
- [13] Dennery, P. and Primakoff, H., *Phys. Rev.*, **131** (1963), 1334.

 K_{13} РАСПАД

Дуань И-ши Чжу Чун-юань
(Ланьчжоуский университет)

Резюме

Исходя из метода дисперсионного соотношения и учитывая $K-\pi$ промежуточное состояние, получили отношения вероятностей распадов $\Gamma(K_{\mu 3}^+)/\Gamma(K_{e 3}^+)$, $\Gamma(K_2^0 \rightarrow \pi \mu^+ \nu)/\Gamma(K_2^0 \rightarrow \pi e^+ \nu)$, $\{\Gamma(K_2^0 \rightarrow \pi e^+ \nu) + \Gamma(K_2^0 \rightarrow \pi e^- \nu)\}/\Gamma(K_{e 3}^+)$ и спектр μ мезона в $K_{\mu 3}^+$ распаде. Показано, что при нарушении правила отбора $|\Delta I| = 1/2$, $\Delta S = +\Delta Q$ и при неравных амплитудах $I_z = 1/2$ и $I_z = 3/2$, полученные отношения вероятностей и спектр μ мезона хорошо согласуются с экспериментами. В работе формфакторы K_{13} распада не являются постоянными.