

超声波在悬浮液(水)中的吸收^{*†}

魏 荣 爵 張 淑 仪

(南京大学物理系)

提 要

本文研究了低浓度松花粉悬浮液中由于悬浮粒子引起超声波的附加吸收问题。实验上测量声吸收和声速都是采用脉冲干涉仪(当测量吸收时曾以移板法、多次反射法及比较法配合进行), 频率范围为 3—20Mc, 温度范围为 20°—80°C, 在不同浓度重复进行。针对这样的具体实验条件, 根据 Epstein 提出的理论进行了较严格的计算, 并从实验和计算结果的比较中得出几点结论。

同时, 作者还总结和评述了其他作者关于石松子悬浮液中超声吸收的研究, 通过对他们的实验结果和理论值之间的比较, 认为他们简单地应用小球或低频极限情况下所得出的理论来解释实验结果是不够严密的, 从而推断出理论和实验定性符合的结论实际上也是不真实的。

一、引 言

当声波或超声波在悬浮液中传播时, 除了纯媒质(通常是水)的吸收外, 悬浮的粒子对声波或超声波的衰减都起着一定的作用。早在 1910 年 Sewell^[1] 对声波在气悬体中的吸收进行了理论上的研究, 他把粒子近似地看作是固定的刚性球体, 表面完全粗糙。此后有不少作者从事这类问题的实验测量和理论计算, 实验的结果表明必须把粒子的模型考虑得更接近真实情况, 例如应该考虑粒子的可压缩性等等, 因此在理论上也作了相应的修改。到目前为止, 理论上考虑得比较全面的还是 Epstein 的工作^[2], 他把粒子分为刚性、粘滞流体和弹性固体三种情况来讨论, 其近似的结果与 Sewell 的结果差别不大, 并认为 Sewell 在这种气悬体的情况下已经把粒子的振动问题自动计算进去了, 但对于悬浮液的情况是有所不同的。后来, Epstein 和 Carhart^[3] 考虑到热传导的影响, 对原有的理论作了推广, 但计算异常繁杂, 而且也还没有具体应用于悬浮液的情况。

这里还必须指出, 到目前为止, 各种有关的理论^[2-5] 都只对小球或长波极限情况作过计算, 而对波长比较短或球体比较大的较普遍的情形尚未有足够的重视。但在另一方面, 实验条件往往超出了上述的极限情况, 例如许多作者^[7-9] 从事于石松子悬浮液的测量, 其中 Stakutis 等^[8] 和 Михайлов 等^[9] 分别进行过比较系统的研究, 他们都认为实验结果符合于理论的预计。但正如上面已经指出的, 他们所引用的理论是在极限情况下得出的, 因此, 我们认为这样不恰当地把理论外推到它们不能适用的范围来解释实验结果是不能令人满意的。再说, 他们所谓的实验和理论相符合也还只是定性的, 如果从定量的计算来

* 1964 年 1 月 2 日收到。

† 本文初稿曾在 1960 年 5 月南京大学举行的声学会议上提出过报告, 以后经过多次修改和补充, 于 1963 年 8 月在北京举行的全国物理学会年会上宣读过。

看,它們之間实际上还存在着很大的矛盾,所以上述的結論也是不够严格的。

为此,我們觉得有必要对超声波在悬浮液中传播时引起的附加吸收作进一步的研究。在理論方面,应该从符合具体的实验条件出发重新加以考虑;而实验方面也需要繼續进行較全面和較精确的測量。

二、理論概述

当声波或超声波通过媒质传播时,其强度随传播距离的增大而衰减,对 x 方向传播的平面波而言,有

$$I_2 = I_1 e^{-2\alpha(x_2 - x_1)}, \quad (1)$$

式中 I_1, I_2 分别为距离 x_1 和 x_2 处的声强; α 为声压振幅的衰减系数。

对于悬浮液的情况,引起超声衰减的主要因素可分为以下两部分:

$$2\alpha = 2(\alpha_\omega + \alpha_p). \quad (2)$$

这里 α_ω 为悬浮媒质(水)的吸收系数,一般为已知的量;而 α_p 为悬浮粒子引起的附加吸收,探求这部分吸收的答案正是本文研究的目的。下面将以 Epstein^[2] 关于弹性球体的声吸收理論作为主要的依据,对这方面的严格計算給予簡略地介紹。

(1) 問題的一般解¹⁾

正如通常一样,粘滞流体或弹性固体媒质中的波动方程可以从流体力学及弹性理論的知識出发建立。根据流体力学的 Stokes-Navier 方程及連續性方程

$$\begin{aligned} \rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \eta \nabla \times \nabla \times \mathbf{v} - \frac{4}{3} \eta \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}) &= -\nabla p, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0; \end{aligned} \quad (3)$$

式中 $\mathbf{v}$ 为流速; η 为粘滞系数; ρ 为密度 (ρ_0 为流体不受压力时的密度); p 为压力。

$$\mathbf{v} = -\nabla \Phi + \nabla \times \mathbf{A}, \quad (4)$$

式中 Φ 为标量势;而 $\mathbf{A}$ 为矢量势,满足 $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$ 。将(4)式代入(3)式可得出流体中纵波及横波的波动方程

$$\begin{aligned} \nabla^2 \Phi + K^2 \Phi &= 0, \\ \nabla^2 \mathbf{A} + \bar{K}^2 \mathbf{A} &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

而 K 和 $\bar{K}$ 各代表纵波和横波的传播常数,等于

$$\begin{aligned} K &\simeq \frac{\omega}{c_L} \left(1 + \frac{2}{3} i \omega \frac{\eta}{\rho c_L^2} \right), \\ \bar{K} &\simeq \left(\frac{\rho \omega}{2\eta} \right)^{1/2} (1 + i), \end{aligned} \quad (6)$$

式中 ω 为声波圆频率; c_L 为纵波速度。

对弹性固体中的声传播,令位移 $\mathbf{s}$ 满足方程

$$\mathbf{s} = -\nabla \Phi + \nabla \times \mathbf{A}. \quad (7)$$

从弹性理論可相似地得出固体中纵波和横波的波动方程,而传播常数则为 K' 和 $\bar{K}'$,各等

1) 本节內所采用的数学符号、特殊函数以及推导步骤等均以文献[2]为依据。

于

$$\begin{aligned} K' &= \frac{\omega}{c_L'} = \omega[\rho' / (\lambda + 2\mu)]^{1/2}, \\ \bar{K}' &= \frac{\omega}{c_T'} = \omega[\rho' / \mu]^{1/2}, \end{aligned} \quad (8)$$

c_L' 和 c_T' 分别为固体中的纵波和横波的速度; ρ' 为固体的密度; λ 和 μ 则为其拉密常数。

考虑一平面纵波投射于一浸在粘滞流体中的弹性球体上, 令球体的半径为 R , 球内各物理量与球外相应的物理量用同样的符号, 只是球内的量都加附标“'”, 则入射势 Φ_i 、反射势 Φ_R 、 A 和透射势 Φ' 、 A' 可以用下列熟悉的表示式:

$$\Phi_i = e^{iKr\cos\theta} = \sum_{m=0}^{\infty} i^m (2m+1) \varphi_m(Kr) P_m(\cos\theta); \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \Phi_R &= \sum_{m=0}^{\infty} i^m (2m+1) B_m \zeta_m(Kr) P_m(\cos\theta), \\ A &= \sum_{m=0}^{\infty} i^m (2m+1) C_m \zeta_m(\bar{K}r) P'_m(\cos\theta), \\ \Phi' &= \sum_{m=0}^{\infty} i^m (2m+1) B'_m \varphi_m(K'r) P_m(\cos\theta), \\ A' &= \sum_{m=0}^{\infty} i^m (2m+1) C'_m \varphi_m(\bar{K}'r) P'_m(\cos\theta), \end{aligned} \quad (10)$$

式中 P_m , P'_m 为 Legendre 函数; φ_m 和 ζ_m 为 Heine 函数, 它们与 Bessel 和 Hankel 函数的关系是

$$\varphi_m(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} J_{m+\frac{1}{2}}(x),$$

$$\zeta_m(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} H_{m+\frac{1}{2}}^{(1)}(x).$$

而 B_m , C_m 等为未知系数, 由 $r = R$ 的边值条件确定。对于表面完全粗糙的弹性球体而言, 边值条件为切向和法向的速度和应力都连续, 从由此确定的四个方程解出四个未知数, 就可求得流体中由于球体存在而对声场的影响情况。

另一方面, 根据流体力学中的能量关系, 曲面 S 所包围的体积 τ 中的能量满足

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (T + U) + \Psi &= \int_S \left(P'_{NN} - \rho f - \frac{1}{2} \rho v^2 \right) V_N dS, \\ T &= \frac{1}{2} \int_{\tau} \rho v^2 d\tau, \quad U = \int_{\tau} u d\tau, \quad \Psi = \frac{1}{2\eta} \int_{\tau} P'_{ij} P'_{ij} d\tau, \\ f &= \int \frac{1}{\rho} dp, \quad u = \int f d\rho, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中 T 和 U 是流体动力学场的动能和势能; Ψ 即所谓耗散函数, 它代表单位时间内体积 τ 中由于粘滞性引起的能量损失; P'_{ij} 为“粘滞”应力张量 (P'_{NN} 为“粘滞”应力张量在曲面 S

的法向分量)。在小振幅声波作用下的特殊情形,每周期内的平均值可简化为

$$[\Psi]_{av} = \left[\int_S (P'_{NN} - p) V_N dS \right]. \quad (12)$$

如果“粘滞”应力张量改用应力张量,而速度和应力张量的实际值用这些符号的实部来表示,则上式可写成

$$[\Psi]_{av} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_S P_{NN} V_N^* dS. \quad (13)$$

选 S 为半径 r 很大而中心与悬浮球体同心的球面,则 S 的法线方向即球面的矢径方向,并且由于 r 很大,使得在 S 面上横波已几乎完全衰减,因此与 A 有关的项可略去,上式即可简化为

$$[\Psi]_{av} = -\frac{1}{2} \omega \rho \operatorname{Re} \int_S i \Phi \left(\frac{\partial \Phi^*}{\partial r} \right) dS. \quad (14)$$

没有悬浮的球体存在时,求曲面 S 内的耗散能量只需将 Φ 用 $\Phi_i = \exp(iKr \cos \theta)$ 代入计算;当悬浮球体存在时, $\Phi = \Phi_i + \Phi_R$, 所以由于球体存在而引起的附加能量损失等于两者之差,计算结果为

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{2\pi\omega\rho}{K} \operatorname{Re} \sum_{m=0}^{\infty} (2m+1)(B_m + B_m B_m^*). \quad (15)$$

如单位体积的媒质中含有 n 个球体,且各球体之间没有相互作用,即作为单体问题来处理,则单位时间单位体积内总的能量损失是 $n \frac{dE}{dt}$,而入射波在单位时间内通过单位面积

时所携带的能量可求得为 $E_0 = \frac{1}{2} K \omega \rho$. 因此,由于粘滞而引起的强度吸收系数 $2\alpha_v$ 为

$$2\alpha_v = n \frac{dE}{dt} / E_0 = -\frac{4\pi n}{K^2} \operatorname{Re} \sum_{m=0}^{\infty} (2m+1)(B_m + B_m B_m^*). \quad (16)$$

由于散射的能量损失只需将 (14) 式中的 $\Phi = -\Phi_R$ 代入计算,实际上这部分能量并不是转变为其它形式的能量,而只是从入射波中分离出来被反射波带走了,通过类似的计算可得出散射引起的强度吸收系数 $2\alpha_s$ 为

$$2\alpha_s = \frac{4\pi n}{K^2} \sum_{m=0}^{\infty} (2m+1) B_m B_m^*. \quad (17)$$

由此可见,如果系数 B_m 解出,则上述两种吸收可求得。

(2) 极限情形

当球体的半径很小或者声波的频率很低时,即满足 $a = KR \ll 1$ 的条件下,上述结果可以简化,从而导出文献中经常引用的计算公式。在 Epstein 的计算中,得出 α_v 的第一次近似(忽略 a^3 及 a^3 以上的高阶小量)的结果为

$$\begin{aligned} 2\alpha_v &= -\frac{4\pi n}{K^2} \operatorname{Re}(B_0 + 3B_1 + 5B_2 + B_0 B_0^* + 3B_1 B_1^*) \\ &= \frac{4}{3} \pi n K R^3 (\delta - 1) \operatorname{Re} \frac{i + b - ib^2/3}{\delta - i\delta b - (2 + \delta)b^2/9}, \end{aligned} \quad (18)$$

式中 $\delta = \rho/\rho'$; $b = \bar{K}R$. 这是与 Lamb^[4]、Urlick^[7] 和 Михайлов 等^[9] 引用 Рытов 的结

果相一致的¹⁾。

当半径不是很小或频率不是很低时,需要取更高次近似的修正项。当 $\delta = 1$ 时,第二次近似(忽略 a^6 及 a^6 以上的更高阶小量)的结果为

$$2\Delta\alpha_v = \frac{4}{3} \pi n K^3 R^5 \operatorname{Re} \left(\frac{10}{9b} + 23i/4b^2 \right). \quad (19)$$

必需指出,实际上此时仍然受条件 $KR \ll 1$ 的限制。

考虑到实际问题中往往有 $|b| \gg 1$, 因而(18)和(19)式又可简化为

$$\begin{aligned} 2\alpha_v &= \frac{24\pi n R^2}{c} \left(\frac{\delta - 1}{\delta + 2} \right)^2 \left(\frac{\eta\omega}{2\rho} \right)^{1/2}, \\ 2\Delta\alpha_v &= 3.23\pi n K^3 R^4 (\eta/\rho\omega)^{1/2}. \end{aligned} \quad (20)$$

类似地,根据 Epstein 的理论求得极限情形下的散射吸收为

$$2\alpha_s = \frac{4\pi n}{K^2} (B_0 B_0^* + 3B_1 B_1^*) = \frac{4}{3} \pi n K^4 R^6 \left[\left(\frac{\delta - 1}{\delta - 2} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{3\beta}{3\lambda + 2\mu} \right)^2 \right], \quad (21)$$

式中 β 为流体的体积模量; λ 和 μ 分别为粒子的拉密常数,与粒子的压缩系数 K_s 之间存在关系式 $\frac{1}{K_s} = \lambda + \frac{2}{3}\mu$, 而 K_s 可由浓度较大的悬浮液中声速的测量再根据以下公式^[10]计算得到²⁾:

$$c/c_\omega = \left[\left(p_\omega + \frac{\rho_s}{\rho_\omega} p_s \right) \left(p_\omega + \frac{K_s}{K_\omega} p_s \right) \right]^{-1/2}. \quad (22)$$

式中 c 为悬浮液中的声速, c_ω 为纯媒质(水)中的声速,而 p_ω , p_s ; K_ω , K_s 和 ρ_ω , ρ_s 各相应于纯媒质(水)和粒子的体积浓度、压缩系数和密度。

另外,还有较多的文献中球体仍视为刚性的,此时 $3\beta/(3\lambda + 2\mu) = 0$, 而(21)式又可简化为极限情况下常见的瑞利散射的形式^[11-12]:

$$2\alpha_s = \begin{cases} \frac{4}{9} \pi n K^4 R^6 & (\text{当 } \delta \simeq 1), \\ \frac{7}{9} \pi n K^4 R^6 & (\text{当 } \delta \simeq 0). \end{cases} \quad (23)$$

比较(21)和(23)式,看出它们对于超声频率及粒子半径的依赖关系是一致的,差别只是弹

1) 根据 Lamb 或 Рытов 等计算得出的表示式可写成^[9]

$$2\alpha_v = 2A \frac{\xi^2(1 + \sqrt{\xi})}{(1 + \sqrt{\xi})^3 + \xi(1 + g\sqrt{\xi})^3},$$

式中 $\xi = \frac{\pi\nu\rho}{\eta} R^2$, $g = \frac{2}{9}(1 + 2\sigma)$, $A = \frac{4n_0\eta(\sigma - 1)^2}{9\rho c R^2}$, 而 $\sigma = \text{粒子密度/流体密度}$, n_0 为粒子的体积

浓度, c 为声速。如果将上式中各量换算成(18)式相应的形式: $\sqrt{\xi} = \frac{b}{(1+i)}$, $\sigma = \frac{1}{\delta}$ 及 $n_0 = \frac{4}{3} \pi R^3 n$,

则上式即可转化为(18)式的结果。这里附带提出,在文献^[8]中 Stakutis 等引用 Epstein 的结果时,错将强度的吸收系数作为振幅的衰减系数,因此两者相差一倍。

当 $\sqrt{\xi} \ll 1$ 时,得出 $\alpha_v = \frac{n_0}{9c} \omega^2 R^2 (\sigma - 1)^2 \rho/\eta$, 当 $\sqrt{\xi} \gg 1$ 时,得出 α_v 的表示式与(20)式有相同的形式。

2) 在文献^[8]中此计算公式有错误,本文已改正。

性球的情况比刚性球多乘以因子 $\left(1 - \frac{3\beta}{3\lambda + 2\mu}\right)^2$, 而这因子常常是小于1的, 因此弹性球的散射吸收总比同样条件下的刚性球散射要小。

最后, 我們也曾对悬浮液的热传导吸收的影响进行了估计^[13], 这只需在(10)式加入热波的方程, 并在边值条件中加入温度和热流在界面上連續两个条件, 即可由类似的方法求解, 由此得出热传导吸收 α_r 与粘滞吸收 α_v 之比值如下式所示:

$$\alpha_r/\alpha_v = \operatorname{Re}(A_0 + A_0 A_0^*) / \sum_{m=1}^{\infty} (2m+1) \operatorname{Re}[A_m + A_m A_m^*], \quad (24)$$

式中 A_m 为考虑热传导效应后反射纵波的势 Φ_R 展开为球函数之和时所出现的系数[与(10)式中的 B_m 相似]。对于我們后面談到的具体情况而言, 这比值是小的, 一般可忽略不计, 所以本文将不予詳述。因此, 在后面的討論中, 我們也象其他作者一样只考虑粘滞和散射两部分(主要是散射部分), 其結果与浓度成正比关系, 而与頻率、粒子半径及温度等参量有比較复杂的关系, 后面我們將分別給以具体的討論。

三、实验装置与测量方法

我們采用脉冲干涉仪^[14]进行声速和吸收的测量, 其装置的方块图如图1所示(标准讯号发生器当测量速度时接通, 测量吸收时断开)。水槽体积 $18 \times 8 \times 9$ 厘米³, 石英晶体 Q 和反射板 P 的直径各为3和5厘米, 当晶体和反射板調节到完全平行时, 在脉冲示波器的屏上出現按指数衰减的脉冲图形, 如图2所示。

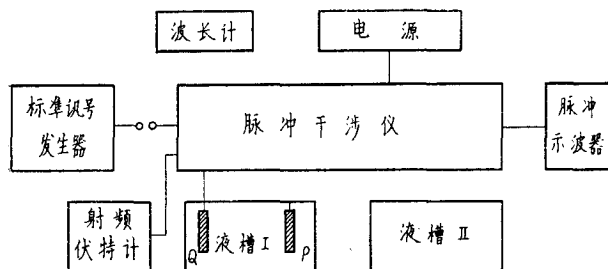


图 1

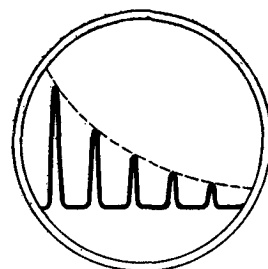


图 2

测量吸收时曾采用三种不同的方法配合进行, 即移板法、多次反射法和比較法, 这三种方法各有自己的优缺点, 現分別描述如下:

1) 移板法 这是一般用脉冲法测吸收的文献中普遍采用的方法, 即移动反射板 P 以改变它与辐射晶体之间的距离, 并同时記下示波器上第一反射脉冲高度的变化, 利用下式算出声压幅值的吸收系数 α :

$$\alpha = \frac{1}{2(x_2 - x_1)} \ln h_1/h_2, \quad (25)$$

式中 x_1, x_2 分别为改变前后晶体与反射面之间的距离; 而 h_1, h_2 則各为 x_1, x_2 距离处接收到的第一次反射脉冲的高度。

此法的优点是: (i) 晶体和反射板表面的反射系数对吸收的测量沒有影响; (ii) 只需

精确测量反射板移动的距离,而不必测量晶体和反射板之间的绝对距离。但是困难在于在反射板移动过程中,必须使它和晶体严格地保持平行,否则对吸收的测量会引起较大的误差,特别是对于吸收小的媒质而言,误差比较显著,因此在低吸收的情况下,我们采用多次反射法测量。

2) 多次反射法 这是测量低吸收的媒质在低频时的吸收常用的方法,即利用垂直入射的声波在反射板和晶体表面之间的多次反射,读出示波器屏上出现的同一脉冲的第 m 次和第 $(m+n)$ 次反射脉冲的高度 h_m 和 h_{m+n} ,并记下反射板和晶体之间的距离 x ,当反射板和晶体表面接近全反射时,由下式计算吸收系数 α :

$$\alpha = \frac{1}{2nx} \ln h_m / h_{m+n}. \quad (26)$$

此法的优点是:

(i) 通过多次反射的图形可以直接同时读出相对于辐射晶体不同距离处的声压相对幅值,消除了由于反射板移动过程中不能严格保持平行以及由脉冲发生器输出可能不稳定而引起的误差,同时也加快了测量的速度。

(ii) 液槽体积可适当缩小,既节省了液体,又使水槽各部分媒质的温度和浓度易于控制均匀。

但是,利用这种方法进行测量时,必须注意以下各点:

(i) 要求晶体和反射板的表面接近全反射,在我们的情形,反射板是磨光的钢板,晶体的表面镀银。计算表明,在一般的频率下,它们的比声阻抗远远大于一般被测液体,因此反射所引起的能量损失可忽略不计。但在晶体或反射板共振或谐振时,阻抗大大减低,这时反射变小,因此在测量时必须把这些频率及其邻近频率除外或利用另外的方法计算^[15]。

(ii) 由于晶体和反射面之间的平行以及其表面的全反射性质在实际上不是严格做到的,同时辐射的声波也不是严格的平面波,经过反射的次数太多时,反射过程的能量损耗变大,因此我们常常只选用第一和第二两次反射脉冲,即令(26)式的 $m = n = 1$ 。

3) 比较法 这方法是利用两个液槽[如图1],液槽 I 装悬浮液,液槽 II 装纯媒质(水),如果在相同的条件下测出纯媒质(水)和悬浮液中第一次反射脉冲的高度 $h_{1\omega}$ 和 h_1 ,并记下反射板和晶体之间的距离 x ,则悬浮粒子的附加吸收系数可根据以下公式计算:

$$\alpha_p = \alpha - \alpha_\omega = \frac{1}{2x} \left[\ln \frac{p_0}{p_1} - \ln \frac{p_0}{p_{1\omega}} \right] = \frac{1}{2x} \ln \frac{p_{1\omega}}{p_1} = \frac{1}{2x} \ln \frac{h_{1\omega}}{h_1}, \quad (27)$$

式中 p_0 为晶体的辐射脉冲声压; p_1 , $p_{1\omega}$ 分别为在悬浮液和媒质(水)中所接收的第一次反射脉冲的声压。

此法的优点是:

(i) 由于晶体和反射板表面之间不严格平行以及表面不完全全反射或者声场的发散等等因素所引起的系统误差在比较中可以自动消去,因此减少了调整装置的困难。

(ii) 可以直接测量出悬浮粒子的附加吸收,所以比前两种方法更方便得多。

但是,当悬浮液的浓度太大时,可能会引起晶体的辐射情况改变,采用此法将带来附

加的誤差;或者相反地,当浓度太小,以致附加吸收甚小时,无法精确地在示波器屏上測出第一次反射脉冲高度的变化。因此在这两种情况下都不便采用比較法。另一方面,如要确定这个方法的系統誤差,必須要和前面两种方法的结果进行比較才能得到。

总之,将上述三种方法配合使用,就可以取长补短,使得在整个測量的范围内得到可靠的结果。測量的頻率范围为 3—20Mc, 温度范围为 20° — 80°C 。

我們首先利用前两种方法对吸收已知的多种标准液体(如蒸餾水、氯仿、四氯化碳及苯等)进行多次重复的測量,結果与公认值^[16]很好地符合,誤差最大不超出 $\pm 5\%$ 。然后将这两种方法配合来验证比較法对悬浮液測量的結果,由于悬浮液的浓度不易控制均匀及其它因素,使測量誤差增大,一般达到 $\pm(5-10)\%$ 。至于測声速的誤差在 $\pm 1\%$ 以内。

四、結果和討論

我們所用的悬浮媒質为蒸餾水;悬浮粒子为松花粉,这是一种大小均匀近似椭球形的

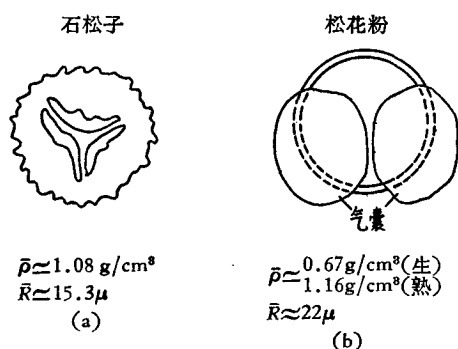


图 3

粉末,如图 3 (b)所示,平均直径约为 44μ ;因为它本身附有气囊,所以在烧煮前后(以下我們分别称为熟的和生的)密度不同,熟的平均密度为 1.16 克/厘米^3 ,生的为 0.67 克/厘米^3 ,这些物理特性和許多作者曾采用的石松子[见图 3(a)]是很相近的,虽然它們与理論上的假設尚有出入,但比起石英砂或其它粉末更接近理想情况,所以选用这种粒子也有一定优点。

由于生的熟的松花粉性質不尽一致,它們对超声波的吸收系数也有很大差别,因此需分別考虑,而本文着重研究熟松花粉悬浮液吸收的頻率关系、浓度关系和温度关系。为了与别的作者的结果进行比較,下面在提出我們的结果时,也同时引入别的作者关于石松子悬浮液的比較典型的结果与解释。

另一方面,因为在理論計算中,声速是重要的参量,因此我們在測吸收之前,对声速进行了一些測量,結果表明在实验誤差范围内可以认为低浓度悬浮液中的声速与同温度下水中的声速一致,所以在計算中可直接采用水中的声速值。

(i) 吸收系数与浓度的关系 不論是 Stakutis 等对石松子悬浮液的測量結果[如图 4 (a)]或者我們对松花粉悬浮液的測量結果[图 4 (b)],都表明在体积浓度低于 0.8% 时,吸收系数与浓度成綫性关系,这說明此时可以当作单体問題来处理,这是和理論假設相符合的。但当浓度增大时,就逐渐偏离綫性关系(偏离程度与頻率有关),这表明此时粒子間的相互作用漸趋显著,不能简单地以单体問題来处理,本文暫不予詳細討論。

(ii) 吸收系数与頻率的关系 Stakutis 等对石松子悬浮液在 $15-30\text{Mc}$ 頻率范围内測量的結果如图 5 (a)中的□所示,他們根据实验数据的分布认为在 15Mc 附近吸收系数 α_p 与頻率的方根 $\nu^{1/2}$ 成正比,符合(20)式中 α_p 对 $\omega=2\pi\nu$ 的关系,因此說明粘滯吸收起主要作用(虽然在此頻率,他們曾根据近似式(22)計算得出 α_r 已大于 $\alpha_p + \Delta\alpha_p$ 十倍左右,但并未深入地研究这个問題)。而当頻率逐渐增高到 30Mc 附近, α_p 接近于与 ν^1 成正比,符合

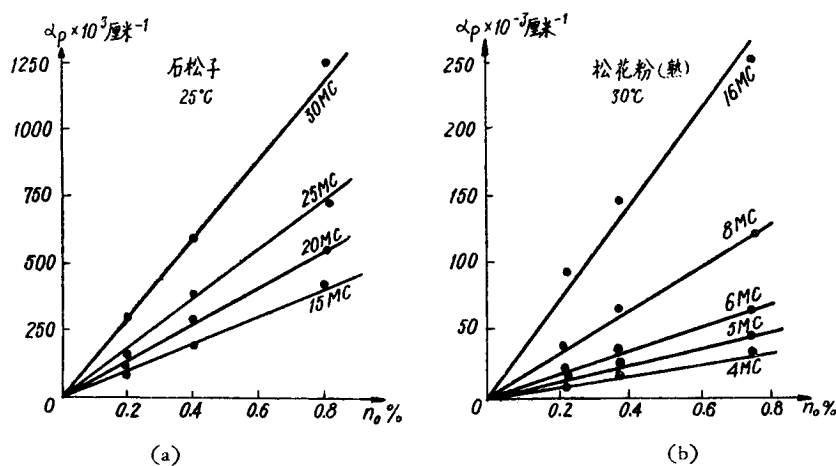


图 4

(21) 式的 α_s 对 $K = \frac{\omega}{c}$ 的关系, 说明这时转变为由散射吸收起主要作用。后来 Ми-

хайлов 等在 4—17Mc 频率范围测量了同样的悬浮液中的吸收, 并将上述结果与 Hartmann 等在低频(1—2.6Mc)的结果连成光滑曲线[见图 5(a)], 除了在高频范围提出与 Stakutis 等相似的解外, 还认为低频范围 α_p 几乎与 ν^2 成正比, 并且符合于(18)式 $|b| \ll 1$ 时 α_p 与 ν 的关系(见第 1065 页的附注), 这是粘滞吸收起主要作用的另一种表现。

上述各种解释, 虽然从表面的现象看起来, 似乎是相当合理的, 但从实质来看, 理论与实验是无法统一的, 下面我们以近似的公式进行一些具体的数值计算, 就可以清楚看出这些解释中存在的一些问题。首先, 从表 1 看出, 在整个实验频率范围内 $|b|$ 都满足 $|b| \gg 1$ 的

表 1 石松子悬浮液中的吸收 (20°C)

KR	0.1	0.2	0.5	0.8	1.0	1.2	1.6	2.0
$\nu(\text{Mc})$	1.53	3.06	7.65	12.2	15.3	18.4	24.4	31.6
$ b $	47	67	105	133	149	163	188	211
$(\alpha_p/n) \times 10^{10}$	0.735	1.04	1.65	2.08	2.33	2.55	2.94	3.28
$(\Delta\alpha_p/n) \times 10^8$	0.00695	0.0393	0.388	1.26	2.20	3.47	7.10	12.7
$(\alpha_s/n) \times 10^8$	0.00213	0.0342	1.33	8.70	21.3	44.0	138	342

$\alpha_s, \Delta\alpha_s$ ——根据公式(20)计算得到, α_s ——根据(21)式得到。吸收系数的单位为厘米⁻¹, n 则为粒子数/厘米³。

条件, 因此根据(20)式, α_p 不可能出现正比于 ν^2 的关系; 除了在极低频率(低于 3Mc)时 α_p 与 α_s 有同等的作用或更大的作用外, 其余的频率范围都是 α_s 起主导作用, 所以应该着重考虑散射吸收的问题。再者, 从他们所引用的散射理论来看, 都是在长波或小球的极限 ($KR \ll 1$) 的情况下得出的, 而实验条件一般都已超出了这样的条件, 而达到波长与小球大小可比较的范围 ($KR \geq 1$), 如果把这样的理论不恰当地外推到它们不适用的范围, 会引起很大的误差。我们仅以刚性球为例分别列出了用普遍的散射公式所计算得出的散射

截面 σ_s 和由极限公式所算得的 σ_s^* (见表 2)¹⁾, 当 $KR < 0.8$ 时, 两者的差别不大, 这说明它

表 2 刚性球散射截面的计算值

KR	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
σ_s	0.00127	0.0173	0.0728	0.181	0.322	0.452	0.567	0.645	0.722	0.784
σ_s^*	0.000710	0.0114	0.0573	0.181	0.445	0.911	1.69	2.91	4.61	7.10

们的趋势是相似的。但当 KR 逐渐增加时, 前者增加渐趋缓慢, 结果在 $KR \approx 2$ 时, 后者比前者大 10 倍左右, 由此可见在高频时以极限公式来解释实验结果是没有意义的, 其结论也是不真实的。

在我们测量松花粉悬浮液的情形[如图 5 (b) 所示], 结果正如理论所预计, 是比较复

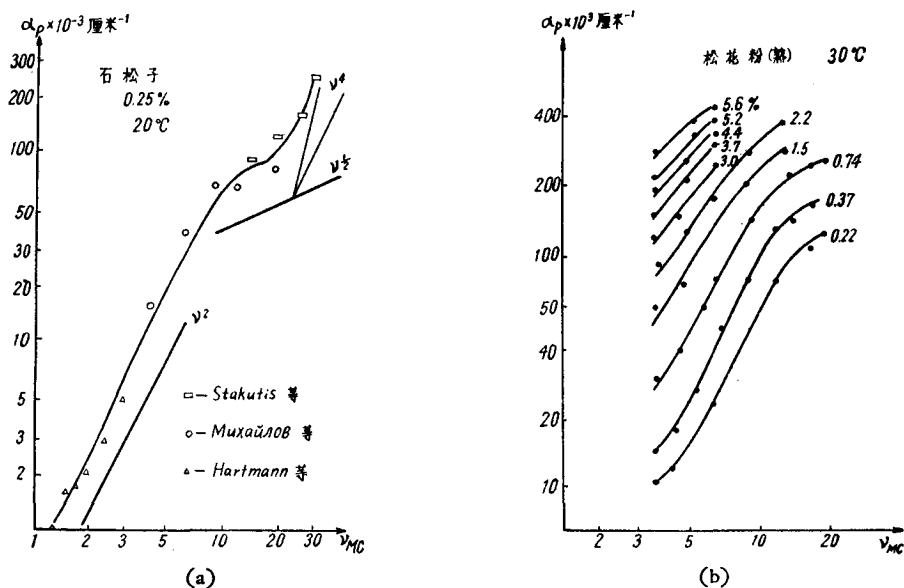


图 5

杂的, 这里不能简单地看出 α_p 与 ν 的变化关系来。我们曾将蒸馏水和松花粉的物理常数 (这里假定松花粉的弹性模量是接近于石松子的, 即 $\lambda + \frac{2}{3}\mu = 0.38 \times 10^{11}$ 达因/厘米²)

1) 根据文献[10—11], 刚性球的散射吸收系数为

$$2\alpha_s = \frac{4\pi n}{K^2} \sum_{m=0}^{\infty} (2m+1) \sin^2 \delta_m,$$

$$\delta_m = \operatorname{tg}^{-1} \frac{(m+1)J_{m+1}(KR) - mJ_{m-1}(KR)}{mN_{m-1}(KR) - (m+1)N_{m+1}(KR)};$$

式中 J_i 和 N_i 分别为 Bessel 球函数和 Neumann 球函数。因此求得散射截面为

$$\sigma_s = \frac{2\alpha_s}{n\pi R^2} = \frac{4}{(KR)^2} \sum_{m=0}^{\infty} (2m+1) \sin^2 \delta_m;$$

当 $KR \ll 1$ 时, $\sigma_s^* = \frac{4}{9} K^4 R^4$ 。

代入边界条件解出系数 B_m ，然后利用公式(16)和(17)进行严格的数值计算，结果表明：在频率不太低 ($KR > 0.5$) 的情况下，粘滞吸收比散射吸收要小得多，几乎可以忽略不计，因此我们近似地以散射截面代替总的吸收截面来说明实验结果。为便于比较起见，我们利用普遍公式(17)计算弹性球散射截面的同时，也利用弹性球的极限公式(21)以及刚性球的情况下得出的相应公式来计算散射截面，其结果如图 6 所示。从图上看，在低频情况 ($KR < 1$) 时，极限曲线与实验值是符合的；但当 $KR > 1$ 时，分歧很快增大，而此时由普遍公式得出的曲线虽然还不能定量符合，但趋势是和实验值比较一致的，而且数值上也比较接近。由于实验的具体条件限制，以及理论的完全理想化，这种分歧似乎是不可避免的，关于这一点后面还有详细讨论。

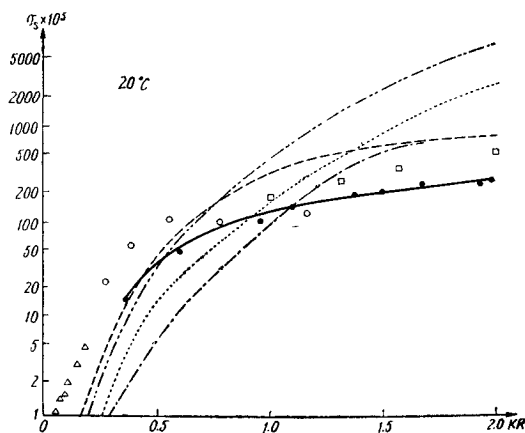


图 6

— 弹性球(一般) - - - 刚性球(一般)
 弹性球(极限) 刚性球(极限)
 -○-○- 实验值(松花粉)
 △○□ 实验值(实松子)

(iii) 吸收系数与温度的关系 Stakutis 等在不同频率对石松子悬浮液吸收的温度关系的测量结果如图 7(a) 所示，他们认为与纯媒质(水)的粘滞系数的方根 $\eta^{1/2}$ 随温度的变化关系是一致的，也就是说，可以用 α_v 的极限公式(20)中 $\alpha_v \propto \eta^{1/2}$ 的结果来说明现象，从而企图统一实验与理论计算之间的矛盾。然而，在实际上这可能只是一种巧合。我

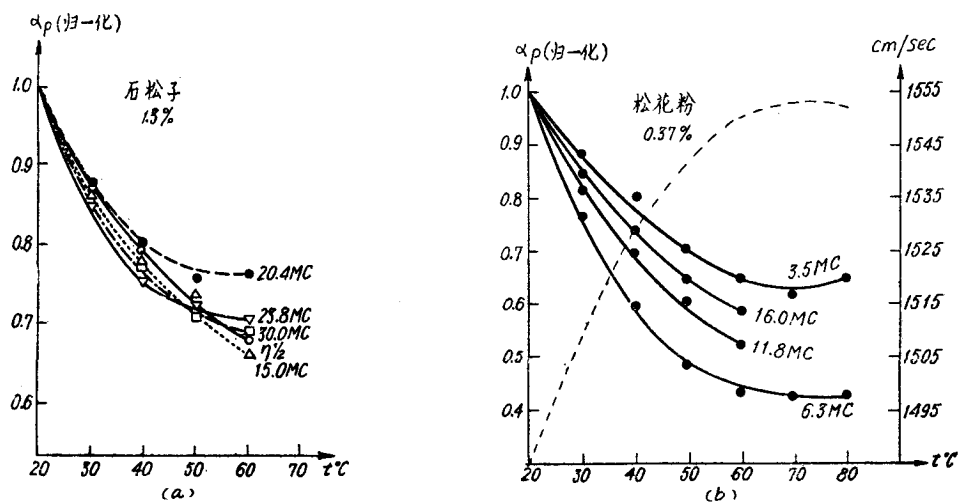


图 7

们如果仔细地比较一下测量到的吸收系数随温度的变化关系以及 $\eta^{1/2}$ 随温度的变化关系，就可发现在接近 60° 时两者有偏离，或者说当温度升高时两者差别增大，测量值更趋平滑，这说明这种解释有问题。至于对松花粉悬浮液测量的结果[如图 7(b)]，我们认为

为既然由散射起主导作用,而低频时散射吸收正比于 K^4 , 因此与声速随温度的变化关系很大。大家知道,水中声速随温度的变化在 74°C 时有极大值[如图 7(b) 上虚线所示], 因此与 c^{-4} 成正比的吸收系数在 74°C 时应有极小值,但是因为散射还牵涉到一些其它与

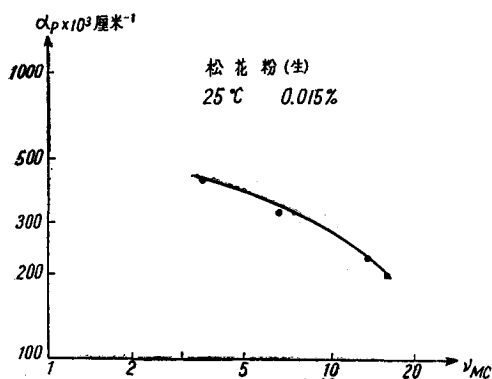


图 8

温度有复杂关系的量,特别在高频范围,实际上与温度的关系不是很单纯的,不能以简单的数学公式明显地表示出来。

最后,我们曾对生的松花粉悬浮液的吸收进行过某些测量,此时吸收随频率的增加而减少[如图 8 所示],这可能是气囊(气泡)在低频共振的影响,由此可见气囊的作用是相当大的。因此,这种粒子除了形状不完全是球形外,也还不能视为完全均匀的微粒,与理论的假定是有出入的,所以理论值与实验值的比较只能是近似的,一般不可能得到数值上严格符合的结果。

五、简单结论

根据我们对于松花粉悬浮液(悬浮媒质是水)的超声吸收的测量,可得出如下几点结论:

(i) 当悬浮粒子占有体积浓度小于 0.8% 时,吸收系数与浓度成线性关系,因此可以用单体问题来处理;如浓度增加,则逐渐偏离线性关系,表明粒子间相互影响已不能忽略,不能作为单体问题来处理。

(ii) 在超声频率 3—20Mc 范围以内,吸收系数主要表现为散射吸收,而在 3Mc 附近,粘滞的贡献与散射几乎有相同的数量级,频率愈高,粘滞的影响愈小甚至可以忽略不计;而散射吸收随频率的变化也是复杂的,在 $KR \approx 1$ 或更大时,极限情况下的瑞利散射公式(24)不再适用,而必须代之以严格的计算公式。

(iii) 在温度 20— 80°C 范围以内,吸收系数与温度的关系也是复杂的,但似乎与水中声速随温度的变化有相反的关系,因此在 c 的极大值处(74°C)有极小值出现。

(iv) 实验结果与理论比较只能是近似的,不能在数值上得到完全的符合,其原因如下:

1) 粒子本身的特性不理想,形状并非完全球形而且内部密度也不均匀,大小虽较均匀但也不完全一致,因此,各种大小的粒子的数目存在着一定的分布曲线,为使计算不致过分繁复,我们把它们看作是单分布的,所以也不能完全代表实际情况。

2) 由于这类悬浮液的浓度过大时,声速较难测定,因此它们的弹性模量是引自文献[8]中类似粒子的数据,这必然也会带来一定的误差。

虽然在较早就有作者从事过这方面的工作,但直到目前为止,仍然吸引许多作者^[17-19]的兴趣,同时留下来待解决的问题也是不少的。例如大浓度或大振幅声波作用下,悬浮液的吸收和微粒间的运动以及相互作用等问题都值得进一步深入研究。在气悬体工作中,

本文作者之一^[20]曾提出通过声吸收与速变测量,从而推算出微粒的浓度与大小的可能性。最近 И. Г. Михайлов 等^[21]也应用了超声吸收的测量对溶液的再结晶过程作了研究,看来这方面具有实际意义的问题还是很多的。

这项工作自 1960 年开展以来,曾有南京大学物理系毕业生朱圣欽、杜庆林、祝庆新和陈亨复等同志先后在毕业论文工作中参加了部分实验测量、理论和数值计算工作,并提出一些初步的结果和看法。研究生王耀俊同志曾从弹性球壳散射的理论^[22]出发,计算了弹性球的散射截面积,给本文提供了参考数据。此外,南京大学数学系计算数学教研组的同志利用了 103 电子计算机协助进行了繁复的数值计算。因此,这项工作是发挥集体力量所共同完成的。本文作者对有关同志致以深切的谢意。

参 考 文 献

- [1] Sewell, C., *Proc. Roy. Soc.*, **A81** (1910), 547.
- [2] Epstein, P. S., *Applied Mechanics* (Theodore Von Karman Anniversary Volume, 1941), 162.
- [3] Epstein, P. S., and Carhart, R. R., *JASA*, **25** (1953), 553.
- [4] Lamb, L., *Hydrodynamics*, chap. X.
- [5] Hartmann, C. R. and Forke, A. B., *Phys. Rev.*, **57** (1940), 221.
- [6] Ратинская, И. А., *Акуст. Ж.*, **8**(1962), 210.
- [7] Urlick, R., *JASA*, **20** (1948), 283.
- [8] Stakutis, V. J., Morse, R. W., Dill, M. and Beyer, R. T., *JASA*, **27** (1955), 539.
- [9] Михайлов, И. Г., *Вестник ЛГУ*, **22** (1956), 56.
- [10] Herzfeld, K. F., *Phil. Mag.*, **9** (1930), 752.
- [11] Morse, M., *Vibration and Sound*, chap. VII.
- [12] Ржевкин, С. Н., *Курс лекций по теории звука*, глава 9.
- [13] 陈亨复, *南京大学毕业论文*(1963).
- [14] 杜功焕, *南京大学学报*, **4** (1959), 43; 杜庆林, *南京大学毕业论文*(1962).
- [15] Зипир, А. Д. и Яковлев, В. Ф., *Применение ультразвука к исследованию вещества*, вып. XI (1960), 107.
- [16] Бергманн, Л., *Ультразвук и его применение в науке и технике*, глава IV.
- [17] Busby, J. and Richardson, E. G., *Proc. Phys. Soc. (London)*, **B69** (1956), 193.
- [18] Meister, R. and Laurent, R. St., *JASA*, **32** (1960), 556.
- [19] Gruber, G. J. and Meister, R., *JASA*, **33** (1961), 733.
- [20] 魏荣爵, *物理学报*, **9** (1953), 149; *中国科学*, **2**(1953), 245.
- [21] Маренина, К. Н. и Михайлов, И. Г., *Вестник ЛГУ*, **10** (1963), 52.
- [22] Goodman, R. R. and Stern, R., *JASA*, **34** (1962), 338.

ULTRASONIC ABSORPTION IN AQUEOUS SUSPENSIONS

WEI YUNG-CHIO CHANG SHU-I

(Department of Physics, Nanking University)

ABSTRACT

The ultrasonic absorption in aqueous suspensions (essentially at low concentrations) has been investigated by the pulse interferometric technique. Epstein's theory on this effect is briefly reviewed with the general expressions as well as those of limiting cases for calculating the sound attenuation coefficients derived and discussed corresponding to the actual experimental conditions.

Measurements were conducted in aqueous suspensions of the pollen of pinaceae in the frequency range from 3 to 20 Mc at temperatures 20—80°C for different concentrations. To reduce the measuring errors to a minimum, methods employing both single and multiple pulses, and comparing the pulse height in two troughs one with and the other without the hydrosols, were alternately adopted. Theoretical values based on rigorous formulae and calculated by aid of the electronic digital computer were compared with the experimental ones.

Measuring data and corresponding theoretical interpretations based on approximate formulae from some other authors for aqueous suspensions of lycopodium were critically examined. It was pointed out that some of their agreement was fortuitous. The order of magnitude of absorption due to viscosity and scattering under different experimental conditions for the two suspensions was discussed in some length.