

C_2 羣和弱相互作用对称性*

楊 国 楨

(北京大学物理系)

Cabibbo^[1] 从几个合理的假定出发, 討論了弱相互作用重子流么正 (SU_3) 对称性, 預言了 $\Delta S = \Delta Q$ 奇异粒子輕子衰变的分支比, 与实验符合得較好. 在此基础上, d'Espagnat^[2] 进一步考虑了重子流、中間玻色子和弱相互作用拉氏算符的么正对称性, 提出了一个值得注意的理論方案, 定性地討論了弱相互作用的主要特点: 解释了 $\Delta S \approx 2$ 和 $|\Delta I| = 1/2$ 非輕子衰变的选择定則; $\Delta S = \Delta Q$ 和 $\Delta S = 0$ 輕子衰变的结果估計与 Cabibbo 的结果^[1] 相仿(尚未看到詳細报导).

本文的目的是用 d'Espagnat 的方法^[2](簡称 SU_3 羣方案), 討論 C_2 羣弱相互作用对称性. 这种方法的要点是: (1) 基本粒子属于对称羣的某一不可約表示(簡称表示), 因而, 弱相互作用的流算符 $\bar{A}B$ 也属于对称羣的某一表示, 它由粒子对应的場量 \bar{A} 和 B 的直乘决定. (2) 假定弱相互作用通过中間玻色子作为媒介, 把中間玻色子納入对称羣的某一表示. (3) 因此, 相互作用拉氏算符

$$L = (\bar{A}B)W \quad (1)$$

也属于对称羣的某一表示(电荷守恒要求它是这一表示的中性分量), 从而給出了弱相互作用的选择定則.

把 d'Espagnat 的方法^[2]应用到 C_2 羣. 实验显示奇异粒子非輕子衰变存在 $\Delta S \approx 2$ 和 $|\Delta I| = 1/2$ 选择定則. 那么, 满足上述要求的拉氏算符 L 应属于几維表示呢? 假如 L 属于 4 維表示, 非輕子衰变矩陣元 ($L \times L^+$) 就含有 1, 5 和 10 維表示(因 $4 \times 4^* = 1 + 5 + 10$). 在这三种表示中, 有 $\Delta S = 1$, $|\Delta I| = 1/2$ 的中性分量, 但没有 $\Delta S > 1$ 和 $|\Delta I| > 1/2$ 的中性分量, 因而能給出实验要求的 $\Delta S \approx 2$ 和 $|\Delta I| = 1/2$ 的选择定則. 进一步, 假如 L 按照 5 維或更高維表示变化, 在 5×5 或两个更高維表示直乘分解成不可約表示的直和中, 将出现 $\Delta S > 1$ 和 $|\Delta I| > 1/2$ 的中性分量, 这将导致 $\Delta S = 2$ 的非輕子衰变过程. 因此, L 只能属于 4 維表示.

和 SU_3 羣方案一样, 为了保証表示基矢对应的电荷是整数, L 不是按照 C_2 羣的 4 維表示变化, 而是按照 $C_2 \times U_1$ 羣的 4 維表示变化. 这里 U_1 羣是一維么正羣, 其表示基矢以 K 量子数标记, 表征 C_2 羣不可約表示的权图沿超荷 Y 方向平移的距离. 下面的討論都建立在 $C_2 \times U_1$ 羣基础上, 所用到的 4 和 4^* 維表示的 K 量子数分别是 $K = +1$ 和 $K = -1$, 而 1, 5 和 10 維表示的 K 量子数为 $K = 0$.

矢量流守恒要求弱流的矢量部分属于 10 維(正規)表示, 因此至少有属于 10 維表示的弱流存在. L 属于 4 維表示, $\bar{A}B$ 属于 10 維表示, 式(1)規定了中間玻色子 W 只能属

* 1964年6月6日收到.

于 4, 16 或 20 維表示, 加上它們的复共軛 4^* , 16^* 或 20^* 維表示(中間玻色子場是复場), 故存在 8 个、32 个和 40 个三种中間玻色子模型。后两种模型引入的中間玻色子数目太多了, 这里不准备討論。在 C_2 羣方案中, 我們就采用 8 个中間玻色子模型, 把中間玻色子及其反粒子分別填在 4 維 ($K=1$) 和 4^* 維 ($K=-1$) 表示。

为了滿足非輕子衰变 $\Delta S \cong 2$ 和 $|\Delta I| = 1/2$ 的选择定則, L 必須属于 4 維表示, W 也属于 4 維表示, 那么, 弱流 ($\bar{A}B$) 除 10 維表示外还可能属于哪几个表示呢? 由于 $4 \times 4^* = 1 + 5 + 10$, 重子流可能属于 1, 5 和 10 維三种表示, 但属于 1 維表示的弱流对輕子衰变过程无影响。

綜上所述, 在 C_2 羣方案中, L 属于 $C_2 \times U_1$ 羣的 4 維表示, W 属于 4 維表示, ($\bar{A}B$) 属于 1, 5 和 10 維表示。利用 C_2 羣不可約表示直乘分解的約化系数^[3], 不难得到相互作用拉氏算符的具体形式:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= L + L^+, \\ L &= k(L_{\Delta S=0} + L'_{\Delta S=0} + L''_{\Delta S=0}) + (L_{\Delta S=1} + L'_{\Delta S=1} + L''_{\Delta S=1}), \end{aligned} \quad (2)$$

这里

$$L_{\Delta S=0} = g \left(\sqrt{\frac{2}{5}} W_2^+ J_{-2,0} - \sqrt{\frac{1}{5}} W_0^0 J_{0,0} - \sqrt{\frac{1}{5}} W_1^0 J_{-1,\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{5}} W_1^+ J_{-1,-\frac{1}{2}} \right)$$

和

$$L_{\Delta S=1} = g \left(-\sqrt{\frac{1}{5}} W_0^0 J_{1,-\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{5}} W_2^+ J_{-1,-\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{2}{5}} W_1^+ J_{0,-1} - \sqrt{\frac{1}{5}} W_1^0 J_{0,0} \right), \quad (3)$$

相应于 10 維表示弱流的貢獻;

$$L'_{\Delta S=0} = f \left(\sqrt{\frac{1}{5}} W_0^0 j_{0,0} - \sqrt{\frac{2}{5}} W_1^0 j_{-1,\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{2}{5}} W_1^+ j_{-1,-\frac{1}{2}} \right)$$

和

$$L'_{\Delta S=1} = f \left(-\sqrt{\frac{1}{5}} W_1^0 j_{0,0} + \sqrt{\frac{2}{5}} W_0^0 j_{1,-\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{2}{5}} W_2^+ j_{-1,-\frac{1}{2}} \right), \quad (4)$$

相应于 5 維表示弱流的貢獻;

$$L''_{\Delta S=0} = h W_0^0 \mathcal{J}_{00}$$

和

$$L''_{\Delta S=1} = h W_1^0 \mathcal{J}_{00}, \quad (5)$$

相应于 1 維表示弱流的貢獻。式(3)–(5)中, 中間玻色子 W_Y^Q 的上下附标 Q 和 Y 是电荷和超荷; 弱流 J_{S,I_3} , j_{S,I_3} 和 \mathcal{J}_{S,I_3} 分別属于 10 維、5 維和 1 維表示, 附标 S 和 I_3 表示 ΔS 和 ΔI_3 , 它們可以从两个 10 維表示直乘分解的約化系数得到^[3]; g , f 和 h 由耦合常数和 Dirac 矩陣組成, 在矢量-赝矢量耦合的情况下,

$$\left. \begin{aligned} g &\rightarrow g' \gamma_\mu (1 + \alpha \gamma_5), \\ f &\rightarrow f' \gamma_\mu (1 + \beta \gamma_5), \\ h &\rightarrow h' \gamma_\mu (1 + \gamma \gamma_5). \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

以式(6)代入式(2)–(5), 重新安排旋量場算符和 Dirac 矩陣的次序, 写成 $\bar{A}\gamma B$ 的形式, 就得到了弱流和中間玻色子相互作用拉氏算符的具体形式。

和通常一样, 我們取輕子和中間玻色子耦合的相互作用拉氏算符为

$$\mathcal{L}_l = \frac{g}{\sqrt{15}} \bar{l} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) v_l (W_{1,\mu}^+ + W_{2,\mu}^+) + \text{h.c.}, \quad (7)$$

这里 l 代表轻子 μ 和 e 。矢量流守恒要求中子 β 衰变耦合常数与 μ 衰变耦合常数相等。从(3)式得到 $\bar{p}n$ 与中间玻色子的耦合常数等于 $\frac{g}{\sqrt{15}}$ ，因此，式(7)中轻子流与中间玻色子耦合常数也等于 $\frac{g}{\sqrt{15}}$ 。

利用式(2)–(5)和(7)给出的相互作用拉氏算符，在矢量流守恒的假定下，我们计算了 $\Delta S = \Delta Q$ 和 $\Delta S = 0$ 的轻子衰变，主要结果列举如下：

(1) 8个中间玻色子的 C_2 群方案，给出了 $\Delta S \approx 2$ 和 $|\Delta I| = 1/2$ 非轻子衰变选择定则； $\Delta S = 0$ 轻子衰变的结果和矢量流守恒假设的预言一致； $\Delta S = \Delta Q$ 奇异粒子轻子衰变的理论结果与现今的实验材料不矛盾；可以说明 Fermi 型作用中 β 衰变和 μ 介子衰变耦合常数微小的差别和 $\Delta S = 2$ 轻子型衰变几率小的现象。具体结果和 Cabibbo 的工作^[1]颇为一致。

(2) 8个中间玻色子的 C_2 群方案的弱流只能属于 1, 5 和 10 维表示，排除了 $\Delta S = -\Delta Q$ 和 $|\Delta I| = 3/2$ 弱流的存在。由于 $\Delta S = -\Delta Q$ 轻子衰变实验数据变化较大，是否存在 $\Delta S = -\Delta Q$ 过程还有待于最后肯定^[4]，所以目前要得出结论是困难的。

(3) 在 C_2 群方案给出的属于 1, 5 和 10 维表示的弱流中，不存在弱流 $(\bar{\Lambda}\Sigma)$ 。但是，实验上已经观察到 $\Sigma^- \rightarrow \Lambda e^- \bar{\nu}$ 衰变过程。为了定性地解释上述现象，需要在原来 C_2 群理论方案基础上，额外引入 C_2 群对称性破坏的强作用重正化效果，这不能不认为是 C_2 群方案的一个缺点。

假使不采用 8 个中间玻色子的 C_2 群方案，而采用 32 个或 40 个中间玻色子的 C_2 群方案(中间玻色子分别填在 C_2 群的 16 和 16* 维，以及 20 和 20* 维表示)。要 L 属于 4 维表示，弱流可以属于 35 维表示，因而能引入 $\Delta S = -\Delta Q$ 和 $|\Delta I| = 3/2$ 的弱流(今后的实验证实它们存在的话)，并且能包含 $(\bar{\Lambda}\Sigma)$ 弱流。不过这些方案引入的中间玻色子的数目太多了，是不能令人满意的。

作者深切地感谢导师胡宁教授对本工作的指导，并对关洪同志和宋行长同志许多有益的讨论表示谢忱。

参 考 文 献

- [1] Cabibbo, N., *Phys. Rev. Letters*, **10** (1963), 531.
- [2] d'Espagnat, B., *Phys. Letters*, **7** (1963), 209.
- [3] 杨国桢、孙洪洲、关洪、韩其智，北京大学学报自然科学版，**10** (1964), 269.
- [4] Nauenberg, U., et al., *Phys. Rev. Letters*, **12** (1964), 679.