

# 光的受激放大\*

李铁城 朱振和

(中国科学院)

## 提 要

求解在激发作用下通过活性介质的光的输运方程与活性介质中的粒子反转数方程, 我们得到在具有任意形式输入下的光子数与粒子反转数的时空分布函数的解析表达式; 并以一个方形脉冲或一系列方形脉冲为例进行讨论。此外, 我们还研究了强光注入 laser 对 laser 的稳定工作点的影响, 以及在一定条件下通过微扰方法给出这时 laser 内的光子数与粒子反转数的形式解, 对以红宝石 laser 为例所作的计算表明通过注入强光有可能成为加强巨脉冲的手段之一。

## 一、引 言

本文研究了光通过活性介质和以强光注入 laser 时光的受激放大。前一情形就是通常理解的光通过负吸收介质的放大, 这种放大器在实验和理论上已有不少研究; 而后一情形, 只不过是当粒子反转密度数足够高或有一个损耗足够小的共振腔以至活性介质本身就已经有可能满足振荡条件, 也就是说, 这个活性介质本身已经有可能构成一个量子放大器, 那么光通过这种活性介质的放大问题也就是强光注入 laser 的受激放大问题。

在本文第二节中我们研究了在考虑激发作用下(不只限于泵的光抽运, 而且可以是其他激发方式), 光在活性介质中的放大。而在第三节中我们研究了强光注入 laser 的问题。这两个问题的研究与实际上需要得到光的能量和功率的放大与调制的问题、耦合入 laser 或活性介质的激发作用强度、效率及对受激发射的影响以及希望获得具有可控制性质的光的研究<sup>[1]</sup>等相联系。

比较严格地考虑这一问题(例如在准经典近似下), 应该是联合求解在外场作用下, 支配分子体系运动的密度矩阵的运动方程和考虑了受激发射的分子体系影响的场的 Maxwell 方程。在列出这些方程组时, 还要考虑到: 外面的激发作用, 分子体系的弛豫, 光的再生(例如在介质或 laser 的腔的内部的来回反射)、损失(透射及其它损失)等。应该指出: 对这一问题作定量计算时, 必须注意他们实质上采用的假定与其能成立的条件, 由于数学上的困难(求解非线性微分方程组)而不可能完全地考虑上述各点, 往往不得不作各种近似, 而且即便作过若干的近似后也常常需要借助电子计算机求解而难以得到全部解析的结果。例如 H. Jacobs<sup>[2]</sup> 等曾利用研究电磁波在传输线中传播的方法通过求解具有恒定“阻抗”的 Maxwell 方程组, 研究过 laser 放大器透射与反射模的最大增益条件等, 显然结果只限于小信号的输入。J. I. Davis<sup>[3]</sup> 等获得的输入能量与反射模的输出能量的

\* 1964年10月9日收到。

关系,实质上仍然要求注入的光不能太强,放大器的再生不能太高,因而在光子的自然寿命时间内,粒子反转数改变不能很大。J. P. Wittke<sup>[4]</sup> 还进一步考虑了放大过程中的横向弛豫 (dephasing process), 并得到诸如脉冲传播速度反常等有趣的结果,当然他只是研究了长时间的稳定解(即渐近行为),结果是非解析的。L. M. Frantz<sup>[5]</sup> 等曾采用一维模型(这个近似还是可以的),通过求解光子数的输运方程与粒子反分布数方程,求得在任意形式输入下两者的时空分布函数之解析表达式。

所有以上列举的工作都没有考虑放大过程中的激发作用。

我们的工作是在 Stutz 与 deMars<sup>[6]</sup> 方程的基础上考虑放大过程的激发作用。因为显然对于连续操作的 laser 放大器(例如半导体、气体 laser 等),激发作用是不可忽略的,又当输入很强而脉冲又比较长,或者脉冲虽短但却是考虑一系列脉冲或强信号输入时,对于较长脉冲的尾部或一系列输入强信号中后面部分的信号,激发作用也是不可忽略的,在本文第二节的计算中(以方脉冲为例)将看到这点,总之,当放大过程中粒子反转数变化较大时,常需考虑激发作用。此外,当放大器的净增益很微弱时,激发所起的作用也就变得比较重要。当然,如果是强泵激发的放大器,激发作用也就更为重要些,在排除上述情形以外的情况中,激发作用则往往可以忽略,这正是在文献[2—5]中所采用了的假定之一。Pao Yoh-han 在其 laser 作用的量子力学描述一文<sup>[1]</sup>中,就曾提到利用光注入 laser 并伴随 Q-调制过程,有可能得到放大的并具有可控制性质的光,这构成本文第三节中研究的出发点,希望对强光注入 laser 作初步的研究。第二节与第三节的情况很不相同。对于 laser 放大器,因欲得比较高的增益(透射模的),要求透射率较高,因而反射再生相当低,以致可以忽略;而第三节中情况恰恰相反,因为要获得 laser 振荡往往正是要求相当高的反射再生,因此这部分因素必须加以考虑,而且这也正是构成本文第三节中可以采用微扰方法的基础。此外,这还对应于下面一种情形,即在 PRM (the pulsed reflection mode) 或 PTM (the pulsed transmission mode)<sup>[7]</sup> 方式作 Q-调制操作的受激发射过程中,在其最有意义的阶段(受激发射进行最剧烈的阶段)时,对 laser 注入强光的过程。

## 二、考虑激发作用下光在活性介质中的放大

采用类似于文献[5]中的符号,我们列出介质中光子输运方程与粒子反转数的方程:

$$\frac{\partial \Delta}{\partial t} = -2\sigma c n \Delta + \begin{cases} 0 & \left( t - \frac{x}{c} > \rho_0 \right), \\ P & \left( t - \frac{x}{c} < \rho_0 \right), \end{cases} \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + c \frac{\partial n}{\partial x} = \sigma c n \Delta, \quad (2.2)$$

其中  $n(x, t)$  为在坐标  $x$ 、时间  $t$  的光子数密度,即光子数的时空分布函数; $\Delta(x, t)$  为粒子反转数密度的时空分布函数; $\sigma$  为受激发射截面; $c$  为介质中的光速; $P$  为激发速率,假定是一个常量。

在列出这个方程时略去了反射再生、损耗及分子体系的弛豫,并且是基于 Stutz 与 deMars 的 rate 方程之上的。我们知道,如果只侧重研究功率与能量,那么 Stutz 与 deMars

的 rate 方程是一个比较好的近似。在受激发射分子浓度比较低时,一般能够忽略由于分子交换作用引起的横向弛豫<sup>[1]</sup>。通常考虑的时间如能满足  $t \ll T_1$ , 就可以忽略分子体系的纵向弛豫。如果考虑的是信号传播或行波式 laser 放大器, 而介质表面的透射率较高时, 忽略反射再生是合适的。在引言中已谈到, 对于放大器(透射模)实际情况往往正是这样的。在低损耗情形(如气体 laser、玻璃 laser、CaF<sub>2</sub> laser 等)中可以忽略损耗。对于象气体 laser 的情形, 如果把光的损失认为主要来自气体分子的散射, 则可以近似地把方程中光受激发射截面定义为考虑到损耗后的有效截面即可。

方程组对应的初条件与边条件为

$$\Delta(x, 0) \equiv \Delta_0(x), \quad (2.3)$$

$$n(0, t) \equiv n_0(t), \quad (2.4)$$

其中  $\Delta_0(x)$  与  $n_0(t)$  可以是任意形式的初始粒子反转数密度分布函数与任意形式的输入。

对  $\rho < \rho_0$  的情形, 在文献[5]中已经解出, 现在考虑  $\rho > \rho_0$  的情形。由(2.1), (2.2) 可得

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{c}{n} \frac{\partial n}{\partial x} \right) = -2\sigma c n \left( \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{c}{n} \frac{\partial n}{\partial x} \right) + 2\sigma c P \quad \left( t - \frac{x}{c} > \rho_0 \right).$$

令  $\xi = \frac{x}{c}$ ,  $\rho = t - \frac{x}{c}$ , 可将上式改写为

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial \ln n}{\partial \rho} + 2\sigma c n \right) = 2\sigma c P.$$

将上式进行一次积分, 得到

$$\frac{\partial \ln n}{\partial \rho} + 2\sigma c n = 2\sigma c P \xi + f(\rho),$$

其中  $f(\rho)$  为待定的积分常数。

令  $a = \frac{1}{n}$ , 则

$$2\sigma c = \frac{\partial a}{\partial \rho} + a(2\sigma c P \xi + f(\rho)),$$

再进行一次积分, 得

$$a = \exp \left[ - \int (f(\rho) + 2\sigma c P \xi) d\rho \right] \times \left\{ \exp \left[ \int (f(\rho) + 2\sigma c P \xi) d\rho \right] 2\sigma c d\rho + g_1(\xi) \right\},$$

其中  $g_1(\xi)$  为待定积分常数。

令

$$\exp \left[ \int f(\rho) d\rho \right] = \frac{d}{d\rho} h(\rho), \quad \exp \left( \int 2\sigma c P \xi d\rho \right) = v(\xi) \exp(2\sigma c P \xi \rho).$$

可得

$$a = \frac{2\sigma c \int \frac{dh}{d\rho} v(\xi) \exp(2\sigma c P \xi \rho) d\rho + g_1(\xi)}{\frac{dh}{d\rho} v(\xi) \exp(2\sigma c P \xi \rho)} =$$

$$= \frac{2\sigma c h(\rho) \exp(2\sigma c P \xi \rho) - 2\sigma c \int h(\rho) 2\sigma c P \xi \exp(2\sigma c P \xi \rho) d\rho + g(\xi)}{\frac{dh}{d\rho} \exp(2\sigma c P \xi \rho)},$$

其中  $v(\xi)$  与积分常数已并为一个新积分常数  $g(\xi)$ 。

将初条件(2.4)代入

$$n_0(t) = \frac{\frac{\partial}{\partial t} h(t)}{2\sigma c h(t) + g(0)} \quad (t > \rho_0),$$

由此得

$$h(t) = -\frac{g(0)}{2\sigma c} + \lambda \exp\left[2\sigma c \int_{\rho_0}^t n_0(t') dt'\right].$$

而

$$n(x, t) = \lambda \exp\left[2\sigma c \int_{\rho_0}^{t-\frac{x}{c}} n_0(t') dt'\right] \times 2\sigma c n_0\left(t - \frac{x}{c}\right) \times \exp\left[2\sigma c P \frac{x}{c} \left(t - \frac{x}{c}\right)\right] / \text{分母},$$

其中分母 =  $g\left(\frac{x}{c}\right) - g(0) \exp\left[2\sigma c P \frac{x}{c} \left(t - \frac{x}{c}\right)\right] + 2\sigma c \lambda \exp\left[2\sigma c P \frac{x}{c} \left(t - \frac{x}{c}\right)\right] \times$

$$\times \exp\left[2\sigma c \int_{\rho_0}^{t-\frac{x}{c}} n_0(t') dt'\right] + \int_{\rho_0}^{t-\frac{x}{c}} g(0) 2\sigma c P \frac{x}{c} \exp\left(2\sigma c P \frac{x}{c} \rho\right) d\rho -$$

$$- 2\sigma c \lambda \int_{\rho_0}^{t-\frac{x}{c}} 2\sigma c P \frac{x}{c} \exp\left(2\sigma c P \frac{x}{c} \rho\right) \times \exp\left[2\sigma c \int_{\rho_0}^{\rho} n_0(t') dt'\right] d\rho;$$

或写为

$$n(x, t) = n_0\left(t - \frac{x}{c}\right) \exp\left[2\sigma c P \frac{x}{c} \left(t - \frac{x}{c}\right)\right] \times \exp\left[2\sigma c \int_{\rho_0}^{t-\frac{x}{c}} n_0(t') dt'\right] /$$

$$\left\{ k(x) + \exp\left[2\sigma c P \frac{x}{c} \left(t - \frac{x}{c}\right)\right] \times \exp\left[2\sigma c \int_{\rho_0}^{t-\frac{x}{c}} n_0(t') dt'\right] - \right.$$

$$\left. - \int_{\rho_0}^{t-\frac{x}{c}} 2\sigma c P \frac{x}{c} \exp\left(2\sigma c P \frac{x}{c} \rho\right) \times \exp\left[2\sigma c \int_{\rho_0}^{\rho} n_0(t') dt'\right] d\rho \right\},$$

其中

$$k(x) = \frac{1}{2\sigma c \lambda} \left[ g\left(\frac{x}{c}\right) - g(0) \exp\left(2\sigma c P \frac{x}{c} \rho_0\right) \right].$$

利用在  $n\left(x, t - \frac{x}{c} = \rho_0\right)$  处  $\rho > \rho_0$  与  $\rho < \rho_0$  之解必须相连接的条件

$$n\left(x, t - \frac{x}{c} = \rho_0\right) = \frac{n_0(\rho_0)}{1 - \left\{ 1 - \exp\left[-\sigma \int_0^x \Delta_0(x') dx'\right] \right\} \exp\left[-2\sigma c \int_{-\infty}^{\rho_0} n_0(t') dt'\right]} =$$

$$= \frac{n_0(\rho_0) \exp\left(2\sigma c P \frac{x}{c} \rho_0\right)}{k(x) + \exp\left(2\sigma c P \frac{x}{c} \rho_0\right)}$$

(見文献[5]),由此定出

$$k(x) = -\exp\left(2\sigma c P \frac{x}{c} \rho_0\right) \times \exp\left[-2\sigma c \int_{-\infty}^{\rho_0} n_0(t') dt'\right] \times \\ \times \left\{1 - \exp\left[-\sigma \int_0^x \Delta_0(x') dx'\right]\right\}.$$

代入上面的  $n(x, t)$  式中,可得

$$n(x, t) = n_0\left(t - \frac{x}{c}\right) \exp\left[2\sigma c P \frac{x}{c} \left(t - \frac{x}{c}\right)\right] \times \exp\left[2\sigma c \int_{\rho_0}^{t - \frac{x}{c}} n_0(t') dt'\right] / \text{分母}, \quad (2.5)$$

$$\text{其中分母} = \exp\left[2\sigma c P \frac{x}{c} \left(t - \frac{x}{c}\right)\right] \times \exp\left[2\sigma c \int_{\rho_0}^{t - \frac{x}{c}} n_0(t') dt'\right] - \\ - \int_{\rho_0}^{t - \frac{x}{c}} \exp\left[2\sigma c \int_{\rho_0}^{\rho} n_0(t') dt'\right] \times 2\sigma c P \frac{x}{c} \exp\left(2\sigma c P \frac{x}{c} \rho\right) d\rho - \\ - \exp\left(2\sigma c P \frac{x}{c} \rho_0\right) \times \exp\left[-2\sigma c \int_{-\infty}^{\rho_0} n_0(t') dt'\right] \times \\ \times \left\{1 - \exp\left[-\sigma \int_0^x \Delta_0(x') dx'\right]\right\};$$

或改写为

$$n(x, t) = \frac{n_0\left(t - \frac{x}{c}\right) F\left(\frac{x}{c}, t - \frac{x}{c}\right)}{k(x) + F\left(\frac{x}{c}, t - \frac{x}{c}\right) - \int_{\rho_0}^{t - \frac{x}{c}} 2\sigma c P \frac{x}{c} F\left(\frac{x}{c}, \rho\right) d\rho}, \quad (2.6)$$

其中

$$F = \exp\left[2\sigma c P \frac{x}{c} \left(t - \frac{x}{c}\right)\right] \times \exp\left[2\sigma c \int_{\rho_0}^{t - \frac{x}{c}} n_0(t') dt'\right],$$

这就是所求得的具有任意的初始粒子反轉数分布与任意形式輸入情形下的光子密度分布函数的一般表达式.

利用  $\Delta(x, t) = \frac{1}{\sigma c n} \left(\frac{\partial n}{\partial t} + c \frac{\partial n}{\partial x}\right)$  及上面已求出的  $n(x, t)$ , 经过比較繁但很直接的計算, 求得这时粒子反轉数密度的一般表达式

$$\Delta(x, t) = \left\{ \frac{1}{F} \frac{\partial F}{\partial \xi} k(x) - ck'(x) - \frac{1}{F} \frac{\partial F}{\partial \xi} \int_{\rho_0}^{t - \frac{x}{c}} 2\sigma c P \frac{x}{c} F\left(\frac{x}{c}, \rho\right) d\rho + \right. \\ \left. + \int_{\rho_0}^{t - \frac{x}{c}} 2\sigma c P \left[ F\left(\frac{x}{c}, \rho\right) + \frac{x}{c} \frac{\partial F}{\partial \xi} \right] d\rho \right\} / \sigma c \left[ k(x) + F\left(\frac{x}{c}, t - \frac{x}{c}\right) - \right. \\ \left. - \int_{\rho_0}^{t - \frac{x}{c}} 2\sigma c P \frac{x}{c} F\left(\frac{x}{c}, \rho\right) d\rho \right]. \quad (2.7)$$

不难验证这一結果的正确性. 取  $\rho = \rho_0$ , 得

$$\Delta\left(x, t - \frac{x}{c} = \rho_0\right) = \frac{\frac{1}{F} \frac{\partial F}{\partial \xi} k(x) - ck'(x)}{\sigma c (k + F)} =$$

$$= \frac{\Delta_0(x) \times \exp\left[-\sigma \int_0^x \Delta_0(x') dx'\right]}{\exp\left[-\sigma \int_0^x \Delta_0(x') dx'\right] + \exp\left[2\sigma c \int_{-\infty}^{\rho_0} n_0(t') dt'\right] - 1}.$$

这与文献[5]中  $\rho < \rho_0$  情形求得的结果完全一致。

下面我们以方形脉冲输入为例，利用(2.5)进行计算与讨论。所以采用方脉冲输入，不仅是为了计算上的方便，而且也是实际应用上的一个重要情况。

我们假定：输入一个方形脉冲

$$n_0(t) = \begin{cases} n_0 & 0 \leq t \leq \tau, \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad \text{取 } \rho_0 = 0; \quad (2.8)$$

激发是均匀的，即

$$\Delta_0(x) = \Delta_0 = \text{常量}. \quad (2.9)$$

这点与实际情形也是比较接近的。将(2.8)与(2.9)式代入(2.5)式，求得

$$n(x, t) = \begin{cases} \frac{n_0}{\text{分母}}, & \\ \left. \begin{aligned} & \text{其中分母} = 1 - \frac{P\tau x}{\eta + P\tau x} \left\{ 1 - \exp\left[-2\sigma(\eta + P\tau x)\left(t - \frac{x}{c}\right)/\tau\right] \right\} - \\ & - [1 - \exp(-\sigma\Delta_0 x)] \exp\left[-\frac{2\sigma}{\tau}(\eta + P\tau x)\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] \\ & \quad \text{当 } 0 \leq t - \frac{x}{c} \leq \tau, \\ & 0 \quad \text{当 } t - \frac{x}{c} \leq 0, \quad t - \frac{x}{c} \geq \tau; \end{aligned} \right\} \quad (2.10) \end{cases}$$

其中  $\eta \equiv n_0 c \tau$ ，即一个方脉冲中的总光子数。

假设活性介质长度为  $L$ 。由(2.10)式求得活性介质输出端对应的脉冲前端为

$$n\left(L, \frac{L}{c}\right) = n_0 \exp(\sigma\Delta_0 L); \quad (2.11)$$

脉冲后端为

$$n\left(L, t + \frac{L}{c}\right) = \frac{n_0}{\text{分母}}, \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \text{其中分母} &= 1 - \frac{P\tau L}{\eta + P\tau L} \left\{ 1 - \exp\left[-2\sigma(\eta + P\tau L)\frac{t}{\tau}\right] \right\} - \\ &- [1 - \exp(-\sigma\Delta_0 L)] \exp\left[-2\sigma(\eta + P\tau L)\frac{t}{\tau}\right]. \end{aligned}$$

由此看出，仅在方脉冲的前端才是按指数形式放大的，这点在物理上也是清楚的；在脉冲前端之后，由于脉冲中前面部分已经耗去了一部分粒子反转数的能量储藏，因此后部的放大比指数形式的放大缓慢一些。而且脉冲后沿与不考虑激发作用情形相比，下降得更慢一些，这点也是可以料想到的。同样我们也得到可用指数形式描写放大(象通常采用的那样)的条件是

$$2\sigma(\eta + P\tau L) \ll \exp(-\Delta_0 \sigma L). \quad (2.13)$$

显然，这个条件对各物理参量的要求的物理意义是明确而合理的。

前面已經提及，当考虑輸入一系列方脉冲时更能显示激发的作用。我們假定有一組等間距的方脉冲輸入：

$$n_0(t) = \begin{cases} n_0 & kT \leq t \leq kT + \tau \quad (k = 0, 1, 2, \dots), \\ 0 & \text{其他} \end{cases}; \quad (2.14)$$

将(2.14)与(2.9)式代入(2.5)式，得

$$n(x, t) = n_0 \exp \left\{ 2\sigma c \left[ \left( t - \frac{x}{c} \right) \left( n_0 + \frac{Px}{c} \right) - (T - \tau)Kn_0 \right] \right\} / \text{分母},$$

$$\text{其中分母} = \exp \left\{ 2\sigma c \left[ \left( t - \frac{x}{c} \right) \left( n_0 + \frac{Px}{c} \right) - (T - \tau)Kn_0 \right] \right\} -$$

$$- [1 - \exp(-\sigma\Delta_0 x)] - 2\sigma c P \frac{x}{c} \int_0^{t-\frac{x}{c}} \exp \left[ 2\sigma c \int_0^\rho n_0(t') dt' + 2\sigma c P \frac{x}{c} \rho \right] d\rho,$$

而

$$\int_0^{t-\frac{x}{c}} \exp \left[ 2\sigma c \int_0^\rho n_0(t') dt' + 2\sigma c P \frac{x}{c} \rho \right] d\rho =$$

$$= \sum_{k=0}^{K-1} \left\{ \int_{kT}^{kT+\tau} \exp \left[ 2\sigma c (\rho - kT + k\tau)n_0 + 2\sigma c P \frac{x}{c} \rho \right] d\rho + \right.$$

$$\left. + \int_{kT+\tau}^{(k+1)T} \exp \left[ 2\sigma c (k+1)\tau n_0 + 2\sigma c P \frac{x}{c} \rho \right] d\rho \right\} +$$

$$+ \int_{KT}^{t-\frac{x}{c}} \exp \left[ 2\sigma c (\rho - KT + K\tau)n_0 + 2\sigma c P \frac{x}{c} \rho \right] d\rho,$$

其中

$$KT \leq t - \frac{x}{c} \leq KT + \tau.$$

完成积分后即得

$$n(x, t) = n_0 / \text{分母}, \quad (2.15)$$

$$\text{其中分母} = 1 - [1 - \exp(-\sigma\Delta_0 x)] \times$$

$$\times \exp \left\{ -2\sigma c \left[ \left( t - \frac{x}{c} \right) \left( n_0 + \frac{Px}{c} \right) - (T - \tau)Kn_0 \right] \right\} -$$

$$- \exp \left\{ -2\sigma c \left[ \left( t - \frac{x}{c} \right) \left( n_0 + \frac{Px}{c} \right) - (T - \tau)Kn_0 \right] \right\} \times$$

$$\times \sum_{k=0}^{K-1} \left\{ \exp \left[ -2\sigma c k(T - \tau)n_0 \right] \times \frac{P \frac{x}{c}}{n_0 + P \frac{x}{c}} \times \right.$$

$$\times \left\{ \exp \left[ 2\sigma c \left( n_0 + P \frac{x}{c} \right) (kT + \tau) \right] - \exp \left[ 2\sigma c \left( n_0 + P \frac{x}{c} \right) kT \right] \right\} +$$

$$\left. + \exp \left[ 2\sigma c (k+1)\tau n_0 \right] \times \left\{ \exp \left[ 2\sigma c P \frac{x}{c} (k+1)T \right] - \exp \left[ 2\sigma c P \frac{x}{c} (kT + \tau) \right] \right\} \right\} -$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{P \frac{x}{c}}{n_0 + P \frac{x}{c}} \left\{ 1 - \exp \left[ -2\sigma c \left( n_0 + P \frac{x}{c} \right) \left( t - \frac{x}{c} - KT \right) \right] \right\} = \\
& = 1 - [1 - \exp(-\sigma \Delta_0 x)] \exp \left\{ -2\sigma c \left[ \left( t - \frac{x}{c} \right) \left( n_0 + P \frac{x}{c} \right) - Kn_0(T - \tau) \right] \right\} + \\
& + \exp \left\{ -2\sigma c \left[ \left( n_0 + P \frac{x}{c} \right) \left( t - \frac{x}{c} \right) - Kn_0(T - \tau) \right] \right\} \times \\
& \times \left\{ \frac{n_0}{n_0 + P \frac{x}{c}} \times \frac{\exp \left[ 2\sigma c \left( n_0 \tau + P \frac{x}{c} T \right) K \right]}{\exp \left[ 2\sigma c P \frac{x}{c} (T - \tau) \right]} + \right. \\
& + \frac{P \frac{x}{c}}{n_0 + P \frac{x}{c}} \times \frac{\exp \left[ 2\sigma c \left( P x \frac{T}{c} + n_0 \tau \right) K \right] - 1}{\exp \left[ 2\sigma c \left( P \frac{x}{c} T + n_0 \tau \right) \right]} + 1 - \\
& \left. - \exp \left[ -2\sigma c P \frac{x}{c} (T - \tau) \right] - \exp \left[ 2\sigma c \left( n_0 \tau + P \frac{x}{c} T \right) K \right] \right\}
\end{aligned}$$

这就是輸入一系列等間距方脉冲,在考虑激发作用下的光子密度分布函数。

由(2.15)式求得在活性介質輸出端接收到的第  $(K+2)$  个方脉冲前端为

$$n \left( L, \frac{L}{c} + (K+1)T \right) = n_0 / \text{分母}, \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned}
& \text{其中分母} = \exp \left[ -2\sigma c (T - \tau) P \frac{L}{c} \right] - [1 - \exp(-\sigma \Delta_0 L)] \times \\
& \times \exp \left\{ -2\sigma PL(T - \tau) - 2\sigma c \left[ (KT + \tau) P \frac{L}{c} + (K+1)\tau n_0 \right] \right\} - \\
& - \exp \left\{ -2\sigma PL(T - \tau) - 2\sigma c \left[ (KT + \tau) P \frac{L}{c} + (K+1)\tau n_0 \right] \right\} \times \\
& \times \sum_{k=0}^{K-1} \left\{ \exp \left[ -2\sigma c k (T - \tau) n_0 \right] \times \frac{P \frac{L}{c}}{n_0 + P \frac{L}{c}} \times \right. \\
& \times \left\{ \exp \left[ 2\sigma c \left( n_0 + P \frac{L}{c} \right) (kT + \tau) \right] - \exp \left[ 2\sigma c \left( n_0 + P \frac{L}{c} \right) kT \right] \right\} + \\
& + \exp \left[ 2\sigma c (k+1)\tau n_0 \right] \times \left\{ \exp \left[ 2\sigma c P \frac{L}{c} (k+1)T \right] - \exp \left[ 2\sigma c P \frac{L}{c} (kT + \tau) \right] \right\} \left. \right\} - \\
& - \exp \left[ -2\sigma PL(T - \tau) \right] \frac{P \frac{L}{c}}{n_0 + P \frac{L}{c}} \left\{ 1 - \exp \left[ -2\sigma c \tau \left( n_0 + P \frac{L}{c} \right) \right] \right\};
\end{aligned}$$

及在活性介质输出端接收到的第  $(K+2)$  个方脉冲的后端为

$$n\left(L, \frac{L}{c} + KT + \tau\right) = n_0/\text{分母}, \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned} \text{其中分母} = & 1 - [1 - \exp(-\sigma\Delta_0 L)] \exp\left\{-2\sigma c \left[(KT + \tau)P\frac{L}{c} + (K+1)\tau n_0\right]\right\} - \\ & - \frac{P\frac{L}{c}}{n_0 + P\frac{L}{c}} \left\{1 - \exp\left[-2\sigma c \left(n_0 + P\frac{L}{c}\right)\tau\right]\right\} - \\ & - \exp\left\{-2\sigma c \left[(KT + \tau)P\frac{L}{c} + (K+1)n_0\tau\right]\right\} \times \\ & \times \sum_{k=0}^{K-1} \left\{ \exp\left[-2\sigma c k(T - \tau)n_0\right] \frac{P\frac{L}{c}}{n_0 + P\frac{L}{c}} \times \right. \\ & \times \left\{ \exp\left[2\sigma c \left(n_0 + P\frac{L}{c}\right)(kT + \tau)\right] - \exp\left[2\sigma c \left(n_0 + P\frac{L}{c}\right)kT\right] \right\} + \\ & \left. + \exp\left[2\sigma c(k+1)n_0\tau\right] \times \left\{ \exp\left[2\sigma c P\frac{L}{c}(k+1)T\right] - \exp\left[2\sigma c P\frac{L}{c}(kT + \tau)\right] \right\} \right\}. \end{aligned}$$

由上两式即可得出

$$n(L, L + (K+1)T)/n(L, L + KT + \tau) = \exp[2\sigma PL(T - \tau)], \quad (2.18)$$

即这种由于激发作用的恢复的放大与  $K$  无关,其意义是明确的.

利用(2.18)式,我們可以通过輸入一系列方脉冲測其輸出波形,立即定出激发作用强度  $P$ . 我們希望这是測量耦合入 laser 放大器的激发强度的有效方法之一. 由(2.16)式写出

$$\begin{aligned} n_0/n\left(L, \frac{L}{c} + KT\right) = & 1 - [1 - \exp(-\sigma\Delta_0 L)] \exp\left[-2\sigma c K \left(n_0\tau + P\frac{L}{c}T\right)\right] - \\ & - \frac{1 - \exp\left[-2\sigma c K \left(P\frac{L}{c}T + n_0\tau\right)\right]}{\exp\left[2\sigma c \left(P\frac{L}{c}T + n_0\tau\right)\right] - 1} \times \left\{ \frac{P\frac{L}{c}}{n_0 + P\frac{L}{c}} \left\{ \exp\left[2\sigma c \left(n_0 + P\frac{L}{c}\right)\tau\right] - 1 \right\} + \right. \\ & \left. + \left\{ \exp\left[2\sigma c \left(P\frac{L}{c}T + n_0\tau\right)\right] - \exp\left[2\sigma c \left(n_0 + P\frac{L}{c}\right)\tau\right] \right\} \right\}. \quad (2.19) \end{aligned}$$

上式中,一般第二項比第一項重要,即随  $K$  之增加,  $n(L, L/c + KT)$  单调下降,这是合理的. 但若激发作用十分强,或訊号微弱,即  $P\frac{L}{c} \gg n_0$ , 将得到輸出波形随  $K$  而单调上升,而且这样将会导致在过程中  $\Delta > \Delta_0$ , 一般这是不合理的,問題在于沒有考虑弛豫損耗,除非这儿的  $P$  指的是强于維持初始粒子反轉数密度  $\Delta_0$  的激发作用强度(例如輸入訊号时加强激发作用).

有兴趣的是当  $K \gg 1$  时的渐近行为。由(2.19)式可得

$$n\left(L, \frac{L}{c} + KT\right) \approx \frac{\left(n_0 + P \frac{L}{c}\right) \left\{ \exp \left[ 2\sigma c \left( P \frac{L}{c} T + n_0 \tau \right) \right] - 1 \right\}}{\exp \left[ 2\sigma c \left( n_0 + P \frac{L}{c} \right) \tau \right] - 1}. \quad (2.20)$$

下面分两种情形进行討論:

(A) 强脉冲 即  $2\sigma c n_0 \tau \gg 1$  (例如大能量 laser 脉冲)。这时一般仍有  $n_0 \gg \frac{PL}{\tau}$ ,

由(2.20)式可得脉冲前端输出为

$$n\left(L, KT + \frac{L}{c}\right) = n_0 \exp[2\sigma PL(T - \tau)]; \quad (2.21)$$

利用(2.18)式可得脉冲后端输出为

$$n_0. \quad (2.21')$$

注意到这是一个与  $K$  无关的稳定解,即在稳定时,前沿的放大完全来自激发的恢复作用的结果,而后端不放大。这个结果可以这样理解,由于强的脉冲输入及  $K \gg 1$ ,前面的几个脉冲已经耗尽了初始时刻具有的粒子反转数分布,以致后面脉冲的放大完全依赖于激发作用的恢复所获得的粒子数反分布,而与初始条件无关;同时由于输入极强,以致在一个脉冲里,从前端到后端时已耗尽激发作用恢复的粒子反转数分布,所以后端得不到放大而维持在输入时的水平  $n_0$ 。当然,这个结果与一开始没有考虑弛豫与损耗有关,实际情况应该是在脉冲后端强度小于  $n_0$ 。从这个强脉冲输入 ( $2\sigma c n_0 \tau \gg 1$ ) 的例子,我们看到,不仅获得能量的放大,还将由于前端比后端更取得放大优势而使脉冲变窄,导致功率放大。此外还看到正如在引言中所提到的,在强信号输入时,激发作用在这里对稳定行为(这往往是更有兴趣的)起了决定性的作用,以致与初始粒子反转数分布无关,这与通常<sup>[2-5]</sup>对小信号的处理构成两种极端。顺便提一下,也正是输入强的脉冲,因此更无须考虑自发辐射及其他弛豫过程(一般指纵向弛豫)的影响,即在强光下,  $\Delta$  至多减少到零而不是  $\Delta < 0$  是一个比较好的近似。当然这里全是基于把体系的受激辐射过程简单地理解为一个 rate 过程的结果<sup>[1,4]</sup>。

(B) 弱脉冲 即  $2\sigma c \left( n_0 \tau + P \frac{L}{c} T \right) \ll 1$ 。这个条件通常是容易满足的,由(2.20)式即得

$$n\left(L, KT + \frac{L}{c}\right) \approx n_0 + P \frac{LT}{c\tau}. \quad (2.22)$$

即脉冲之放大与激发强度、活性介质长度成线性关系,通常正是这样处理增益的。

### 三、强光注入 laser

不难理解,以强光注入 laser 后, laser 的稳定工作点将向阈值较低的方向移动,从 Statz-deMars<sup>[6]</sup> 方程

$$\left. \begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= P - \frac{N - N_0}{T_1} - 2BnN, \\ \frac{dn}{dt} &= -qn + BnN + n_0 \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

出发, 其中  $n_0$  即为注入的强光. 稳定态对应  $\frac{dN}{dt} = 0$ ,  $\frac{dn}{dt} = 0$ . 假定当  $n_0 = 0$  时, 稳定点为  $N^0$  及  $n^0$ , 其中

$$N^0 = q/B, \quad n^0 = \frac{1}{2q} \left( P - \frac{q - BN_0}{BT_1} \right) \quad (> 0); \quad (3.2)$$

设  $n_0 \neq 0$  时之稳定点为

$$N^0 = N^0(1 + \Delta), \quad n^0 = n^0(1 + \delta) \quad |\delta| \ll 1, \quad |\Delta| \ll 1. \quad (3.3)$$

代入 Stutz-deMars 方程, 利用  $|\delta| \ll 1$ ,  $|\Delta| \ll 1$  作近似(取到  $\delta$  及  $\Delta$  的线性项), 即可得出

$$\Delta = \frac{-2n_0}{P - \frac{q}{BT_1} + \frac{N_0}{T_1}}. \quad (3.4)$$

由于  $n^0 = \frac{1}{2q} \left( P - \frac{q - BN_0}{BT_1} \right) > 0$ , 可得  $\Delta < 0$

和

$$\delta = \frac{2n_0 B^2 T_1 (P T_1 + N_0)}{(BTP + BN_0 - q)^2} \quad (> 0). \quad (3.5)$$

由上面  $\Delta$  及  $\delta$  之符号就表明了稳定点向阈值减小的方向移动, 移动之大小由(3.4)及(3.5)给出.

因此对 laser 输入强光将可能“刺激”还没有达到振荡条件的 laser 产生受激发射. 此外注入恒定的强光将不会影响稳定工作点关于稳定性讨论的全部结论. 这从对稳定点作小偏离, 将(3.1)式线性化的手续立即可以知道.

下面我们由 rate 方程出发来讨论对 laser 注入强光. 为了符号统一起见, 将上面采用的 Stutz-deMars 原来的符号改写为第二节中采用的符号, 即在(3.1)式中取  $B = \sigma c$ ,  $N = \Delta$ ,  $q = W$ . 并略去分子弛豫项  $\frac{N - N_0}{T_1}$ , 再取初条件为

$$n(t=0) \equiv n(0), \quad \Delta(t=0) \equiv \Delta(0);$$

方程变为

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta}{dt} &= 2P - 2\sigma c n \Delta, \\ \frac{dn}{dt} &= \sigma c n \Delta + n_0(t) - Wn, \end{aligned}$$

其中  $W$  为考虑到由于透射及其他原因的光子损耗系数, 其余的符号前面已经定义过了. 要严格求解上两个方程是很困难的. 当  $n_0(t) = 0$  时, 在文献[10]中已一半用解析方法, 一半用数值积分方法算出来了.

对于用此式描写的过程可能包括下面两种情况:

(A) 以一个 laser (I) 作为强光源注入另一个 laser (II), 这时  $W$  一般很小而且维持恒定值, 而 laser (II) 可以处于尚不足以达到振荡状态或已进行振荡的状态, 这由  $W$  与  $\sigma c \Delta_0$  的相对大小及初条件决定.

(B) 可以是描写 Q-调制过程中的一个最重要而又有趣的阶段<sup>[7-10]</sup> (PTM 或 PRM 操

作皆可)。在这个阶段里,显然都具有高反射率的腔端面(即  $W$  很小),而且粒子数反分布迅速被耗尽,光子数則激增。如果是快调制,則  $W$  可以看成常量。当然也可能是描写长度与 Q-调制同时进行<sup>[11]</sup>中的一个有趣阶段,特别是长度调制<sup>[12]</sup>(“串联” laser)常认为:其中一个 laser 主要是具有較高的粒子反轉数积累(高閾值),主要起放大振蕩作用;而另一个 laser 比較易于激发,因此可以理解为有強光注入 laser 的过程。

总之(A), (B)两种情形都对应于上面的方程,而且其中  $Wn$  是小量,这也就是我們使用微扰論的出发点(把  $Wn$  看作微扰)。显然,当光子数的增长基本上进行完毕以后,已开始对应于光子衰減(以输出为主)过程时,  $Wn$  已非小量項,因此在这阶段上面的处理不再合适,不过我們可以半定量地很容易地处理这个阶段(在此从略)。先不考虑  $P$ , 把  $Wn$  看成微扰,由(3.1)式得到零級近似方程为

$$\begin{aligned}\frac{d\Delta^{(0)}}{dt} &= -2\sigma c n^{(0)}\Delta^{(0)}, \\ \frac{dn^{(0)}}{dt} &= \sigma c n^{(0)}\Delta^{(0)} + n_0(t);\end{aligned}$$

初条件

$$\begin{aligned}\Delta^{(0)}(0) &= \Delta(0), \\ n^{(0)}(0) &= n(0)\end{aligned}$$

及一級近似方程

$$\begin{aligned}\frac{d\Delta^{(1)}}{dt} &= -2\sigma c (n^{(0)}\Delta^{(1)} + n^{(1)}\Delta^{(0)}), \\ \frac{dn^{(1)}}{dt} &= \sigma c (n^{(0)}\Delta^{(1)} + n^{(1)}\Delta^{(0)}) - Wn^{(0)},\end{aligned}$$

初条件

$$\begin{aligned}\Delta^{(1)}(0) &= 0, \\ n^{(1)}(0) &= 0.\end{aligned}$$

求得零級方程的解为

$$\begin{aligned}\Delta^{(0)} &= \frac{\Delta(0)U(t)}{1 - \sigma c \Delta_0 \int_0^t U(\lambda)d\lambda}, \\ n^{(0)} &= n(0) + \frac{\Delta(0)}{2} - \frac{\Delta^{(0)}}{2} + \int_0^t n_0(\lambda)d\lambda,\end{aligned}$$

其中

$$U(t) = \exp\left[-\sigma c \int_0^t (\Delta_0 + I(\lambda))d\lambda\right], \quad I(t) = \int_0^t n_0(\lambda)d\lambda.$$

将零級近似解代入一級方程,求得一級方程的解为

$$\begin{aligned}\Delta^{(1)} &= \frac{2W\sigma c}{N} \exp\left[\sigma c \int_0^t (\Delta^{(0)} - 2n^{(0)})d\lambda\right] \times \\ &\quad \times \int_0^t d\lambda \Delta^{(0)}(\lambda) \int_0^\lambda n^{(0)}(\lambda')d\lambda' \times \exp\left[\sigma c \int_0^\lambda (\Delta^{(0)} - 2n^{(0)})d\lambda'\right],\end{aligned}$$

其中  $N$  为分子数浓度。而

$$\begin{aligned}
n \approx n^{(0)} + n^{(1)} &= n(0) + \frac{\Delta(0)}{2} + I(t) - \frac{\Delta(0)}{2} - \\
&- W \left( n(0) + \frac{\Delta(0)}{2} \right) t - W \int_0^t I(\lambda) d\lambda + W \int_0^t \frac{\Delta^{(0)}}{2} d\lambda - \\
&- \frac{2W\sigma c}{N} \exp \left[ \sigma c \int_0^t (\Delta^{(0)} - 2n^{(0)}) d\lambda \right] \times \int_0^t \Delta^{(0)}(\lambda) \int_0^\lambda n^{(0)}(\lambda') d\lambda' \times \\
&\times \exp \left[ \sigma c \int_0^\lambda (2n^{(0)} - \Delta^{(0)}) d\lambda' \right] d\lambda.
\end{aligned}$$

将  $n^{(0)}$ ,  $\Delta^{(0)}$  部分代入, 即得

$$\begin{aligned}
n \approx & \left( n(0) + \frac{\Delta(0)}{2} \right) (1 - Wt) + I(t) - W \int_0^t I(\lambda) d\lambda - \\
& - \frac{\Delta(0) \frac{1}{2} U(t)}{1 - \sigma c \Delta(0) \int_0^t U(\lambda) d\lambda} - \frac{W}{\sigma c N^2} \ln \left( 1 - \sigma c \Delta(0) \int_0^t U(\lambda) d\lambda \right) - \\
& - \frac{2W\sigma c}{N} \times \frac{\exp \left[ -\sigma c \left( \Delta(0)t + 2n(0)t + \int_0^t I(\lambda) d\lambda \right) \right]}{\left( 1 - \Delta(0)\sigma c \int_0^t U(\lambda) d\lambda \right)^2} \times \\
& \times \int_0^t d\lambda \Delta^{(0)}(\lambda) \int_0^\lambda n^{(0)}(\lambda') d\lambda' \frac{\exp \left[ \sigma c \left( \Delta(0)\lambda + 2n(0)\lambda + \int_0^\lambda I(\lambda') d\lambda' \right) \right]}{\left( 1 + \Delta(0)\sigma c \int_0^\lambda U(\lambda') d\lambda' \right)^2}. \quad (3.6)
\end{aligned}$$

虽然这个决定腔内光子数以及单位面积输出功率 ( $\approx nc \frac{W_t}{W}$ ,  $W_t$  为  $W$  中透射部分的损失系数) 的式子相当繁, 但各项物理意义是比较清楚的, 即现在腔内总光子数对应于初始时刻的光子数  $n(0)$ 、初始光子数的消耗  $n(0)Wt$ 、由于输入得到的光子数  $I(t)$ 、输入光在这过程中的损耗  $W \int_0^t I(\lambda) d\lambda$ 、从受激发射所可能得到的光子数  $\left( \Delta(0) - \frac{\Delta(0)U(t)}{1 - \sigma c \Delta(0) \int_0^t U(\lambda) d\lambda} \right)$  以及受激发射产生的光子在受激发射过程中同时耗散掉的  $\left[ \frac{\Delta(0)}{2} Wt + \frac{W}{\sigma c N^2} \ln \left( 1 - \sigma c \Delta(0) \int_0^t U(\lambda) d\lambda \right) \right]$  及最后一项。如果考虑的是情形(B)而又需要考虑有限的调制时间(例如中速、慢速调制), 则只须将所有的  $W$  纳入积分号内即可。我们既然得到输出功率的解析表达式, 在原则上应该可以得到输出的全部时间行为。例如延迟时间; 功率上升、下降时间; 输出宽度; 功率峰值位置; 最佳耦合与调制(包括注入光与参量的调制)。但表达式太繁复, 以致我们还不能给出这一系列具体的结果, 我们希望这个解析表达式能成为进一步的讨论及对感兴趣的具体情况数值计算的出发点, 特别是方程中现在所依赖的参量是很少的。又当注入强光时刻以前, 如果 laser (II) 尚未振荡, 则式中初始光子数  $n(0)$  远可忽略, 结果也得到一些化简。

下面利用(3.6)作一个半定量的计算。为计算方便, 我们略去(3.6)中最后一项, 因为

从(3.6)中各項物理意义可以估計到所略去的損耗在数量級上不会比保留的損耗項之貢獻大。我們还假定輸入的強光为一巨脉冲,并取为一个 $\delta$ -函数:

$$n_0(t) = 2a\delta(0).$$

由于在推导(3.6)式时,对輸入光 $n_0(t)$ 是曾經严格处理的,故这里可以以巨脉冲作为注入 laser 之強光,而巨脉冲通常是极銳极強的。

$$I(t) = \int_0^t n_0(t') dt' = a.$$

若 $a$ 取为典型的巨脉冲輸入总光子数 $\approx 1.25 \times 10^{18} \text{ cm}^{-2}$ ,光的誘导辐射截面通常为 $\sigma \approx 2.5 \times 10^{-20} \text{ cm}^2$ ,若取紅宝石 laser,不难得出比較典型的参量: $\Delta(0) \approx 1.25 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ,光速 $C_{\text{ruby}} \approx 1.7 \times 10^{10} \text{ cm/sec}$ , $W \approx 10^8 \text{ sec}^{-1}$ . 代入(3.6)算得

$$n \approx n^{(0)} + n^{(1)} = n(0) + 1.25 \times 10^{18} \left( \frac{3}{2} - \frac{1}{1 + e^{10^9 t}} \right) - Wt \left( n(0) + \frac{\Delta(0)}{2} + a - \frac{1}{2t} \int_0^t \Delta^{(0)}(\lambda) d\lambda \right).$$

假定注入強光前 laser (II) 尙未振蕩,則 $n(0)$ 远可忽略。将計算結果以图 1 与表 1 表示出来。

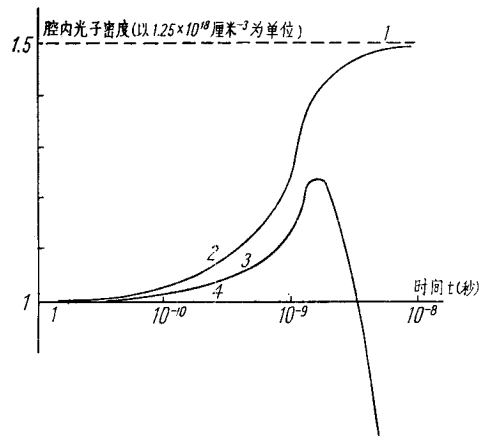


图 1 腔内光子密度-时间曲线

曲线 1——不考虑损耗下的最大可能的光子密度  
曲线 2——不考虑损耗下的光子密度-时间关系  
曲线 3——考虑损耗下的光子密度-时间关系  
曲线 4——注入的強光水平

表 1 其中 $n^{(0)}$ ,  $n^{(1)}$ 及 $n^{(0)} + n^{(1)}$ 皆以 $1.25 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ 为单位

$t(\text{sec})$	$10^{-10}$	$10^{-9}$	$1.5 \times 10^{-9}$	$1.8 \times 10^{-9}$	$2 \times 10^{-9}$	$3 \times 10^{-9}$	$5 \times 10^{-9}$	$10^{-8}$
$n^{(0)}$	1.02	1.23	1.41	1.43	1.44	1.48	1.50	1.50
$n^{(1)}$	-0.01	-0.11	-0.17	-0.21	-0.24	-0.48	-0.68	-1.43
$n^{(0)} + n^{(1)}$	1.01	1.12	1.24	1.22	1.20	1.00	0.82	0.07

由图 1 及表 1 可以看出,計算結果在定性上是合理的,在数量級上与 Q-調制巨脉冲实际情形差不多,整个曲数的時間行为与前面对整个物理过程的分析基本上一致。順便

指出当  $t \gtrsim 10^{-8}$  sec 时, 这里的计算(把损耗当微扰)就不再合适, 因为微扰实际上是对  $Wt$  展开的, 当  $t \sim 10^{-8}$  sec 时  $Wt \sim 1$ . 由图 1 可知强光注入可能使原来已经满足振荡条件的 laser 的振荡之到来大为提前(延迟时间大为缩短), 现在已有的 Q-调制获得巨脉冲的实验与理论计算<sup>[10]</sup>表明典型的巨脉冲约有  $10^{-7}$  sec 的延迟时间, 在如此长的时间里(相对于发生巨脉冲的整个过程)振荡维持在很低的水平. 因此实际上对一个 Q-调制 laser 只须注入并不太强的光就能使延迟时间大为缩短. 我们曾作过的计算表明随注入光强的增加延迟时间随之缩短, 功率峰值更早到达. 从图 1 还看到从 laser (II) 中由于强光注入而净诱发之光子密度数 ( $n-a$ ) 可以与通常很强的巨脉冲之强度(这里达  $\approx 0.25 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ ) 和尖锐性(这里宽度  $\lesssim 10^{-8}$  sec) 相比, 即有可能成为加强巨脉冲的一种手段. 由于弛豫、饱和等因素不可能很大地提高反转数的积累, 所以欲获得极强的巨脉冲须采取一些级联放大办法, 而当巨脉冲水平不很高时, 一次通过活性介质并未充分利用其中积累的反转数, 如果前一级的巨脉冲强光注入次一级活性介质之后, 再在该活性介质上进行 PTM 操作的 Q-调制, 则由此种 Q-调制方法获得的巨脉冲强度基本上可选加在注入的巨脉冲强光上, 从而得到更强的巨脉冲. 这从方程(3.1)是不显含  $t$  的非线性方程的积分曲线的性质也可以理解. 此外由于强光的注入, 使 laser 从一开始就具有注入光强的振荡水平, 而没有普通 laser (包括 Q-调制 laser) 从振荡发生达到这一振荡水平过程中的损耗, 估计

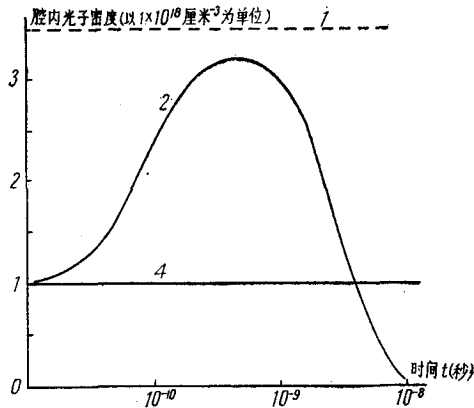


图 2 腔内光子密度-时间曲线  
曲线 1, 2, 4 的意义见图 1.

因此能得到的脉冲能量与功率的加强的益处不会太大. 当然只注意提高光强并不很合算, 例如我们取:  $\Delta_0 \approx 5 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$  (这比通常产生巨脉冲的典型数值还小一些), 而注入光减小一些:  $a = 1 \times 10^{18}$ , 由(3.6)式算得的结果画在图 2 上, 由此看出光子密度数峰值可以相当接近无损耗的理想值. 此外值得注意的是: 以注入强光获得功率或能量的放大方式却免除了通常作为振荡器的光激光器所具有的模竞争阶段, 而是在一开始时(一旦注入强光)就在注入强光的模上建立了极大的优势(从而别的模受到抑制). 也表明放大后的光可能也仍然是主要只具有注入的强光的模, 因而在这种级联放大过程中仍保持有较高的光子简并度. 这将有利于能量或功率的放大以及得到相干性较好的光. 因此级联放大办法比只提高单个 laser 泵强等措施的办法也许优越些.

如果在(3.1)中考虑激发作用而不把  $P$  当作微扰看待, 则零级方程为

$$\frac{d\Delta^{(0)}}{dt} = -2\sigma cn^{(0)}\Delta^{(0)} + P,$$

$$\frac{dn^{(0)}}{dt} = \sigma cn^{(0)}\Delta^{(0)} + n_0(t),$$

可解得

$$n^{(0)} = n(0) + \frac{1}{2} (\Delta(0) - \Delta^{(0)}) + \frac{1}{2} Pt + \frac{1}{2} I(t),$$

计算因此能得到的脉冲能量与功率的加强的益处不会太大. 当然只注意提高光强并不很合算, 例如我们取:  $\Delta_0 \approx 5 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$  (这比通常产生巨脉冲的典型数值还小一些), 而注入光减小一些:  $a = 1 \times 10^{18}$ , 由(3.6)式算得的结果画在图 2 上, 由此看出光子密度数峰值可以相当接近无损耗的理想值. 此外值得注意的是: 以注入强光获得功率或能量的放大方式却免除了通常作为振荡器的光激光器所具有的模竞争阶段, 而是在一开始时(一旦注入强光)就在注入强光的模上建立了极大的优势(从而别的模受到抑制). 也表明放大后的光可能也仍然是主要只具有注入的强光的模, 因而在这种级联放大过程中仍保持有较高的光子简并度. 这将有利于能量或功率的放大以及得到相干性较好的光. 因此级联放大办法比只提高单个 laser 泵强等措施的办法也许优越些.

而  $\Delta^{(0)}$  满足一个利卡迪型方程

$$\frac{d\Delta^{(0)}}{dt} + \sigma_c \Delta^{(0)} \left( \frac{\Delta^{(0)}}{N} + \frac{2n^{(0)}}{N} + I(t) + Pt \right) - \frac{\Delta^{(0)^2}}{N} - P = 0.$$

因此在一般情况下将不可能化为积分形式。仅当方程已有一个特解形式，例如  $\Delta_1^{(0)}$  时，才能定出满足任意初始条件的特定解， $\Delta^{(0)}|_{\Delta^{(0)}(0)=\Delta_0}$  为

$$\Delta^{(0)} = \Delta_1^{(0)} + \frac{\exp \left[ -\sigma_c \int_0^t (\Delta^{(0)} + 2n^{(0)} + I(\lambda) + P\lambda - 2\Delta_1^{(0)}) d\lambda \right]}{\frac{1}{\Delta^{(0)} - \Delta_1^{(0)}(0)} - \sigma_c \int_0^t \exp \left[ -\sigma_c \int_0^\lambda (\Delta^{(0)} + 2n^{(0)} + I(\lambda') + P\lambda' - 2\Delta_1^{(0)}) d\lambda' \right] d\lambda}. \quad (3.7)$$

但如果激发作用可以考虑成微扰，则零级近似的解  $\Delta^{(0)}$ ， $n^{(0)}$  同于 (3.6) 式；而一级近似方程改为

$$\begin{aligned} \frac{dn^{(1)}}{dt} &= \sigma_c (\Delta^{(0)} n^{(1)} + \Delta^{(1)} n^{(0)}) - W n^{(0)}, \\ \frac{d\Delta^{(1)}}{dt} &= -2\sigma_c (\Delta^{(0)} n^{(1)} + \Delta^{(1)} n^{(0)}) + 2P, \end{aligned}$$

初条件

$$\begin{aligned} n^{(1)}(0) &= 0, \\ \Delta^{(1)}(0) &= 0. \end{aligned}$$

求出这组方程的解，即可得到感兴趣的光子密度数为

$$n \approx n^{(0)} + n^{(1)}, \quad (3.8)$$

其中

$$\begin{aligned} n^{(1)} &= Pt - W \int_0^t n^{(0)}(\lambda) d\lambda + \sigma_c \exp \left[ \sigma_c \int_0^t (\Delta^{(0)} - 2n^{(0)}) d\lambda \right] \times \\ &\quad \times \int_0^t \left( P\lambda - W \int_0^\lambda n^{(0)}(\lambda') d\lambda' \right) \times \Delta^{(0)} \exp \left[ \sigma_c \int_0^\lambda (2n^{(0)} - \Delta^{(0)}) d\lambda' \right] d\lambda, \end{aligned}$$

而  $n^{(0)}$  与未考虑  $P$  的零级方程的解相同。

本工作曾得到李蔭远先生、陈春先同志及霍裕平同志的关切与帮助，在此谨致谢意。

### 参 考 文 献

- [1] Pao, Yoh-han, *J. Opt. Soc. Amer.*, **52** (1962), 871.
- [2] Jacobs, H., Holmes, D. A., Hatkin, L. and Brand, F. A., *J. Appl. Phys.*, **34** (1963), 2617.
- [3] Davis, J. I. and Sooy, W. R., *Appl. Optics.*, **3** (1964), 715.
- [4] Wittke, J. P., *J. Appl. Phys.*, **35** (1964), 1668.
- [5] Frantz, L. M. and Nodvik, J. S., *J. Appl. Phys.*, **34** (1963), 2346.
- [6] Statz, H. and deMars, G., *Quantum Electronics* (1960).
- [7] Vuylsteke, A. A., *J. Appl. Phys.*, **34** (1963), 1615.
- [8] Hellwarth, R. W., *Adv. Quantum Electronics* (1961).
- [9] McClung, F. J. and Hellwarth, R. W., *Proc. IEEE*, **51** (1963), 46; *J. Appl. Phys.*, **33** (1962), 828.
- [10] William, G. W. and Bela, A. L., *J. Appl. Phys.*, **34** (1963), 2040.
- [11] 李铁城 (尚未发表).
- [12] Peressini, E. R., *Appl. Phys. Letts.*, **3** (1963), 203.

---

## ON THE STIMULATED AMPLIFICATION OF LIGHT

LI TIEH-CHEN ZHU ZHEN-HE

(*Academia Sinica*)

### ABSTRACT

In this article, the simultaneous set of nonlinear equations for photon transport and inverted population in active medium is solved by taking the pumping effect into account. The analytic expressions of the space-time distribution function of inverted population and photon density are then obtained for an arbitrary initial distribution of inverted population. The cases of a single or a series of square pulse input are discussed in detail. In addition, the effects of incidence of very intense beam on steady-state operation of the laser are also studied. Under certain conditions, the perturbation method may be used to derive the formulas for photon density and inverted population density in laser. Calculations are made, with ruby laser as an example, and it is shown that the incidence of very intense beam may possibly be used for strengthening giant pulses.