

1p 壳层核的 α 折合宽度*

王 凡 陈金全 施士元

(南 京 大 学)

提 要

利用谐振子壳模型波函数,计算了 1p 壳层核的 α 折合宽度。计算结果发现,正常宇称能级的理论值与实验值大致相符,反常宇称能级的理论值则比实验值小得多。这表明至少对于反常宇称能级,通常的单量子激发¹⁾壳模型波函数还不能正确反映原子核的结团现象,它们与原子核真实状态的差别还是很大的。

一、引 言

一系列的原子核现象表明,核内有核子结团 (cluster) 存在, Wildermuth 等据此发展了原子核的结团模型^[1] (cluster model), 但是原子核的一个能级究竟属于何种结团状态, 还远非今天的结团模型所能预言。另一方面, 我们熟知壳模型能很好说明原子核低激发态的许多性质^[2], 而且近年来已经发现: 在壳模型基础上, 考虑某些关联, 同样能说明原子核的转动和振动等集体运动^[3]; Be⁸, O¹⁶, Ne²⁰ 等原子核的低激发态的反对称 α 波函数 (一种特殊的结团波函数) 与谐振子壳模型波函数实际上是一致的^[4]。所以至少在初步近似下, 核内核子是独立地运动的, 壳模型可以作为我们了解原子核现象的基础; 与其他模型比起来, 它也更本质些, 我们也应该从它出发来说明各种原子核现象, 因此我们希望, 结团现象也能在壳模型基础上得到说明。

研究结团现象, 最好从 d, t, He³, α 等粒子的折合宽度着手, 因为这些折合宽度, 就其物理意义而言, 代表着 d, t, He³, α 等核子结团在核表面出现的几率, 我们一方面可从衰变常数或反应截面的测量中求出这些折合宽度, 另一方面又可从壳模型计算出这些折合宽度, 比较这两种结果, 我们就可知道, 通常的壳模型波函数 (例如对 1p 壳层核低激发态说来是颇好的近似的中间耦合波函数) 能对核子的结团现象说明到何种程度, 以及如何来进一步改进壳模型波函数。

Mang^[5] 用壳模型波函数计算了 Pb²⁰⁸ 附近一些核的 α 折合宽度, 结果在变化趋势上与实验相符。Harada^[6] 和 Rasmussen^[7] 的计算表明, 考虑组态混合可以使壳模型的 α 折合宽度增大而更接近实验值。Балашов^[8] 和 Смирнов^[9] 等用谐振子壳模型计算了 1p 壳层少数几个核的 d, t, He³, α 折合宽度, 结果与实验的符合是很好的, 但是能用纯 L-S 耦合波函数描写的核态显然是不多的。为了更全面地考察通常的壳模型波函数能对核子

* 1963 年 6 月 20 日收到。

1) 单量子激发态 (single quantum excitation state) 是指一些单粒子激发态的一个线性组合, 这些单粒子激发态的激发能量都是 $1\hbar\omega$ (ω 是谐振子频率), 在我们的情形下, 就是 1d 和 2s 态的单粒子激发态的组合。

結团現象說明到何种程度,我們用 Балашов^[8] 等提出的方法,計算了 B¹⁰, B¹¹, C¹¹, C¹² 和 O¹⁶ 各激发态的 α 折合宽度.

二、計算 α 折合宽度的方法

我們知道,对 1p 壳层核來說,諧振子壳层模型是頗好的近似^[10], Kurath^[11] 的分析表明, 1p 壳层核的低激发态可用中間耦合波函数来近似,所以下面我們計算了基态組态及单粒子激发組态中各 L-S 耦合諧振子壳模型态的 α 折合宽度. 这里我們把正常宇称态和反常宇称态分开处理. 所謂正常宇称态是指宇称和該核基态相同的那些激发态,反常宇称态則是指宇称和基态的相反的那些激发态.

1. 正常宇称态

令复核态的 L-S 耦合壳层模型波函数为 $|p^k[\lambda_1]L_1S_1T_1J_1\rangle$, 其中 k 代表 1p 壳层中的核子数. 在 1s 壳层中还有四个核子,这里沒有写出,以后也都省略; $[\lambda_1]$ 代表置換羣的一个不可約表示, L_1, S_1, T_1 和 J_1 分別代表复核态的軌道角动量、自旋、同位旋和总角动量. 令剩核态的壳层模型波函数为 $|p^{k-4}[\lambda_2]L_2S_2T_2J_2\rangle$, 因为剩核一般都处于基态和第一激发态,所以 α 粒子中的四个核子都来自 1p 壳层. α 粒子的壳层模型波函数为 $|s^4[4]0000\rangle$. 若 α 粒子与剩核的相对运动軌道角动量为 l_c , 則对应于这样的衰变道的相对 α 折合宽度为^[8,9]

$$\mathcal{S}_{J_1J_2l_c} = \frac{\theta_{J_1J_2l_c}^2}{\theta_0^2} = \left(\frac{A}{A-4}\right)^N \binom{k}{4} \delta_{S_1S_2} \delta_{T_1T_2} \{K_\alpha(N\Lambda, l_c) U(l_c L_2 J_1 S_1; L_1 J_2) \cdot \langle p^k[\lambda_1]L_1S_1T_1 | p^{k-4}[\lambda_2]L_2S_2T_2; p^4[4]L_3 = l_c S_3 = 0 T_3 = 0 \rangle\}^2, \quad (1)$$

其中 $\theta_{J_1J_2l_c}^2$ 是 α 折合宽度; θ_0^2 是单粒子折合宽度; A 是复核的质量数, $A = k + 4$; $\left(\frac{A}{A-4}\right)^N$ 是将壳层模型波函数扣除质心运动而得到的; $\binom{k}{4}$ 是二项式系数,这是由于考虑粒子全同性而得到的; $U(abcd; ef)$ 是归一化 Racah 系数; $K_\alpha(N\Lambda, l_c)$ 代表态 $|p^4[4]L_3 = l_c 00\rangle$ 中包含 α 的质心运动处于諧振子态 $\psi_{NA}(\mathbf{R}_\alpha)$ 的几率, \mathbf{R}_α 是 α 粒子的质心的位置矢径, NA 是 α 粒子的质心运动的諧振子量子数,本文中的 N 是这样取的,对应的能量为 $\left(N + \frac{3}{2}\right) \hbar\omega$. $K_\alpha(N\Lambda, l_c)$ 可以用双粒子 f. p. 系数^[12]及 Talmi 系数^[13]表示出来:

$$K_\alpha(N\Lambda, l_c) = \delta_{N, 4} \delta_{\Lambda, l_c} \sum_{L'L''} \langle p^4[4]l_c | p^2[2]L', p^2[2]L'' \rangle \cdot \langle 11, 11: L' | 1, 1 | 2L', 00: L' \rangle \langle 11, 11: L'' | 1, 1 | 2L'', 00: L'' \rangle \cdot \langle 2L', 2L'': l_c | 2, 2 | 4l_c, 00: l_c \rangle, \quad (2)$$

这里 $\langle n_1 l_1, n_2 l_2: L | \mu_1, \mu_2 | N\Lambda, n l: L \rangle$ 表示质量分别为 μ_1, μ_2 的两粒子的 Talmi 系数. $\langle p^4[4]l_c | p^2[2]L', p^2[2]L'' \rangle$ 是軌道部分双粒子 f. p. 系数. (1) 式中的

$$\langle p^k[\lambda_1]L_1S_1T_1 | p^{k-4}[\lambda_2]L_2S_2T_2; p^4[4]L_3 = l_c 00 \rangle$$

是四粒子 f. p. 系数,它可以用双粒子 f. p. 系数表示出来:

$$\langle p^k[\lambda_1]L_1S_1T_1 | p^{k-4}[\lambda_2]L_2S_2T_2; p^4[4]L_3 00 \rangle =$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{\lambda_4^1, L_4, S_4, T_4; L_0, S_0, T_0} \langle p^k[\lambda_1] L_1 S_1 T_1 | \{ p^{k-2}[\lambda_4] L_4 S_4 T_4; p^2[2] L_0 S_0 T_0 \} \cdot \\
&\quad \cdot \langle p^{k-2}[\lambda_4] L_4 S_4 T_4 | \{ p^{k-4}[\lambda_2] L_2 S_2 T_2; p^2[2] L_0 S_0 T_0 \} \cdot \\
&\quad \cdot \langle p^4[4] L_3 00 | \{ p^2[2] L_0 S_0 T_0; p^2[2] L_0 S_0 T_0 \} \cdot \\
&\quad \cdot U(L_2 L_0 L_1 L_0; L_4 L_3) U(S_2 S_0 S_1 S_0; S_4 0) U(T_2 T_0 T_1 T_0; T_4 0), \quad (3)
\end{aligned}$$

2. 反常宇称态

如果复核态是反常宇称态, 则其单粒子激发的 L - S 耦合壳层模型波函数为

$$\left| p^{k-1}[\lambda_1] L_1 S_1 T_1; n l \frac{1}{2} \frac{1}{2} : L S T J \right\rangle,$$

这时相对 α 折合宽度为(参考附录)

$$\begin{aligned}
\mathcal{S}_{J_1 J_2 l_c} &= \left(\frac{A}{A-4} \right)^N \binom{k-1}{3} \left\{ \sum_{L_2} (-)^{L_2-L} K_a(N A, (L_3 l) l_c) \langle p^{k-1}[\lambda_1] L_1 S_1 T_1 | \right\} \cdot \\
&\quad \cdot p^{k-4}[\lambda_2] L_2 S_2 T_2; p^3[3] L_3 \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle U\left(S_2 S \frac{1}{2} \frac{1}{2}; 0 S_1\right) \cdot \\
&\quad \cdot U\left(T_2 T \frac{1}{2} \frac{1}{2}; 0 T_1\right) U(L_2 L_3 L l; L_1 l_c) U(l_c L_2 J S_2; L J_2) \}^2. \quad (4)
\end{aligned}$$

(4) 式中的三粒子 f. p. 系数可以用双粒子及单粒子 f. p. 系数^[14]表示出来:

$$\begin{aligned}
&\langle p^{k-1}[\lambda_1] L_1 S_1 T_1 | \{ p^{k-4}[\lambda_2] L_2 S_2 T_2; p^3[3] L_3 \frac{1}{2} \frac{1}{2} \} \rangle = \\
&= \sum_{\lambda_4^1, L_4, S_4, T_4; L_0, S_0, T_0} \langle p^{k-1}[\lambda_1] L_1 S_1 T_1 | \{ p^{k-2}[\lambda_4] L_4 S_4 T_4 \} \langle p^{k-2}[\lambda_4] L_4 S_4 T_4 | \} \cdot \\
&\quad \cdot p^{k-4}[\lambda_2] L_2 S_2 T_2; p^2[2] L_0 S_0 T_0 \rangle \langle p^3[3] L_3 \frac{1}{2} \frac{1}{2} | \{ p^2[2] L_0 S_0 T_0 \} \cdot \\
&\quad \cdot U(L_2 L_0 L_1 1; L_4 L_3) U\left(S_2 S_0 S_1 \frac{1}{2}; S_4 \frac{1}{2}\right) U\left(T_2 T_0 T_1 \frac{1}{2}; T_4 \frac{1}{2}\right). \quad (5)
\end{aligned}$$

这里的 $K_a(N A, (L_3 l) l_c)$ 可表示为

$$\begin{aligned}
K_a(N A, (L_3 l) l_c) &= \delta_{N, n+3} \delta_{A, l_c 2} \sum_{L_0} \langle p^3[3] L_3 | p^2[2] L_0 \rangle \cdot \\
&\quad \cdot \langle 11, 11 : L_0 | 1, 1 | 2 L_0, 00 : L_0 \rangle \langle 2 L_0, 11 : L_3 | 2, 1 | 3 L_3, 00 : L_3 \rangle \cdot \\
&\quad \cdot \langle 3 L_3, n l : l_c | 3, 1 | n+3, l_c, 00 : l_c \rangle. \quad (6)
\end{aligned}$$

如果反常宇称态是象 Lane^[15] 在分析核子折合宽度时所假设的那种弱联系态, 即一个 $2S_{1/2}$ 或 $2d_{3/2}, 2d_{5/2}$ 的核子与 $A-1$ 核的基态耦合成的状态, 我们把它写成 $| p^{k-1}[\lambda_1] L_1 S_1 T_1 J_1; n l j : J T \rangle$, 则相对 α 折合宽度为

$$\begin{aligned}
\mathcal{S}_{J_1 J_2 l_c} &= \left(\frac{A}{A-4} \right)^N \binom{k-1}{3} \left\{ \sum_{L_3^k} (-)^{L_1+L_2+L_3+l_c} K_a(N A, (L_3 l) l_c) \cdot \right. \\
&\quad \cdot \langle p^{k-1}[\lambda_1] L_1 S_1 T_1 | \{ p^{k-4}[\lambda_2] L_2 S_2 T_2; p^3[3] L_3 \frac{1}{2} \frac{1}{2} \} \rangle \cdot \\
&\quad \cdot U\left(T_2 T \frac{1}{2} \frac{1}{2}; 0 T_1\right) U\left(J_2 J \frac{1}{2} \frac{1}{2}; 0 X\right) U(L_3 L_2 J_1 S_1; L_1 X) \cdot
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \cdot U\left(L_2 S_2 \chi \frac{1}{2}; J_2 S_1\right) [(2J_1 + 1)(2j + 1)(2l_c + 1)(2J_2 + 1)]^{1/2} \cdot \\ & \cdot \left(\begin{array}{ccc} L_3 & \chi & J_1 \\ l & \frac{1}{2} & j \\ l_c & J_2 & J \end{array} \right)^2. \end{aligned} \quad (7)$$

在某些情形下也可以用下式进行计算更方便些:

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{l_1 j_1 l_c} &= \left(\frac{A}{A-4} \right)^N \binom{k-1}{3} \left\{ \sum_{L_0 L} (-)^{L_2-L} K_\alpha(N\Lambda, (L_3 l) l_c) \cdot \right. \\ & \cdot \left\langle p^{k-1}[\lambda_1] L_1 S_1 T_1 \middle| \right\rangle p^{k-4}[\lambda_2] L_2 S_2 T_2; p^3[3] L_3 \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle \cdot \\ & \cdot U\left(S_2 S \frac{1}{2} \frac{1}{2}; 0 S_1\right) U\left(T_2 T \frac{1}{2} \frac{1}{2}; 0 T_1\right) U(L_2 L_3 L l; L_1 l_c) \cdot \\ & \cdot U(l_c L_2 J S_2; L J_2) [(2J_1 + 1)(2j + 1)(2L + 1)(2S_2 + 1)]^{1/2} \cdot \\ & \cdot \left(\begin{array}{ccc} L_1 & l & L \\ S_1 & \frac{1}{2} & S_2 \\ J_1 & j & J \end{array} \right)^2. \end{aligned} \quad (8)$$

三、计算结果和讨论

利用第二节中的公式, 计算了 $B^{10}-O^{16}$ 各能级的 α 折合宽度, 结果列在表 1 中.

表 1 1p 壳层核的核子和 α 折合宽度^[15]

复核	激发能 (MeV)	复 核 态 ¹⁾	衰 变 道 ²⁾	剩 核 态	θ_0^2 实	$\mathcal{S}^{(3)}$ 理
B ¹⁰	4.77	$ p^6[42]^{18}D_{II}; 2^+\rangle$	Li ⁶ + 2	$ p^6[2]^{18}S; 1^+\rangle$	$10^{-3} \ll 10$	0.1
	5.16	$ p^6[42]^{21}D_I; 2^+\rangle$	Li ⁶ + 2		~ 0.1	0
		$ p^6[42]^{18}D_I; 2^+\rangle$				
	6.88	$ p^5[41]^{23}P_{3/2}; 2d_{5/2}; 1^-0\rangle$	Bc ⁹ + p + 0 Li ⁶ + 1	$ p^6[41]^{23}P; \frac{3^-}{2}\rangle$	~ 1.5 $\sim 0.15^4)$	0.017
7.48	$ p^5[41]^{23}P_{3/2}; 2d_{5/2}; 2^-1\rangle$	Bc ⁹ + p + 0		0.02 ~ 0.008	0	

1) 复核态的正常宇称态用符号 $|p^k[\lambda]^{2T+1, 2S+1} L; J^\pi\rangle$ 表示. 反常宇称态则用 $|p^{k-1}[\lambda]^{2T+1, 2S+1} L J_1; n l_i; J^\pi T\rangle$ 表示, 如果是 L-S 耦合, 则为 $|p^{k-1}[\lambda]^{2T+1, 2S+1} L; n l_i; 2T+1, 2S+1 L J_n\rangle$.

2) 如果剩核是在基态, 则就用元素符号. 如果它是在第 n 个激发态, 则在化学符号右下侧注以 n . 衰变道中除特别标明的单粒子衰变道外, 其余都是 α 衰变道. 最后一个数字代表出射粒子的相对运动轨道角动量.

3) \mathcal{S} 是相对折合宽度. 如果折合宽度取 $\frac{\hbar^2 a^3}{\mu a^2}$ 为单位 (μ 为 α 粒子和剩核的折合质量, a 为 α 粒子的半径加上剩核半径), 并假定单粒子折合宽度 $\theta_0^2 = 1$ (参看第四节结论), 则 $\mathcal{S} = \theta^2$.

4) Smirnov^[6] 取的实验值为 0.019.

續 表 1

复核	激发能 (MeV)	复 核 态 ¹⁾	衰 变 道 ²⁾	剩 核 态	θ° 类	$\rho^{(3)}$ 量	
B ¹¹	9.19	$ p^7[43]^{22}F: \frac{5^-}{2}\rangle$	Li ⁷ + 2	$ p^8[3]^{22}P: \frac{3^-}{2}\rangle$	$>1.2 \times 10^{-8}$	2.4×10^{-8}	
	9.28	$ p^8[42]^{18}D_{18}; 2s_{1/2}: \frac{5^+}{2} \frac{1}{2}\rangle$	Li ⁷ + 1		0.28	10 ⁻⁸	
		$ p^8[42]^{18}D_{18}; 2d_{3/2}: \frac{5^+}{2} \frac{1}{2}\rangle$				4.2×10^{-8}	
		$ p^8[42]^{18}D_{18}; 2d_{5/2}: \frac{5^+}{2} \frac{1}{2}\rangle$				1.4×10^{-4}	
		$ p^8[42]^{18}S; 2d_{3/2}: \frac{5^+}{2} \frac{1}{2}\rangle$				10 ⁻⁴	
		$ p^8[42]^{18}S; 2d_{5/2}: \frac{5^+}{2} \frac{1}{2}\rangle$				9×10^{-5}	
		$ p^8[42]^{18}D_I; 2s: {}^{22}D \frac{5^+}{2}\rangle$				1.2×10^{-8}	
		$ p^8[42]^{18}D_I; 2d: {}^{22}D \frac{5^+}{2}\rangle$				3×10^{-4}	
$ p^8[42]^{18}S; 2d: {}^{22}D \frac{5^+}{2}\rangle$	1.9×10^{-4}						
C ¹¹	9.74	$ p^7[421]^{22}P: \frac{3^-}{2}\rangle$ $ p^7[43]^{22}P: \frac{3^-}{2}\rangle$	B ¹⁰ + n + 1	$ p^8[42]^{18}D_I: 3^+\rangle$	0.12] 0.04]	0	
			Be ⁷ + 0	$ p^8[3]^{22}P: \frac{3^-}{2}\rangle$	0.012] 0.037]		
					0.41		
	10.09			B ¹⁰ + p + 0	$ p^8[3]^{22}P: \frac{1^-}{2}\rangle$	0.20] 0.09]	0
				Be ₁ ⁷ + 3		0.24] 0.48]	
				Be ₁ ⁷ + 3		0.30] 0.63]	
				Be ⁷ + 3		2.1×10^{-4}	
				Be ₁ ⁷ + 3		5×10^{-7}	
				Be ⁷ + 3		2.8×10^{-4}	
				Be ₁ ⁷ + 3		7×10^{-7}	
				Be ⁷ + 3		0	
				Be ₁ ⁷ + 3		0	
				Be ⁷ + 3		4.2×10^{-4}	
				Be ₁ ⁷ + 3		1.4×10^{-4}	
Be ⁷ + 3	3.3×10^{-4}						
Be ₁ ⁷ + 3	10 ⁻⁸						
C ¹²	15.11	$ p^8[431]^{22}P: 1^+\rangle$	Be ₁ ⁸ + 2	$ p^4[4]^{11}D: 2^+\rangle$	7×10^{-6}	0	

續 表 1

复核	激发能 (MeV)	复 核 态 ¹⁾	衰 变 道 ²⁾	剩 核 态	θ° 类	ρ° 值		
	16.11	$ p^8[431]^{88}P; 2^+\rangle$	$B^{11} + p + 1$	$ p^7[43]^{88}P; \frac{3}{2}^-\rangle$	0.08			
			$Be^8 + 2$	$ p^4[4]^{11}S; 0^+\rangle$	3×10^{-5}	0		
		$ p^8[422]^{11}D; 2^+\rangle$	$Be_1^8 + 0$		10^{-8}	0		
			$Be^8 + 2$			0		
		$ p^8[44]^{11}D; 2^+\rangle$	$Be_1^8 + 0$			0		
			$Be^8 + 2$			0.17		
	16.58			$B^{11} + p + 0$		~ 0.21		
				$Be_1^8 + 1$		0.03	0	
							0.004	
							0.01	
							0	
							0.02	
17.23			$B^{11} + p + 0$		~ 0.21			
			$Be^8 + 1$		~ 0.008	0		
			$Be_1^8 + 1$		~ 0.2	0		
			$Be^8 + 1$			0.39		
			$Be_1^8 + 1$			0.34		
			$Be^8 + 1$			0.59		
			$Be_1^8 + 1$			0.51		
			$Be^8 + 1$			0.033		
			$Be_1^8 + 1$			3.6×10^{-8}		
			$Be^8 + 1$			0.35		
$Be_1^8 + 1$			0.032					
$Be^8 + 1$			0.59					
$Be_1^8 + 1$			0.053					
O^{16}	11.62	$ p^{11}[443]^{88}P_{1/2}; 2d_{5/2}; 3^-0\rangle$	$C^{12} + 3$	$ p^8[44]^{11}S; 0^+\rangle$	1.1	0.06		
		$ p^{11}[443]^{88}P; 2d; ^{11}F_8^- \rangle$				0.18		
	12.43		$N^{14} + p + 0$	$ p^{11}[443]^{88}P; \frac{1}{2}^-\rangle$	0.15			
						$ p^{11}[443]^{88}P_{1/2}; 2s_{1/2}; 1^-0\rangle$	0.06	0.05
						$ p^{11}[443]^{88}P_{1/2}; 2d_{5/2}; 1^-0\rangle$		0.04

續 表 1

复核	激发能 (MeV)	复核态 ¹⁾	衰变道 ²⁾	剩核态	$\theta^{\alpha}_{\text{实}}$	$\mathcal{P}^{\alpha}_{\text{理}}$
		$ p^{11}[443]^{32}P; 2s:^{11}P_1-\rangle$				0.15
		$ p^{11}[443]^{32}P; 2d:^{11}P_1-\rangle$				0.12
		$(\sqrt{\frac{5}{6}} p^{11}[443]^{32}P_{1/2}; 2s_{1/2}:1-0\rangle + \sqrt{\frac{1}{6}} p^{11}[443]^{32}P_{1/2}; 2d_{3/2}:1-0\rangle)$				0.016
		$(\sqrt{\frac{5}{6}} p^{11}[443]^{32}P; 2s:^{11}P_1-\rangle + \sqrt{\frac{1}{6}} p^{11}[443]^{32}P; 2d:^{11}P_1-\rangle)$				0.25
	12.51	$ p^{11}[443]^{32}P_{1/2}; 2d_{3/2}:2-0\rangle$ $ p^{11}[443]^{32}P_{1/2}; 2d_{5/2}:2-0\rangle$ $ p^{11}[443]^{32}P; 2d:^{11}D_2-\rangle$	$N^{15} + p + 2$ $C_1^3 + 1$	$ p^{11}[443]^{32}P: \frac{1}{2}-\rangle$ $ p^8[44]D:2+\rangle$	0.13 $\left. \begin{matrix} 1.2 \\ 0.04 \end{matrix} \right\}^{1)}$	4×10^{-8} 2.6×10^{-8} 0.02
	12.96	$ p^{11}[443]^{32}P; 2d^{31}D_{3+}\rangle$	$N^{15} + p + 2$ $C_1^3 + 1$		0.15 0.04	0
	13.09	$ p^{11}[443]^{32}P_{1/2}; 2s_{1/2}:1-1\rangle$ $ p^{11}[443]^{32}P; 2s:^{11}P_1-\rangle$	$N^{15} + p + 0$ $C_1^3 + 1$ $C_1^3 + 1$ $C_1^3 + 1$ $C_1^3 + 1$		0.15 8×10^{-8} 3.4×10^{-8}	0 0 0.15 0.54
	13.24	$ p^{11}[443]^{32}P; 2d:^{31}F_8-\rangle$ $ p^{11}[443]^{32}P; 2d:^{11}F_8-\rangle$	$C_1^3 + 1$ $C_1^3 + 1$ $C_1^3 + 1$ $C_1^3 + 1$		6×10^{-8} 7.4×10^{-8}	0 0 0.18 0.16

1) 若取 0.04, 则质子宽度大得不合理, 故应取 1.2.

表上几乎包括了文献[15]中全部关于 α 折合宽度的数据。对于 $A < 8$ 的核, 由于放出一个 α 粒子后, 剩核的质量数 < 4 , 因此相当于在 He^3 , t , d 等衰变道中衰变。因此, 我们对这些核没有进行分析。而事实上对于 $A < 8$ 的核的大部分数据在文献[8]、[9]中已经作了分析。

现在我们对表上的计算进行一些讨论。

(1) 表上没有列入 Be^8 的数据。 Be^8 的 $0^+(0)$, $2^+(2.90\text{MeV})$ 及 $4^+(10.8\text{MeV})$ 三能级在文献[9]中已进行了分析。若取 0^+ 能级有效半径 $R = 4.44f$, 则壳层模型理论值与实验值的符合是好的。其余两能级激发能较高, 状态情况全然无知, 因此我们没有进行

分析.

(2) B^{10} : 4.77MeV 能级理论值 0.1 介于实验值 $10^{-1} < \theta_{\alpha}^2 < 10$ 之间, 是否符合, 有待实验精确度改进后才能看出来. 5.11MeV 能级的状态全然无知, 故未作分析, 表中没有列入这个数据. 5.16MeV 能级一般认为是 $|p^6[42]^{13}D_7; 2^+\rangle$ 状态. 如果真是这样, 则因自旋同位旋禁戒, 理论的 α 折合宽度为零. 这和实验值不符. 但是考虑到自旋同位旋不纯, 很可能混进一些 $|p^6[42]^{13}D_7; 2^+\rangle$ 状态, 这个状态的 α 折合宽度为 0.42, 所以必须混进 50% 才可以和实验符合. 对 6.88MeV 能级, 文献[9]中取 $\theta_{\alpha}^2 = 0.019$, 这是和理论值符合的. 但依文献[15], $\theta_{\alpha}^2 = 0.15$, 这就比理论值大一数量级. 对 7.48MeV 能级, 理论上是同位旋禁戒的, 实验值确实较小. 不完全等于零可以用同位旋不纯来解释. 8.89 MeV 能级在文献[9]中已经分析过, 没有列在表中, 其理论值与实验值是一致的.

(3) B^{11} : 8.92MeV 能级的性质尚未确定, 因此没有进行分析, 也没有列在表中. 但我们应该指出一点, 同时出现 $l_c = 0, 1, 2$ 三种衰变是和宇称守恒相矛盾的, 实验方面值得重新分析. 9.19MeV 能级理论值与实验值是一致的. 9.28MeV 能级依文献[15]是 $|p^6[42]^{13}D_{13}; 2s_{1/2}; \frac{5^+}{2} \frac{1}{2}\rangle$ 态. 其 α 折合宽度比实验值约小三百倍. 因此我们考虑可能混入单粒子态 $^{13}D_{13}2d_{3/2}$ 及 $^{13}D_{13}2d_{5/2}$, 这两个状态的 α 折合宽度更小, s^3p^8 型状态的 α 衰变是组态禁戒的, 因此文献[15]中所提出的弱联系态无论如何不能说明实验数据. 考虑到 B^{10} 第一激发态只有 0.717MeV 的激发能, 我们也计算了状态 $^{13}S_12d_{3/2}$ 及 $^{13}S_12d_{5/2}$ 的 α 折合宽度. 这些折合宽度同样很小. 因此即使考虑了核心激发也不能说明实验数据. 此外, 我们也计算了纯 $L-S$ 耦合态 $^{13}D_2s$, $^{13}D_2d$ 及 $^{13}S_2d$ 的 α 折合宽度, 这些状态同样不能说明实验数据. 因为每个单粒子激发态的 α 折合宽度都很小, 因此即使考虑了它们的混合也仍然不能说明实验事实, 看来这个能级不能用这种单量子激发的壳层模型波函数来描写.

(4) C^{11} : 9.70MeV 能级如果象文献[15]中给出的那样是纯粹 $|p^7[421]^{22}P; \frac{3^-}{2}\rangle$ 态, 则由于自旋同位旋部分的 $f. p.$ 系数偶然相消为零而给出 α 折合宽度为零. 考虑到 $[\lambda]$ 不是好量子数, 则只要混进 16% 的 $|p^7[43]^{22}P; \frac{3^-}{2}\rangle$ 就可以说明实验数据. 10.09MeV 能级的状态没有人分析过, 我们计算了单粒子激发 $L-S$ 耦合态和文献[15]中所提出的弱联系态的 α 折合宽度, 发现这个能级也决不能用这两种单量子激发态来解释. 应该指出, 这个能级和 B^{11} 的 9.28MeV 能级性质很相似.

(5) C^{12} : 15.11MeV 能级在 $L-S$ 耦合情形下是高度禁戒的, 因为 p^8 组态中根本没有 ^{11}P 态. 实验上确实非常小. 16.11MeV 能级如果象文献[15]中所给出的为纯 $|p^8[431]^{33}P; 2^+\rangle$ 态, 则因自旋同位旋禁戒而不能放出 α 粒子. $p^8[431]$ 态中不含 ^{11}D 状态, 因此要说明 α 折合宽度不为零, 必须考虑其他对称性的状态. 为此我们计算了 $|p^8[422]^{11}D; 2^+\rangle$ 及 $|p^8[44]^{11}D; 2^+\rangle$ 态的 α 折合宽度. 前一状态因自旋同位旋 $f. p.$ 系数偶然为零, α 折合宽度仍为零. 后一状态到 Be^8 基态和第一激发态的 α 折合宽度都是 0.17. 如果 Be^8 基态是纯 $|p^8[44]^{11}D; 2^+\rangle$ 态, 则 C^{12} 的 16.11MeV 能级中应混入大约 1% 的 $|p^8[44]^{11}D; 2^+\rangle$ 态, 这是比较合理的. 但这样不能说明到 Be^8 第一激发态的 α 折

合宽度。看来只有假定 Be^8 第一激发态不是纯粹 $T = 0$ 的 $|p^4[4]^{11}D; 2^+\rangle$ 态, 才能说明为什么同一 C^{12} 能级到这两态的 α 折合宽度竟相差两个数量级。16.58MeV 能级同位旋尚未完全确定。若如文献[15]中所给的为 $|p^7[43]^{22}P_{3/2}; 2s_{1/2}; 2^-1\rangle$ 态, 则因同位旋禁戒而不能放出 α 粒子。因此我们计算了 $|p^7[43]^{22}P_{3/2}; 2s_{1/2}; 2^-0\rangle$ 态的 α 折合宽度, 发现仍然是角动量禁戒的。我们进一步计算了其他单粒子激发态的 α 折合宽度。发现即使最大的如 $|p^7[43]^{22}P; 2d; ^{11}D_2^-\rangle$ 态的也只有 0.02, 而这个能级放出的 $l_c = 0$ 的质子宽度为 0.21, 因此决不可能是纯 $|p^7[43]^{22}P; 2d; ^{11}D_2^-\rangle$ 态。由此可知, 16.58MeV 能级也不可能用这种单量子激发的壳模型波函数来描述。17.23MeV 能级 $T = 1$, 因而是同位旋禁戒的。实验上到 Be^8 基态的 α 折合宽度确实较小, 只要混进 15% 的 $|p^7[43]^{22}P_{3/2}; 2s_{1/2}; 1^-0\rangle$ 态就能说明实验数据。但这样不能同时说明到 Be^8 第一激发态的数据。为此我们又计算了其他各种 $T = 0$ 的单粒子激发态到 Be^8 基态和第一激发态的 α 折合宽度。结果发现, 到 Be^8 激发态的宽度都比较小。这再一次地表示 Be^8 第一激发态不是纯 $T = 0$ 的状态。

(6) N^{14} : N^{14} 的两个激发态的性质尚未确定, 我们没有进行分析, 因此也没有列入表中。

(7) O^{16} : 这个核的数据很丰富。反常宇称态的性质曾由 Elliott 和 Flowers^[16] 用单量子激发模型分析过。这里我们分析 O^{16} 的各反常宇称态的 α 折合宽度。9.58MeV 能级在文献[16]中曾指出不属于单量子激发态。这个能级的 α 折合宽度很大, 因此确实也不能用单量子激发来说明。11.62MeV 能级的实验值比理论值大得多, 看来这个态也不是单量子激发态。实验上此能级也只有在 $\text{C}^{12}(\alpha, \alpha)\text{C}^{12}$ 反应中出现。12.43MeV 能级的实验值在 L - S 耦合及弱联系态的理论值之间, Elliott 和 Skyrme^[17] 曾指出, 正确的质心运动处于基态的 O^{16} 的 ^{11}P 激发态应该是下列线性组合:

$$\sqrt{\frac{5}{6}}|p^{11}[443]^{22}P; 2s; ^{11}P_1^-\rangle + \sqrt{\frac{1}{6}}|p^{11}[443]^{22}P; 2d; ^{11}P_1^-\rangle.$$

这个态的 α 折合宽度比实验值大三倍, 而

$$\sqrt{\frac{5}{6}}|p^{11}[443]^{22}P_{1/2}; 2s_{1/2}; 9^-0\rangle + \sqrt{\frac{1}{6}}|p^{11}[443]^{22}P_{1/2}; 2d_{3/2}; 1^-0\rangle$$

态的 α 折合宽度比实验值小三倍, 看来用中间耦合可以说明这个能级的 α 折合宽度。实验上这个能级在 $\text{C}^{12}(\alpha, \alpha)\text{C}^{12}$, $\text{N}^{15}(p, \gamma)\text{O}^{16}$ 及 $\text{N}^{15}(p, \alpha)\text{C}^{12}$ 三种反应中都出现。12.51 MeV 能级是在 $\text{N}^{15}(p, \gamma)\text{O}^{16}$, $\text{N}^{15}(p, \alpha)\text{C}^{12}$ 及 $\text{O}^{16}(p, p')\text{O}^{16*}$ 三反应中观察到的, 实验值也比理论值大得多。12.96MeV 能级的实验值并不太大, 但理论上因同位旋禁戒而为零, 考虑同位旋不纯也不能说明实验数据, 所以这个能级也不能用单量子激发来说明, 实验上此能级在 $\text{N}^{15}(p, p)\text{N}^{15}$ 及 $\text{N}^{15}(p, \alpha)\text{C}^{12}$ 反应中都出现。13.09 及 13.24MeV 能级都是 $T = 1$ 的状态, 因此理论 α 折合宽度均为零, 实验上并不为零, 而且用同位旋不纯也不能同时说明到 C^{12} 基态和激发态的数据, 实验上 13.09MeV 能级是在 $\text{N}^{15}(p, \gamma)\text{O}^{16}$, $\text{N}^{15}(p, p)\text{N}^{15}$, $\text{N}^{15}(p, \alpha)\text{C}^{12}$ 及 $\text{O}^{16}(p, p')\text{O}^{16*}$ 四种反应中观察到的。13.25MeV 能级则是在 $\text{N}^{15}(p, p)\text{N}^{15}$ 及 $\text{N}^{15}(p, \alpha)\text{C}^{12}$ 反应中看到的。 O^{16} 还有许多正常宇称激发态, 因这些态的性质不清楚, 我们未作分析, 但要指出一点, 有些激发态(例如 11.25MeV 的 0^+ 态)有接近于 Wigner 极限的 α 折合宽度, 这些态要用简单壳模型波函数说明也是不大可能

的。

四、結 論

从上面分析結果看, 1p 壳层核在 10MeV 附近的能級, 不仅 L, S 不是好量子数, $[\lambda], T$ 也不是好量子数。結合 Smirnov 等的分析, 正常宇称能級还大致可用基态組态的壳层模型波函数来描写, 但反常宇称能級則一般都不能用单量子激发的壳层模型波函数来描写。最突出的例子是 O^{16} 的 9.58, 11.62, 12.51MeV 諸能級, 这几个能級决不能用单量子激发的壳层模型波函数来描写, 因为我們已穷尽了此組态內一切可能的单粒子激发态, 这些状态的 α 折合宽度都比实验值小得多, 把它們最有利地混合起来, 也决不可能給出实验值那样大的 α 折合宽度。計算中我們对 α 粒子也采用了壳模型波函数, 而且諧振子参数取得和 1p 壳层的相同。容易看出, 这样給出的理論折合宽度是最大的了, 因为这时从母核分出来的四个粒子的状态 $|p^4[4]L_3 = l_c 00\rangle$, 在分离出质心运动后就和 α 的内部波函数一致了, 因而关于 α 内部坐标的重迭积分等于 1; 对 α 采用任何其他形式的内部波函数, 則这个重迭积分都小于 1。在比較理論和实验折合宽度时, 我們假定了 $\theta_0^2 = 1$ (以 $\frac{\hbar^2}{\mu a^2}$ 为单位), Be^8 中理論与实验的良好符合表明这种假定是正确的; 当然不同核不同能級的 θ_0^2 会有些差异^[15], 但对共振能級这种差别并不很大^[16], 所以要說明 O^{16} 的 α 折合宽度至少必須考虑三量子激发的組态。同样可以肯定, B^{11} 的 9.28MeV 能級和 C^{11} 的 10.09MeV 能級也决不能用 Lane 所建議的那种单量子激发态来描写, s^4p^6 核心外面的一个核子扰乱了核心的状态, 而且扰乱得相当厉害。

附录 反常宇称态的 α 折合宽度公式

文献[8], [9]中沒有給出反常宇称态的折合宽度公式, 这里簡要地說明一下。

Балашов^[8] 等証明了, 若复核态的諧振子壳模型波函数为 $\Psi_{\lambda JM}$, 剩核态的諧振子壳模型波函数为 $\Psi_{J_2 M_2}$, 則放出軌道角动量为 l_c 的 α 折合宽度振幅为

$$\theta_{l_c} = \theta_0 \left(\frac{A}{A-4} \right)^{1/2} \left(\frac{A}{4} \right) \mathcal{J}, \quad (1)$$

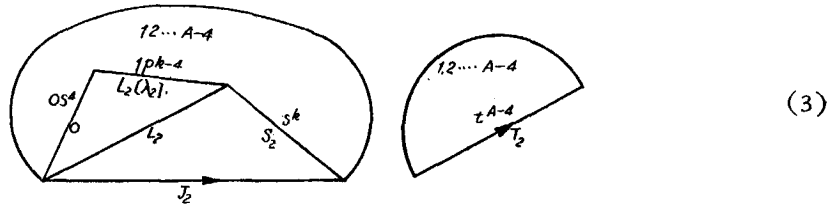
式中 $\theta_0 = \left(\frac{\hbar^2}{2\mu a} \right)^{1/2} u_{Nl_c}(a)$, $u_{Nl_c}(a)$ 是 α 粒子质心运动的径向波函数在半径 a 处之值, \mathcal{J} 为重迭积分:

$$\mathcal{J} = \int \Psi_{\lambda JM} [\Psi_{J_2} \chi_0(\xi_2) \Psi_{Nl_c}(\mathbf{R}_a)]_{JM} d\tau, \quad (2)$$

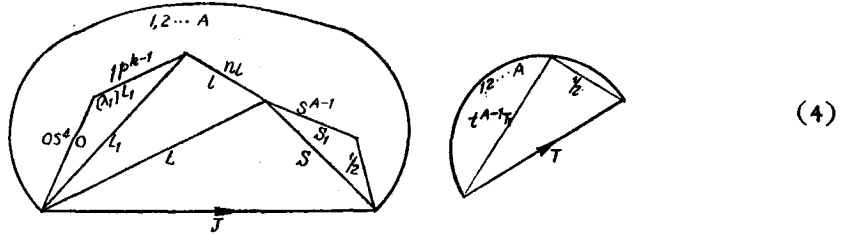
式中 $\chi_0(\xi_a)$ 是 α 粒子内部运动波函数, $\Psi_{Nl_c}(\mathbf{R}_a)$ 为 α 质心运动波函数, 方括号外的 JM 表示括号內三个波函数矢量耦合成 JM , $d\tau$ 表示对全部坐标积分。

文献[8], [9]中已給出了正常宇称态的重迭积分, 反常宇称态的重迭积分計算如下。

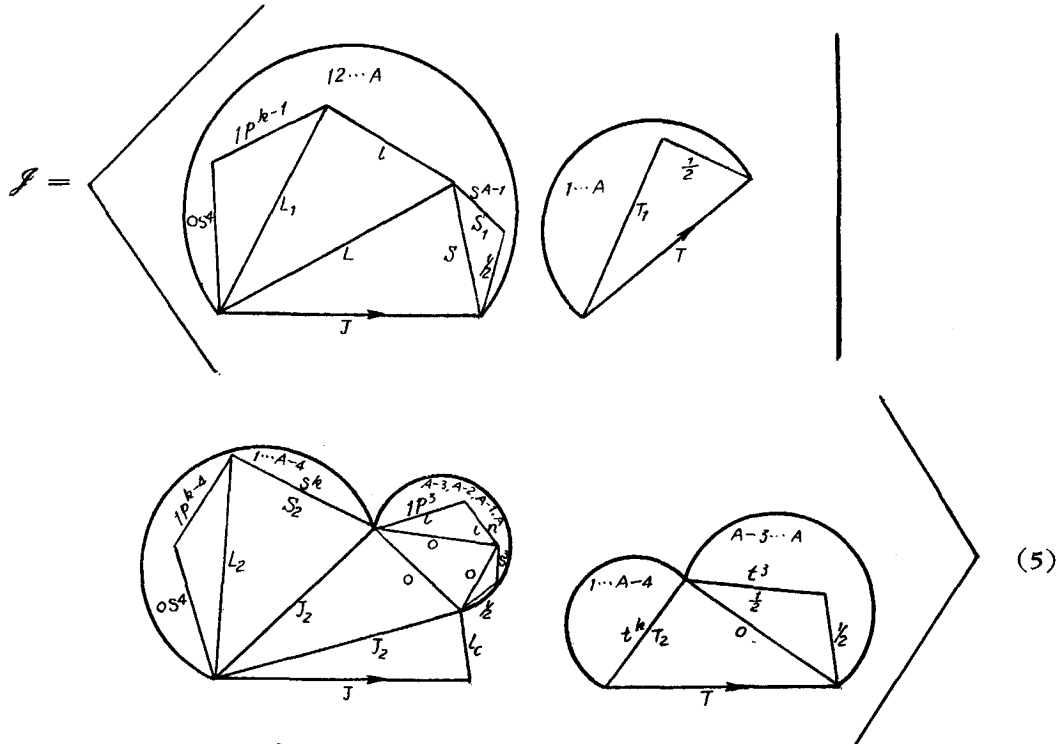
为了方便起見, 我們用 French^[19] 采用的符号, 用图形来代表状态。例如剩核态 $\Psi_{J_2 M_2} = |s^4 p^{k-4} [\lambda_2] L_2 S_2 T_2 J_2 M_2\rangle$, 用图形表示为



三角形代表角动量耦合,半圆代表 L, S, T 三部分合起来对于 $1, 2, \dots, A-4$ 个粒子是反对称的态. 复核态 $\Psi_{JM} = |s^4 p^{k-1} [\lambda_1] L_1 S_1 T_1 n l \frac{1}{2} \frac{1}{2} : LSTJM\rangle$ 的图形为



因此重迭积分用图形来表示为



我們主要考虑反对称因子. 上式左方是对 $1, 2, \dots, A$ 个粒子全反对称的态. 我們可以利用所謂“保序置换算符”(order preserving permutation)^[19] 把它展开成局部反对称态. 因为反对称是空間, 自旋, 同位旋一起的, 为了书写方便起見, 在考虑反对称因子时, 我們可以只考虑某一部分, 例如空間部分. 不过要記住, 反对称是要三部分合在一起

的。

我們把(13)式左方展开(只取空間部分):

$$\begin{aligned}
 & \left(\text{Diagram 1} \right) = \mathcal{Q}_{4+(A-5)+1} \left(\text{Diagram 2} \right) \\
 & = \left(\frac{4!(A-5)!1!}{A!} \right)^{1/2} \Sigma(-)^P P_{4+(A-5)+1} \\
 & \sum_{\substack{L_1 L_2 \\ \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}} \langle p^{k-1}[\lambda_1]L_1 | p^{k-4}[\lambda_2]L_2; p^3[\lambda_3]L_3 \rangle \left(\text{Diagram 3} \right) \quad (6)
 \end{aligned}$$

这里第一項为归一化系数, $P_{4+(A-5)+1}$ 为保序置換算符, 它把上式右边三羣 $[(1 \cdots 4), (5 \cdots A-1), A]$ 粒子相互置換(在同一羣內的置換不算), 且置換后在每一羣內粒子次序都按遞增次序排列, $(-)^P$ 或正或負, 看該置換是偶或奇而定。

同样将(13)式右边展开, 則得(也只取其空間部分)

$$\begin{aligned}
 & \left(\text{Diagram 4} \right) = \mathcal{Q}_{4+(A-8)} \mathcal{Q}_{3+1} \left(\text{Diagram 5} \right) \\
 & = \left(\frac{4!(A-8)!}{(A-4)!} \right)^{1/2} \left(\frac{3!}{4!} \right)^{1/2} \Sigma(-)^P P_{4+(A-8)} P_{3+1} \left(\text{Diagram 6} \right) \quad (7)
 \end{aligned}$$

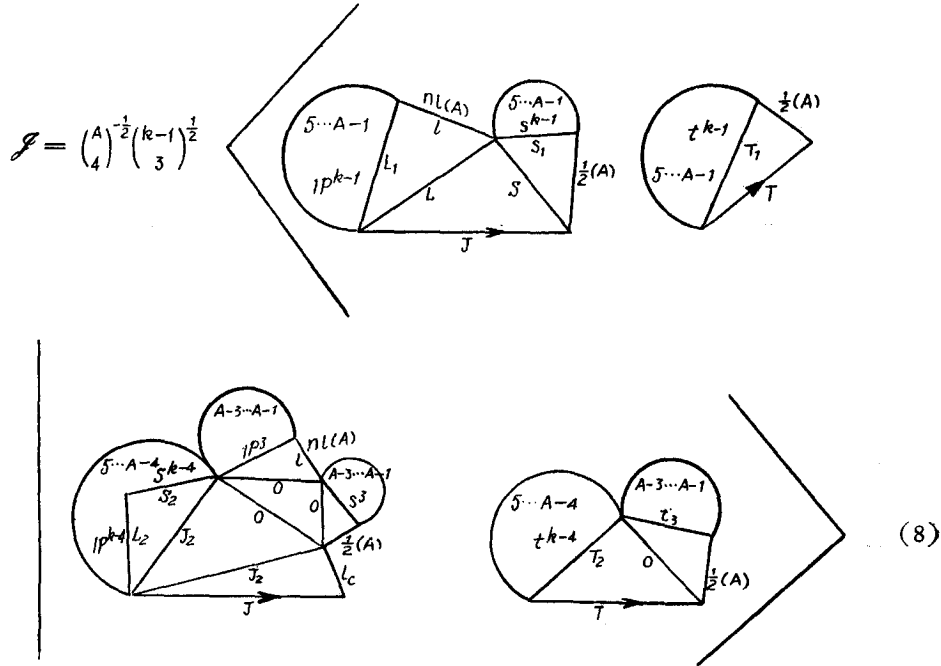
图形上的虛綫表示这两部分要加上自旋部分才合成 J_2 , $P_{4+(A-8)}$ 是 s^4 和 p^{k-4} 两羣粒子之間的保序置換, P_{3+1} 是 p^3 和 nl 两羣粒子之間的保序置換算符。

現在我們比較(6)式与(7)式. (7)式右方一共有 $\binom{A-4}{4} \binom{4}{3}$ 項, 对于每一項, (6)式中可以找到粒子数序相同的一項. 这些項的貢獻完全相等, 因为积分值不依赖于粒子的编号, (6)式中其余的項与(7)式正交, 沒有貢獻, 所以一共出現的因子(所有归一化系数乘

上項数)为

$$\left(\frac{4!(A-5)!}{A!} \cdot \frac{4!(A-8)!}{(A-4)!} \frac{3!}{4!} \right)^{1/2} \binom{A-4}{4} \binom{4}{3} = \binom{A}{4}^{-1/2} \binom{A-5}{3}^{1/2},$$

于是得重迭积分为



这样就化到了两边都是局部反对称的态。以下只要将上式左边用 f. p. 系数展开, 再利用角动量耦合将左边图形变成右边形式即可, 然后再代入 (1) 式即可得到 (5), (7) 或 (8) 式。

Балашов 在导出 (1) 式时假定了壳模型波函数的质心处于 OS 态。我們知道, 这只对基态组态才成立。反常宇称态有两个壳层未填满, 质心不一定在 OS 态。不过我們可以把这些壳模型态作适当线性组合, 构成质心运动为 OS 的态^[17], 即

$$\Psi_{00}(\mathbf{R})\chi_{\lambda JM}(\xi) = \sum_i C_i \Psi_{\lambda JM}^{(i)}. \quad (9)$$

这种态的相对 α 折合宽度为

$$\mathcal{S} = \left(\frac{A}{A-4} \right)^N \binom{A}{4} \left| \sum_i C_i \mathcal{F}_i \right|^2, \quad (10)$$

\mathcal{F}_i 为对应于状态 $\Psi_{\lambda JM}^{(i)}$ 的重迭积分。

考虑中間耦合或组态混合时的折合宽度公式与 (10) 式相似。

参 考 文 献

- [1] Wildermut, K., et al., *Nucl. Phys.*, **18** (1960), 23; **20** (1960), 10; **21** (1960), 196; **31** (1962), 478; **32** (1962), 504; **35** (1962), 421; *Phys. Rev.*, **120** (1960), 224; **123** (1961), 548; **124** (1961), 515; *Phys. Rev. Lett.*, **6** (1961), 17. Phillips, G. C., et al., *Nucl. Phys.*, **19** (1960), 555; **20** (1960), 648; **21** (1960), 310; *Phys. Rev.*, **122** (1961), 224. Dennison, D. M., *Phys. Rev.*, **96** (1954), 378. Ka-

- meny, S. L., *Phys. Rev.*, **103** (1956), 358. Маттхид, З., Неудачин, В. Т. и Смирнов, Ю. Ф., *Изв. АН СССР (сер. физ.)*, **26** (1962), 1199. Kunz, P. D., *Ann. Phys.*, **11** (1960), 275. Gooding, T. J. and Igo, G., *Phys. Rev., Lett.*, **7** (1961), 28. Hasegawa, H. and Ito, R., *Prog. Theor. Phys.*, **25** (1961), 300.
- [2] Elliott, J. P., *Handbuch der Physik*, **39** (1957), Berlin, 241.
- [3] Elliott, J. P., *Proc. Roy. Soc.*, **A245** (1958), 128; 562. Redlich, M., *Phys. Rev.*, **110** (1958), 468. Kurath, D. and Pičman, L., *Nucl. Phys.*, **10** (1959), 313. Meshkov, S., et al., *Phys. Rev.*, **129** (1963), 297. Baranger, M., *Phys. Rev.*, **120** (1960), 957.
- [4] Perring, J. K. and Skyrme, T. H. R., *Proc. Phys. Soc.*, **A69** (1956), 600. Базь, А. И., *ЖЭТФ*, **31** (1956), 831. Неудачин, В. Г., Смирнов, Ю. Ф. и Юдин, Н. П., *ЖЭТФ*, **37** (1959), 1781. Wildermuth, K. and Kanellopoulos, Th., *Nucl. Phys.*, **7** (1958), 150; **9** (1958), 449. Bayman, B. F. and Bohr, A., *Nucl. Phys.*, **9** (1958), 596.
- [5] Mang, H. J., *Z. Physik*, **148** (1957), 582; *Phys. Rev.*, **119** (1960), 1069.
- [6] Harada, R., *Prog. Theor. Phys.*, **26** (1961), 667.
- [7] Rasmussen, J. O., *Nucl. Phys.*, **44** (1963), 93.
- [8] Балашов, В. В., Неудачин, В. Т., Смирнов, Ю. Ф. и Юдин, Н. П., *ЖЭТФ*, **37** (1959), 1385.
- [9] Smirnov, Yu. F. and Chlevowska, D., *Nucl. Phys.*, **26** (1961), 306.
- [10] Goldhammer, P., *Rev. Mod. Phys.*, **35** (1963), 40.
- [11] Rurath, D., *Phys. Rev.*, **101** (1956), 216; *Phys. Rev., Lett.*, **3** (1959), 431.
- [12] Elliott, J. P., Hope, J. and Jahn, H. A., *Phil. Trans. Roy. Soc.*, **A246** (1953), 241.
- [13] Smirnov, Yu. F., *Nucl. Phys.*, **27** (1961), 177; **39** (1962), 346.
- [14] Jahn, H. A. and Van Wieringen, H., *Proc. Roy. Soc.*, **A209** (1951), 502.
- [15] Lane, A. M., *Rev. Mod. Phys.*, **32** (1960), 519.
- [16] Elliott, J. P. and Flowers, B. H., *Proc. Roy. Soc.*, **A242** (1957), 57.
- [17] Elliott, J. P. and Skyrme, T. H. R., *Proc. Roy. Soc.*, **A232** (1955), 561. Verhaar, B. J., *Nucl. Phys.*, **21** (1960), 508.
- [18] Lane, A. M., *Proc. Phys. Soc.*, **A66** (1953), 977.
- [19] French, J. B., *Nuclear Spectroscopy, Part B* (1960), New York, 890. MacFarlane, M. H. and French, J. B., *Rev. Mod. Phys.*, **32** (1960), 567.

THE α REDUCED WIDTH OF $1p$ SHELL NUCLEI

WANG FAN CHEN CHIN-CHUAN SZE SHIH-YUAN

(Nanking University)

ABSTRACT

Using shell model wave functions the α reduced width of some $1p$ shell nuclei is calculated. From the results of calculation it is noticed that for normal parity levels, the calculated values are in agreement with the experimental values, while for nonnormal parity levels, the calculated values are always much less than the experimental values. This means that at least for describing the nonnormal parity states shell model wave functions without suitable modification are not sufficient.