

自旋-晶格弛豫*

马 本 堃

(北京师范大学)

提 要

本文讨论了工作[3]中决定耦合系统磁化系数的方法,并用来分析自旋-晶格弛豫过程。在弱耦合的情况下,得出了决定磁化系数的耦合方程组,并求出纵向非共振吸收和横向共振吸收线型的表达式。得出的纵向和横向弛豫时间是外加交变场频率的函数,这反映了高频场对弛豫的影响是由于所用密度矩阵方程为非马尔科夫型的直接结果。在远离共振点处,所得的线型公式和德拜型或洛仑兹型差别较大。一般说来,非马尔科夫效应是不能忽略的。

在自旋 $S = 1$ 的情况,我们系统地分析了纵向及横向弛豫的基本过程。其中包含与通常讨论的过程相应的项,如单声子过程, Raman 过程, Orbach 过程等等,但现在都有外加交变场频率 ω 参与进去。最后讨论了声子的寿命对横向弛豫时间的影响。

一、引 言

长期以来,磁共振与弛豫现象主要是采用 Bloch 的唯象方程^[1]来描述的,其中引入二个参量,即标志纵向磁矩衰减的纵向弛豫时间及横向磁矩衰减的横向弛豫时间。后来,又从微观出发,在自旋-晶格相互作用的情况下,推出了磁矩的运动方程^[2]。在一定的条件下,得到了 Bloch 的唯象方程及弛豫时间的表达式。在大多数情况下,理论正确地描述了实验结果。但实际上,仍然存在着两方面的问题。从方程本身来说,在微观推导过程中,采用了任意时刻的无规位相假设,由此导出的方程是马尔科夫型的。Van Hove 曾明确地指出其不合理性。而且,看来由此给出的吸收曲线的线型及弛豫时间表达式,在远离共振点时是不适用的。此外,除去可化为宏观方程的情况外,一般求解是很困难的。因此,给出一个更一般的、能全面描述磁共振与弛豫效应的方法,仍然是必要的。这方法应能够包括非马尔科夫效应,同时在计算上也较为简便。工作[3]中,决定耦合系统磁化系数的方法为这方面研究提供了一种可能途径。最近我们看到,在工作[4]中导出了适用于一般情况的、包括非马尔科夫效应的,描述磁共振与弛豫效应的方程,其结果的比较,将在后面提到。

另一方面,虽然弛豫时间的计算已经有了很多工作。但是,还有一些问题有待澄清。对于纵向弛豫时间,一般是采用跃迁几率方法计算的。比较明确的是,在低温下,一般是单声子过程起作用;温度升高后, Raman^[5]过程就起作用了。后来, Orbach^[6]又提出存在另一种共振弛豫机构,但都没有考虑高频场对弛豫的影响。看来,比较系统的分析一下高频场存在时的纵向弛豫机构显然是有必要的。横向弛豫时间的计算比较少,应如何理

* 1964年10月9日收到。

解横向弛豫机构的实质,也还存在着争论。例如,在红宝石中, R_1 线宽度的讨论^[7]就反映出这个问题。又如,在讨论希土离子对铁磁共振的影响时^[3],外加交变场频率 ω 远小于希土离子本身的能级间距,如果希土离子的线宽(寿命)是由 $\Delta E = \hbar\omega_p$ 的过程^[8]决定(其中 ω_p 是声子频率),那么线宽各向异性就非常大,以致引起整个铁磁共振线宽没有各向异性反常。如果是由本文得出的 $\hbar\omega = \hbar\omega_p$ 的过程决定,那么希土离子的线宽各向异性就非常小了。因此,有必要讨论清楚横向弛豫的基本过程的实质以及考虑高频场对弛豫的影响。

本文首先给出了自旋-晶格系统的哈密顿量,讨论了工作[3]中决定耦合系统磁化系数的方法,并用来讨论自旋-晶格耦合引起的纵向及横向弛豫过程,系统化了前人自旋-晶格弛豫理论给出的结果。对自旋系统与晶格耦合引起的弛豫基本过程,进行了较为全面的分析,并考虑了高频场对弛豫的影响,也就是非马尔科夫效应在弛豫时间和吸收线型上的反映。

二、磁化系数的耦合方程

1. 系统的哈密顿量

讨论一个由自旋和晶格振动(声子)所组成的系统。假定晶格中自旋的浓度很小(例如可设想为顺磁杂质的浓度很小),因此,自旋与自旋之间的相互作用很小,可忽略不计。可认为每个自旋单独地和晶格相耦合,系统的哈密顿量可表为

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_i, \quad (2.1)$$

其中 $\mathcal{H}_0$ 是自旋系统和声子系统的哈密顿量,它可表为

$$\mathcal{H}_0 = -\omega_0 \sum_i S_z^i + \sum_p \omega_p a_p^\dagger a_p, \quad (2.2)$$

式中 $\omega_0 = \gamma H_0$; γ 是旋磁比; H_0 是沿 z 轴的恒定磁场; S_z^i 是处于格点 i 的自旋算符的 z 分量; ω_p 是动量为 $\mathbf{p}$ 的声子频率; $a_p^\dagger$, a_p 是声子的产生算符和湮灭算符; $\mathcal{H}_i$ 是自旋-晶格耦合哈密顿量 W 及与外场耦合的哈密顿量 W_i 之和,即

$$\mathcal{H}_i = W + W_i, \quad (2.3)$$

式中下标 i 表示显含时间。在下面把 $\mathcal{H}_i$ 作为微扰。以顺磁杂质为例,自旋-晶格耦合可认为是通过 Van Vleck^[5]的机构实现的,即晶格振动引起磁性杂质附近的晶场发生变化,晶场的变化影响顺磁杂质的轨道运动,再通过自旋-轨道耦合来实现自旋-晶格的耦合。耦合的等效哈密顿一般可写为^[9]

$$W = \sum_i \sum_p P_p^i G^i, \quad (2.4)$$

其中

$$P_p^i = \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) (a_p e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}_i} + a_p^\dagger e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}_i}), \quad (2.5)$$

M 是晶格原子的质量; v 是声速; $\mathbf{r}_i$ 是自旋 i 所在的格点的位矢。

$$G^i = \sum_\alpha A_\alpha S_\alpha^i + \sum_\beta B_\beta T_\beta^i, \quad (2.6)$$

其中 A_α , B_β 是由晶场参量、自旋-轨道耦合常数及 ω_0 等量组成的参量。若自旋为1, α

取 $0, \pm 1$; 而 β 取 $0, \pm 1, \pm 2$.

$$\begin{aligned} S_{\pm}^i &= S_x^i \pm i S_y^i, & T_0 &= 3S_z^2 - S(S+1), \\ T_{\pm 1}^i &= S_x^i S_{\pm}^i + S_{\pm}^i S_x^i, & T_{\pm 2}^i &= (S_{\pm}^i)^2. \end{aligned}$$

若自旋为 $\frac{1}{2}$, 则 $T_{\beta}^i = 0$. 为了便于讨论, 又不失一般性, 我们研究自旋为 1 的情况, 所得结果是具有普遍性的.

与外场耦合的哈密顿量一般可表为

$$W_t = -\gamma \sum_i \mathbf{S} \cdot \mathbf{h}(t), \quad (2.7)$$

其中 $\mathbf{h}(t)$ 是外加交变场的场强.

2. 磁化系数的耦合方程

系统的密度矩阵 ρ 可表为

$$\rho = \rho_0 + \rho_1, \quad \rho_0 = e^{-\beta \mathcal{H}_0}, \quad (2.8)$$

其中 $\beta = \frac{1}{kT}$; ρ_1 为微扰引起的密度矩阵部分. 刘维方程为

$$i \frac{\partial \rho_1}{\partial t} = [\mathcal{H}_0, \rho_1] + [\mathcal{H}_t, \rho_0 + \rho_1]. \quad (2.9)$$

在此令普朗克常数 $\hbar = 1$, 上式的形式解为

$$\rho_1(t) = (-i) \int_{-\infty}^t e^{i\mathcal{H}_0(t-\tau)} [\mathcal{H}_{\tau}, \rho_0] e^{-i\mathcal{H}_0(t-\tau)} d\tau. \quad (2.10)$$

作变数变换, 令 $t - \tau = x_1$, 则上式为

$$\rho_1(t) = (-i) \int_0^{\infty} e^{-i\mathcal{H}_0 x_1} [\mathcal{H}_{t-x_1}, \rho_0] e^{i\mathcal{H}_0 x_1} dx_1. \quad (2.11)$$

若迭代一次, 便可得出

$$\begin{aligned} \rho_1(t) &= (-i) \int_0^{\infty} e^{-i\mathcal{H}_0 x_1} [\mathcal{H}_{t-x_1}, \rho_0] e^{i\mathcal{H}_0 x_1} dx_1 + \\ &+ (-i)^2 \int_0^{\infty} dx_1 \int_0^{\infty} dx_2 e^{-i\mathcal{H}_0 x_1} [\mathcal{H}_{t-x_1}, e^{-i\mathcal{H}_0 x_2} [\mathcal{H}_{t-x_1-x_2}, \rho_0] e^{i\mathcal{H}_0 x_2}] e^{i\mathcal{H}_0 x_1}. \end{aligned}$$

若继续进行 n 次迭代, 则可得出

$$\begin{aligned} \rho(t) &= \rho_0 + \rho_1(t) = \rho_0 + (-i) \int_0^{\infty} e^{-i\mathcal{H}_0 x_1} [\mathcal{H}_{t-x_1}, \rho_0] e^{i\mathcal{H}_0 x_1} dx_1 + \\ &+ (-i)^2 \int_0^{\infty} dx_1 \int_0^{\infty} dx_2 e^{-i\mathcal{H}_0 x_1} [\mathcal{H}_{t-x_1}, e^{-i\mathcal{H}_0 x_2} [\mathcal{H}_{t-x_1-x_2}, \rho_0] e^{i\mathcal{H}_0 x_2}] e^{i\mathcal{H}_0 x_1} + \\ &+ \cdots + (-i)^n \int_0^{\infty} dx_1 \cdots \int_0^{\infty} dx_n e^{-i\mathcal{H}_0 x_1} \left[\mathcal{H}_{t-x_1}, e^{-i\mathcal{H}_0 x_2} \left[\mathcal{H}_{t-x_1-x_2}, \right. \right. \\ &\left. \left. \cdots e^{-i\mathcal{H}_0 x_n} \left[\mathcal{H}_{t-\sum_{i=1}^n x_i}, \rho \left(t - \sum_{i=1}^n x_i \right) \right] e^{i\mathcal{H}_0 x_n} \cdots \right] e^{i\mathcal{H}_0 x_2} \right] e^{i\mathcal{H}_0 x_1}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

为了看清楚这一公式的性质, 假定迭代次数 $n \rightarrow \infty$, 同时只考虑外场的线性项, 这时上式中的 $\mathcal{H}_t$ 只有两种可能的取法:

- (1) 每一项中所有的 $\mathcal{H}_t$ 均取自旋-声子耦合哈密顿量 W ;
- (2) 每一项中所有的 $\mathcal{H}_t$, 除了一个取 W_t 外, 均取自旋-声子耦合哈密顿量 W .

先討論情况(1). 这时除最末一項与 ρ_1 有关外, 所有項的总和, 正好給出弛豫哈密頓量 W 引起的对 ρ_0 的修正. 其总和可表为

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{-1}{\mathcal{H}_0 - i\varepsilon} \tilde{W} \right]^n \rho_0, \quad (2.13)$$

式中 $\mathcal{H}_0$ 及 $\tilde{W}$ 表示与 $\mathcal{H}_0$ 及 W 相应的刘維算符. 在工作 [10] 中, 一般地証明了在大系統、長時間的极限条件下, 系統趋向于平衡, 其穩态的密度矩陣决定于

$$\rho_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{-1}{\mathcal{H}_0 - i\varepsilon} \tilde{W} \right]^n \rho_0 = \bar{\rho}_0 = e^{-\beta(\mathcal{H}_0 + W)}. \quad (2.14)$$

再看情况(2). 每一項中有一个 $\mathcal{H}_i$ 取 W_i , 但并未限制那一个 $\mathcal{H}_i$ 取 W_i . 若每一項中的第一个 $\mathcal{H}_i$ 取 W_i , 把所有的項加起来, 便得出

$$(-i) \int_0^{\infty} dx_1 e^{-i\mathcal{H}_0 x_1} [W_{i-x_1}, \bar{\rho}_0] e^{i\mathcal{H}_0 x_1};$$

若每一項中第二个 $\mathcal{H}_i$ 取 W_i , 其余的取 W , 把所有这些項加起来, 便得出

$$(-i)^2 \int_0^{\infty} dx_1 \int_0^{\infty} dx_2 e^{-i\mathcal{H}_0 x_1} [W, e^{-i\mathcal{H}_0 x_2} [W_{i-x_1-x_2}, \bar{\rho}_0] e^{i\mathcal{H}_0 x_2}] e^{i\mathcal{H}_0 x_1}.$$

如此类推, 可繼續做下去, 再把最末一項中的 $\rho \left(t - \sum_{i=1}^n x_i \right)$ 分为 $\bar{\rho}_0 + \bar{\rho}_1 \left(t - \sum_{i=1}^n x_i \right)$.

这样, 可把(2.12)式改写为

$$\begin{aligned} \bar{\rho}_1(t) = \rho(t) - \bar{\rho}_0 = & (-i) \int_0^{\infty} dx_1 e^{-i\mathcal{H}_0 x_1} [W_{i-x_1}, \bar{\rho}_0] e^{i\mathcal{H}_0 x_1} + \\ & + (-i)^2 \int_0^{\infty} dx_1 \int_0^{\infty} dx_2 e^{-i\mathcal{H}_0 x_1} [W, e^{-i\mathcal{H}_0 x_2} [W_{i-x_1-x_2}, \bar{\rho}_0] e^{i\mathcal{H}_0 x_2}] e^{i\mathcal{H}_0 x_1} + \\ & + \cdots + (-i)^n \int_0^{\infty} dx_1 \cdots \int_0^{\infty} dx_n e^{-i\mathcal{H}_0 x_1} \left[W, e^{-i\mathcal{H}_0 x_2} \left[W, \cdots \right. \right. \\ & \left. \left. e^{-i\mathcal{H}_0 x_n} \left[W, \bar{\rho}_1 \left(t - \sum_{i=1}^n x_i \right) \right] e^{i\mathcal{H}_0 x_n} \cdots \right] e^{i\mathcal{H}_0 x_2} \right] e^{i\mathcal{H}_0 x_1}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

現在 $\bar{\rho}_1$ 的物理意义是: 描述系統对外場的綫性响应的密度矩陣部分, 可用来計算系統物理量对外場的綫性响应. 若系統有物理量 L_1 , 則 L_1 对外場的綫性响应由下式

$$\langle \Delta L_1(t) \rangle = \text{Sp} \bar{\rho}_1(t) L_1$$

来計算. 在实际計算中, 由自旋-声子系統耦合程度的強弱, 来选取某 n 次迭代給出的 $\bar{\rho}_1(t)$. 这样給出

$$\begin{aligned} \langle \Delta L_1(t) \rangle = & (-i) \int_0^{\infty} dx \text{Sp} [W_{i-x_1}, \bar{\rho}_0] L_1(x_1) + \\ & + (-i)^2 \int_0^{\infty} dx_1 \int_0^{\infty} dx_2 \text{Sp} [W, e^{-i\mathcal{H}_0 x_2} [W_{i-x_1-x_2}, \bar{\rho}_0] e^{i\mathcal{H}_0 x_2}] L_1(x_1) + \\ & + \cdots + (-i)^n \int_0^{\infty} dx_1 \cdots \int_0^{\infty} dx_n \text{Sp} \left[W, e^{-i\mathcal{H}_0 x_2} \left[\cdots e^{-i\mathcal{H}_0 x_n} \cdot \right. \right. \\ & \cdot \left. \left. \left[W_{t-\sum_{i=1}^n x_i}, \bar{\rho}_0 \right] e^{i\mathcal{H}_0 x_n} \cdots \right] e^{i\mathcal{H}_0 x_2} \right] L_1(x_1) + (-i)^2 \int_0^{\infty} dx_1 \cdots \int_0^{\infty} dx_n \cdot \\ & \cdot \text{Sp} \left[W, e^{-i\mathcal{H}_0 x_2} \left[W, \cdots e^{-i\mathcal{H}_0 x_n} \left[W, \bar{\rho}_1 \left(t - \sum_{i=1}^n x_i \right) \right] e^{i\mathcal{H}_0 x_n} \cdots \right] e^{i\mathcal{H}_0 x_2} \right] L_1(x_1). \end{aligned} \quad (2.16)$$

上式右边前 n 項明显地給出外場的綫性項, 是方程的非齐次項; 右边最末一項外場的影响, 由 $\bar{\rho}_1\left(t - \sum_{i=1}^n x_i\right)$ 中反映出来, 給出方程的齐次項. 其中, $L_1(x_1)$ 是相互作用表象的算符

$$L_1(x) = e^{i\mathcal{H}_0 x_1} L_1 e^{-i\mathcal{H}_0 x_1}. \quad (2.17)$$

一般齐次項中, 还出現另外的量 $\langle \Delta L_j(t) \rangle$, $j = 2, 3, \dots$, 所以还須建立量 L_j 的方程. 这样形成一組非齐次的联立方程. 为了使方程組是封閉的, 必須作切断近似, 即在齐次項中取

$$\text{Sp } \bar{\rho}_1 A B = \text{Sp } \bar{\rho}_1 A \text{ Sp } \bar{\rho}_0 B + \text{Sp } \bar{\rho}_0 A \text{ Sp } \bar{\rho}_1 B, \quad (2.18)$$

其中 A 为自旋算符; B 为声子算符. 这种近似的物理意义在于: 把系統与热源高于 n 阶的耦合忽略了. 因为作了这种切断, 便不能再进行高次的迭代展开了. 而通常高次方程組中, 除包含了低次的結果外, 还有一些新的結果, 这便是对低次方程的修正. 要計算高次迭代带来的修正, 只須取对应于不可約部分給出的貢獻便行了. 因为作 $2n - 1$ 次迭代得出的方程, 一定还要再迭代一次才封閉可解, 因而, 实际上还是迭代了 $2n$ 次. 因此, 在考虑 $2n$ 次迭代方程的解的高阶修正时, 可直接在 $2(n + 1)$ 次迭代得出的方程中, 取相应于不可約部分給出的貢獻即可.

在高次迭代方程中, 除了作近似(2.18)外, 还必须作如下的切断:

$$\text{Sp } \bar{\rho}_1 A_1 \cdots A_n = \text{Sp } \bar{\rho}_1 A_1 \text{ Sp } \bar{\rho}_0 A_2 \cdots A_n + \text{Sp } \bar{\rho}_1 A_2 \text{ Sp } \bar{\rho}_0 A_1 A_3 + \cdots.$$

这意味着: 自旋系統的自旋之間的耦合可以忽略. 因此, 倘若自旋系統本身之間有較強的耦合, 就必须另外考虑.

由于外場与系統的耦合哈密頓量 $W_t \sim e^{i\omega t}$, 同时, 方程已自动地作了長時間极限, 因而系統已达到稳态. 在稳态綫性响应的情况下, $\bar{\rho}_1 \sim \rho_1(\omega) e^{i\omega t}$. 因此, $\langle \Delta L_1(t) \rangle = L_1(\omega) e^{i\omega t}$. 故耦合方程組直接給出系統物理量的頻率行为:

$$\begin{aligned} L_1(\omega) = & (-i) \int_0^\infty dx_1 \text{Sp} [W_{-x_1}, \bar{\rho}_0] L_1(x_1) + \\ & + (-i)^2 \int_0^\infty dx_1 \int_0^\infty dx_2 \text{Sp} [W, e^{-i\mathcal{H}_0 x_2} [W_{-x_1-x_2}, \bar{\rho}_0] e^{i\mathcal{H}_0 x_2}] L_1(x_1) + \\ & + \cdots + (-i)^n \int_0^\infty dx_1 \cdots \int_0^\infty dx_n \text{Sp} \left[W, e^{-i\mathcal{H}_0 x_2} \left[\cdots, e^{-i\mathcal{H}_0 x_n} \right. \right. \\ & \left. \left. \left[W_{-\sum_{i=1}^n x_i}, \bar{\rho}_0 \right] e^{i\mathcal{H}_0 x_n} \cdots \right] e^{i\mathcal{H}_0 x_2} \right] L_1(x_1) + (-i)^n \int_0^\infty dx_1 \cdots \int_0^\infty dx_n \\ & \text{Sp} \left[W, e^{-i\mathcal{H}_0 x_2} \left[W, \cdots e^{-i\mathcal{H}_0 x_n} \left[W, \bar{\rho}_1 \left(-\sum_{i=1}^n x_i \right) \right] e^{i\mathcal{H}_0 x_n} \cdots \right] e^{i\mathcal{H}_0 x_2} \right] L_1(x_1). \end{aligned} \quad (2.19)$$

由方程(2.16)可看出, 等式二边的 $\bar{\rho}_1$ 的时间因子是不相同的. 时刻 t 的 $\bar{\rho}_1$ 与更早时刻的 $\bar{\rho}_1$ 有关, 表明它是非馬尔科夫型的.

从上述討論可看出, 工作[3]中决定耦合系統磁化系数的方法是这样的: 把弛豫哈密頓量及与外場耦合的哈密頓量作为微扰; 把刘維方程作形式上的迭代展开, 根据系統与热源的耦合程度的強弱决定迭代次数; 把迭代得出的方程, 对外場取綫性項, 再作切断近似, 便可得出系統的一組有关物理量的封閉耦合方程組. 这样, 既考虑了外場的綫性响应, 也

考虑了响应过程中的弛豫现象。由于这方法自动地取了长时间的极限，因此给出系统在外场作用下达到的稳态响应，它直接给出系统的频率行为。又因为这方程是非马尔科夫型的，它所带来的物理效应也反映得比较明显。

三、纵向非共振吸收及纵向弛豫时间

为了计算自旋系统的非共振吸收的线型及纵向弛豫时间，外加一个纵向交变场，其频率为 $\omega \ll \omega_0$ 。在只讨论低温（对顺磁杂质来说，在液氮的温度范围）及自旋浓度很小的情况下，只要取迭代二次的 $\bar{\rho}_1(t)$ 即可。物理量 L 的平均值满足方程：

$$\begin{aligned} L(\omega) = & (-i) \int_0^\infty dx \text{Sp} [W_{-x_1}, \bar{\rho}_0] L(x_1) + \\ & + (-i)^2 \int_0^\infty dx_1 \int_0^\infty dx_2 \text{Sp} [W, e^{-i\mathcal{H}_0 x_2} [W_{-x_1-x_2}, \bar{\rho}_0] e^{i\mathcal{H}_0 x_2}] L(x_1) + \\ & + (-i)^2 \int_0^\infty dx_1 \int_0^\infty dx_2 \text{Sp} [W, e^{-i\mathcal{H}_0 x_2} [W, \bar{\rho}_1(-x_1-x_2)] e^{i\mathcal{H}_0 x_2}] L(x_1). \end{aligned} \quad (3.1)$$

现在加的是纵向交变场，故

$$W_x = -\gamma \sum_i S_z^i h_x e^{i\omega x}. \quad (3.2)$$

因此，(3.1)式的第一项等于零。由于弛豫哈密顿量只考虑到二次，外场考虑到一次，因此可采用如下的近似：

$$\bar{\rho}_0 = e^{-\beta(\mathcal{H}_0 + W)} = e^{-\beta\mathcal{H}_0} \left[1 + \int_0^\beta W(-i\lambda) d\lambda \right]. \quad (3.3)$$

这样，(3.1)式的第二项可简化为如下的形式：

$$(-i)^2 \int_0^\beta d\lambda \int_0^\infty dx_1 \int_0^\infty dx_2 \text{Sp} \rho_0 [W, e^{i\mathcal{H}_0 x_2} [W_{-x_1-x_2}, W(-i\lambda)] e^{i\mathcal{H}_0 x_2}] L(x_1).$$

导出上式时，须应用条件 $\beta\omega \ll 1$ 。这在非共振吸收的条件下是永远满足的。计及阵迹的轮换不变性，再把弛豫哈密顿量的具体表达式代入齐次项与非齐次项中，并考虑到如下的对易关系式：

$$[A_1 B_1, A_2 B_2] = [A_1, A_2] \{B_1, B_2\} + \{A_1, A_2\} [B_1, B_2]$$

（其中的曲括号定义为： $\{A_1, A_2\} = \frac{1}{2}(A_1 A_2 + A_2 A_1)$ ；方括号定义为： $[A_1, A_2] = A_1 A_2 - A_2 A_1$ 。A 为自旋算符，B 为声子算符），方程(3.1)可进一步具体化。为了计算非共振吸收，须分别令 L 等于 $S_z^i, S_+^i, S_-^i, T_0^i, \dots$ 等八个量，得出八个联立方程。解这组方程，便可算出 $S_z^i(\omega)$ ，从而定出非共振吸收线型。可以证明，在这八个方程中，只有 S_z^i 和 T_0^i 两个量的方程中，齐次项、非齐次项与 $1/\omega$ 成比例，其他六个量给出的方程中，齐次项和非齐次项与 $\frac{1}{\omega_0 + \omega}$ 或 $\frac{1}{\omega_0 - \omega}$ 成比例。由于 $\omega \ll \omega_0$ ，故后者可以略去。实际上，只要找出 L 等于 S_z^i, T_0^i 两个量所相应的两个方程便够了。在找寻这两个方程时，须要引用切断近似公式(2.18)。这里只须对自旋算符按 $\bar{\rho}_1$ 取平均，声子算符按 $\bar{\rho}_0$ 取平均。另外，对声子算符按 $\bar{\rho}_1$ 取平均的项实际上是高阶小量，可以略去。在计算齐次项与非齐次项的另一项时，尚须按杂质位置取无规平均。在计算中，须要的一些对易关系式在附录 I 中给出。经过运算，给出 L 等于 S_z^i, T_0^i 的方程如下：

$$(\omega - M_1) S_z^i(\omega) + N_1 T_0^i(\omega) = Q_1 h_x, \quad (3.4)$$

$$N_2 S_z^i(\omega) + (\omega - M_2) T_0^i(\omega) = Q_2 h_z, \quad (3.5)$$

式中的系数甚繁, 仅举例给出于附录 II 中. 由式(3.4)与(3.5)可解出 $S_z^i(\omega)$, 并由磁化系数定义: $S_z^i(\omega) = (\chi' + i\chi'')h_z$, 可找出

$$\chi'(\omega) = \frac{R'(\omega - R) + I'I}{(\omega - R)^2 + I^2}, \quad \chi''(\omega) = \frac{R'I + (\omega - R)I'}{(\omega - R)^2 + I^2}, \quad (3.6)$$

其中

$$\begin{aligned} R &= M_{1R} + \frac{N_{1R}N_{2R} + N_{1I}N_{2I}}{(\omega - M_{2R})^2 + M_{2I}^2} (\omega - M_{2R}) + \\ &\quad + \frac{N_{1I}M_{2I}}{(\omega - M_{2R})^2 + M_{2I}^2} N_{2R} + \frac{N_{2I}M_{2I}}{(\omega - M_{2R})^2 + M_{2I}^2} N_{1R}, \\ I &= M_{1I} + \frac{N_{1R}N_{2R} + N_{1I}N_{2I}}{(\omega - M_{2R})^2 + M_{2I}^2} M_{2I} + \\ &\quad + \frac{N_{1R}(\omega - M_{2R})}{(\omega - M_{2R})^2 + M_{2I}^2} N_{2I} + \frac{N_{2R}(\omega - M_{2R})}{(\omega - M_{2R})^2 + M_{2I}^2} N_{1I}. \end{aligned}$$

将上二式中的 M_{1R} , M_{1I} 用 Q_{1R} , Q_{1I} 代替, N_{1R} , N_{1I} 用 Q_{2R} , Q_{2I} 代替, 即得出 R' , I' 的表达式. 式中量 $M_{1R}, \dots$ 表示取量 $M_1, \dots$ 的实部, 量 $M_{1I}, \dots$ 表示取量 $M_1, \dots$ 的虚部. 这些实部与虚部可利用公式

$$\frac{1}{x \pm i\epsilon} = \frac{P}{x} \mp i\pi\delta(x)$$

从量 $M_1, \dots$ 中分出来.

当 $\omega \rightarrow 0$ 时, 所有量 $M_1, \dots$ 的实部趋向于零. 可举 M_1 中的一项为例加以说明. 例如有

$$\begin{aligned} & - \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{M\nu^2} \right) 2(|A_1|^2 + |B_1|^2) \left[\left(\bar{n}_p + \frac{1}{2} \right) \frac{P}{\omega_0 - \omega - \omega_p} + \right. \\ & \left. + \left(\bar{n}_p + \frac{1}{2} \right) \frac{P}{\omega_0 - \omega + \omega_p} - \left(\bar{n}_p + \frac{1}{2} \right) \frac{P}{\omega_0 + \omega + \omega_p} - \left(\bar{n}_p + \frac{1}{2} \right) \frac{P}{\omega_0 + \omega - \omega_p} \right]. \end{aligned}$$

显然, 在 $\omega \rightarrow 0$ 时, 上式为零, 其余的项同样为零, 因此由(3.6)式看出,

$$\chi''(\omega) \rightarrow 0 \quad \text{当 } \omega \rightarrow 0, \quad (3.7)$$

这是符合要求的. 另外, 在高温近似的条件下, $\beta(\omega_0 - \omega) \ll 1$, 可证明: $I' = \chi_0 I$, χ_0 为经典的静磁化系数. 因此, 由(3.6)式看出,

$$\chi'(\omega) \rightarrow \chi_0 \quad \text{当 } \omega \rightarrow 0, \quad (3.8)$$

这也是符合物理要求的.

对于纵向非共振吸收, 若从宏观的 Bloch 方程出发, 推出的吸收线型为德拜型:

$$\chi' = \frac{\chi_0}{1 + \omega^2\tau^2}, \quad \chi'' = \frac{\chi_0\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2}, \quad (3.9)$$

其中 τ 为纵向弛豫时间, 和频率 ω 无关. 把上式与我们导出的(3.6)式比较, 其区别在于: (a) 在(3.6)式中出现一个表征线移的量 R , 在 $\omega \rightarrow 0$ 时不等于零; (b) 与纵向弛豫时间相当的量为 $1/I$. 它是外加交变场频率的函数, 称为系统的纵向弛豫时间 T_1 . 因此, 我们找出的非共振吸收线型是有所变形的德拜型.

利用附录 II 中量 $M_1 \cdots$ 的具体表达式, 可把纵向弛豫时间概括地表达如下:

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_1} = I = & \pi \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) K_1 \left[\left(\bar{n}_p + \frac{1}{2} \right) \delta(\omega_0 - \omega - \omega_p) + \right. \\ & \left. + \left(\bar{n}_p + \frac{1}{2} \right) \delta(\omega_0 + \omega - \omega_p) \right] + \\ & + \pi \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) K_2 \left[\left(\bar{n}_p + \frac{1}{2} \right) \delta(2\omega_0 - \omega - \omega_p) + \right. \\ & \left. + \left(\bar{n}_p + \frac{1}{2} \right) \delta(2\omega_0 + \omega - \omega_p) \right] + \\ & + \pi \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) K_3 [\delta(\omega_0 - \omega - \omega_p) + \delta(\omega_0 + \omega - \omega_p)] + \\ & + \pi \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) K_4 [\delta(2\omega_0 - \omega - \omega_p) + \delta(\omega_0 + \omega - \omega_p)], \quad (3.10) \end{aligned}$$

其中 $K_1, \cdots, K_4$ 等是复杂的系数, 这里未写出它的具体形式. 可看出, 上式与 Orbach 等人用跃迁几率方法所得结果的差异在于: Orbach 等人计算的是不存在交变场时的纵向弛豫时间, 而这里却是考虑了交变场的存在. 纵向弛豫的基本过程是: 自旋从一能级跃至另一能级, 伴随着一个声子的吸收或放出, 同时还有一个光子的产生或湮灭. (3.10) 式后二项是由于声子场的量子效应——零点振动的结果. 在极低温时, 这二项是重要的.

以上结果在低温时是适用的. 弛豫机构主要是单声子、单光子过程. 若温度升高, Raman 过程将起主要作用. 为了找出这种 Raman 过程, 须用迭代四次的方程作切断近似. 由于计算比较繁冗, 这里不作仔细的推演. 要弄清是否出现 Raman 过程, 只须看看四次迭代方程齐次项中, 对应着不可约部分的那些项的虚部即可. 在迭代四次得出的方程的齐次项中, 有一项是这样的:

$$\begin{aligned} \sum_{p_1} \sum_{p_2} \left(\frac{2\omega_{p_1}}{Mv^2} \right) \left(\frac{2\omega_{p_2}}{Mv^2} \right) |A_1|^2 |B_1|^2 & \left(\frac{(\bar{n}_{p_1} + \frac{1}{2})}{\omega_0 - \omega - \omega_{p_1} + i\varepsilon} + \right. \\ & \left. + \frac{(\bar{n}_{p_2} + \frac{1}{2})}{\omega_0 - \omega + \omega_{p_2} + i\varepsilon} \right)^2 \frac{1}{\omega_0 + \omega + \omega_{p_1} - \omega_{p_2} - i\varepsilon}. \end{aligned}$$

它对纵向弛豫时间的贡献, 须取其虚部. 其取法有二:

(1) 括号中的量取实部, 即取主值部分. 因子 $\frac{1}{\omega_0 + \omega + \omega_{p_1} - \omega_{p_2} - i\varepsilon}$ 取 δ 函数部分.

$$\begin{aligned} \pi \sum_{p_1} \sum_{p_2} \left(\frac{2\omega_{p_1}}{Mv^2} \right) \left(\frac{2\omega_{p_2}}{Mv^2} \right) |A_1|^2 |B_1|^2 & \left(\left(\bar{n}_{p_1} + \frac{1}{2} \right) \frac{P}{\omega_0 - \omega - \omega_{p_1}} + \right. \\ & \left. + \left(\bar{n}_{p_2} + \frac{1}{2} \right) \frac{P}{\omega_0 - \omega + \omega_{p_2}} \right)^2 \delta(\omega_0 + \omega + \omega_{p_1} - \omega_{p_2}), \quad (3.11) \end{aligned}$$

这就是通常的 Raman 过程. 自旋吸收一个声子, 一个光子跃到虚激发态, 再由虚激发态放出一个声子跃至低能态. 与通常的差别在于, 这里有一光子参与进去. 这表现了交变场对弛豫基本过程的影响.

(2) 括号中的量和因子 $\frac{1}{\omega_0 + \omega + \omega_{p_1} - \omega_{p_2} - i\varepsilon}$ 均取 δ 函数部分, 即

$$\pi \sum_{p_1} \sum_{p_2} \left(\frac{2\omega_{p_1}}{Mv^2} \right) \left(\frac{2\omega_{p_2}}{Mv^2} \right) |A_1|^2 |B_1|^2 \left(\pi \left(\bar{n}_{p_1} + \frac{1}{2} \right) \delta(\omega_0 - \omega - \omega_{p_1}) \right)^2 \delta(\omega_0 + \omega + \omega_{p_1} - \omega_{p_2}). \quad (3.12)$$

这种过程的第一步,吸收一个声子与一个光子,使自旋恰能跃到一个实的激发态,再由实激发态放出一个声子跃至低能态,因而引起弛豫,这就是 Orbach 过程. 由这公式看出,这虚部数值应为无限大. 但考虑到高激发态实际上有一定的能级宽度,上式中括号内的 δ 函数应被下式所替代:

$$\frac{\Gamma}{(\omega_0 - \omega - \omega_p)^2 + \Gamma^2},$$

其中 Γ 为激发态的能级宽度. 这样便可算出共振弛豫对纵向弛豫时间的贡献. 这里所得出的 Orbach 过程与原来的差别在于: 过程的第一步有一个光子参与进去,这表现了交变场的影响.

总之,我们统一地导出了非共振吸收的线型及有交变场存在时的纵向弛豫时间的表达式. 在低温时,纵向弛豫的基本过程是单光子、单声子过程;当温度上升,则须考虑单光子、双声子过程. 这种过程又自然地包括了通常的 Raman 型与 Orbach 型. 同时可证明: 纵向弛豫时间与温度的关系同以前的理论是一致的;与场强的关系也基本上是一致的. 而差别在于,现在有光子参与弛豫的基本过程中去. 因此,从物理意义上来说,纵向弛豫时间应区分有无外加交变场两种情况. 同时,交变场频率不同,纵向弛豫时间也应有数值上的差别.

四、共振吸收线型及横向弛豫时间

外加一个横向高频场,系统与外场的耦合哈密顿量为

$$W_x = -\gamma \sum_i (S_+^i h_- e^{i\omega x} + S_-^i h_+ e^{-i\omega x}). \quad (4.1)$$

假设 $|\omega - \omega_0| \ll \omega$, 来计算自旋系统的共振吸收线型及横向弛豫时间. 由于限于低温及自旋浓度很小的情况,只要取迭代二次的方程即可.

$$\begin{aligned} L(\omega) = & (-i) \int_0^\infty dx_1 \text{Sp} [W_{-x_1}, \bar{\rho}_0] L(x_1) + \\ & + (-i)^2 \int_0^\infty dx_1 \int_0^\infty dx_2 \text{Sp} [W_{-x_1}, e^{-i\mathcal{H}_0 x_2} [W_{-x_1-x_2}, \bar{\rho}_0] e^{i\mathcal{H}_0 x_2}] L(x_1) + \\ & + (-i)^2 \int_0^\infty dx_1 \int_0^\infty dx_2 \text{Sp} [W, e^{-i\mathcal{H}_0 x_2} [W, \bar{\rho}_1(-x_1-x_2)] e^{i\mathcal{H}_0 x_2}] L(x_1). \end{aligned} \quad (4.2)$$

对于非齐次项,第一项的贡献不为零,而第二项为耦合参数的二级小量,与第一项相比可以略去. 与第三节处理步骤相似,解 $S_-^i, S_+^i, S_z^i, T_0^i, \dots$ 等八个量的联立方程组便可算出 $S_-^i(\omega)$, 从而定出共振吸收线型及横向弛豫时间. 但由于只有 S_-^i, T_{-1}^i 两个量的方程中的齐次项及非齐次项与 $\frac{1}{\omega_0 - \omega}$ 成比例,其余六个量的方程中,齐次项及非齐次项与 $\frac{1}{\omega_0 + \omega}$ 或 $\frac{1}{\omega}$ 成比例,与前两个量相比,后者可以略去. 故实际上只要解 S_-^i 和 T_{-1}^i 两个量的联立

方程即可。由(4.2)式找出这两个方程为

$$[(\omega_0 - \omega) - \bar{M}_1]S_-^i(\omega) + \bar{N}_-T_{-1}^i(\omega) = \bar{Q}_1h_-, \quad (4.3)$$

$$\bar{N}_2S_-^i(\omega) + [(\omega_0 - \omega) - \bar{M}_2]T_{-1}^i(\omega) = 0, \quad (4.4)$$

其中系数 $\bar{M}_1, \dots$ 的显式在附录 III 中给出。由上两式可解出 $S_-^i(\omega)$ 来, 另一方面, 按磁化系数的定义 $S_-^i(\omega) = (\chi' + i\chi'')h_-$ 可得出共振吸收的色散和吸收线型为

$$\chi'(\omega) = \frac{\bar{Q}_1(\omega_0 - \omega - R)}{(\omega_0 - \omega - R)^2 + I^2}, \quad (4.5)$$

$$\chi''(\omega) = \frac{\bar{Q}_1I}{(\omega_0 - \omega - R)^2 + I^2}, \quad (4.6)$$

其中

$$\begin{aligned} R = & \bar{M}_{1R} + \frac{\bar{N}_{1R}\bar{N}_{2R} + \bar{N}_{1I}\bar{N}_{2I}}{[(\omega_0 - \omega) - \bar{M}_{2R}]^2 + \bar{M}_{2I}^2} [(\omega_0 - \omega) + \bar{M}_{2R}] + \\ & + \frac{\bar{N}_{1I}\bar{M}_{2I}}{[(\omega_0 - \omega) - \bar{M}_{2R}]^2 + \bar{M}_{2I}^2} \bar{N}_{2R} + \frac{\bar{N}_{2I}\bar{M}_{2I}}{[(\omega_0 - \omega) - \bar{M}_{2R}]^2 + \bar{M}_{2I}^2} \bar{N}_{1R}, \\ I = & \bar{M}_{1I} + \frac{\bar{N}_{1R}\bar{N}_{2R} + \bar{N}_{1I}\bar{N}_{2I}}{[(\omega_0 - \omega) - \bar{M}_{2R}]^2 + \bar{M}_{2I}^2} \bar{M}_{2I} + \\ & + \frac{\bar{N}_{1R}[(\omega_0 - \omega) - \bar{M}_{2R}]}{[(\omega_0 - \omega) - \bar{M}_{2R}]^2 + \bar{M}_{2I}^2} \bar{N}_{2I} + \frac{\bar{N}_{2R}[(\omega_0 - \omega) - \bar{M}_{2R}]}{[(\omega_0 - \omega) - \bar{M}_{2R}]^2 + \bar{M}_{2I}^2} \bar{N}_{1I}. \end{aligned}$$

由宏观的 Bloch 方程, 得出横向共振吸收线型为洛伦兹型:

$$\chi''(\omega) \sim \frac{T_2^0}{1 + (\omega_0 - \omega)^2 T_2^{0^2}}, \quad (4.7)$$

其中 T_2^0 为横向弛豫时间。由于 Bloch 方程中没有考虑外场对弛豫时间的影响, 故 T_2^0 与外场频率 ω 无关。可以看出, (4.6) 式中的 $1/I$ 为横向弛豫时间, 但现在它是外加交变场频率 ω 的函数。因此, 把 $T_2 = \frac{1}{I}$ 称为自旋系统的横向弛豫时间, 其显式如下:

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_2} = I = & \pi \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) K_{0,0} \left(\bar{n}_p + \frac{1}{2} \right) \delta(\omega_0 - \omega - \omega_p) + \\ & + \pi \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) K_{1,-1} \left(\bar{n}_p + \frac{1}{2} \right) \delta(\omega - \omega_p) + \\ & + \pi \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) K'_{1,-1} \left(\bar{n}_p + \frac{1}{2} \right) \delta(2\omega_0 - \omega - \omega_p) + \\ & + \pi \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) K_{2,-2} \left(\bar{n}_p + \frac{1}{2} \right) \delta(\omega_0 + \omega - \omega_p) + \\ & + \pi \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) \bar{K}_{0,0} \delta(\omega_0 - \omega - \omega_p) + \pi \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) \bar{K}_{1,-1} \delta(\omega - \omega_p) + \\ & + \pi \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) \bar{K}'_{1,-1} \delta(2\omega_0 - \omega - \omega_p) + \pi \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) \bar{K}_{2,-2} \delta(\omega_0 + \omega - \omega_p). \end{aligned} \quad (4.8)$$

这公式是对自旋为 1 的自旋系统得出的。其实, 所得的结果适用于一般的有限分立能级体系。现在来分析 (4.8) 式各项的物理意义。首先指出: 后四项是声子场的零点振

动引起的量子效应, 在极低温时是重要的。其次, 倘若不考虑声子场的量子效应及取 $\omega = \omega_0$, 则(4.8)式与 Файн 导出的表达式是一致的^[8]。若从 Файн 的表达式来理解横向弛豫的基本过程的物理意义, 则是不清楚的。因为无法了解, 为什么横向弛豫基本过程一定与自旋从一能级到另一能级的跃迁相联系。而这里得出的表达式, 则更清楚地反映了横向弛豫机构的实质。现在具体分析如下:

头一项, 相当于晶格振动或声子场形成的一个等效静局域场¹⁾给出的贡献。但当 $\omega \neq \omega_0$ 时, 特别是远离共振点, 这一项将起重要的作用。例如, 在 F 心的光频吸收中, 这一项是着比较明显的意义^[11], 但在 Файн 的表达式中, 它却永远为零。

第二项, 相当于弛豫哈密顿中, 等效转动局域场¹⁾对弛豫给出的贡献。当 $\omega = \omega_0$ 时, 给出的结果也与 Файн 的一致, 但物理意义则完全是新的。它表明, 横向弛豫过程与能级间距 ω_0 没有明显的关系。这在物理上是更为合理的, 横向弛豫的基本过程并不一定要求自旋由一能级跃至另一能级。第三项与第四项也是转动局域场对弛豫给出的贡献。当 $\omega = \omega_0$ 时和 Файн 的一致; 当 $\omega \neq \omega_0$ 时, 则给出不同的贡献。总之, 在考虑了高频场对弛豫的影响后, 横向弛豫的基本过程也是单光子、单声子过程。但不一定要求与 ω_0 有明显的关系, 这是合乎物理上的要求的。

当温度升高时, Raman 过程将起重要作用。为了看出 Raman 过程, 须考虑迭代四次的方程中, 齐次项的不可约图形对应的那些项的虚部。例如, 有这样的项:

$$\begin{aligned} & - \sum_{p_1} \sum_{p_2} |A_1|^2 |B_1|^2 \left(\frac{2\omega_{p_1}}{Mv^2} \right) \left(\frac{2\omega_{p_2}}{Mv^2} \right) \left(\frac{-(\bar{n}_{p_1} + \frac{1}{2})}{\omega - \omega_{p_1} - i\varepsilon} + \right. \\ & \left. + \frac{-(\bar{n}_{p_2} + \frac{1}{2})}{\omega + \omega_{p_2} - i\varepsilon} \right)^2 \frac{1}{2\omega_0 - \omega - \omega_{p_2} + \omega_{p_1} + i\varepsilon}, \\ & - \sum_{p_1} \sum_{p_2} |A_0|^2 |B_2|^2 \left(\frac{2\omega_{p_1}}{Mv^2} \right) \left(\frac{2\omega_{p_2}}{Mv^2} \right) \left(\frac{(\bar{n}_{p_1} + \frac{1}{2})}{\omega_0 - \omega - \omega_{p_1} + i\varepsilon} + \right. \\ & \left. + \frac{(\bar{n}_{p_2} + \frac{1}{2})}{\omega_0 - \omega + \omega_{p_2} + i\varepsilon} \right)^2 \frac{1}{\omega_0 + \omega + \omega_{p_1} - \omega_{p_2} - i\varepsilon}. \end{aligned}$$

其虚部有二种取法:

(1) 括号中的量取主值部分, 后面的因子取 δ 函数部分, 给出

$$\begin{aligned} & \pi \sum_{p_1} \sum_{p_2} |A_1|^2 |B_2|^2 \left(\frac{2\omega_{p_1}}{Mv^2} \right) \left(\frac{2\omega_{p_2}}{Mv^2} \right) \left(-\left(\bar{n}_{p_1} + \frac{1}{2} \right) \frac{P}{\omega - \omega_{p_1}} - \right. \\ & \left. - \left(\bar{n}_{p_2} + \frac{1}{2} \right) \frac{P}{\omega + \omega_{p_2}} \right)^2 \delta(2\omega_0 - \omega + \omega_{p_1} - \omega_{p_2}), \\ & \pi \sum_{p_1} \sum_{p_2} |A_0|^2 |B_2|^2 \left(\frac{2\omega_{p_1}}{Mv^2} \right) \left(\frac{2\omega_{p_2}}{Mv^2} \right) \left(\left(\bar{n}_{p_1} + \frac{1}{2} \right) \frac{P}{\omega_0 - \omega - \omega_{p_1}} + \right. \\ & \left. + \left(\bar{n}_{p_2} + \frac{1}{2} \right) \frac{P}{\omega_0 - \omega + \omega_{p_2}} \right)^2 \delta(2\omega_0 + \omega + \omega_{p_1} - \omega_{p_2}). \end{aligned}$$

这便是通常的 Raman 过程, 所不同的是有光子参与到过程中去。

(2) 括号中的量和后面的因子均取 δ 函数部分, 给出

1) 这里指的是弛豫哈密顿量中, 与核磁的偶极-偶极作用中静局域场项及转动局域场在意义上相当的项。

$$\pi \sum_{p_1} \sum_{p_2} |A_1|^2 |B_2|^2 \left(\frac{2\omega_{p_1}}{Mv^2} \right) \left(\frac{2\omega_{p_2}}{Mv^2} \right) \left[\left(\bar{n}_{p_1} + \frac{1}{2} \right) \pi \delta(\omega - \omega_{p_1}) \right]^2 \delta(2\omega_0 - \omega + \omega_{p_1} - \omega_{p_2}),$$

$$\pi \sum_{p_1} \sum_{p_2} |A_0|^2 |B_2|^2 \left(\frac{2\omega_{p_1}}{Mv^2} \right) \left(\frac{2\omega_{p_2}}{Mv^2} \right) \left[\left(\bar{n}_{p_1} + \frac{1}{2} \right) \pi \delta(\omega_0 - \omega - \omega_{p_1}) \right]^2 \times$$

$$\times \delta(2\omega_0 - \omega + \omega_{p_1} - \omega_{p_2}).$$

这是通常的 Orbach 过程,过程的两步都是实的,所不同的是:首先,有光子参与到过程中去;其次,其中的一步不一定联系到自旋的跃迁.为了使这两项不是发散的,第一项中须考虑声子本身有一定的线宽(寿命),在第二项中须考虑自旋的高激发态有一定的能级宽度.

下面分析一下共振吸收的线型.由于现在 I 与 R 中均显含 ω ,故线型已不是严格的,而是一种变形了的洛仑兹型.在中心附近, $\omega \rightarrow \omega_0$, $T_2 \rightarrow T_2^0$,线型也逼近洛仑兹型.在侧面, ω 与 ω_0 相差很远,这时分母中的 I^2 可略去,线型近似地由下式决定:

$$\chi''(\omega) = \frac{\bar{Q}_1 I}{(\omega_0 - \omega + R)^2}, \quad (4.9)$$

与洛仑兹型在侧面的近似公式

$$\chi''(\omega) \sim \frac{1}{\frac{T_2^0}{(\omega_0 - \omega)^2}} \quad (4.10)$$

相比,由于在侧面 T_2 与 T_2^0 相差甚大,故线型偏离洛仑兹型较大.总的说来,由于我们所用的密度矩阵 $\bar{\rho}_1$ 的方程是非马尔科夫型的,使得能够考虑高频场对弛豫的影响,有光子参与到弛豫的基本过程中去,并且引起横向弛豫时间在远离共振点与共振点附近有较大的差别;在远离共振点吸收线型也和洛仑兹型有较大的差别.所以,从原则上来说,非马尔科夫效应是不可忽略的.

通常用二次矩来量度共振吸收线型的均方线宽,二次矩定义为

$$M_2 = \int_{-\infty}^{\infty} (\omega - \omega_0)^2 \chi''(\omega) d\omega. \quad (4.11)$$

若线型是洛仑兹型,则二次矩是不存在的,因这时积分是发散的.这说明,现在的公式更符合实际情况,对于矩的计算,线型的侧面起重要作用,可近似地用(4.9)式代入上式,得出

$$M_2 \sim \int_{-\infty}^{\infty} I(\omega) d\omega. \quad (4.12)$$

若只考虑晶格振动形成的等效静局域场对线宽的贡献,则对应的 $I(\omega)$ 可近似表为

$$I(\omega) \cong \pi \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) K_{0,0} \left(\bar{n}_p + \frac{1}{2} \right) \delta(\omega_0 - \omega - \omega_p),$$

故算出二次矩为

$$M_2 \sim \pi \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) K_{0,0} \left(\bar{n}_p + \frac{1}{2} \right).$$

可以证明,这和用局域场的均方值来估计均方线宽的结果是一致的.上述讨论中,认为自旋通过和声子耦合产生弛豫,而声子场则被认为始终处于热平衡中.现进一步考虑声子本身也存在着弛豫(如声子受杂质散射,非谐项作用等),有一定的线宽(寿命),则将对自

旋系统的弛豫产生什么影响。可近似地认为, 声子线宽为 ω_r , 则有

$$a_p(t) = a_p e^{-i\omega t} e^{-\omega_r t}, \quad a_p^+(t) = a_p^+ e^{i\omega t} e^{-\omega_r t}.$$

而 $I(\omega)$ 表达式中的 $\pi\delta(\omega_0 - \omega - \omega_p)$ 应被 $\frac{\omega_r}{(\omega_0 - \omega - \omega_p)^2 + \omega_r^2}$ 所代替, 相应于局域场的项为

$$I(\omega) \cong \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) K_{0,0} \left(\bar{n}_p + \frac{1}{2} \right) \frac{\omega_r}{(\omega_0 - \omega - \omega_p)^2 + \omega_r^2},$$

代入(4.12)式, 算出二次矩为

$$M_2 \sim \pi \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) K_{0,0} \left(\bar{n}_p + \frac{1}{2} \right) - \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) K_{0,0} \left(\bar{n}_p + \frac{1}{2} \right) \frac{2\delta\omega_r}{(\omega_p - \omega_0)^2 + \delta^2},$$

其中 δ 是对洛仑兹型积分时积分限的截取值, $\delta \geq |\omega_0 - \omega|$ 和 $\delta \gg \omega_r$. 这说明, 考虑声子弛豫将使自旋系统的线宽变窄. 另一方面可以证明, 这时若用计算局域场的均方值来估计均方线宽, 结果与矩的计算也是一致的. 这说明, 考虑声子弛豫将使晶格振动形成的等效局域场发生变化, 其均方值变小了, 因此自旋共振吸收的均方线宽变窄了. 此外, 也可计算相应于等效转动局域场项引起的均方线宽及考虑声子线宽对弛豫的影响. 这里不作详细的计算, 只指出, 声子弛豫使等效转动局域场项对应的线宽不是变窄而是变宽了. 可以看到, 整个弛豫过程中, 出现两个宽度, 一个是热源能谱的宽度, 这对产生线宽是起决定性作用的, 只要热源能谱是连续的, 并且有一定宽度, 线宽就必然产生. 还有一个是热源每个能级的宽度, 在一些情况下, 热源由有限能级系统(如稀土离子在铁氧体中)构成, 则能级宽度决定整个系统的弛豫. 但在已经存在前一宽度的情况下, 后一宽度对于等效静局域场项则引起相反的效应, 使线宽变窄, 而使等效转动局域场项给出的线宽加宽. 关于它的本质还有待进一步研究.

Argyres 等人^[4]用 Zwanzig 的方法, 导出了一个自旋-热源耦合系统的非马尔科夫型密度矩阵方程. 实质上, 这方程与我们的方法是一致的. Argyres 用来处理线性的横向过程, 也得出了弛豫时间与 ω 有关的结果. 由于没有把热源具体化, 因而无法清楚说明它所带来的具体结果, 不能清楚地看出横向弛豫基本过程的实质, 同时也不明确正是方程的非马尔科夫性质使弛豫时间与 ω 有关. 因此, 作者从线型公式的分子而不是从分母来分析, 什么情况下非马尔科夫效应是不可忽略的, 得出了与我们相反的结果.

五、讨 论

1. 如果我们把 ρ_0 重正化成 $\bar{\rho}_0$ 后, 可以清楚地看到, 本文采用密度矩阵迭代再作切断的方法是格临函数方法, 特别是与推迟格临函数方程组作切断近似是一致的. 因此, 每一级近似中, 不可约部分的含义和通常的也完全一致. 由于自旋算符构成的物理量的平均值所组成的方程组一般是可解的, 因此, 本文的处理方法至少对自旋系统是比较方便的, 特别是当引起弛豫的也是一自旋系统而非声子时, 可直接和分子场近似对应起来, 其方便之处就更为明显^[3].

2. 虽然作了切断近似, 由于没有作任意时刻的无规位相假定, 本文得出的方程组是非马尔科夫型的, 即此刻密度矩阵的变化与以前时刻系统的状态有关. 在取了长时间极限后, 就表现在外加交变场频率进入弛豫过程中. 因此, 在远离共振点的地方, 弛豫时间与

共振点处的偏离较大,吸收线型对洛伦兹型的偏离也较大。这说明从原则上来看,非马尔科夫效应是不能忽略的,而且和热源的关联时间并没有明显的关系。

3. 本文着重分析了纵向与横向的线型及弛豫过程。在纵向过程中,所得弛豫时间的表达式与 ω 有关。但从数值来看,与通常分析的结果基本上一致,只是在外加交变场频率较高时,才会表现出差异。而横向过程,在物理图象上和过去的结果很不相同,外加高频场起了很重要的作用。单声子过程的两项,分别和静局域场及转动局域场项得到的宽度相对应。双声子过程中,除去一般 Raman 及 Orbach 过程外,还有由于声子线宽造成的类似于 Orbach 过程的过程。这些还有待于进一步分析。

4. 有一定宽度的连续谱是产生弛豫的必要条件,不管它是由一个能级加宽而得到或由大量能级靠近而形成。但二者引起的效应有时却不同。对本文讨论的声子系统,引起自旋弛豫的后者是基本的,前者起的作用是复杂的,它在不同的情况下,引起二次矩(即均方线宽)的增加或减小。

5. 我们主要是讨论自旋为 1 的等能级间距的系统,目的是便于分析清楚弛豫的基本过程。但所采用的方法对一般非等能级间距的系统(如分子或原子共振或光吸收过程),也是适合的,至于具体表达式当然更为复杂,但基本的弛豫过程仍是文中所指出的几种。

本文是在中国科学院进修期间完成的。在工作过程中得到霍裕平同志很多帮助,曾和于淦、李铁城等同志进行过有益的讨论,并承李蔭远先生仔细审阅原稿,提出了宝贵的修改意见,在此表示感谢。

附 录 I

首先列出有关相互作用表象的算符:

$$S_z^i(x) = \exp(i\mathcal{H}_0 x) S_z^i \exp(-iH_0 x) = \exp\left(-i\omega_0 \sum_i S_z^i x\right) S_z^i \exp\left(i\omega_0 \sum_i S_z^i x\right) = S_z^i,$$

$$S_{\pm}^i(x) = \exp\left(-i\omega_0 \sum_i S_z^i x\right) S_{\pm}^i \exp\left(i\omega_0 \sum_i S_z^i x\right) = S_{\pm}^i \exp(\mp i\omega_0 x),$$

$$T_0^i(x) = T_0^i, \quad T_{\pm 1}^i(x) = T_{\pm 1}^i \exp(\mp i\omega_0 x),$$

$$T_{+2}^i(x) = T_{+2}^i \exp(-i2\omega_0 x), \quad T_{-2}^i(x) = T_{-2}^i \exp(i2\omega_0 x).$$

以上是自旋算符,对声子算符有

$$a_p(x) = a_p e^{-i\omega_p x}, \quad a_p^+(x) = a_p^+ e^{i\omega_p x}.$$

再列举一些常用到的对易关系式。自旋 $S = 1$ 的自旋算符的矩阵形式为

$$S_z = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad S_+ = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -i \\ 1 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad S_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -i \\ -1 & i & 0 \end{pmatrix}.$$

例如可给出:

$$[S_z, S_+] = S_+, \quad [S_z, S_-] = -S_-, \quad [S_+, T_{-2}] = 2T_{-1}, \quad [S_-, T_{+2}] = -2T_{+1},$$

$$[S_+, S_-] = 2S_z, \quad [S_z, T_{+2}] = 2T_{+2}, \quad [T_0, S_-] = -3T_{-1}, \quad [T_0, S_+] = 3T_{+1};$$

又如

$$\{S_z, T_{-1}\} = \frac{1}{2} S_-, \quad \{S_-, T_0\} = \frac{1}{2} S_-, \quad \{S_+, T_{-2}\} = \frac{1}{2} S_-, \quad \{T_{-1}, T_0\} = \frac{1}{2} T_0.$$

等等,其他不再一一例举。

附 录 II

由于方程(3.4),(3.5)的系数的表达式甚繁,现在例举几个如下:

$$\begin{aligned}
 M_1 = & - \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) 2(|A_1|^2 + |B_1|^2) \left\{ \frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{\omega_0 - \omega - \omega_p + i\varepsilon} + \frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{\omega_0 - \omega + \omega_p + i\varepsilon} \right\} - \\
 & - \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) 2(|A_1|^2 + |B_1|^2) \left\{ \frac{-(\bar{n}_p + \frac{1}{2})}{\omega_0 + \omega + \omega_p - i\varepsilon} + \frac{-(\bar{n}_p + \frac{1}{2})}{\omega_0 + \omega - \omega_p - i\varepsilon} \right\} - \\
 & - \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) 4|B_2|^2 \left\{ \frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{2\omega_0 - \omega - \omega_p + i\varepsilon} + \frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{2\omega_0 - \omega + \omega_p + i\varepsilon} \right\} - \\
 & - \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) 4|B_2|^2 \left\{ \frac{-(\bar{n}_p + \frac{1}{2})}{2\omega_0 + \omega + \omega_p - i\varepsilon} + \frac{-(\bar{n}_p + \frac{1}{2})}{2\omega_0 + \omega - \omega_p - i\varepsilon} \right\} - \\
 & - \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) \frac{1}{2} (A_1 B_{-1} + B_1 A_{-1}) \left\{ \frac{-1}{\omega_0 + \omega + \omega_p - i\varepsilon} + \frac{1}{\omega_0 + \omega - \omega_p - i\varepsilon} \right\} - \\
 & - \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) \frac{1}{2} (A_{-1} B_1 + B_{-1} A_1) \left\{ \frac{1}{\omega_0 - \omega - \omega_p - i\varepsilon} + \frac{-1}{\omega_0 - \omega + \omega_p - i\varepsilon} \right\}, \\
 N_1 = & - \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) 2(A_1 B_{-1} + B_1 A_{-1}) \left\{ \frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{\omega_0 - \omega - \omega_p + i\varepsilon} + \frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{\omega_0 - \omega + \omega_p + i\varepsilon} \right\} - \\
 & - \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) 2(A_{-1} B_1 + B_{-1} A_1) \left\{ \frac{-(\bar{n}_p + \frac{1}{2})}{\omega_0 + \omega + \omega_p - i\varepsilon} + \frac{-(\bar{n}_p + \frac{1}{2})}{\omega_0 + \omega - \omega_p - i\varepsilon} \right\} + \\
 & + \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) \frac{1}{3} |A_1|^2 \left\{ \frac{-1}{\omega_0 + \omega + \omega_p - i\varepsilon} + \frac{1}{\omega_0 + \omega - \omega_p - i\varepsilon} \right\} - \\
 & - \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) \frac{1}{3} |A_1|^2 \left\{ \frac{1}{\omega_0 - \omega - \omega_p + i\varepsilon} + \frac{-1}{\omega_0 - \omega + \omega_p + i\varepsilon} \right\}, \\
 Q_1 = & - \gamma \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) [2\langle S_z^2 \rangle_0 (|A_1|^2 + |B_1|^2) + 2\langle T_0^i S_z^i \rangle_0 (A_1 B_{-1} + B_1 A_{-1})] \times \\
 & \times \left\{ \frac{(\bar{n}_p + \frac{1}{2})}{\omega_0 - \omega - \omega_p + i\varepsilon} \frac{e^{\beta(\omega_0 - \omega_p)} - 1}{\omega_0 - \omega_p} + \frac{(\bar{n}_p + \frac{1}{2})}{\omega_0 - \omega + \omega_p + i\varepsilon} \frac{e^{\beta(\omega_0 + \omega_p)} - 1}{\omega_0 + \omega_p} \right\} + \\
 & + \gamma \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) [2\langle S_z^2 \rangle_0 (|A_1|^2 + |B_1|^2) + 2\langle T_0^i S_z^i \rangle_0 (A_1 B_{-1} + B_1 A_{-1})] \times \\
 & \times \left\{ \frac{-(\bar{n}_p + \frac{1}{2})}{\omega_0 + \omega + \omega_p - i\varepsilon} \frac{e^{-\beta(\omega_0 + \omega_p)} - 1}{\omega_0 + \omega_p} + \frac{-(\bar{n}_p + \frac{1}{2})}{\omega_0 + \omega - \omega_p - i\varepsilon} \frac{e^{-\beta(\omega_0 - \omega_p)} - 1}{\omega_0 - \omega_p} \right\} - \\
 & - \gamma \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) 4\langle S_z^2 \rangle_0 |B_2|^2 \left\{ \frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{2\omega_0 - \omega - \omega_p + i\varepsilon} \frac{e^{\beta(2\omega_0 - \omega_p)} - 1}{2\omega_0 - \omega_p} + \right. \\
 & \quad \left. + \frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{2\omega_0 - \omega + \omega_p + i\varepsilon} \frac{e^{\beta(2\omega_0 + \omega_p)} - 1}{2\omega_0 + \omega_p} \right\} + \\
 & + \gamma \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) 4\langle S_z^2 \rangle_0 |B_2|^2 \left\{ \frac{-(\bar{n}_p + \frac{1}{2})}{2\omega_0 + \omega + \omega_p - i\varepsilon} \frac{e^{-\beta(2\omega_0 + \omega_p)} - 1}{2\omega_0 + \omega_p} + \right. \\
 & \quad \left. + \frac{-(\bar{n}_p + \frac{1}{2})}{2\omega_0 + \omega - \omega_p - i\varepsilon} \frac{e^{-\beta(2\omega_0 - \omega_p)} - 1}{2\omega_0 - \omega_p} \right\} - \\
 & - \gamma \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) \left\langle \left(\frac{1}{3} T_0^i - \frac{2}{3} S(S+1) \right) S_z^i \right\rangle_0 |A_1|^2 \left\{ \frac{1}{\omega_0 - \omega - \omega_p + i\varepsilon} \frac{e^{\beta(\omega_0 - \omega_p)} - 1}{\omega_0 - \omega_p} + \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{-1}{\omega_0 - \omega + \omega_p + i\varepsilon} \frac{e^{\beta(\omega_0 + \omega_p)} - 1}{\omega_0 + \omega_p} \Big\} - \\
& - \gamma \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) \left\langle \left(\frac{1}{3} T_0^i - \frac{2}{3} S(S+1) \right) S_z^i \right\rangle_0 |A_1|^2 \left\{ \frac{-1}{\omega_0 + \omega + \omega_p - i\varepsilon} \frac{e^{-\beta(\omega_0 + \omega_p)} - 1}{\omega_0 + \omega_p} + \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{\omega_0 + \omega - \omega_p - i\varepsilon} \frac{e^{-\beta(\omega_0 - \omega_p)} - 1}{\omega_0 - \omega_p} \right\} - \\
& - \gamma \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) \langle S_z^i \rangle_0 \frac{1}{2} (A_1 B_{-1} + B_1 A_{-1}) \left\{ \frac{1}{\omega_0 - \omega - \omega_p + i\varepsilon} \frac{e^{\beta(\omega_0 - \omega_p)} - 1}{\omega_0 - \omega_p} + \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{\omega_0 - \omega + \omega_p + i\varepsilon} \frac{e^{\beta(\omega_0 + \omega_p)} - 1}{\omega_0 + \omega_p} \right\} - \\
& - \gamma \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) \langle S_z^i \rangle_0 \frac{1}{2} (A_{-1} B_1 + B_{-1} A_1) \left\{ \frac{-1}{\omega_0 + \omega + \omega_p - i\varepsilon} \frac{e^{-\beta(\omega_0 + \omega_p)} - 1}{\omega_0 + \omega_p} + \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{\omega_0 + \omega - \omega_p - i\varepsilon} \frac{e^{-\beta(\omega_0 - \omega_p)} - 1}{\omega_0 - \omega_p} \right\}.
\end{aligned}$$

关于系数 M_2, N_2, Q_2 便不再一一列出了。

附 录 III

方程(4.4), (4.5)中的系数的表达式如下:

$$\bar{Q}_1 = 2 \langle S_z^i \rangle = \chi_0 \omega_0,$$

$$\begin{aligned}
\bar{M}_1 = & - \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) (|A_0|^2 + 9|B_0|^2) \left[\frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{\omega_0 - \omega - \omega_p + i\varepsilon} + \frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{\omega_0 - \omega + \omega_p + i\varepsilon} \right] + \\
& + \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) (2|A_1|^2 + 6|B_1|^2) \left[\frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{\omega + \omega_p - i\varepsilon} + \frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{\omega - \omega_p - i\varepsilon} \right] - \\
& - \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) 4|B_1|^2 \left[\frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{2\omega_0 - \omega - \omega_p + i\varepsilon} + \frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{2\omega_0 - \omega + \omega_p + i\varepsilon} \right] + \\
& + \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) 4|B_2|^2 \left[\frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{\omega_0 + \omega + \omega_p - i\varepsilon} + \frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{\omega_0 + \omega - \omega_p - i\varepsilon} \right] - \\
& - \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) \left(\frac{1}{2} A_0 B_0 + \frac{3}{2} B_0 A_0 \right) \left[\frac{1}{\omega_0 - \omega - \omega_p + i\varepsilon} + \frac{-1}{\omega_0 - \omega + \omega_p + i\varepsilon} \right] + \\
& + \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) (A_{-1} B_1 + B_1 A_{-1}) \left[\frac{-1}{\omega + \omega_p - i\varepsilon} + \frac{1}{\omega - \omega_p - i\varepsilon} \right] - \\
& - \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) B_{-1} A_1 \left[\frac{1}{2\omega_0 - \omega - \omega_p + i\varepsilon} + \frac{-1}{2\omega_0 - \omega + \omega_p + i\varepsilon} \right], \\
\bar{N}_1 = & - \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) 3(A_0 B_0 + B_0 A_0) \left[\frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{\omega_0 - \omega - \omega_p + i\varepsilon} + \frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{\omega_0 - \omega + \omega_p + i\varepsilon} \right] + \\
& + \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) (2A_{-1} B_1 + 6B_1 A_{-1}) \left[\frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{\omega + \omega_p - i\varepsilon} + \frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{\omega - \omega_p - i\varepsilon} \right] - \\
& - \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) 4B_{-1} A_1 \left[\frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{2\omega_0 - \omega - \omega_p + i\varepsilon} + \frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{2\omega_0 - \omega + \omega_p + i\varepsilon} \right] - \\
& - \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) \left(\frac{1}{2} |A_0|^2 + \frac{3}{2} |B_0|^2 \right) \left[\frac{1}{\omega_0 - \omega - \omega_p + i\varepsilon} + \frac{1}{\omega_0 - \omega + \omega_p + i\varepsilon} \right] -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) |B_1|^2 \left[\frac{1}{2\omega_0 - \omega - \omega_p + i\varepsilon} + \frac{-1}{2\omega_0 - \omega + \omega_p + i\varepsilon} \right] - \\
& - \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) (|A_1|^2 + |B_1|^2) \left[\frac{-1}{\omega + \omega_p - i\varepsilon} + \frac{1}{\omega - \omega_p - i\varepsilon} \right], \\
\bar{M}_2 = & - \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) (|A_0|^2 + 9|B_0|^2) \left[\frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{\omega_0 - \omega - \omega_p + i\varepsilon} + \frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{\omega_0 - \omega + \omega_p + i\varepsilon} \right] + \\
& + \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) (6|A_1|^2 + 4|B_1|^2) \left[\frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{\omega + \omega_p - i\varepsilon} + \frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{\omega - \omega_p - i\varepsilon} \right] - \\
& - \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) 4|B_1|^2 \left[\frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{2\omega_0 - \omega - \omega_p + i\varepsilon} + \frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{2\omega_0 - \omega + \omega_p + i\varepsilon} \right] + \\
& + \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) 4|B_2|^2 \left[\frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{\omega_0 + \omega + \omega_p - i\varepsilon} + \frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{\omega_0 + \omega - \omega_p - i\varepsilon} \right] - \\
& - \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) \left(\frac{1}{2} A_0 B_0 + \frac{3}{2} B_0 A_0 \right) \left[\frac{1}{\omega_0 - \omega - \omega_p + i\varepsilon} + \frac{-1}{\omega_0 - \omega + \omega_p + i\varepsilon} \right] + \\
& + \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) (A_{-1} B_1 + B_{-1} A_1) \left[\frac{1}{\omega + \omega_p - i\varepsilon} + \frac{-1}{\omega - \omega_p - i\varepsilon} \right], \\
\bar{N}_2 = & - \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) (3A_0 B_0 + B_0 A_0) \left[\frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{\omega_0 - \omega - \omega_p + i\varepsilon} + \frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{\omega_0 - \omega + \omega_p + i\varepsilon} \right] + \\
& + \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) (6A_{-1} B_1 + 2B_{-1} A_1) \left[\frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{\omega + \omega_p - i\varepsilon} + \frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{\omega - \omega_p - i\varepsilon} \right] - \\
& - \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) 4A_1 B_{-1} \left[\frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{2\omega_0 - \omega - \omega_p + i\varepsilon} + \frac{\bar{n}_p + \frac{1}{2}}{2\omega_0 - \omega + \omega_p + i\varepsilon} \right] - \\
& - \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) \left(\frac{1}{2} |A_0|^2 + \frac{3}{2} |B_0|^2 \right) \left[\frac{1}{\omega_0 - \omega - \omega_p + i\varepsilon} + \frac{-1}{\omega_0 - \omega + \omega_p + i\varepsilon} \right] + \\
& + \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) (|A_1|^2 + |B_1|^2) \left[\frac{-1}{\omega + \omega_p - i\varepsilon} + \frac{1}{\omega - \omega_p - i\varepsilon} \right] - \\
& - \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) |B_1|^2 \left[\frac{1}{2\omega_0 - \omega - \omega_p + i\varepsilon} + \frac{-1}{2\omega_0 - \omega + \omega_p + i\varepsilon} \right] + \\
& + \sum_p \left(\frac{2\omega_p}{Mv^2} \right) |B_2|^2 \left[\frac{-1}{\omega_0 + \omega + \omega_p - i\varepsilon} + \frac{1}{\omega_0 + \omega - \omega_p - i\varepsilon} \right].
\end{aligned}$$

参 考 文 献

- [1] Bloch, F., *Phys. Rev.*, **70** (1946), 460.
- [2] Wangsness, R. K. and Bloch, F., *Phys. Rev.*, **89** (1953), 728; Bloch, F., *Phys. Rev.*, **102** (1956), 104.
- [3] 霍裕平、孟宪振, *物理学报*, **20** (1964), 387.
- [4] Argyres, P. N. and Kelley, P. L., *Phys. Rev.*, **134** (1964), A98.
- [5] Van Vleck, J. H., *J. Chem. Phys.*, **7** (1939), 72; *Phys. Rev.*, **57** (1940), 426.
- [6] Orbach, R., *Proc. Phys. Soc.*, **77** (1961a), 821; *Proc. Roy. Soc.*, **A264** (1961b), 458.
- [7] McCubber, D. E. and Sturge, M. D., *J. Appl. Phys.*, **34** (1963), 1682.
- [8] Файн, B. M., *УФН*, **79** (1963), 641.
- [9] Mattuck, R. D. and Strandberg, M. W. P., *Phys. Rev.*, **119** (1960), 1204.
- [10] Resibois, P., *Physica*, **27** (1961), 541.
- [11] Nishikawa, K. and Barrie, R., *Canad. J. Phys.*, **41** (1963), 1135.

SPIN-LATTICE RELAXATION

MA BEN-KUN

(*Peking Normal University*)

ABSTRACT

The method used in Ref. [3] to treat the magnetic susceptibility of the coupled system was extended to analyse the spin-lattice relaxation processes. In the case of weak coupling, the detailed expressions for the line shape of longitudinal nonresonance absorption and transverse resonance absorption were obtained by solving a set of coupled equations. The longitudinal and transverse relaxation times have been obtained as functions of the external alternating field. This is the direct consequence of the fact that the equations we used are of the non-Markovian type. Far away from the resonance point, the actual expression of the line shape is found to be quite different from that of the Debye or Lorentz type; the non-Markovian effect generally can not be ignored.

In the case of $S = 1$, all the processes involved in the expressions of longitudinal and transverse relaxation times were systematically analysed. It is found that some terms correspond to the usually discussed processes such as one phonon process; the Orbach process, etc., but involve the frequency as a parameter as mentioned above. The influence of lifetime of phonons on the transverse spin-lattice relaxation was also discussed.