

脉冲波沿多导线传输系统传播的矩阵分析*

鮑 城 志

(中国科学院)

提 要

本文从电压和电流的基本方程出发,分析脉冲波在多导线传输系统的传播现象和多导线传输系统导线间的相互耦合作用。分析结果说明,在一轮换的双回三相输电系统里,系统扰动将会产生四种不同速度的脉冲波,对这四种不同速度的脉冲波将有四个不同的特性阻抗。应用这些关系,将能解释线路上脉冲波传播的某些特殊现象,和按照给定的边界条件计算出波的畸变、反射和折射等等,从而对线路实测结果提供理论依据。文中举例说明这分析方法。

这脉冲波传播的理论分析被进一步推广应用到稳态交流运行情况,并推导出双回输电线的等效电路。

一、问题的提出

最近二十年来,国内外动力工作者对脉冲波在输电线上传播理论分析方面、在现场进行高压冲击试验和实测方面,以及脉冲波传播现象的被应用在快速保护等都曾进行了许多工作^[1-11]。但由于这问题牵涉的数学较复杂,到目前为止,严格的和完整的解答还未得到,对某些现象的解释还不够令人满意,多导线系统导线间的耦合关系也未全能用公式描述和用数量表示出来,致使在导线上可能产生由于邻近导线故障感生的电压而引起保护装置的误动作,在三相线路单相开断保护系统里,这种现象是不够令人满意的。

在电力系统运行计算所采用的正序和负序网络中,通常不考虑双回输电线路间的互感和互纳,但是事实上,由于这两回平行线路靠得很近,而彼此间又有一定距离,尤其是架在同一杆塔上的双回线路,线路的轮换并不能完全消除线路间的互感,因此有必要去寻找更合适的等效线路来满足系统运行计算的需要。

本文分析工作便是针对着上述这两个问题来进行的。从输电线上电压和电流变化的基本方程出发,来分析脉冲波在双回输电线路上传播现象和它们与线路参数间的关系,从而找出在轮换的双回输电线上由于系统情况突变如雷击、线路开断等可能同时产生四种不同速度的脉冲波,因而有四种大小不同的线路特性阻抗。应用这些关系,使导线间的感应作用可以得到一些解释和量的分析。并进一步把脉冲波在输电线上传播的分析工作推广应用到稳态交流运行情况,从而推导出双回输电线路的等效正序、负序和零序网络。

* 1963年4月15日收到。

1) 本文曾在 *Scientia Sinica* (中国科学), XII (1963), No. 2 刊载过

二、分析方法

1. 多速波的物理概念

在輸电綫上进行的人工雷电試驗記錄下来的示波图,常常显示出許多特殊現象,如(1)在綫路上波的衰減程度往往比計算出来的(即使考虑損耗后)要大得多,在輸电綫路上,每根导綫都有一波时,波的衰減程度比只有其中一根导綫有同等大小冲击波时的衰減程度为小;(2)冲击波沿綫路传播时,在波前上会产生一显著阶型;(3)感应波衰減程度比被感应波大得多,因而偶尔这两波会完全相等;(4)冲击波的波尾会产生扁平形状;(5)波的总速会比光速小得多;(6)耦合情况随距离变化較大;(7)电压与电流波形不相似;以及(8)波前的陡度很显著地先減小而后增加等等。这些現象很难用一般的脉冲波原理来得到滿意的解释。但如果应用多速波理論便不难解决。根据这个理論,加到几条平行导綫中某一导綫的冲击波将以两个或更多的波,沿着这些导綫,以不同的速度前进。至于这些速度不同的波的数目,則与平行导綫的数目和輪換的程度有关。一般說来,在 n 导綫系統里,将同时存在 n 个不同传播速度的波^[1],但在輪換的三相系統里,只有两个不同速度的波^[3]。在双迴三相輸电綫路上,当这六根导綫依照一般习用方法彻底輪換时,将有四个不同速度的波,这将在本文內詳細导出。

在 n 导綫系統中,每个导綫上将有 n 个不同速度的波。因此导綫上的电压变化可写成 n 个函数的和如下式所示:

$$\begin{aligned} e_1 &= f_1(x - v_1t) + f_2(x - v_2t) + \cdots + f_n(x - v_nt), \\ e_2 &= a_1f_1(x - v_1t) + b_1f_2(x - v_2t) + \cdots + n_1f_n(x - v_nt), \\ &\dots\dots\dots \\ e_n &= a_{n-1}f_1(x - v_1t) + b_{n-1}f_2(x - v_2t) + \cdots + n_{n-1}f_n(x - v_nt). \end{aligned} \quad (1)$$

同样可以写出相对应的电流变化关系。式中波速度 v_1, v_2, \cdots, v_n ; 比例因素 $a_1, a_2, \cdots, a_{n-1}; b_1, b_2, \cdots, b_{n-1}$ 和 $n_1, n_2, \cdots, n_{n-1}$ 只与导綫間电容和电感系数有关。这几个波 $f_1(x - v_1t), f_2(x - v_2t), \cdots, f_n(x - v_nt)$ 的相对数值、形状和极性則根据端点和起始情况决定。

这些波具有和時間函数相同的持續時間,但速度則不同。他們同时开始,可是速度快的波走在前面,因而产生变形。由于这些成分波以不同速度前进,最后他們将会分开,因而耦合因素(两电压的比 e_2/e_1)是一变值,它随着路程长短和成分波的相对值和极性而变化。

2. 导綫上电压和电流的变化方程

假如可以忽略导綫的表皮效应(即假定用以表征綫路特性的电阻、电感、电容和漏导,对某一給定导綫系統为固定值,并与頻率大小无关)和导綫的邻近效应(即假定每根圓柱导綫內部电流分布都与該导綫中心軸对称),并以 R, L, G 和 C 分別代表单位长度的电阻、电感、电导和对地电容,我們便可把綫路 dx 段沿 x 正方向的电压降和电流变化写成为

$$-de(x, t) = i(x, t)Rdx + \frac{\partial}{\partial t} d\phi(x, t), \quad (2)$$

$$-di(x, t) = e(x, t)Gdx + \frac{\partial}{\partial t} d\psi(x, t) \quad (3)$$

或

$$-\frac{\partial e(x, t)}{\partial x} = \left(R + L \frac{\partial}{\partial t} \right) i(x, t), \quad (4)$$

$$-\frac{\partial i(x, t)}{\partial x} = \left(G + C \frac{\partial}{\partial t} \right) e(x, t). \quad (5)$$

同一原理, 在构成双迴三相输电线路的 6 导线系统上, 电压和电流变化关系也可以用两组偏微分方程表示, 把它们写成为矩阵形式, 则得

$$-\frac{\partial}{\partial x} [e(x, t)] = \left\{ [L] \frac{\partial}{\partial t} + [R]^0 \right\} \cdot [i(x, t)], \quad (6)$$

$$-\frac{\partial}{\partial x} [i(x, t)] = \left\{ [C] \frac{\partial}{\partial t} + [G]^0 \right\} \cdot [e(x, t)], \quad (7)$$

式中 $[e(x, t)]$ 和 $[i(x, t)]$ 及 $[L]$, $[C]$, $[R]^0$ 和 $[G]^0$ 分别为 6×1 及 6×6 矩阵:

$$[e(x, t)] = \begin{bmatrix} e_1(x, t) \\ \vdots \\ e_6(x, t) \end{bmatrix}, \quad [i(x, t)] = \begin{bmatrix} i_1(x, t) \\ \vdots \\ i_6(x, t) \end{bmatrix}$$

$$[L] = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & \cdots & L_{16} \\ \vdots & & & \\ L_{61} & \cdots & & L_{66} \end{bmatrix}, \quad [C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{16} \\ \vdots & & & \\ C_{61} & \cdots & & C_{66} \end{bmatrix},$$

$$[R]^0 = \begin{bmatrix} R_{11} & & & 0 \\ & R_{22} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & R_{66} \end{bmatrix}, \quad [G]^0 = \begin{bmatrix} G_{11} & & & 0 \\ & G_{22} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & G_{66} \end{bmatrix},$$

L_{11}, L_{22}, \cdots 分别为导线 1, 2, \cdots 的自感, 而 L_{12}, L_{13}, \cdots 分别为导线 1 与 2 间、1 与 3 间的互感; C_{11}, C_{22}, \cdots 分别为导线 1, 2, \cdots 对地电容系数, 而 C_{12}, C_{13}, \cdots 则分别为导线 1 与 2、1 与 3 间电容系数; R_{11}, R_{22}, \cdots 和 G_{11}, G_{22}, \cdots 则分别为导线 1, 2, \cdots 的电阻和漏导。

应用拉氏变换法到式(6)和(7)的两组方程上, 并以 $E_1(x, s)$ 表示 $e_1(x, t)$ 的拉氏变换, $I_1(x, s)$ 表示 $i_1(x, t)$ 的拉氏变换等等, 为使分析简单起见, 假定起始条件为零, 并代以下列符号:

$$sL_{11} + R_{11} = J_{11},$$

$$sL_{12} = J_{12},$$

.....

$$sL_{mn} = J_{mn}$$

和

$$sC_{11} + G_{11} = K_{11},$$

$$sC_{12} = K_{12},$$

.....

$$sC_{mn} = K_{mn}.$$

式(6)和(7)于是可写成为

$$-\frac{d}{dx} [E(x, s)] = [J(s)] \cdot [I(x, s)], \tag{8}$$

$$-\frac{d}{dx} [I(x, s)] = [K(s)] \cdot [E(x, s)], \tag{9}$$

$[J(s)]$ 和 $[K(s)]$ 分别为 $J_{mn}(s)$ 和 $K_{mn}(s)$ 的 6×6 矩阵, 而 $[I(x, s)]$ 和 $[E(x, s)]$ 则分别为 $[i(x, t)]$ 和 $[e(x, t)]$ 的拉氏变换。

如果这双迴三相输电线路很好地按照通常规定办法轮换的话(即在轮换过程中的任何时候, 这两迴线相应的两根导线如 a 和 a' , b 和 b' 及 c 和 c' 等总是在相对位置如图 1 所示), 根据磁通量计算公式, 我们将会发现, 在这 36 个 L_{mn} 中, 由于对称关系, 只有四个不同数值:

$$L_{mn}(m, n = 1, \dots, 6) = L \quad (\text{当 } m = n);$$

$$L_{mn}(m, n = 1, \dots, 6) = L'$$

(当 m 和 n 数值都在 1 与 3 或 4 与 6 之间);

$$L_{mn}(m, n = 1, \dots, 6) = L''$$

(当 $|m-n| = 3$);

$$L_{mn}(m, n = 1, \dots, 6) = L'''$$

(当 m 之数值在 1 与 3 之间而 n 之数值在 4 与 6 之间, 或 m 之数值在 4 与 6 之间而 n 之数值在 1 与 3 之间, m 与 n 数值差又不等于 3 时)。

又假如这六根导线都用同一材料制成同一尺寸, 则

$$R_{11} = R_{22} = \dots = R_{66}.$$

相应于这四个不同的 L_{mn} 值, 便有四个不同的 $J_{mn}(s)$ 值: J, J', J'' 和 J''' (这些“ J ”都是 s 的函数, 为了简单起见, 这里简写成“ J ”)。同理, 方程(7)中电容系数 $C_{mn}(m, n=1, \dots, 6)$ 间有着如 $L_{mn}(m, n=1, \dots, 6)$ 间等同关系, 相应于这四个不同的 C_{mn} 值, 同样, 便有四个不同的 $K_{mn}(s)$ 值: K, K', K'' 和 K''' , 它们出现的条件都和 L, L', L'' 和 L''' 出现的条件相同。把各元素代入, 便可得出 J 与 K 的对称矩阵:

$$[J(s)] = \begin{pmatrix} J & J' & J' & J'' & J''' & J''' \\ J' & J & J' & J''' & J'' & J''' \\ J' & J' & J & J''' & J''' & J'' \\ J'' & J''' & J''' & J & J' & J' \\ J''' & J'' & J'' & J' & J & J' \\ J''' & J''' & J'' & J' & J' & J \end{pmatrix}, \quad [K(s)] = \begin{pmatrix} K & K' & K' & K'' & K''' & K''' \\ K' & K & K' & K''' & K'' & K''' \\ K' & K' & K & K''' & K''' & K'' \\ K'' & K''' & K''' & K & K' & K' \\ K''' & K'' & K'' & K' & K & K' \\ K''' & K''' & K'' & K' & K' & K \end{pmatrix}.$$

从现在得出的两组方程里[式(8)和(9)], 可以看出, 如果把 J 和 K 暂时当作常数的话, 那末, 原来的两组偏微分方程已化成为两组常微分方程。在解这方程时便可按照常微

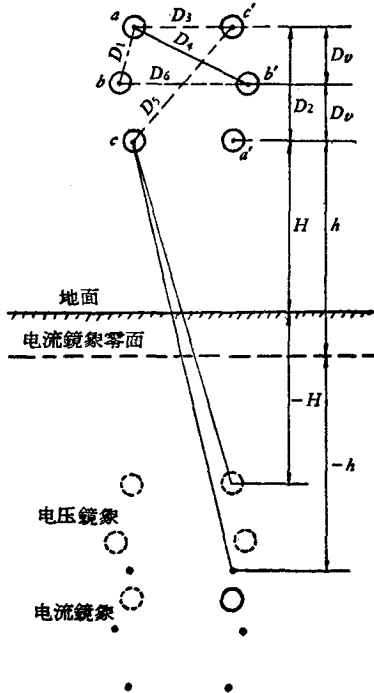


图 1

GMR = 1.14 公分	$D_4 = 12.2$ 公尺
$D_V = 6.20$ 公尺	$D_5 = 15.6$ 公尺
$D_1 = 6.28$ 公尺	$D_6 = 11.6$ 公尺
$D_3 = 12.4$ 公尺	$H = 12.7$ 公尺
$D_2 = 9.45$ 公尺	$h = 15.8$ 公尺

分方程解法进行。将方程组(8)对 x 微分, 并将方程组(9)代进去, 便得

$$\frac{d^2}{dx^2} [E(x, s)] = [M(s)] \cdot [E(x, s)], \quad (10)$$

式中 $[M(s)]$ 为 6×6 矩阵, 而

$$M_{mn}(s) = \sum_{q=1}^6 J_{mq}(s) K_{qn}(s).$$

从方程组(8)和(9)中消去 $E(x, s)$, 同样可求得

$$\frac{d^2}{dx^2} [I(x, s)] = [M(s)] \cdot [I(x, s)]. \quad (11)$$

由此可以看出, 电压和电流的最后方程是完全相同的, 因此在线路上电压和电流所含的成分也完全一样, 所不同的只在起始条件和端点条件上。

3. 传播系数

在前节推导出的导线上, 电压和电流变化方程里的 36 个 M_{mn} , 由于对称关系也只有四个不同数值:

$$M_{mn}(s) = M(s) \text{ 或简写成 } M \quad \text{当 } m = n;$$

$$M_{mn}(s) = M' \quad \text{当 } m \text{ 和 } n \text{ 数值都在 } 1 \text{ 与 } 3 \text{ 之间或 } 4 \text{ 与 } 6 \text{ 之间};$$

$$M_{mn}(s) = M'' \quad \text{当 } |m - n| = 3;$$

$M_{mn}(s) = M''' \quad \text{当 } m \text{ 数值在 } 1 \text{ 与 } 3 \text{ 之间而 } n \text{ 数值在 } 4 \text{ 与 } 6 \text{ 之间, 或 } m \text{ 数值在 } 4 \text{ 与 } 6 \text{ 之间而 } n \text{ 数值在 } 1 \text{ 与 } 3 \text{ 之间, } m \text{ 与 } n \text{ 数值差又不等于 } 3 \text{ 时.}$

以 $p^2 E_n(x, s)$ 表示 $\frac{d^2 E_n(x, s)}{dx^2}$, 式(10)所表示的矩阵方程可写成下列形状:

$$\{[M(s)] - p^2[I]\} \cdot [E(x, s)] = 0, \quad (12)$$

式中 $[I]$ 是一单位方阵。

在解这矩阵方程求任意一 E 值时, 要得到零以外的解答, 除非

$$\begin{vmatrix} M-p^2 & M' & M' & M'' & M''' & M''' \\ M' & M-p^2 & M' & M''' & M'' & M''' \\ M' & M' & M-p^2 & M''' & M''' & M'' \\ M'' & M''' & M''' & M-p^2 & M' & M' \\ M''' & M'' & M''' & M' & M-p^2 & M' \\ M''' & M''' & M'' & M' & M' & M-p^2 \end{vmatrix} = 0, \quad (13)$$

以使这 0/0 不定式演变成一个有限数值。根据对称矩阵特征, 式(13)可化简成为一对角线方阵:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & & & \\ & \lambda_2 & & & & \\ & & \cdot & & & \\ & & & \cdot & & \\ & & & & \lambda_6 & \\ & & & & & \end{bmatrix} = 0, \quad (14)$$

式中 $\lambda_1 = M - p^2 + 2M' - M'' - 2M'''$, $\lambda_2 = M - p^2 - M' - M'' + M'''$,
 $\lambda_3 = M - p^2 - M' - M'' + M'''$, $\lambda_4 = M - p^2 - M' + M'' - M'''$,
 $\lambda_5 = M - p^2 + 2M' + M'' + 2M'''$, $\lambda_6 = M - p^2 - M' + M'' - M'''$

或者

$$\{p^2 - (M + 2M' - M'' - 2M''')\}\{p^2 - (M + 2M' + M'' + 2M''')\} \times \\ \times \{p^2 - (M - M' + M'' - M''')\}^2 \{p^2 - (M - M' - M'' + M''')\}^2 = 0, \quad (15)$$

甚至很容易地化成为

$$\{p^2 - (J + 2J' - J'' - 2J''')(K + 2K' - K'' - 2K''')\} \times \\ \times \{p^2 - (J + 2J' + J'' + 2J''')(K + 2K' + K'' + 2K''')\} \times \\ \times \{p^2 - (J - J' + J'' - J''')(K - K' + K'' - K''')\}^2 \times \\ \times \{p^2 - (J - J' - J'' + J''')(K - K' - K'' + K''')\}^2 = 0. \quad (16)$$

从这特性方程, 我们可以求出适合方程组(12)的8个不同 p 值, 也就是说, 在这完全交换的双迴三相输电綫上, 将有8个不同的传播系数, 其中四个适用于正方向移动的波, 而其他四个即适用于向负方向移动的波. 从式(16)得

$$p_1 = \alpha_1(s) + j\beta_1(s) \quad \text{适用于正波,} \\ p'_1 = -\alpha_1(s) - j\beta_1(s) \quad \text{适用于负波, 等等}$$

式中 α_1 通常称为衰减常数, 而 β_1 通常称为波长常数,

$$\alpha_1 + j\beta_1 = \sqrt{(J + 2J' - J'' - 2J''')(K + 2K' - K'' - 2K''')} = \\ = \left\{ s^2(L + 2L' - L'' - 2L''')(C + 2C' - C'' - 2C''') \times \right. \\ \left. \times \left[1 + \frac{R}{L + 2L' - L'' - 2L'''} + \frac{G}{C + 2C' - C'' - 2C'''} \right] \right\}^{1/2} \quad (17)$$

很容易看出, $(L + 2L' - L'' - 2L''')$ 与 $(C + 2C' - C'' - 2C''')$ 的乘积等于 LC , 因为在无损的綫上 ($R = 0, G = 0$) $p_1(s)$ 必须等于传播速度(即光速)的倒数.

同样, 可求出 $p_2(s), p_3(s)$ 和 $p_4(s)$ 相类似的式子. 因此, 忽略了高次项, 复传播系数的数值可写成这样形式:

$$p_n(s) = \sqrt{s^2 \beta_0^2 \left(1 + \frac{a_n}{s} \right)}, \quad (18)$$

式中 $\beta_0 = \sqrt{LC} = 1/v =$ 光速的倒数. 如用频率成分表示, 上式可化成为

$$p_n(j\omega) = \alpha(\omega) + j\beta(\omega) = \frac{a_n \beta_0}{2} + j\omega \beta_0 \sqrt{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{a_n}{\omega} \right)^2} \quad (19)$$

每一个传播系数的衰减常数和传播速度, 因此, 可以很容易地被写出:

$$a_1 = \frac{R}{L + 2L' - L'' - 2L'''} + \frac{G}{C + 2C' - C'' - 2C'''}, \\ a_2 = \frac{R + 6R_0}{L + 2L' + L'' + 2L'''} + \frac{G}{C + 2C' + C'' + 2C'''}, \\ a_3 = \frac{R}{L - L' + L'' - L'''} + \frac{G}{C - C' + C'' - C'''}, \\ a_4 = \frac{R}{L - L' - L'' + L'''} + \frac{G}{C - C' - C'' + C'''} \quad (20)$$

和

$$\begin{aligned}
 v_1 = \frac{\omega}{\beta(\omega)} &\approx \frac{v}{\sqrt{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{a_1}{\omega}\right)^2}}, & v_2 &\approx \frac{v}{\sqrt{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{a_2}{\omega}\right)^2}}, \\
 v_3 &\approx \frac{v}{\sqrt{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{a_3}{\omega}\right)^2}}, & v_4 &\approx \frac{v}{\sqrt{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{a_4}{\omega}\right)^2}}.
 \end{aligned} \tag{21}$$

从数值大小来比較, 衰減常数排成 a_2, a_3, a_4 和 a_1 , 其中 a_2 数值最大, 因大地电阻 R_0 比导綫电阻 R 大得多, 因此从速度式子中可以看出:

$$v_1 > v_4 > v_3 > v_2.$$

4. 双迴传输綫上多速波的組成成分

前面二节已从表示 6 导綫系統电压和电流变化关系的偏微分方程組求得: 当一脉冲波作用到完全輪換的双迴三相輸电綫路任意一导綫上时, 将会产生四个不同速度的成分波沿着这六根导綫传播出去, 对应于这四个速度不同的波, 将有四个不同的传播系数. 因此方程組(10)的解答(这里只考虑正波)可被写成

$$\begin{aligned}
 E_n(x, s) = &F_{n1}(s)e^{[\alpha_1(s)+j\beta_1(s)]x} + F_{n2}(s)e^{[\alpha_2(s)+j\beta_2(s)]x} + \\
 &+ F_{n3}(s)e^{[\alpha_3(s)+j\beta_3(s)]x} + F_{n4}(s)e^{[\alpha_4(s)+j\beta_4(s)]x}.
 \end{aligned} \tag{22}$$

在上式中, $F_{n1}(s), F_{n2}(s), F_{n3}(s)$ 和 $F_{n4}(s)$ 是积分常数, 它們都是時間函数的变換, 并可从 $x = 0$ 的起始条件来求出它們的数值.

在这里讓我們假定 $F_{n1}(s), F_{n2}(s), F_{n3}(s)$ 和 $F_{n4}(s)$ 的波形与 $E_n(0, s)$ 的相同, 在許多情况下是可以这样假定的. 在 $E_1(0, t)$ 为阶梯函数 E_1 情况下,

$$\begin{aligned}
 E_1(0, s) = \frac{E_1}{s} &= F_{11}(s) + F_{12}(s) + F_{13}(s) + F_{14}(s) = \\
 &= A_1/s + A_2/s + A_3/s + A_4/s,
 \end{aligned} \tag{23}$$

式中的 A_1, A_2, A_3 和 A_4 只是数值. 方程組(10)的解答因而变成如下列一組式子所示:

$$\begin{aligned}
 E_1(x, s) &= A_1e^{(\alpha_1+j\beta_1)x} + A_2e^{(\alpha_2+j\beta_2)x} + A_3e^{(\alpha_3+j\beta_3)x} + A_4e^{(\alpha_4+j\beta_4)x}, \\
 E_2(x, s) &= B_1e^{(\alpha_1+j\beta_1)x} + B_2e^{(\alpha_2+j\beta_2)x} + B_3e^{(\alpha_3+j\beta_3)x} + B_4e^{(\alpha_4+j\beta_4)x}, \\
 E_3(x, s) &= C_1e^{(\alpha_1+j\beta_1)x} + C_2e^{(\alpha_2+j\beta_2)x} + C_3e^{(\alpha_3+j\beta_3)x} + C_4e^{(\alpha_4+j\beta_4)x}, \\
 E_4(x, s) &= D_1e^{(\alpha_1+j\beta_1)x} + D_2e^{(\alpha_2+j\beta_2)x} + D_3e^{(\alpha_3+j\beta_3)x} + D_4e^{(\alpha_4+j\beta_4)x}, \\
 E_5(x, s) &= E_1e^{(\alpha_1+j\beta_1)x} + E_2e^{(\alpha_2+j\beta_2)x} + E_3e^{(\alpha_3+j\beta_3)x} + E_4e^{(\alpha_4+j\beta_4)x}, \\
 E_6(x, s) &= F_1e^{(\alpha_1+j\beta_1)x} + F_2e^{(\alpha_2+j\beta_2)x} + F_3e^{(\alpha_3+j\beta_3)x} + F_4e^{(\alpha_4+j\beta_4)x}.
 \end{aligned} \tag{24}$$

同样可以写出电流 $I_1(x, s), I_2(x, s), \dots$ 的式子. 将上面的拉氏变換式轉变回時間的函数, 便可写出这六根导綫对地电压的表达式[方程(6)的数学解]:

$$\begin{aligned}
 e_1(x, t) &= A_1f_1(x, t, \alpha_1, v_1) + A_2f_2(x, t, \alpha_2, v_2) + A_3f_3(x, t, \alpha_3, v_3) + A_4f_4(x, t, \alpha_4, v_4), \\
 e_2(x, t) &= B_1f_1(x, t, \alpha_1, v_1) + B_2f_2(x, t, \alpha_2, v_2) + B_3f_3(x, t, \alpha_3, v_3) + B_4f_4(x, t, \alpha_4, v_4), \\
 e_3(x, t) &= C_1f_1(x, t, \alpha_1, v_1) + C_2f_2(x, t, \alpha_2, v_2) + C_3f_3(x, t, \alpha_3, v_3) + C_4f_4(x, t, \alpha_4, v_4), \\
 e_4(x, t) &= D_1f_1(x, t, \alpha_1, v_1) + D_2f_2(x, t, \alpha_2, v_2) + D_3f_3(x, t, \alpha_3, v_3) + D_4f_4(x, t, \alpha_4, v_4), \\
 e_5(x, t) &= E_1f_1(x, t, \alpha_1, v_1) + E_2f_2(x, t, \alpha_2, v_2) + E_3f_3(x, t, \alpha_3, v_3) + E_4f_4(x, t, \alpha_4, v_4), \\
 e_6(x, t) &= F_1f_1(x, t, \alpha_1, v_1) + F_2f_2(x, t, \alpha_2, v_2) + F_3f_3(x, t, \alpha_3, v_3) + F_4f_4(x, t, \alpha_4, v_4).
 \end{aligned} \tag{25}$$

同样可写出电流的式子:

$$\begin{aligned}
 i_1(x, t) &= G_1 f_1(x, t, \alpha_1, \nu_1) + G_2 f_2(x, t, \alpha_2, \nu_2) + G_3 f_3(x, t, \alpha_3, \nu_3) + G_4 f_4(x, t, \alpha_4, \nu_4), \\
 i_2(x, t) &= H_1 f_1(x, t, \alpha_1, \nu_1) + H_2 f_2(x, t, \alpha_2, \nu_2) + H_3 f_3(x, t, \alpha_3, \nu_3) + H_4 f_4(x, t, \alpha_4, \nu_4), \\
 i_3(x, t) &= J_1 f_1(x, t, \alpha_1, \nu_1) + J_2 f_2(x, t, \alpha_2, \nu_2) + J_3 f_3(x, t, \alpha_3, \nu_3) + J_4 f_4(x, t, \alpha_4, \nu_4), \\
 i_4(x, t) &= K_1 f_1(x, t, \alpha_1, \nu_1) + K_2 f_2(x, t, \alpha_2, \nu_2) + K_3 f_3(x, t, \alpha_3, \nu_3) + K_4 f_4(x, t, \alpha_4, \nu_4), \\
 i_5(x, t) &= L_1 f_1(x, t, \alpha_1, \nu_1) + L_2 f_2(x, t, \alpha_2, \nu_2) + L_3 f_3(x, t, \alpha_3, \nu_3) + L_4 f_4(x, t, \alpha_4, \nu_4), \\
 i_6(x, t) &= M_1 f_1(x, t, \alpha_1, \nu_1) + M_2 f_2(x, t, \alpha_2, \nu_2) + M_3 f_3(x, t, \alpha_3, \nu_3) + M_4 f_4(x, t, \alpha_4, \nu_4).
 \end{aligned} \tag{26}$$

式中系数 $A_1, A_2, A_3, A_4, B_1, B_2, \dots$ 一般说来并不是常数而是起始波里所含有频率成分的函数。它们可以是时间函数,但在最简单情况下如阶梯函数的输入,它们仅是数值常数,并且可以从起始边界条件求出它们的数值。在上面所用的符号里,

- $A_1 = e_1(x, t)$ 的最快成分波的起始值;
- $A_2 = e_1(x, t)$ 的最慢成分波的起始值;
- A_1, A_4, A_3 和 A_2 是 $e_1(x, t)$ 按快慢程序的成分波的起始值;
- $G_1 = i_1(x, t)$ 的最快成分波的起始值;
- $G_2 = i_1(x, t)$ 的最慢成分波的起始值;
- G_1, G_4, G_3 和 G_2 是 $i_1(x, t)$ 按快慢程序的成分波的起始值。

其他符号与此相仿。

从上面两组解答[式(25)和(26)]中可以清楚地看出,在导线上有四个不同速度的成分波同时存在,它的每一个成分都适合方程组(10),因此我们可以把它们单独地来处理。把式(24)代入式(10),并利用式(15)关系,便可以得出 A, B, C, D, \dots 间关系。

$$\begin{aligned}
 A_1 &= B_1 = C_1 = -D_1 = -E_1 = -F_1, \\
 A_2 &= B_2 = C_2 = D_2 = E_2 = F_2, \\
 A_3 + B_3 + C_3 &= 0, \\
 D_3 + E_3 + F_3 &= 0, \\
 A_3 &= D_3, \\
 B_3 &= E_3, \\
 C_3 &= F_3, \\
 A_4 + B_4 + C_4 &= 0, \\
 D_4 + E_4 + F_4 &= 0, \\
 A_4 &= -D_4, \\
 B_4 &= -E_4, \\
 C_4 &= -F_4.
 \end{aligned} \tag{27}$$

同样可得出 G, H, J, K, L 和 M 间关系:

$$\begin{aligned}
 G_1 &= H_1 = J_1 = -K_1 = -L_1 = -M_1, \\
 G_2 &= H_2 = J_2 = K_2 = L_2 = M_2, \\
 G_3 + H_3 + J_3 &= 0, \\
 K_3 + L_3 + M_3 &= 0, \\
 G_3 &= K_3,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_3 &= L_3, \\
J_3 &= M_3, \\
G_4 + H_4 + J_4 &= 0, \\
K_4 + L_4 + M_4 &= 0, \\
G_4 &= -K_4, \\
H_4 &= -L_4, \\
J_4 &= -M_4.
\end{aligned} \tag{28}$$

从上面所找出的关系, 可以注意到第一个成分波是沿着头三根导綫同方向地传播出去, 而經過其他三根导綫回来。第二个成分波沿着六根导綫同方向传播出去而从大地回来。第三个成分波即从第一和第四根导綫传播出去而分別沿导綫 2 和 3, 5 和 6 回来。在导綫 1 与 4, 2 与 5, 3 与 6 上波是沿着同方向传播。第四个成分波与第三个成分波相似, 只是在导綫 1 与 4, 2 与 5, 3 与 6 上波的传播方向相反。

从上面所得的关系也可以看出, 波的成分与习用的对称分量相似。如果我們把这双迴三相綫路分开来考虑, 最快的和最慢的成分波关系相当于这三根导綫上流过与大地迴路平行的电流的关系, 这相似于零序成分。其余两个成分波 3 与 4 則滿足一个独立的三相系統瞬时值的关系, 这相似于正序和負序。

5. 各个成分波的特性阻抗

前面已經談过, 这四个不同速度成分波都是这偏微分方程的独立解答, 它們在导綫上都同时存在, 因此任何一个頻率成分的电压和电流間都各自存在一定比例, 也就是, 在 A_1 和 G_1 , B_1 和 H_1 等等之間存在一所謂綫路对这个速度成分波的特性阻抗 z_1 的关系, 这个关系可从方程(8), (24), (27)和(28)求得:

$$-A_1(\alpha_1 + j\beta_1) = G_1(J + 2J' - J'' - 2J'''). \tag{29}$$

在綫路損耗很小时, $\alpha \approx 0$, 可以求出近似的比例式

$$z_1 = -\frac{A_1}{G_1} \approx \frac{\omega}{\beta_1(\omega)} (L + 2L' - L'' - 2L''') \approx v_1(\omega)(L + 2L' - L'' - 2L'''), \tag{30}$$

依照同样方法可求出对第二、第三和第四速度成分波的特性阻抗:

$$z_2 = -\frac{A_2}{G_2} \approx v_2(\omega)(L + 2L' + L'' + 2L''') + \frac{6R_0}{j\beta_2(\omega)}, \tag{31}$$

$$z_3 = -\frac{A_3}{G_3} \approx v_3(\omega)(L - L' + L'' - L''') \tag{32}$$

和

$$z_4 = -\frac{A_4}{G_4} \approx -v_4(\omega)(L - L' - L'' + L'''). \tag{33}$$

在第二速度成分波的特性阻抗 z_2 式子中, 多了一项 $\frac{6R_0}{j\beta_2(\omega)}$ (式中的 R_0 是大地电阻), 这是由于这个成分波在这六根导綫上都是沿着同一方向前进再經過大地构成一个回路的原因。

式(30)至(33)中的电感系数值可用鏡象法并选择一合适的电流鏡象零面計算出, 参考图 1, 不难推导出一个典型双迴三相綫路电感系数的几个計算公式, 式中所用的符号表

示导线间的距离和导线高度如图所示。

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{2\sqrt[3]{h(h+D_2)(h+D_V)}}{R} \times 10^{-8} \text{ 亨利/厘米导线}, \quad (34)$$

$$L' = \frac{\mu}{6\pi} \ln \frac{\sqrt{\left[(2h+3D_V)^2 + \left(\frac{D_6-D_3}{2}\right)^2\right] \left[(2h+D_V)^2 + \left(\frac{D_6-D_3}{2}\right)^2\right] (2h+D_2)}}{D_3^2 D_2} \times 10^{-8} \text{ 亨利/厘米导线}, \quad (35)$$

$$L'' = \frac{\mu}{6\pi} \ln \frac{[(2h+D_2)^2 + D_3^2] \sqrt{(2h+D_2)^2 + D_6^2}}{D_3^2 D_6} \times 10^{-8} \text{ 亨利/厘米导线}, \quad (36)$$

$$L''' = \frac{\mu}{6\pi} \ln \frac{\left[(2h+3D_V)^2 + \left(\frac{D_3+D_6}{2}\right)^2\right] \sqrt{4h^2 + D_3^2}}{D_3 D_4^2} \times 10^{-8} \text{ 亨利/厘米导线}, \quad (37)$$

式中 L = 导线的自感; L' = 每一回路导线与导线间的互感 (a 与 b , a' 与 b' 等); L'' = 这两回路相对对应导线间的互感 (a 与 a' , b 与 b' 和 c 与 c'); L''' = 这两回路非对应导线间的互感 (a 与 b' , a 与 c' , b 与 a' 等); $\mu = 4\pi/10 = 1.257$; h = 位置最低的导线与电流镜像零面间的距离, 它将因大地电阻率的不同而有所差异, 根据卡逊经验公式,

$$\begin{aligned} h &= 2.8 \text{ 公尺} && \text{海面上,} \\ &= 8.9 \text{ 公尺} && \text{潮湿地区,} \\ &= 15.8 \text{ 公尺} && \text{干燥地区.} \end{aligned}$$

其他符号如图 1 所示。

让我们拿一典型的 220 千伏线路的真正间隔做例子, 来求出这四个阻抗的数值, 以便比较。

把图 1 上的数据代入式(34)至(37), 则得电感系数如下:

$$\begin{aligned} L &= 1.73 \times 10^{-8} \text{ 亨利/厘米导线}, \\ L' &= 0.342 \times 10^{-8} \text{ 亨利/厘米导线}, \\ L'' &= 0.232 \times 10^{-8} \text{ 亨利/厘米导线}, \\ L''' &= 0.274 \times 10^{-8} \text{ 亨利/厘米导线}. \end{aligned}$$

将这些数值代入上面特性阻抗式子, 并假定 $v_1(\omega)$, $v_2(\omega)$, \dots 都等于 3×10^{10} 公分/秒, 求得 z_1 , z_2 , z_3 和 z_4 分别等于 490, 958, 404 和 429 欧姆。

从这实例可以看出, 这四个成分波在导线上所看到的特性阻抗并不相同, 它们成 $1 : 1.96 : 0.825 : 0.875$, 因此, 在系统情况变化的转折点(接地故障或开路)所引起的波反射和折射也不相同, 这将在后面所列举的例子中详细谈及。

6. 波的分解成若干个多速成分

前面已经谈到, 当一脉冲波作用到双回路输电线路的一根或若干导线上时, 在该导线或其他导线上将会产生或感生出四个速度不同的波沿着这些导线向前传播。在分解某一脉冲波为多速成分波时, 我们须先知道它的波形, 这与波的起源有关, 大体说来, 脉冲波的产生不外乎下列这几种情况:

- (1) 雷电的直接打击;
- (2) 綫路上的弧光故障(或永久故障);
- (3) 开关的动作(开断或閉合);
- (4) 保險絲的熔断;
- (5) 发电机的超速(失掉負荷)等.

但为了便于数学上分析起見,最容易計算的是具有无限长度的矩形波,事实上这样形状的波对设备來說也是最危险的,因为它陡峻的波前将会产生最大梯度,而它延續很长的波尾在机器繞組上又会产生最大振蕩. 因此,根据这样波形来进行計算,所产生的誤差也是在安全方面的.

成分波的存在和方程(25)与(26)系数的相对数值可以根据起始条件来决定,在这 48 个系数中,有 36 个关系可从方程(27)与(28)求得,6 个关系可从式(38)的特性阻抗供給.

$$\begin{aligned}
 z_1 &= \frac{A_1}{G_1} = \frac{B_1}{H_1} = \frac{C_1}{J_1} = \frac{D_1}{K_1} = \frac{E_1}{L_1} = \frac{F_1}{M_1}, \\
 z_2 &= \frac{A_2}{G_2} = \frac{B_2}{H_2} = \frac{C_2}{J_2} = \frac{D_2}{K_2} = \frac{E_2}{L_2} = \frac{F_2}{M_2}, \\
 z_3 &= \frac{A_3}{G_3} = \frac{B_3}{H_3} = \frac{C_3}{J_3} = \frac{D_3}{K_3} = \frac{E_3}{L_3} = \frac{F_3}{M_3}, \\
 z_4 &= \frac{A_4}{G_4} = \frac{B_4}{H_4} = \frac{C_4}{J_4} = \frac{D_4}{K_4} = \frac{E_4}{L_4} = \frac{F_4}{M_4}.
 \end{aligned} \tag{38}$$

因此,要决定这整套系数,另外还需要 6 个起始条件.

在这 48 个变数中,将可能有許多不同的組合. 如果要求得在每一个可能情况下 $A_1, B_1, \dots, A_2, B_2, \dots$ 等系数的解答,将是一项非常繁瑣的工作,然而,我們可以举一个最重要的和最常遇到的情况作为例子,來說明波的分解方法.

假如雷电击中平行駕設的双迴輸电綫中的一根导綫(导綫 A), 其余五根导綫在那瞬間保持不变,这种情况可以相似地用图 2 来表示.

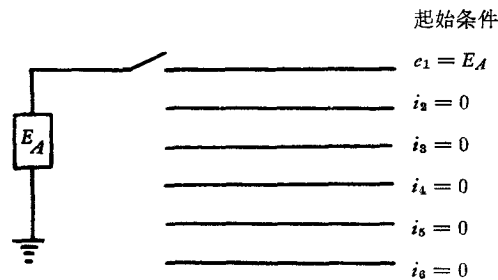


图 2

根据这些起始条件和方程式(27), (28)和(38)所列的关系,这 48 个变数可以相应地計算出来如图 3 所示. 在計算中, z_1, z_2, z_3 和 z_4 的相对数值分別取为 1, 2, 0.8 和 0.9.

从图中可以很明显地看出,当一正的阶梯波电压加在第一根导綫上时,在其他五根导綫上都感生到一定数量的电压. 这些成分都滿足式(27)和(28)的 36 个关系和端点情况.

$$e'' = e + e', \quad (39)$$

$$i'' = i - i', \quad (40)$$

式中 e, e' 和 e'' 分别为投射、反射及传送的电压波； i, i' 和 i'' 则分别为投射、反射及传送的电流波。

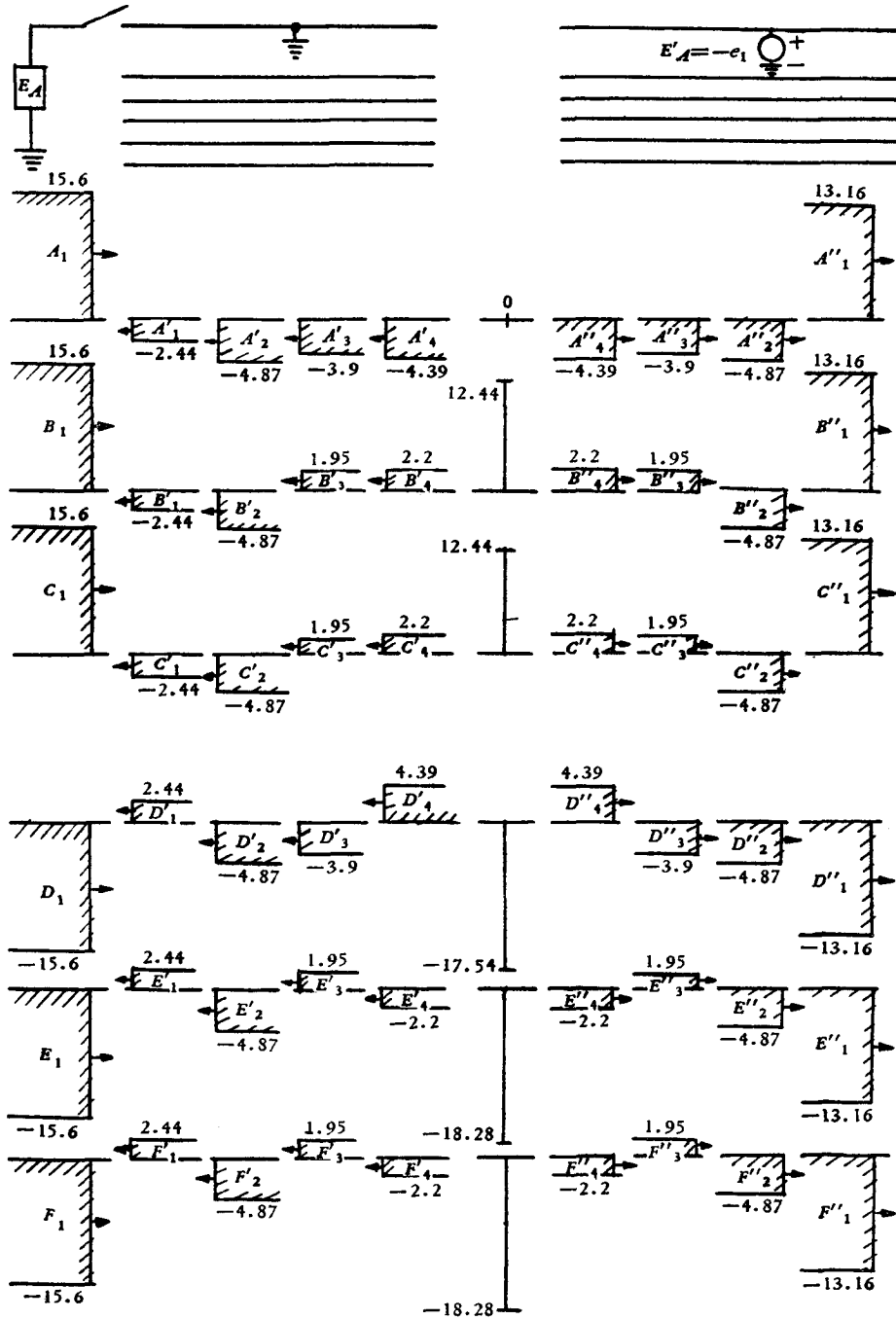


图 4

在上式中, 投射波、反射波和透射波沿着它们自己前进方向传播的都假定为正号, 而在计算反射波时, 则把它所遇到的特性阻抗考虑为负数。

可能产生的系统扰动数目很多, 几乎是数不清的, 在这里只举两个典型例子(一綫接地和一綫开断故障)来说明这系统扰动影响的计算方法。在这两种情况下, 原来作用在

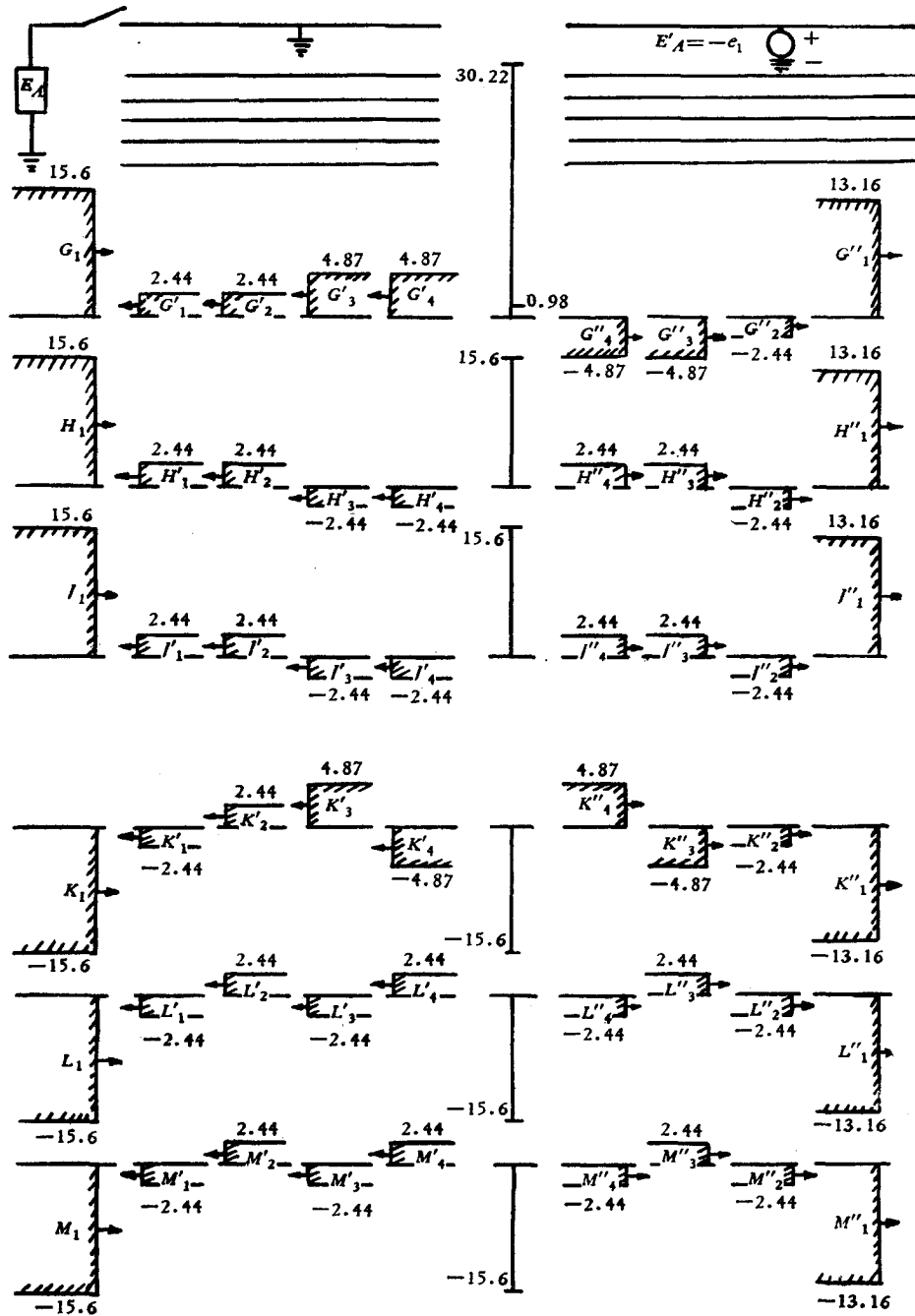


图 5

A-相的波(如图 2 所示情况), 沿着导线传播到达这故障点, 经过相当长的一段路程后, 速度较慢的波落在后面, 因此只剩速度最快的第一个成分波。应用式(24), (27), (28), (38) 和所给定的边界条件, 便可分别计算出单相接地和一线断开的电压和电流波的反射波和传送波的成分如图 4 至图 7 所示。图的正中表示出在这线路转折点上电压和电流的总值。

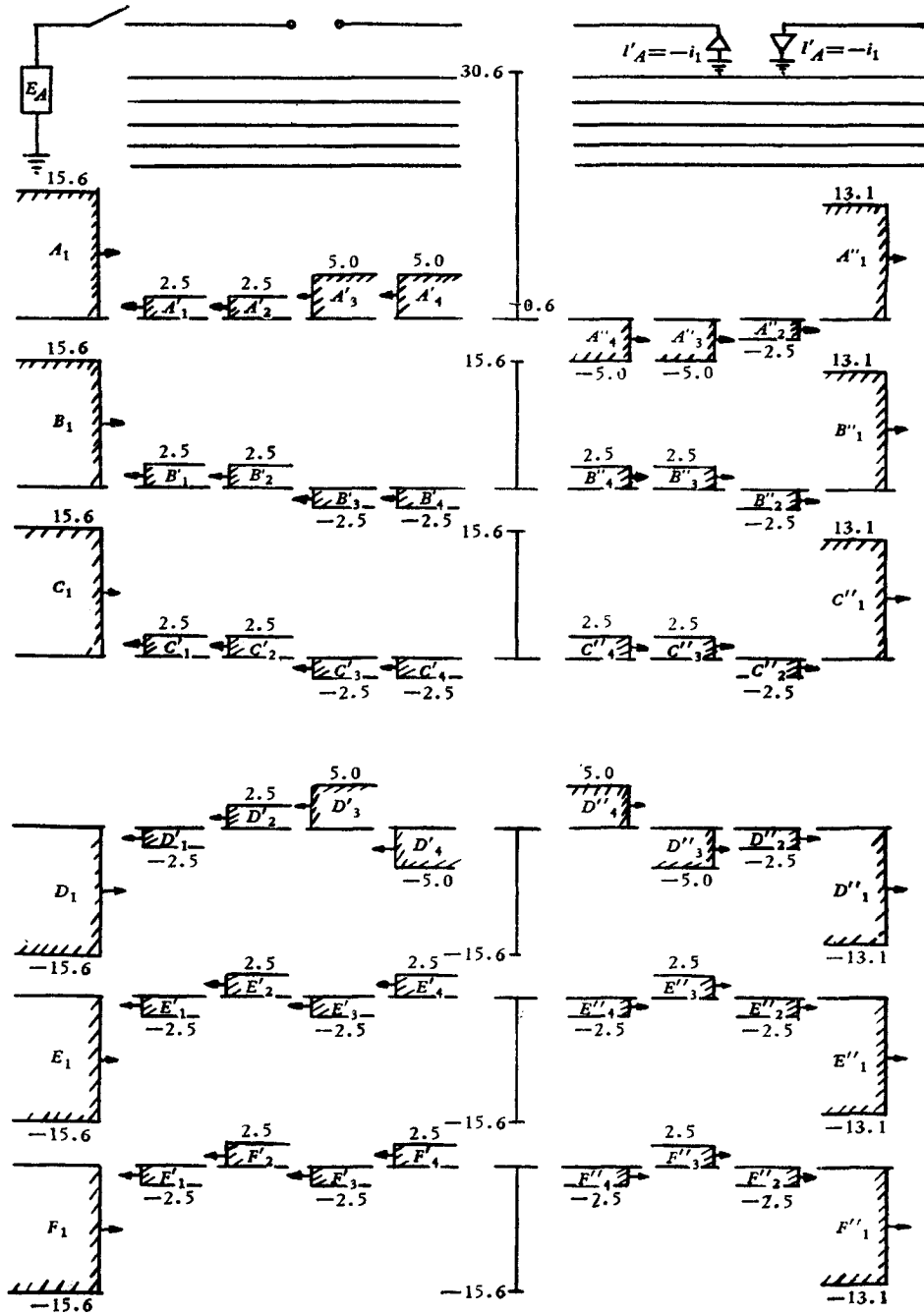


图 6

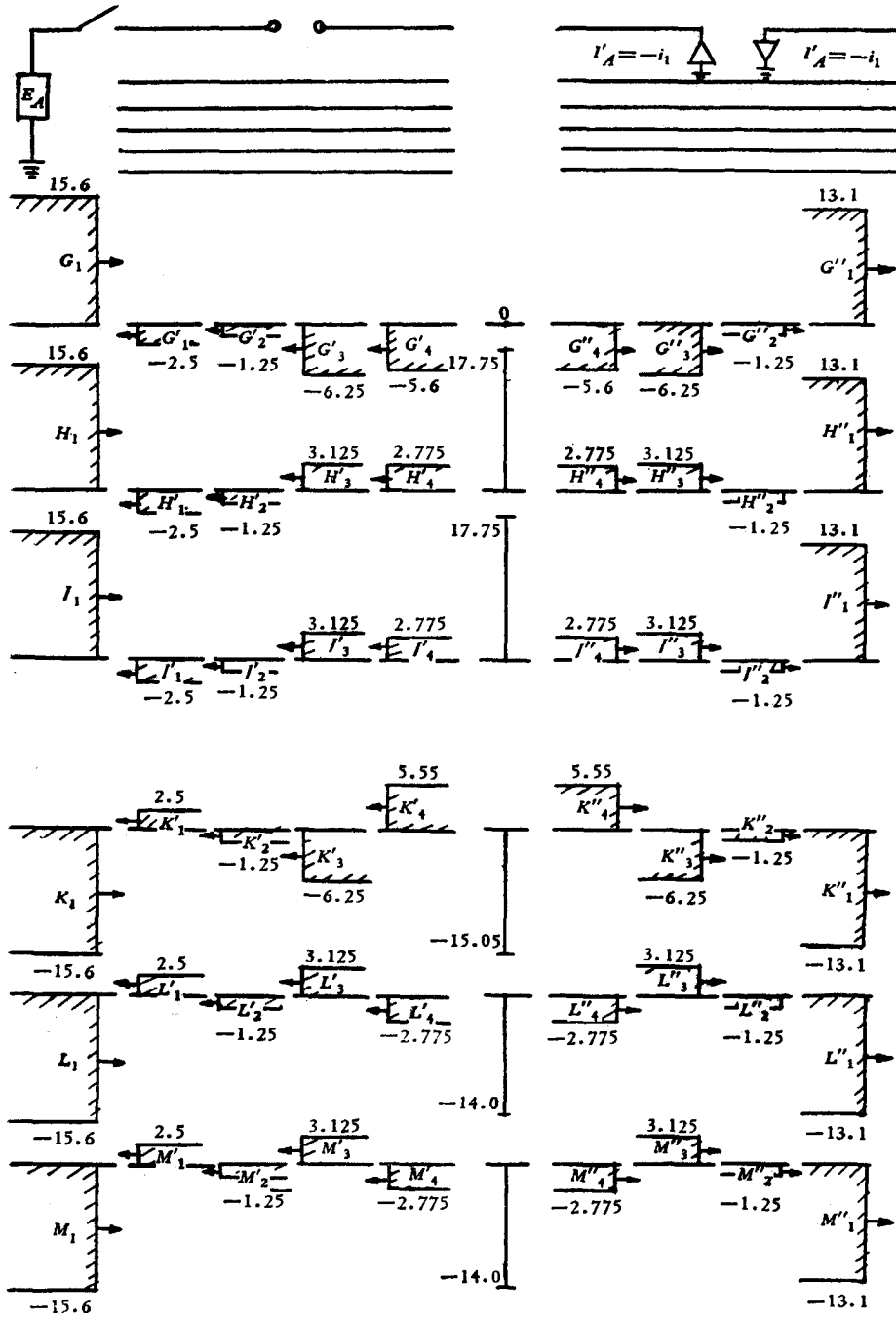


图 7

2. 双迴传输綫等效电路的推导

前节所推导出的关系，适用于由于扰动如雷电的袭击和稳态情况的破坏等在输电綫上所引起的脉冲波。但如果用 ω 来表示系统的工作频率，并把系数 A, B, C 等当作复向

量来处理,以上所导出的关系同样可应用于交流稳态情况。

在两端都相連的双迴三相輸电綫路,可以很容易地看出前面所推导出的四个成分波在交流稳态运行情况并不会同时存在。由于在交流稳态运行情况的 ω 很小,綫路长度便相对地远較波长为小(这与前面所討論的脉冲波情况不同)。在綫路外部故障时,若从距离故障点較近的結点(汇流排)来看,这两迴綫路相应导綫上的电流很明显的是汇向汇流排而向故障点流去。因此,根据这样的端点情况,可以推論出在外部故障情况下,綫路上只有沿同一方向传播的两个成分波能存在。同样理由,在这双迴綫路之一内部故障时,从距离故障点較近的汇流排上看,这两迴綫路相应导綫上的电流是沿相反方向流动的。因此,和前面一样,可推論出只有沿相反方式传播的两个成分波能够存在。

(1) 綫路外部故障 在綫路外部发生故障时,同时存在的两个成分波的关系是

$$\begin{aligned} A_2 &= B_2 = C_2 = D_2 = E_2 = F_2, \\ A_3 + B_3 + C_3 &= 0, \\ D_3 + E_3 + F_3 &= 0, \\ A_3 &= D_3, \\ B_3 &= E_3, \\ C_3 &= F_3. \end{aligned}$$

在这两个成分波中, A, B, C, \dots, F 值相等而又沿同方向传播的波相当于零序成分,而另外的一个波,即 A, B 和 C 相加起来等于零同 D, E 和 F 相加起来等于零的一个波并不一定代表一个向量均衡系統,然而它可以被分解成两个均衡系統,即

$$\begin{aligned} A_{31} + B_{31} + C_{31} &= 0, \\ D_{31} + E_{31} + F_{31} &= 0, \\ |A_{31}| &= |B_{31}| = |C_{31}| = |D_{31}| = |E_{31}| = |F_{31}| \end{aligned}$$

和

$$\begin{aligned} A_{32} + B_{32} + C_{32} &= 0, \\ D_{32} + E_{32} + F_{32} &= 0, \\ |A_{32}| &= |B_{32}| = |C_{32}| = |D_{32}| = |E_{32}| = |F_{32}|. \end{aligned}$$

式中第一組相当于正序成分,而后一組相当于負序成分。

根据前面所导出的波阻抗关系,正序和負序成分的阻抗相同,并可写成为 $j\omega(L - L' + L'' - L''')$ 或 $z - z' + z'' - z'''$,而零序成分的阻抗可写成为 $j\omega(L + 2L' + L'' + 2L''') + 6R_0$ 或 $z + 2z' + z'' + 2z''' + 6R_0$ 。

假如这两迴綫彼此間沒有相互耦合(即当这两迴綫相隔得很远时),零序阻抗将是 $z + 2z' + 6R_0$,但当相互耦合不能忽略时,零序阻抗将变成 $z + 2z' + z'' + 2z''' + 6R_0$ 。因此,很容易地可以証明, $z + 2z'$ 代表綫路的自阻抗,而 $z'' + 2z'''$ 为綫路間的互阻抗, R_0 为大地电阻。在綫路外部故障情况,平行两迴綫路的零序等效阻抗可用 $\frac{1}{2}j\omega(L + 2L' + L'' + 2L''') + 3R_0$ 或 $\frac{1}{2}(z + 2z' + z'' + 2z''') + 3R_0$ 来表示。同样,可求得正序和負序的等效阻抗为 $\frac{1}{2}(z - z' + z'' - z''')$,式中 $z - z'$ 和 $z'' - z'''$ 分别为自阻

抗和互阻抗.

(2) 綫路內部故障 在綫路內部故障时,同时存在的两个波成分是

$$A_1 = B_1 = C_1 = -D_1 = -E_1 = -F_1,$$

$$A_4 + B_4 + C_4 = 0,$$

$$D_4 + E_4 + F_4 = 0,$$

$$A_4 = -D_4,$$

$$B_4 = -E_4,$$

$$C_4 = -F_4.$$

在这两个成分波中, A, B, C, \dots, F 值相等而在这迴路本身又为沿着同一方向传播的波(对这两个迴路来说,它们沿着相反方向传播),相当于零序成分,其他一个波可被分解成两个平衡系统,分别代表正序和負序,即

$$A_{41} + B_{41} + C_{41} = 0,$$

$$D_{41} + E_{41} + F_{41} = 0,$$

$$|A_{41}| = |B_{41}| = |C_{41}| = |D_{41}| = |E_{41}| = |F_{41}|$$

和

$$A_{42} + B_{42} + C_{42} = 0,$$

$$D_{42} + E_{42} + F_{42} = 0,$$

$$|A_{42}| = |B_{42}| = |C_{42}| = |D_{42}| = |E_{42}| = |F_{42}|.$$

正序和負序阻抗是相同的,等于 $z - z' - z'' + z'''$. 在正常工作情况下,两平行綫路的等效阻抗等于 $\frac{1}{2}(z - z' - z'' + z''')$. 当具有自阻抗 z_a 和 z_b 、互阻抗 z_m 的两条綫路在两端连接起来的时候,它可以用单一阻抗 $(z_a z_b - z_m^2)/(z_a + z_b - 2z_m)$ 来代替^[12]. 因此,很容易地能够证明 $z - z'$ 是这綫路正序和負序网络的自阻抗,而 $-z'' + z'''$ 是綫路間的互阻抗. 同样,单独一迴綫的零序阻抗是 $z + 2z' - z'' - 2z'''$,而在正常工作情况下,平行两迴相同的綫路的等效阻抗是上面数值的 $\frac{1}{2}$, 其中 $z + 2z'$ 是零序网络的自阻抗,而 $-z'' - 2z'''$ 是互阻抗.

假如在一对耦合綫路的一迴綫上发生故障,而故障地点距离一端为綫长的 m ,按照現在通用于零序网络的方法,等效电路可写成如图 8 所示^[12]. 用适当的阻抗式子代替图中的 z_a, z_b 和 z_m , 便可以得出我們所需要的考虑了綫路互感的正序、負序和零序的等效网络(图 9).

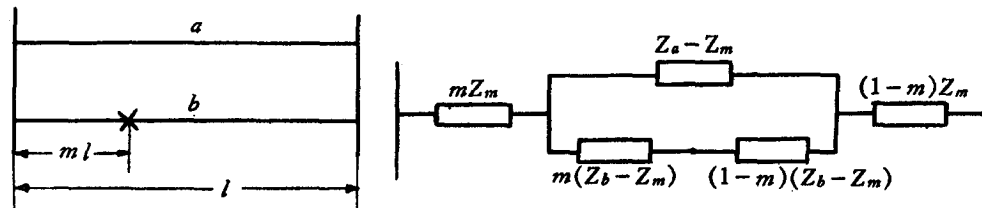


图 8

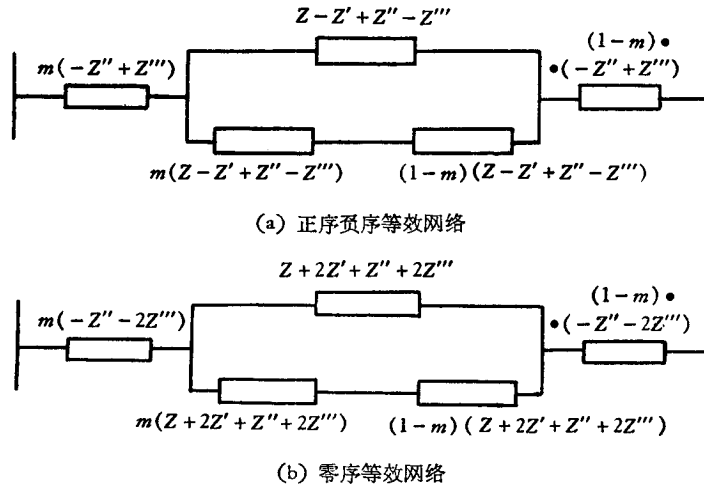


图 9

很明显的, 这里所推导出的正序、負序和零序等效网络是不同于通常习用的网络。虽然它們的形式較习用的网络复杂, 但是由于考虑了导綫間的互阻抗和互导納, 它們是比較严格的。曾用图 1 所示的数字来比較考虑綫路互感(采用本文所导出的等效网络)和不考虑綫路互感所得的結果, 发现在綫路外部故障情况, 二者相差 3.7%, 綫路内部故障計算結果的差別則視 m 的数值而不同, 当 $m = 0.5$, 即故障在綫路正中时, 根据这两个不同公式計算出的結果完全一致, 但当 m 等于其他数值时, 二者相差达 1% 强。至于在各种不同間距的双迴綫路情况下, 这些等效网络与习用的等效网络間的差別和它們的实际应用, 因限于篇幅, 同时也超出本文范围, 将在另一报告里汇报。

四、結 論

1. 本文的分析考虑了 6 导綫传输系統各个导綫間的互阻抗和互导納以及导綫的对地导納, 因此可以认为这是在过去近似分析計算基础上的一个比較完整的工作。
2. 利用多速波分析, 可以解释波在輸电綫上传播的許多特殊現象。根据波产生的已知条件, 甚至可以計算出它的畸变量、反射、折射等情况, 使綫路上波的实測結果可以得到进一步的理論解释。
3. 多导綫系統的耦合关系和更准确的双迴輸电綫等效网络的推导, 将有助于电力系統的分析 and 計算。

参 考 文 献

- [1] Bewley, L. V., *Traveling Waves on Transmission Systems*, John Wiley & Sons, Inc., New York (1951).
- [2] Hayashi, Shigenori, *Surges on Transmission Systems*, Denki-Shoin, Inc., Kyoto, Japan (1955).
- [3] Lewis, L. J., *Traveling Wave Relations Applicable to Power System Fault Locator*, *Trans. AIEE*, **70** (1951).
- [4] Bow, S. T., *Traveling Waves on Double-Circuit Three-Phase Transmission Lines*, a dissertation submitted to University of Washington, Seattle, Washington, U.S.A. (1952).
- [5] Костенко, М. В., *Распространение электромагнитных волн вдоль многопроводной линии*, «Электри-

- чество» (1960), № 11.
- [6] Костенко, М. В., Деформация волны в многопроводной линии вследствие сопротивления земли и проводов, «Электричество» (1961), № 6.
- [7] Дадуншвили, А. С., Распространение импульсных волн в сетях с двухцепными линиями, «Электричество» (1961), № 4.
- [8] Wagner, C. F., Gross, I. W. and Lloyd, B. L., High-Voltage Impulse Tests on Transmission Lines, *Power Apparatus and Systems*, April (1954), pp. 196—210.
- [9] Gross, I. W., Griscom, S. B., Clayton, J. M., Price, W. S., High-Voltage Impulse Tests in Substation, *Power Apparatus and Systems*, April (1954), pp. 210—222.
- [10] Skooglund, J. W., Kolb, W. H., Pyer, T. L. Jr., Measuring Equipment and Techniques Used for High-voltage Impulse Tests on Lines and Substations, *Power Apparatus and Systems*, April (1954), pp. 223—228.
- [11] Bow, S. T., Low Voltage Surge Generator, A Research Report Submitted to Northwestern University, Evanston, Illinois, U.S.A. (1955).
- [12] Kimbark, E. W., *Power System Stability*, John Wiley & Sons, Inc., New York (1948).
- [13] Bellman, R., *Introduction to Matrix Analysis*, McGraw-Hill Book Co., New York (1960).

MATRIX ANALYSIS OF PULSE WAVE PROPAGATION ON MULTI-CONDUCTOR TRANSMISSION SYSTEM

S. T. Bow

(*Academia Sinica*)

ABSTRACT

In this paper the propagation of pulse wave on and the mutual coupling between conductors of a multi-conductor transmission system are analysed from the basic voltage and current equations. It is found from the analysis that on a completely transposed double-circuit three-phase system there will exist four pulse waves of different velocities originated from a system disturbance, and accordingly there will be four different values of the characteristic impedance. With these relations obtained, some peculiar phenomena of pulse wave propagation on lines can be explained, and the distortion, reflection, and refraction, etc., of waves can be computed according to given boundary conditions, thus giving theoretical support to practical measurements on lines. Examples are given to illustrate the method of analysis.

The pulse wave propagation analysis is further extended to the steady-state alternating current operating condition, and equivalent sequence networks are derived for power system studies.