

圓錐函数和中值定理在散射問題上的应用*

刘 耀 陽

(中国科学技术大学)

提 要

本文在单色散关系的基础上提出了一个得到散射振幅的近似方法。原则上,这个方法能用于讨论高能和低能散射振幅的行为。用两个参数对高能 π^+p , K^+p , pp 和 $\bar{p}p$ 散射实验作了初步比较,发现理论和实验是符合的。

一、引 言

近来高能实验出现以后^[1,2],不少人提出各种理论进行解释,其中比较重要的是模型理论,如光学模型^[3]、统计模型^[4]等。本文不想去评述这些模型的优劣^[5],而只是提出一个半唯象的非模型理论,然后把它和实验进行比较。我们的想法是这样的:就目前强相互作用领域的各种理论而言,色散关系特别是单色散关系为多数人所接受,因此把振幅对传递动量的色散关系作为讨论问题的出发点是很自然的;其次,高能实验的重要特点是向前的衍射峰,而且,随能量的增加,衍射峰变得愈加尖锐;再者,从理论上,企图象在低能区域那样,把散射问题归结为只要弄清楚少数几个分波振幅的性质就能确定整个振幅的想法,是行不通的,但这并不排斥高能向前散射和低能散射一样具有某些特点,这些特点可能并不复杂。这样想下去,一个很自然的出路是用圆錐函数展开代替 Legendre 多项式展开,它实质上是 Legendre 多项式展开的一个变形。这种展开的优点在于它是一个积分表示,在一定条件下对它可以应用中值定理,所得到的振幅可以一目了然地反映出高能向前散射的特点。为了便于应用中值定理,我们引入了所谓“最大解析性展开”(见第二节)。当然,振幅的展开可以有很多种,但以后会发现,上述展开对于我们所讨论的问题是优越的。本文第二节讨论圆錐函数展开、“最大解析性展开”和中值定理。第三节讨论振幅的性质,我们会看到,低能和高能的情况是完全不相同的。第四节是对 π^+p , K^+p , pp , $\bar{p}p$ 散射的应用。为了解释实验,我们引入了参数,这些参数由实验确定,我们没有对它们作进一步的研究。第五节是对我们所提出的方法的讨论。

二、“最大解析性展开”和中值定理

我们知道,对任一散射过程,具有一定螺旋性 (*helicity*) 极化的振幅可被表示为只含角度的已知函数乘以和能量角度都有关的未知函数的形式;后一函数满足如下的色散关系:

* 1965 年 4 月 19 日收到。

$$A(s, z) = \frac{1}{\pi} \int_{1+z_2}^{\infty} dz' \frac{A_2(s, z')}{z' + z} + \frac{1}{\pi} \int_{1+z_3}^{\infty} dz' \frac{A_3(s, z')}{z' - z}. \quad (2.1)$$

其中 s 为质心系中散射粒子总能量的平方; $z = \cos \theta$, θ 为质心系里的散射角; z_2, z_3 为大于零的数, 它们有赖于 s 而与 z 无关, 并因过程不同而不同. (2.1) 是不需要相减的, 即 A_2, A_3 满足下面的渐近条件:

$$\left. \begin{aligned} A_2(s, z) &\xrightarrow{z \rightarrow \infty} \frac{1}{z^\epsilon}, \quad \epsilon > 0; \\ A_3(s, z) &\xrightarrow{z \rightarrow \infty} \frac{1}{z^\epsilon}, \quad \epsilon > 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

圆锥函数展开是指下面的积分表示^[6]:

$$\frac{1}{z' \pm z} = \pi \int_0^\infty d\tau \frac{\tau \tanh \tau \pi}{\cosh \tau \pi} P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(z') P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(\pm z), \quad (2.3)$$

其中 $P_{-\frac{1}{2}+i\tau}$ 即所谓圆锥函数. 把(2.3)代入(2.1), 便得到如下的表示式:

$$\left. \begin{aligned} A(z) &= \int_0^\infty d\tau [f_2(\tau) P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(z) + f_3(\tau) P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(-z)], \\ f_2(\tau) &= \frac{\tau \tanh \tau \pi}{\cosh \tau \pi} \int_{1+z_2}^\infty dz A_2(z) P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(z), \\ f_3(\tau) &= \frac{\tau \tanh \tau \pi}{\cosh \tau \pi} \int_{1+z_3}^\infty dz A_3(z) P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(z). \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

为了写起来方便, 上式中 A, A_2, A_3 中的变量 s 被略去了. (2.4) 即振幅的圆锥函数展开. 不过, (2.3), (2.4) 不是唯一的一个展开. 事实上, 把(2.3)改变为

$$\frac{1}{z' \pm (z \pm \Delta)} = \pi \int_0^\infty d\tau \frac{\tau \tanh \tau \pi}{\cosh \tau \pi} P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(z') P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(\pm z + \Delta), \quad (2.5)$$

相应的振幅 $A(z)$ 的展开则为

$$\left. \begin{aligned} A(z) &= \int_0^\infty d\tau [f_2(\tau) P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(z + \Delta) + f_3(\tau) P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(-z + \Delta)], \\ f_2(\tau) &= \frac{\tau \tanh \tau \pi}{\cosh \tau \pi} \int_{1+z_2-\Delta}^\infty dz A_2(z + \Delta) P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(z), \\ f_3(\tau) &= \frac{\tau \tanh \tau \pi}{\cosh \tau \pi} \int_{1+z_3-\Delta}^\infty dz A_3(z + \Delta) P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(z). \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

原则上 Δ 可以选择不同的数值, 只要它满足 $1 + z_2 - \Delta, 1 + z_3 - \Delta$ 不小于 1 就可以. 而且, f_2 和 f_3 中的 Δ 可以不同, 这里我们选择它们相同, 目的为使振幅具有明显的对称性. 对于 $\pi^+p, \kappa^+p, pp, \bar{p}p$ 散射说, 若略去极点项的贡献, 可以证明 $z_3 < z_2$; 若把 Δ 取极限值 z_3 , 相应的(2.6)展开叫做“最大解析性展开”, 其物理意义是 $P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(-z + \Delta)$ 的割线完全与 $A(z)$ 的右割线重合, 最后得到

$$\left. \begin{aligned} A(z) &= \int_0^\infty d\tau [f_2(\tau) P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(z + z_3) + f_3(\tau) P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(-z + z_3)], \\ f_2(\tau) &= \frac{\tau \tanh \tau \pi}{\cosh \tau \pi} \int_{1+z_2-z_3}^\infty dz A_2(z + z_3) P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(z), \\ f_3(\tau) &= \frac{\tau \tanh \tau \pi}{\cosh \tau \pi} \int_1^\infty dz A_3(z + z_3) P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(z). \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

下面我们讨论, A_2, A_3 满足什么样的条件上述展开才是有意义的. 以 $f_3(\tau)$ 为例, 就是要求 $f_3(\tau)$ 是收敛的. 因为已知 A_3 是 z 的连续函数, 故 $f_3(\tau)$ 不收敛只能来自 z 很大的积分, 而 z 很大时 $P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(z)$ 的渐近行为是

$$P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(z) \xrightarrow{z \rightarrow \infty} \frac{1}{z^{\frac{1}{2}}}, \quad (2.8)$$

故要 f_3 的积分收敛 A_3 必须具有下面的渐近行为:

$$A_3(z) \xrightarrow{z \rightarrow \infty} \frac{1}{z^{\frac{1}{2}+\varepsilon}}, \quad \varepsilon > 0. \quad (2.9)$$

对 A_2 说, 这个条件也应得到满足. 我们看到, 这个条件比无相减的色散关系条件(2.2)要强; 如果(2.9)得不到满足, 则对色散关系施行一次相减

$$A(z) = A(z_0) + (z - z_0) \left[\frac{-1}{\pi} \int_{1+z_2}^{\infty} dz' \frac{A_2(z')}{(z' + z)(z' + z_0)} + \frac{1}{\pi} \int_{1+z_2}^{\infty} dz' \frac{A_3(z')}{(z' - z)(z' - z_0)} \right], \quad (2.10)$$

再对(2.10)用“最大解析性展开”, 便得到

$$\left. \begin{aligned} A(z) &= A(z_0) + (z - z_0) \int_0^{\infty} d\tau [f_2(\tau) P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(z + z_3) + f_3(\tau) P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(-z + z_3)], \\ f_2(\tau) &= -\frac{\tau \tanh \tau \pi}{\cosh \tau \pi} \int_{1+z_2-z_0}^{\infty} dz \frac{A_2(z + z_3) P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(z)}{(z + z_3 + z_0)}, \\ f_3(\tau) &= \frac{\tau \tanh \tau \pi}{\cosh \tau \pi} \int_1^{\infty} dz \frac{A_3(z + z_3) P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(z)}{(z + z_3 - z_0)}. \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

这样, f_2, f_3 可能是收敛的, 若仍不收敛, 可再减一次, 最后总能作到使 f_2, f_3 收敛. 今后当我们说到相减的次数时, 指的是使得 f_2, f_3 收敛需要相减的次数, 它不同于色散关系的相减.

以下我们研究中值定理的应用, 为此只讨论不需要相减的情况, 这一点并不失结论的普遍性. 为了能应用中值定理, 我们要证明(2.7)对 τ 的积分能够在 L 截断, L 的大小取决于被积函数的渐近行为. 前已证明, 不需要相减时 A_2, A_3 的渐近行为是

$$|A_{2,3}(z)| \xrightarrow{z \rightarrow \infty} \frac{1}{z^{\frac{1}{2}+\varepsilon}},$$

而 $P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(z)$ 的渐近行为是

$$|P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(z)| \xrightarrow[\tau \rightarrow \infty]{z \rightarrow \infty} \frac{1}{z^{\frac{1}{2}}}.$$

因而, 当 τ 很大时, 总可以求到一个与 τ 和 z 无关的大数 N , 使得下式成立:

$$|A_{2,3}(z) P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(z)| \leq N \frac{1}{z^{1+\varepsilon}} = O(1) \frac{1}{z^{1+\varepsilon}}, \quad \varepsilon > 0; \quad (2.12)$$

代入(2.7)后得

$$|f_{2,3}(\tau)| \xrightarrow{\tau \rightarrow \infty} O(1) \frac{\tau \tanh \tau \pi}{\cosh \tau \pi}. \quad (2.13)$$

对 $P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(\pm z + z_3)$ 要分两种情况: 一是高能; 一是低能. 高能下 z_3 很小, 由圆锥函数的性质知

$$P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(\pm z + z_3) < P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(-1 + z_3),$$

$$P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(-1 + z_3) = P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(\cos(\pi - \varphi_0)) \xrightarrow{\tau \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{2\pi\tau \sin \varphi_0}} e^{\tau(\pi - \varphi_0)}, \quad (2.14)$$

其中 φ_0 由下式定义:

$$\cos(\pi - \varphi_0) = -1 + z_3, \quad \varphi_0 > 0. \quad (2.15)$$

代入(2.7)后得

$$|f_{2,3}(\tau)P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(\pm z + z)| \leq O(1)\sqrt{\tau}e^{-\tau\varphi_0}. \quad (2.16)$$

由此可见,被积函数是按指数律衰减的. 当能量很低时 z_3 很大,使得在 z 的物理区内 $\pm z + z_3 > 1$, 故有

$$|P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(\pm z + z_3)| < 1, \quad (2.17)$$

因而

$$|f_{2,3}(\tau)P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(\pm z + z_3)| \leq O(1)\tau e^{-\tau\pi}. \quad (2.18)$$

这样,我们就证明了对于各种能量(2.7)的被积函数按指数律衰减. 因此,对 τ 的积分可以在 L 点截断; 对于 L 只要求它很大和有限就够了,至于具体多大,在我们的理论里是无关重要的,因为最后的公式里 L 不出现. $A(z)$ 近似为

$$A(z) = \int_0^L d\tau [f_2(\tau)P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(z + z_3) + f_3(\tau)P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(-z + z_3)]. \quad (2.19)$$

我们注意到,当 z 大于 -1 时 $P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(z)$ 是实的,再把 f_2, f_3 分为实部和虚部

$$f_2 = f_2' + if_2'',$$

$$f_3 = f_3' + if_3'', \quad (2.20)$$

这样,对(2.19)就可用中值定理得

$$A(z) = L \{ f_2'(l_2')P_{-\frac{1}{2}+il_2'}(z + z_3) + if_2''(l_2'')P_{-\frac{1}{2}+il_2''}(z + z_3) + f_3'(l_3')P_{-\frac{1}{2}+il_3'}(-z + z_3) + if_3''(l_3'')P_{-\frac{1}{2}+il_3''}(-z + z_3) \}. \quad (2.21)$$

式中 l_2', l_2'' 和 l_3', l_3'' 各为 $z + z_3$ 和 $-z + z_3$ 的函数,这就是我们最后的振幅表达式.

三、振幅的性质

很低能量的散射基本上是 S 波,这一点很容易由(2.21)得到证明. 譬如,对于 πN , KN , NN 和 $\bar{N}N$ 散射有

$$z_3 = \frac{4\mu^2}{2q^2}, \quad (3.1)$$

其中 μ 为 π 介子的质量, q 为质心系中散射粒子的动量. 当能量很低时 q 很小,因而 z_3 就很大;当 z 在 ± 1 之间变化时 $A(z)$ 实际上不改变,即只有 S 波.

在很高能量情况下,实验上表现出强烈的向前衍射峰,同时非弹性散射起主导作用;后者在理论上表现为 $A(z)$ 的虚部较实部大得多. 因此,在(2.21)中可把 f_2' 和 f_3' 项略去得

$$A(z) = iL \{ f_2''(l_2'')P_{-\frac{1}{2}+il_2''}(z + z_3) + f_3''(l_3'')P_{-\frac{1}{2}+il_3''}(-z + z_3) \}. \quad (3.2)$$

从上式可以很清楚地看出向前衍射来,因为这时 z_3 很小, z 接近于 1, 一般说来 $P_{-\frac{1}{2}+il_3''}(-z + z_3)$ 比 $P_{-\frac{1}{2}+il_2''}(z + z_3)$ 大几个数量级, f_2' 项也可略去,于是

$$\left. \begin{aligned} A(z) &= iL f_3(l_3^i) P_{-\frac{1}{2}+il_3^i}(-z+z_3) \equiv \\ &\equiv iL f(l) P_{-\frac{1}{2}+il}(-z+z_3), \\ f(l) &\equiv f_3(l_3^i), \quad l \equiv l_3^i. \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

由圆锥函数的性质可以知道,(3.3)所反映的正是向前衍射.

为了便于同实验比较,需要把(3.3)进一步化简.首先引入一个角度 φ , 其定义为

$$\cos(\pi-\varphi) \equiv -z+z_3. \quad (3.4)$$

将(3.4)代入(3.3),且假定在 l 比较大时 $P_{-\frac{1}{2}+il}$ 可用其渐近展开式代替,于是得

$$A(z) \approx iL f(l) \frac{1}{\sqrt{2\pi l \sin \varphi}} e^{l(\pi-\varphi)}, \quad (3.5)$$

上式对任何一个固定的 φ 都是正确的.若 φ 在某个小区域内改变,则 l 可在某一 φ_1 附近用泰勒级数展开:

$$\begin{aligned} l &= l(\cos(\pi-\varphi)) \approx l\left(-1+\frac{\varphi^2}{2}\right) = \\ &= l\left(-1+\frac{\varphi_1^2}{2}\right) + l'\left(-1+\frac{\varphi_1^2}{2}\right) \frac{\varphi^2-\varphi_1^2}{2} + \dots, \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} F(l) &= iL f(l) \frac{1}{\sqrt{2\pi l}} \cong F\left(-1+\frac{\varphi^2}{2}\right) = \\ &= F\left(-1+\frac{\varphi_1^2}{2}\right) + F'\left(-1+\frac{\varphi_1^2}{2}\right) \frac{\varphi^2-\varphi_1^2}{2} + \dots. \end{aligned} \quad (3.7)$$

把(3.6),(3.7)代入(3.5),并取前两项,得

$$A(z) = [F_0 + F_1(\varphi^2 - \varphi_1^2)] \frac{e^{l_0(\pi-\varphi_1)} e^{-l_0(\varphi-\varphi_1)-l_1(\varphi^2-\varphi_1^2)}}{\sqrt{\sin \varphi}}, \quad (3.8)$$

$$\left. \begin{aligned} F_0 &= F\left(-1+\frac{\varphi_1^2}{2}\right), \quad F_1 = \frac{1}{2} F'\left(-1+\frac{\varphi_1^2}{2}\right); \\ l_0 &= l\left(-1+\frac{\varphi_1^2}{2}\right), \quad l_1 = -\frac{1}{2} l'\left(-1+\frac{\varphi_1^2}{2}\right) (\pi - \varphi_1). \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

若 F 和 l 随 φ^2 的改变不是特别快,则 F_1 项可以略去,但是对比起来 l_1 项不能略去,因为后者大了 π 倍.再把一些常数项吸收进 F_0 ,最后得到

$$A(z) = F_0 e^{-l_0\varphi-l_1\varphi^2} / \sqrt{\sin \varphi}. \quad (3.10)$$

由(3.10)我们可预料存在着三种不同类型的振幅:一种是 l 随 φ^2 改变很快,此时 l_1 项起决定性作用;第二种是 l 随 φ^2 改变缓慢,此时 l_0 起决定性作用;第三种是 l_0 和 l_1 项可以相比较.由下节和实验比较的结果可看到,绝大多数情况是第二种类型.这里还要讨论的是 l_1 的符号问题. l_0 为正是无可非议的, l_1 亦为正也是清楚的,理由是:从纯数学的观点看,圆锥函数随 φ^2 增加而减小,且指标 τ 越大减小越快,故其(中值定理的)平均位置也将减小;从物理上看,向前散射随角度的急剧改变表现为衍射的效果,角度增加时衍射的效果将减弱, l 也减小,故 l_1 为正,而总的来说振幅随 φ 按指数律减小.由此也就看出,虽然公式(3.10)是在没有相减的情况下得到的,其实它对于需要相减的情况也是正确的,因为在(2.11)中 z_0 可取为大角度的余弦,因而 $A(z_0)$ 可略去, $(z-z_0)$ 基本上保持不变,最后振幅的形式仍然是(3.10).即使在更高相减的情况下(3.10)也仍然是正确的.

四、和实验比较

这里我们只选了文献 [1] 的 π^+p , K^+p , pp , $\bar{p}p$ 几个能量的散射实验来作比较。由 (3.10) 可得如下的微分截面

$$\frac{d\sigma}{dt} = F_0^2 e^{-2l_0\varphi - 2l_1\varphi^2}. \quad (4.1)$$

在小角度散射情况下, 对于 φ 可用以下近似式:

$$\varphi \approx \frac{1}{q} \sqrt{-t + 4\mu^2}. \quad (4.2)$$

(4.1) 经过整理后又可写成

$$\sqrt{-t + 4\mu^2} \frac{d\sigma}{dt} = e^{k - \frac{2l_1}{q^2} \left(\sqrt{-t + 4\mu^2} + \frac{l_0 q}{2l_1} \right)^2}, \quad (4.3)$$

其中 k 只是 q , F_0 , l_0 , l_1 的函数, 而与 t 无关。(4.3) 是这样和实验比较的: 它的左边代入实验值, 选择几个不同的 $\frac{l_0 q}{2l_1}$ 值作出 $\sqrt{-t + 4\mu^2} \frac{d\sigma}{dt}$ 对 $\left(\sqrt{-t + 4\mu^2} + \frac{l_0 q}{2l_1} \right)^2$ 的对数曲线。当 $\frac{l_0 q}{2l_1}$ 值选择合适时得到一条直线, 在定出 $\frac{l_0 q}{2l_1}$ 以后再由直线定出 $\frac{2l_1}{q^2}$ 和 k 来。

对于 17.0 BeV/c π^-p 散射, 计算给出 $l_0 = 6.20$, $l_1/q^2 = 2.16$, $k = 6.40$; 对于 14.8 BeV/c K^+p , 得 $l_0 = 3.30$, $l_1/q^2 = 1.50$, $k = 3.69$; 对于 19.6 BeV/c pp , 得 $l_0 = 4.65$, $l_1/q^2 = 2.54$, $k = 5.35$; 对于 12.0 BeV/c $\bar{p}p$, 得 $l_0 = 3.00$, $l_1/q^2 = 4.50$, $k = 5.94$ 。在取这些参数后理论和实验符合的情况见图 1 和图 2。

有了这些数据以后, 我们再返回去看 (3.5) 的近似是否合理。实际上, $P_{-\frac{1}{2}+il}(\cos\theta)$ 的严格展开式为^[7]

$$P_{-\frac{1}{2}+il}(\cos\theta) = A_0(\theta)I_0(l\theta) + \frac{A_1(\theta)}{l}I_1(l\theta) + \dots, \quad (4.4)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} A_0(\theta) &= \sqrt{\frac{\theta}{\sin\theta}}, \\ A_1(\theta) &= A_0(\theta) \frac{1}{8\theta} (\theta \cot\theta - 1). \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

在我们的问题里, $\theta = \pi - \varphi$, $\varphi \rightarrow 0$, 故有

$$\left. \begin{aligned} A_0(\pi - \varphi) &\approx \sqrt{\frac{\pi}{\varphi}}, \\ A_1(\pi - \varphi) &\approx -A_0(\pi - \varphi) \frac{1}{8\varphi}. \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

由 (4.4), (4.6) 可看出, 当 l 不是很大, 而且 φ 又比较小时, (3.5) 的误差比较大。根据这两式估计, 在我们计算的几个具体例子里, 除去最靠顶端的个别点子外, 一般误差皆在 20% 以下; K^+p 和 $\bar{p}p$ 稍差一些。另一方面, 从我们计算得到的 l_0 和 l_1 值, 再回过来看展开式 (3.6), 说明它是合理的, 因此总的说来这个理论本身是自洽的。

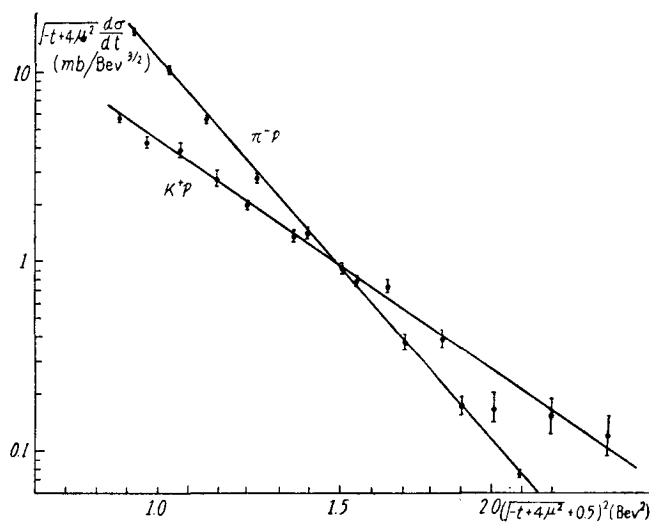


图 1

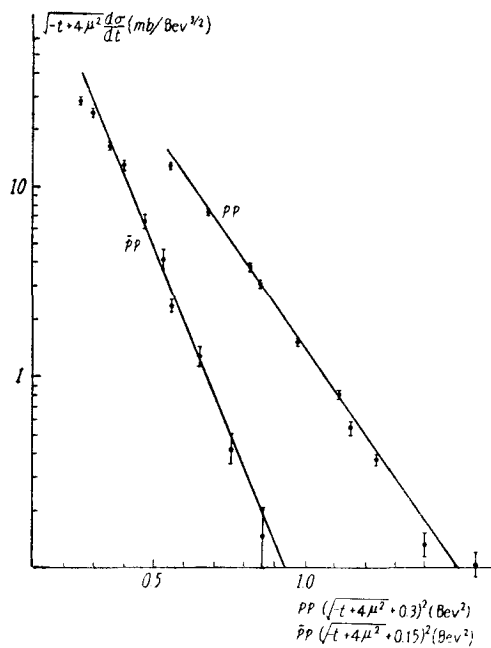


图 2

五、討 論

在上一节我们选择了 π^-p , K^+p , pp , $\bar{p}p$ 高能散射情况作了初步研究. 原则上说, 本文提出的方法可以用于一切强相互作用弹性散射过程, 同时也可以研究较低能量的散射和总截面. 不过, 这时可能遇到比较复杂的情况, 因为此时 (3.5) 的准确度很差, 必须考虑 $P_{-\frac{1}{2}+il}$ 展开的高次项. 这一类问题将另行讨论.

实验上知道 $-t < 1(\text{BeV}/c)^2$ 的弹性散射截面占总弹性散射截面的 99% 以上, 因而

研究高能弹性散射的问题实质上就是研究向前散射的问题。从本文用色散关系研究高能向前散射振幅的渐近行为以及初步和实验符合的情况,使我们加深了这样的信念,即色散关系可以告诉我们一些高能的消息。本文所用的“最大解析性展开”能够给出和实验符合的结果,说明在高能向前散射过程中交换两个 π 介子的过程起主导作用。

关于 k , l 和入射能量的关系,本文没有研究,但显然它是一个很有趣的问题,如果能够找到这种关系,我们就会在一定的能量区域解释高能实验;在双重色散关系的立场上看,这就是要研究谱函数的渐近行为。原则上,本文所提出的方法也可以用来研究大角度散射。这方面的研究能有助于澄清色散关系需要相减的次数,以及散射振幅与极化的关系。

最后,作者对朱洪元先生的批评指教,以及陈中谟和阮图南两同志的有益的讨论,表示衷心的感谢。

参 考 文 献

- [1] Foley, K. J., Lindenbaum, S. J., Love, W. A., Ozaki, S., Russell, J. J. and Yuan, L. C. L., *Phys. Rev. Letters*, **11** (1963), 425; 503.
- [2] Diddens, A. N., Littethum, E., Tayler, A. E., Walker, T. G. and Wetherell, A. M., *Phys. Rev. Letters*, **9** (1962), 108.
- [3] Serber, R., *Rev. Mod. Phys.*, **36** (1964), 649.
- [4] van Hove, L., *Rev. Mod. Phys.*, **36** (1964), 655; Cottingham, W. N., Peierls, R. F., *Phys. Rev.*, **137** (1965), B147.
- [5] Woo, C. H., *Phys. Rev.*, **137** (1965), B449; T. T. Wu, C. N. Yang, *Phys. Rev.*, **137** (1965), B708.
- [6] Bateman, Harry., *Higher Transcendental Functions*, Vol. I (McGraw-Hill Book Co. Inc).
- [7] Фок, В. А., *ДАН СССР*, **39** (1943), 279.

APPLICATION OF THE CONICAL FUNCTION AND MEAN VALUE THEOREM TO THE PROBLEMS OF SCATTERING

LIU YAO-YANG

(Chinese Science and Technology University)

ABSTRACT

Basing on the dispersion relation, an approximate method is suggested to obtain the scattering amplitudes. In principle we can apply this method to the study of the amplitude behaviour of low and high energy scattering. For high energy $\pi^\pm p$, $K^\pm p$, pp , and pp scattering, the primary comparison with experiments is made by two parameters. It is found that the theory agrees with experiments.