

杂质散射引起的亚铁磁体的共振线宽*

許 政 一

提 要

本文得到了具有二个等价次点阵的椭球亚铁磁体的二支自旋波频谱，它们的频率对波矢的依赖关系与椭球铁磁体的相类似。基于此频谱和交换作用涨落引起的自旋波散射机制，计算了一致共振和交换共振的线宽。对一致共振，用等效铁磁模型得到的结论仍然成立：非磁性杂质离子和自旋等于同一次点阵上基质离子自旋的杂质离子，对一致共振线宽没有贡献。但这两类杂质离子对交换共振线宽有贡献。用我们的简化亚铁磁模型对各种铁氧体算得的一致共振线宽差别很大。对许多尖晶石型铁氧体，交换作用涨落可能是引起一致共振线宽的主要机制。对于铁氧体，由此机制引起的交换共振线宽其数量级为几十奥。

一、引 言

铁氧体是一种复杂的亚铁磁体，但以前在计算一致共振线宽时，都是把它作为铁磁体来处理的。这是因为不但铁氧体在宏观性质上与铁磁体相象，而且无限亚铁磁体的低频支自旋波频谱与无限铁磁体的自旋波频谱相似^[1]，而一致共振线宽正是由低频支自旋波所决定的。但当计算杂质离子或无序分布的离子所引起的共振线宽时，我们必须利用椭球样品中的自旋波频谱。在过去的工作中，仍然用椭球铁磁体的自旋波频谱来计算亚铁磁体的共振线宽^[2,3]，也就是说，认为椭球亚铁磁样品的低频支自旋波频谱也与椭球铁磁样品的相似，但这缺乏理论上的严格证明。Morgenthaler^[4]得到了椭球亚铁磁样品的自旋波频谱的复杂表达式，由于他没有化简，因此仍然没有得到问题的解答。此外，当用等效铁磁模型来计算亚铁磁体的由交换作用涨落所引起的铁磁共振线宽时，“自旋矩的空间涨落”的意义不是很明确的^[3]，无法比较不同铁氧体的线宽。

本文得到了椭球亚铁磁样品的自旋波频谱的简单表达式，其形式和椭球铁磁样品的相似，并用以计算了亚铁磁体的由交换作用涨落所引起的一致共振和交换共振的线宽。结果表明，对一致共振来说，文献[3]中的一些定性的结论仍然成立，但对于不同的铁氧体所算得的线宽数值相差很大。对于有些尖晶石型铁氧体，交换作用涨落可能是引起一致共振线宽的主要原因。对于交换共振，非磁性杂质离子和自旋等于同一次点阵上基质离子自旋的杂质离子能对交换作用涨落引起的线宽作出贡献。算得的交换作用涨落所引起的交换共振线宽的数量级通常为几十奥。

* 1963 年 12 月 18 日收到。

二、椭球亚铁磁样品的自旋波频谱

为了方便起见,我们对一个简化的亚铁磁模型进行计算. 设亚铁磁体有二个次点阵, 二次点阵上的离子数目相等, 不同次点阵上的离子相间排列, 构成一个体心立方格子(如图 1 所示). 二次点阵上离子的自旋反平行, 分别为 \mathbf{s}_1 和 \mathbf{s}_2 . 各向异性能通常比共振时的塞曼能小, 略去它以后, 系统的哈密顿量为

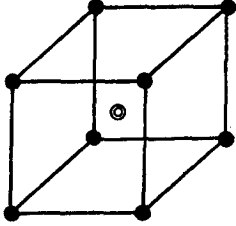


图 1 本文计算所用的简化亚铁磁体原胞. 图中的 ⊙ 和 ● 分别代表二个次点阵上的离子.

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0 = & - \sum_{\langle i, j \rangle} 2J \mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j - \sum_i g_1 \beta s_{ix} H - \sum_j g_2 \beta s_{jx} H + \\ & + \sum_{i, j} g_1 g_2 \beta^2 r_{ij}^{-5} [r_{ij}^2 \mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j - 3(\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{r}_{ij})(\mathbf{s}_j \cdot \mathbf{r}_{ij})] + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i, i'} g_1^2 \beta^2 r_{ii'}^{-5} [r_{ii'}^2 \mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_{i'} - 3(\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{r}_{ii'})(\mathbf{s}_{i'} \cdot \mathbf{r}_{ii'})] + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{j, j'} g_2^2 \beta^2 r_{jj'}^{-5} [r_{jj'}^2 \mathbf{s}_j \cdot \mathbf{s}_{j'} - 3(\mathbf{s}_j \cdot \mathbf{r}_{jj'})(\mathbf{s}_{j'} \cdot \mathbf{r}_{jj'})], \quad (1) \end{aligned}$$

这里只考虑了近邻交换作用, 略去了同一次点阵上的离子间的交换作用. 式中 $\sum_{\langle i, j \rangle}$ 表示对近邻离子对求和; i, i' 为第一个次点阵(自旋为 s_1 者)的格点标号; j, j' 为第二个次点阵(自旋为 s_2 者)的格点标号; J 为近邻离子间的交换积分, 为负值; \mathbf{H} 为外场, 取其方向为 z 轴方向; g_1 和 g_2 为二次点阵上离子的 Landé 因子; β 为玻尔磁子; \mathbf{r}_{ij} 为連結 i, j 二格点的矢量.

作变换

$$\left. \begin{aligned} s_i^+ &= s_{ix} + i s_{iy}, & s_i^- &= s_{ix} - i s_{iy}, \\ s_j^+ &= s_{jx} + i s_{jy}, & s_j^- &= s_{jx} - i s_{jy}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} s_i^+ &= (2s_1)^{\frac{1}{2}} a_i, & s_i^- &= (2s_1)^{\frac{1}{2}} a_i^+, & s_{ix} &= s_1 - a_i^+ a_i, \\ s_j^+ &= (2s_2)^{\frac{1}{2}} b_j^+, & s_j^- &= (2s_2)^{\frac{1}{2}} b_j, & s_{jx} &= -s_2 + b_j^+ b_j, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} a_i &= \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i} a_{\mathbf{k}}, & a_i^+ &= \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{\mathbf{k}} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i} a_{\mathbf{k}}^+, \\ b_j &= \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{\mathbf{k}} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_j} b_{\mathbf{k}}, & b_j^+ &= \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_j} b_{\mathbf{k}}^+, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

其中 N 为二个次点阵上的离子总数. $a_i, a_i^+; b_j, b_j^+$ 和 $a_{\mathbf{k}}, a_{\mathbf{k}}^+; b_{\mathbf{k}}, b_{\mathbf{k}}^+$ 都是 Bose 算符. 由于晶格对称性, 作变换后, 哈密顿量中自旋波算符的一次项为零. 略去自旋波算符的高于二次的项, 得到

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0 = & \sum_{\mathbf{k}} A_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^+ a_{\mathbf{k}} + \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} (C_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}} a_{-\mathbf{k}} + C_{\mathbf{k}}^* a_{\mathbf{k}}^+ a_{-\mathbf{k}}^+) + \\ & + \sum_{\mathbf{k}} B_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}}^+ b_{\mathbf{k}} + \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} (D_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}} b_{-\mathbf{k}} + D_{\mathbf{k}}^* b_{\mathbf{k}}^+ b_{-\mathbf{k}}^+) + \\ & + \sum_{\mathbf{k}} (E_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}} + E_{\mathbf{k}}^* a_{\mathbf{k}}^+ b_{\mathbf{k}}^+) + \sum_{\mathbf{k}} (F_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}} b_{-\mathbf{k}}^+ + F_{\mathbf{k}}^* a_{\mathbf{k}}^+ b_{-\mathbf{k}}), \quad (5) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
A_{\mathbf{k}} &= -2JZs_2 + g_1\beta H + \sum_i s_2g_1g_2\beta^2r_i^{-3} \left(1 - \frac{3z_i^2}{r_i^2}\right) - \\
&\quad - \sum_u s_1g_1^2\beta^2r_u^{-3} \left(1 - \frac{3z_u^2}{r_u^2}\right) + \sum_u s_1g_1^2\beta^2r_u^{-3} \left[1 - \frac{3}{2} \left(\frac{x_u^2 + y_u^2}{r_u^2}\right)\right] e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_u}, \\
B_{\mathbf{k}} &= -2JZs_1 - g_2\beta H + \sum_i s_1g_1g_2\beta^2r_i^{-3} \left(1 - \frac{3z_i^2}{r_i^2}\right) - \\
&\quad - \sum_v s_2g_2^2\beta^2r_v^{-3} \left(1 - \frac{3z_v^2}{r_v^2}\right) + \sum_v s_2g_2^2\beta^2r_v^{-3} \left[1 - \frac{3}{2} \left(\frac{x_v^2 + y_v^2}{r_v^2}\right)\right] e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_v}, \\
C_{\mathbf{k}} &= - \sum_u \frac{3}{2} s_1g_1^2\beta^2r_u^{-5} (x_u - iy_u)^2 e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_u}, \\
D_{\mathbf{k}} &= - \sum_v \frac{3}{2} s_2g_2^2\beta^2r_v^{-5} (x_v - iy_v)^2 e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_v}, \\
E_{\mathbf{k}} &= - \sum_{\delta} 2J \sqrt{s_1s_2} e^{i\mathbf{k}\cdot\delta} + \sum_i \sqrt{s_1s_2} g_1g_2\beta^2r_i^{-3} \left[1 - \frac{3}{2} \left(\frac{x_i^2 + y_i^2}{r_i^2}\right)\right] e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i}, \\
F_{\mathbf{k}} &= - \sum_i \frac{3}{2} \sqrt{s_1s_2} g_1g_2\beta^2r_i^{-5} (x_i - iy_i)^2 e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i},
\end{aligned} \tag{6}$$

以上 Z 为配位数, \mathbf{r}_i 表示連結属于不同次点陣的二格点的矢量, \mathbf{r}_u 表示連結属于第一个次点陣的二格点的矢量, \mathbf{r}_v 表示連結属于第二个次点陣的二格点的矢量, δ 表示連結相邻二属于不同次点陣的格点的矢量。

我們用文献 [5] 中計算晶格求和的方法計算(6)式。將这些求和化成对样品的积分, 这些积分中有关样品表面的积分相当于引入退磁場, 因此把这类积分略去, 而在最后引入退磁場。对这些积分中有关体积的积分用近似方法积出(关于这些近似的影响, 蒲富恪和孟宪振^[6]曾仔細地作了討論)。这样求得的结果在

$$kL \gg 1 \gg ka \tag{7}$$

的条件下成立。其中 L 为样品綫度, a 为晶格常数。我們推广之, 认为这样求得的结果在 $k \approx 0$ 时均成立。对图 1 所示的模型計算的结果为

$$\begin{aligned}
A_{\mathbf{k}} &= -2JZs_2 + g_1\beta H_i - \frac{4\pi}{3} g_1\beta M_2 + 2\pi g_1\beta M_1 \sin^2 \theta_{\mathbf{k}}, \\
B_{\mathbf{k}} &= -2JZs_1 - g_2\beta H_i - \frac{4\pi}{3} g_2\beta M_1 + 2\pi g_2\beta M_2 \sin^2 \theta_{\mathbf{k}}, \\
C_{\mathbf{k}} &= 2\pi g_1\beta M_1 \sin^2 \theta_{\mathbf{k}} e^{-2i\phi_{\mathbf{k}}}, \\
D_{\mathbf{k}} &= 2\pi g_2\beta M_2 \sin^2 \theta_{\mathbf{k}} e^{2i\phi_{\mathbf{k}}}, \\
E_{\mathbf{k}} &= -2JZ \sqrt{s_1s_2} - 2\beta H_c a^2 k^2 - \frac{4\pi}{3} \sqrt{g_1g_2} \beta \sqrt{M_1M_2} + 2\pi \sqrt{g_1g_2} \beta \sqrt{M_1M_2} \sin^2 \theta_{\mathbf{k}}, \\
F_{\mathbf{k}} &= 2\pi \sqrt{g_1g_2} \beta \sqrt{M_1M_2} \sin^2 \theta_{\mathbf{k}} e^{-2i\phi_{\mathbf{k}}},
\end{aligned} \quad (k \approx 0) \tag{8}$$

其中 $H_i = H - N_x(M_1 - M_2)$; N_x 为 x 方向的退磁因子, \mathbf{M}_1 和 \mathbf{M}_2 分别为方向指向正 x 方向和負 x 方向的二个次点陣的磁化强度, $\theta_{\mathbf{k}}$ 和 $\phi_{\mathbf{k}}$ 为波矢 \mathbf{k} 的极角, 而 H_c 由 $\sum_{\delta} e^{i\mathbf{k}\cdot\delta}$ 的以下展开式定义(只保留到 a^2k^2 項):

$$2J \sqrt{s_1s_2} \sum_{\delta} e^{i\mathbf{k}\cdot\delta} = 2JZ \sqrt{s_1s_2} + 2\beta H_c a^2 k^2. \tag{9}$$

对图 1 所示的晶体

$$H_c = -\frac{1}{8\beta} JZ \sqrt{s_1 s_2}, \quad (10)$$

在 $k = 0$ 时, 用自旋波来描写体系的正则运动模式是不适宜的, 必须用一致进动或静磁模^[7]来描写. 而在用均匀微波场作亚铁磁共振实验时, 大量存在的正是一致进动元激发. 为了简单起见, 对 $k = 0$ 部分只对旋转椭球作计算. 对于一般椭球, 计算方法相同, 只是更复杂些. 由进动方程求得旋转椭球样品的二种一致进动正则模的频率为

$$\hbar\omega_f = \frac{s_1 g_1 - s_2 g_2}{s_1 - s_2} \beta(H_i + N_i M), \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \hbar\omega_{ex} = & -2JZ(s_1 - s_2) - \frac{s_1 g_2 - s_2 g_1}{s_1 - s_2} \beta H_i - \frac{4\pi}{3} \beta(g_2 M_1 - g_1 M_2) + \\ & + \frac{s_2}{s_1 - s_2} (g_1 - g_2)^2 \beta N_i \frac{M_1}{g_1}, \end{aligned} \quad (12)$$

其中 $M = M_1 - M_2$ 为样品总磁化强度, N_i 为横向退磁因子. 为使式 (5) 经对角化后 $k = 0$ 部分能给出一致进动的二个正则模的频率, 我们取(参看附录 I)

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= -2JZs_2 + g_1 \beta H_i + g_1 \beta N_i M_1 - \frac{4\pi}{3} g_1 \beta M_2, \\ B_0 &= -2JZs_1 - g_2 \beta H_i + g_2 \beta N_i M_2 - \frac{4\pi}{3} g_2 \beta M_1, \\ E_0 &= -2JZ \sqrt{s_1 s_2} + \sqrt{g_1 g_2} \beta N_i \sqrt{M_1 M_2} - \frac{4\pi}{3} \sqrt{g_1 g_2} \beta \sqrt{M_1 M_2}, \\ C_0 &= D_0 = F_0 = 0. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

作变换

$$\left. \begin{aligned} a_{\mathbf{k}} &= S_{\mathbf{k}} \alpha_{\mathbf{k}} + T_{-\mathbf{k}} \alpha_{-\mathbf{k}}^{\dagger} + U_{-\mathbf{k}} \beta_{-\mathbf{k}} + V_{\mathbf{k}} \beta_{\mathbf{k}}^{\dagger}, \\ b_{\mathbf{k}} &= W_{-\mathbf{k}} \alpha_{-\mathbf{k}} + X_{\mathbf{k}} \alpha_{\mathbf{k}}^{\dagger} + Y_{\mathbf{k}} \beta_{\mathbf{k}} + Z_{-\mathbf{k}} \beta_{-\mathbf{k}}^{\dagger}, \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

则

$$\left. \begin{aligned} a_{\mathbf{k}}^{\dagger} &= S_{\mathbf{k}}^* \alpha_{\mathbf{k}}^{\dagger} + T_{-\mathbf{k}}^* \alpha_{-\mathbf{k}} + U_{-\mathbf{k}}^* \beta_{-\mathbf{k}}^{\dagger} + V_{\mathbf{k}}^* \beta_{\mathbf{k}}, \\ b_{\mathbf{k}}^{\dagger} &= W_{-\mathbf{k}}^* \alpha_{-\mathbf{k}}^{\dagger} + X_{\mathbf{k}}^* \alpha_{\mathbf{k}} + Y_{\mathbf{k}}^* \beta_{\mathbf{k}}^{\dagger} + Z_{-\mathbf{k}}^* \beta_{-\mathbf{k}}, \end{aligned} \right\} \quad (14')$$

其中 $\alpha_{\mathbf{k}}, \alpha_{\mathbf{k}}^{\dagger}; \beta_{\mathbf{k}}, \beta_{\mathbf{k}}^{\dagger}$ 均为 Bose 算符, 而

$$\left. \begin{aligned} S_{\mathbf{k}} &= \Delta_1(\mathbf{k}) |\Delta_S(\mathbf{k})|, & T_{\mathbf{k}}^* &= -\Delta_1(\mathbf{k}) \Delta_T(\mathbf{k}) \frac{|\Delta_S(\mathbf{k})|}{\Delta_S(\mathbf{k})}, \\ X_{\mathbf{k}}^* &= -\Delta_1(\mathbf{k}) \Delta_X(\mathbf{k}) \frac{|\Delta_S(\mathbf{k})|}{\Delta_S(\mathbf{k})}, & W_{\mathbf{k}} &= -\Delta_1(\mathbf{k}) \Delta_W(\mathbf{k}) \frac{|\Delta_S(\mathbf{k})|}{\Delta_S(\mathbf{k})}, \\ U_{\mathbf{k}} &= -\Delta_2(\mathbf{k}) \Delta_U(\mathbf{k}) \frac{|\Delta_Y(\mathbf{k})|}{\Delta_Y(\mathbf{k})}, & V_{\mathbf{k}}^* &= -\Delta_2(\mathbf{k}) \Delta_V(\mathbf{k}) \frac{|\Delta_Y(\mathbf{k})|}{\Delta_Y(\mathbf{k})}, \\ Z_{\mathbf{k}}^* &= -\Delta_2(\mathbf{k}) \Delta_Z(\mathbf{k}) \frac{|\Delta_Y(\mathbf{k})|}{\Delta_Y(\mathbf{k})}, & Y_{\mathbf{k}} &= \Delta_2(\mathbf{k}) |\Delta_Y(\mathbf{k})|; \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta_1(\mathbf{k}) &= \left\{ \left[|\Delta_Y^2(\mathbf{k})| - |\Delta_Z(\mathbf{k})|^2 - |\Delta_U(\mathbf{k})|^2 + |\Delta_V(\mathbf{k})|^2 \right] / \left\{ \left[\Delta_S^2(\mathbf{k}) - \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. - |\Delta_T(\mathbf{k})|^2 \right] \left[\Delta_Y^2(\mathbf{k}) - |\Delta_Z(\mathbf{k})|^2 \right] - \left[|\Delta_W(\mathbf{k})|^2 - \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. - |\Delta_X(\mathbf{k})|^2 \right] \left[|\Delta_U(\mathbf{k})|^2 - |\Delta_V(\mathbf{k})|^2 \right] \right\} \right\}^{\frac{1}{2}}, \\ \Delta_2(\mathbf{k}) &= \left\{ \left[\left[\Delta_S^2(\mathbf{k}) - |\Delta_T(\mathbf{k})|^2 - |\Delta_W(\mathbf{k})|^2 + |\Delta_X(\mathbf{k})|^2 \right] / \left\{ \left[\Delta_S^2(\mathbf{k}) - \right. \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. - |\Delta_T(\mathbf{k})|^2 \right] \left[\Delta_Y^2(\mathbf{k}) - |\Delta_Z(\mathbf{k})|^2 \right] - \left[|\Delta_W(\mathbf{k})|^2 - \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. - |\Delta_X(\mathbf{k})|^2 \right] \left[|\Delta_U(\mathbf{k})|^2 - |\Delta_V(\mathbf{k})|^2 \right] \right\} \right\}^{\frac{1}{2}}; \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta_S(\mathbf{k}) &= \begin{vmatrix} A_{\mathbf{k}} + \hbar\omega_{1\mathbf{k}} & F_{\mathbf{k}} & E_{\mathbf{k}} \\ F_{\mathbf{k}}^* & B_{\mathbf{k}} + \hbar\omega_{1\mathbf{k}} & D_{\mathbf{k}} \\ E_{\mathbf{k}} & D_{\mathbf{k}}^* & B_{\mathbf{k}} - \hbar\omega_{1\mathbf{k}} \end{vmatrix}, \quad \Delta_T(\mathbf{k}) = \begin{vmatrix} C_{\mathbf{k}} & F_{\mathbf{k}} & E_{\mathbf{k}} \\ E_{\mathbf{k}} & B_{\mathbf{k}} + \hbar\omega_{1\mathbf{k}} & D_{\mathbf{k}} \\ F_{\mathbf{k}} & D_{\mathbf{k}}^* & B_{\mathbf{k}} - \hbar\omega_{1\mathbf{k}} \end{vmatrix}, \\ \Delta_X(\mathbf{k}) &= \begin{vmatrix} A_{\mathbf{k}} + \hbar\omega_{1\mathbf{k}} & C_{\mathbf{k}} & E_{\mathbf{k}} \\ F_{\mathbf{k}}^* & E_{\mathbf{k}} & D_{\mathbf{k}} \\ E_{\mathbf{k}} & F_{\mathbf{k}} & B_{\mathbf{k}} - \hbar\omega_{1\mathbf{k}} \end{vmatrix}, \quad \Delta_W(\mathbf{k}) = \begin{vmatrix} A_{\mathbf{k}} + \hbar\omega_{1\mathbf{k}} & F_{\mathbf{k}} & C_{\mathbf{k}} \\ F_{\mathbf{k}}^* & B_{\mathbf{k}} + \hbar\omega_{1\mathbf{k}} & E_{\mathbf{k}} \\ E_{\mathbf{k}} & D_{\mathbf{k}}^* & F_{\mathbf{k}} \end{vmatrix}, \\ \Delta_U(\mathbf{k}) &= \begin{vmatrix} F_{\mathbf{k}}^* & C_{\mathbf{k}}^* & E_{\mathbf{k}} \\ E_{\mathbf{k}} & A_{\mathbf{k}} + \hbar\omega_{2\mathbf{k}} & F_{\mathbf{k}} \\ D_{\mathbf{k}} & F_{\mathbf{k}}^* & B_{\mathbf{k}} + \hbar\omega_{2\mathbf{k}} \end{vmatrix}, \quad \Delta_V(\mathbf{k}) = \begin{vmatrix} A_{\mathbf{k}} - \hbar\omega_{2\mathbf{k}} & F_{\mathbf{k}}^* & E_{\mathbf{k}} \\ C_{\mathbf{k}} & E_{\mathbf{k}} & F_{\mathbf{k}} \\ E_{\mathbf{k}} & D_{\mathbf{k}} & B_{\mathbf{k}} + \hbar\omega_{2\mathbf{k}} \end{vmatrix}, \\ \Delta_Z(\mathbf{k}) &= \begin{vmatrix} A_{\mathbf{k}} - \hbar\omega_{2\mathbf{k}} & C_{\mathbf{k}}^* & F_{\mathbf{k}}^* \\ C_{\mathbf{k}} & A_{\mathbf{k}} + \hbar\omega_{2\mathbf{k}} & E_{\mathbf{k}} \\ E_{\mathbf{k}} & F_{\mathbf{k}}^* & D_{\mathbf{k}} \end{vmatrix}, \quad \Delta_Y(\mathbf{k}) = \begin{vmatrix} A_{\mathbf{k}} - \hbar\omega_{2\mathbf{k}} & C_{\mathbf{k}}^* & E_{\mathbf{k}} \\ C_{\mathbf{k}} & A_{\mathbf{k}} + \hbar\omega_{2\mathbf{k}} & F_{\mathbf{k}} \\ E_{\mathbf{k}} & F_{\mathbf{k}}^* & B_{\mathbf{k}} + \hbar\omega_{2\mathbf{k}} \end{vmatrix}; \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

这里 $\omega_{1\mathbf{k}}$, $\omega_{2\mathbf{k}}$ 为方程

$$\begin{vmatrix} A_{\mathbf{k}} - \hbar\omega & C_{\mathbf{k}}^* & E_{\mathbf{k}} & F_{\mathbf{k}}^* \\ C_{\mathbf{k}} & A_{\mathbf{k}} + \hbar\omega & F_{\mathbf{k}} & E_{\mathbf{k}} \\ E_{\mathbf{k}} & F_{\mathbf{k}}^* & B_{\mathbf{k}} + \hbar\omega & D_{\mathbf{k}} \\ F_{\mathbf{k}} & E_{\mathbf{k}} & D_{\mathbf{k}}^* & B_{\mathbf{k}} - \hbar\omega \end{vmatrix} = 0 \quad (18)$$

中 ω 的二个正根¹⁾。因而(5)化为(参看附录 II)

$$\mathcal{H}_0 = \hbar\omega_1 \alpha_0^+ \alpha_0 + \hbar\omega_{ex} \beta_0^+ \beta_0 + \sum_{\mathbf{k} \neq 0} \hbar\omega_{1\mathbf{k}} \alpha_{\mathbf{k}}^+ \alpha_{\mathbf{k}} + \sum_{\mathbf{k} \neq 0} \hbar\omega_{2\mathbf{k}} \beta_{\mathbf{k}}^+ \beta_{\mathbf{k}}, \quad (19)$$

其中 $\omega_{1\mathbf{k}}$ 和 $\omega_{2\mathbf{k}}$ 分别为低频支和高频支自旋波频率。决定自旋波频率的方程(18)与 Morgenthaler^[4] 用唯象方法得到的相同。

从式(18)解出 ω , 并将它对 $a\mathbf{k}$ 和 $\frac{H}{H_c}$ 展开, 最后的准确到 $H_c a^2 k^2$ 数量级的结果为

$$\omega_{1\mathbf{k}} = \frac{(|s_1 g_1 - s_2 g_2|)^{\frac{1}{2}}}{s_1 - s_2} \beta \left[(|s_1 g_1 - s_2 g_2|)^{\frac{1}{2}} (H_i^2 + 4\pi M H_i) + \right. \\ \left. + 16\pi \sqrt{s_1 s_2} M \sin^2 \theta_{\mathbf{k}} H_c a^2 k^2 + 8 \sqrt{s_1 s_2} H_i H_c a^2 k^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (20)$$

$$\omega_{2\mathbf{k}} = -2JZ(s_1 - s_2) - \frac{(s_1 g_2 - s_2 g_1)}{s_1 - s_2} \beta H_i - \frac{4\pi}{3} \beta (g_2 M_1 - g_1 M_2) + \\ + 4 \frac{\sqrt{s_1 s_2}}{s_1 - s_2} \beta H_c a^2 k^2 + 2\pi \frac{s_2}{s_1 - s_2} (g_1 - g_2)^2 \beta \frac{M_1}{g_1} \sin^2 \theta_{\mathbf{k}}. \quad (21)$$

1) 王焜昌, 李元恒在毕业论文(未发表)中也曾得到这个结果。

将式(8),(11)–(13),(20)和(21)代入式(15)–(17),整理成 a^2k^2 及 $\frac{4\pi M}{H_c}$ 的级数,最后保留数量级为 1 的项,得到

$$\begin{aligned}
 S_0 = Y_0 &= \sqrt{\frac{s_1}{s_1 - s_2}}, & X_0 = V_0 &= -\sqrt{\frac{s_2}{s_1 - s_2}}, & T_0 = W_0 = V_0 = Z_0 &= 0, & (22) \\
 S_{\mathbf{k}} &= \sqrt{\frac{s_1}{s_1 - s_2}} \left\{ \left| \frac{1}{\Delta_S^2(\mathbf{k}) - |\Delta_T(\mathbf{k})|^2} \right| \right\}^{\frac{1}{2}} \Delta_S(\mathbf{k}), \\
 T_{\mathbf{k}}^* &= -\sqrt{\frac{s_1}{s_1 - s_2}} \left\{ \left| \frac{1}{\Delta_S^2(\mathbf{k}) - |\Delta_T(\mathbf{k})|^2} \right| \right\}^{\frac{1}{2}} \Delta_T(\mathbf{k}), \\
 W_{\mathbf{k}} &= \sqrt{\frac{s_2}{s_1 - s_2}} \left\{ \left| \frac{1}{\Delta_S^2(\mathbf{k}) - |\Delta_T(\mathbf{k})|^2} \right| \right\}^{\frac{1}{2}} \Delta_T(\mathbf{k}), \\
 X_{\mathbf{k}} &= -\sqrt{\frac{s_2}{s_1 - s_2}} \left\{ \left| \frac{1}{\Delta_S^2(\mathbf{k}) - |\Delta_T(\mathbf{k})|^2} \right| \right\}^{\frac{1}{2}} \Delta_S(\mathbf{k}), \\
 U_{\mathbf{k}} &= O\left(\frac{4\pi M}{H_c}\right) \approx 0, \\
 V_{\mathbf{k}} &= -\sqrt{\frac{s_2}{s_1 - s_2}}, \\
 Y_{\mathbf{k}} &= \sqrt{\frac{s_1}{s_1 - s_2}}, \\
 Z_{\mathbf{k}} &= O\left(\frac{4\pi M}{H_c}\right) \approx 0,
 \end{aligned} \tag{23}$$

其中

$$\begin{aligned}
 \Delta_S(\mathbf{k}) &= 4J^2 Z^2 s_1 (s_1 g_1 - s_2 g_2) \beta H_i + 8\pi J^2 Z^2 s_1 (s_1 g_1 - s_2 g_2) \beta M \sin^2 \theta_{\mathbf{k}} + \\
 &\quad + 16J^2 Z^2 s_1 \sqrt{s_1 s_2} \beta H_c a^2 k^2 + 4J^2 Z^2 s_1 (s_1 - s_2) \hbar \omega_{1\mathbf{k}}, \\
 \Delta_T(\mathbf{k}) &= 8\pi J^2 Z^2 s_1 (s_1 g_1 - s_2 g_2) \beta M \sin^2 \theta_{\mathbf{k}} e^{-2i\phi_{\mathbf{k}}}.
 \end{aligned} \tag{24}$$

式(20)和(21)表明,椭球亚铁磁体的二支自旋波频谱和椭球铁磁样品的类似,频率对波矢的依赖关系都是二次方关系,而且沿各方向传播的自旋波频谱形成带. 低频支自旋波能级分布也和铁磁情形相似, $\theta_{\mathbf{k}}$ 愈接近 $\frac{\pi}{2}$, 能级愈密. 但高频支自旋波能级分布则不是如此, $\theta_{\mathbf{k}}$ 由 0 增至 $\frac{\pi}{4}$, 能级逐渐变疏; $\theta_{\mathbf{k}}$ 由 $\frac{\pi}{4}$ 增至 $\frac{\pi}{2}$, 能级又逐渐变密. 当二次点阵上离子的 Landé 因子相等时, 高频支能带退化成线, 即 $\omega_{2\mathbf{k}}$ 不再随 $\theta_{\mathbf{k}}$ 变化.

三、交换作用涨落所引起的亚铁磁体的共振线宽

当计算含有杂质离子或磁离子无序分布的亚铁磁体的线宽时, 根据文献 [3] 的分析, 可略去偶极作用的空问涨落. 此时系统的哈密顿量为

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}', \tag{25}$$

其中 \mathcal{H}_0 由(1)给出, 而

$$\begin{aligned} \mathcal{H}' = & -\beta H_i \sum_i (g'_i s'_{ix} - g_1 s_{ix}) - \beta H_i \sum_j (g'_j s'_{jx} - g_2 s_{jx}) - \\ & - \sum_{\langle i, j \rangle} J'_{ij} \mathbf{s}'_i \cdot \mathbf{s}'_j + \sum_{\langle i, j \rangle} J \mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j, \end{aligned} \quad (26)$$

其中 J'_{ij} 表示离子无序分布时 i, j 格点上离子間的交換积分; $\mathbf{s}'_i, \mathbf{s}'_j$ 和 g'_i 和 g'_j 分别表示离子无序分布时 i, j 格点上离子的自旋和 Landé 因子; 所有沒有加撇的量都是基質离子的物理量, 或为相应物理量的平均值(雜質浓度高时为后者).

作变换^[8]

$$\left. \begin{aligned} s_i'^+ &= s'_{ix} + i s'_{iy}, & s_i'^- &= s'_{ix} - i s'_{iy}, \\ s_j'^+ &= s'_{jx} + i s'_{jy}, & s_j'^- &= s'_{jx} - i s'_{jy}; \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

$$\left. \begin{aligned} s_i'^+ &= (2s'_i)^{\frac{1}{2}} a_i, & s_i'^- &= (2s'_i)^{\frac{1}{2}} a_i^+, & s'_{ix} &= s'_i - a_i^+ a_i, \\ s_j'^+ &= (2s'_j)^{\frac{1}{2}} b_j, & s_j'^- &= (2s'_j)^{\frac{1}{2}} b_j, & s'_{jx} &= -s'_j + b_j^+ b_j; \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

及(2)–(4)和(14), \mathcal{H}_0 化为(19); 而 \mathcal{H}' 当其中略去比交換作用涨落小得多的塞曼能量的涨落后得

$$\begin{aligned} \mathcal{H}' = & \frac{2}{N} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} \sum_{\langle i, j \rangle} \{ [((S_{\mathbf{k}'} X_{\mathbf{k}} + T_{\mathbf{k}'}^* W_{\mathbf{k}}^*) e^{i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}_i - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_j} + \\ & + (S_{\mathbf{k}} X_{\mathbf{k}'} + T_{\mathbf{k}} W_{\mathbf{k}'}) e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i + i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}_j} (J \sqrt{s_1 s_2} - J'_{ij} \sqrt{s'_i s'_j}) + \\ & + (W_{\mathbf{k}}^* W_{\mathbf{k}'} + X_{\mathbf{k}} X_{\mathbf{k}'}) e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \cdot \mathbf{r}_j} (J s_1 - J'_{ij} s'_i) + \\ & + (S_{\mathbf{k}} S_{\mathbf{k}'} + T_{\mathbf{k}} T_{\mathbf{k}'}) e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \cdot \mathbf{r}_i} (J s_2 - J'_{ij} s'_j)] \alpha_{\mathbf{k}}^+ \alpha_{\mathbf{k}'} + \\ & + [(V_{\mathbf{k}'} Y_{\mathbf{k}} e^{-i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}_i + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_j} + V_{\mathbf{k}} Y_{\mathbf{k}'} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i - i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}_j} (J \sqrt{s_1 s_2} - J'_{ij} \sqrt{s'_i s'_j}) + \\ & + Y_{\mathbf{k}} Y_{\mathbf{k}'} e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \cdot \mathbf{r}_j} (J s_1 - J'_{ij} s'_i) + V_{\mathbf{k}} V_{\mathbf{k}'} e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \cdot \mathbf{r}_i} (J s_2 - J'_{ij} s'_j)] \beta_{\mathbf{k}}^+ \beta_{\mathbf{k}'} + \\ & + [(S_{\mathbf{k}} W_{\mathbf{k}'} + T_{\mathbf{k}}^* X_{\mathbf{k}'}) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i - i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}_j} (J \sqrt{s_1 s_2} - J'_{ij} \sqrt{s'_i s'_j}) + \\ & + W_{\mathbf{k}'} X_{\mathbf{k}} e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \cdot \mathbf{r}_j} (J s_1 - J'_{ij} s'_i) + S_{\mathbf{k}'} T_{\mathbf{k}}^* e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \cdot \mathbf{r}_i} (J s_2 - J'_{ij} s'_j)] \alpha_{\mathbf{k}} \alpha_{-\mathbf{k}'} + \\ & + [(T_{\mathbf{k}} X_{\mathbf{k}'} + S_{\mathbf{k}} W_{\mathbf{k}'}) e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i + i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}_j} (J \sqrt{s_1 s_2} - J'_{ij} \sqrt{s'_i s'_j}) + \\ & + W_{\mathbf{k}}^* X_{\mathbf{k}'} e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \cdot \mathbf{r}_j} (J s_1 - J'_{ij} s'_i) + S_{\mathbf{k}} T_{\mathbf{k}'} e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \cdot \mathbf{r}_i} (J s_2 - J'_{ij} s'_j)] \alpha_{\mathbf{k}}^+ \alpha_{\mathbf{k}'}^+ + \\ & + [(S_{\mathbf{k}} Y_{\mathbf{k}'} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i - i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}_j} + V_{\mathbf{k}'} X_{\mathbf{k}} e^{-i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}_i + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_j} (J \sqrt{s_1 s_2} - J'_{ij} \sqrt{s'_i s'_j}) + \\ & + X_{\mathbf{k}} Y_{\mathbf{k}'} e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \cdot \mathbf{r}_j} (J s_1 - J'_{ij} s'_i) + S_{\mathbf{k}} V_{\mathbf{k}'} e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \cdot \mathbf{r}_i} (J s_2 - J'_{ij} s'_j)] \alpha_{\mathbf{k}} \beta_{\mathbf{k}'} + \\ & + [(S_{\mathbf{k}} Y_{\mathbf{k}} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i + i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}_j} + V_{\mathbf{k}'} X_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}_i - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_j} (J \sqrt{s_1 s_2} - J'_{ij} \sqrt{s'_i s'_j}) + \\ & + X_{\mathbf{k}} Y_{\mathbf{k}'} e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \cdot \mathbf{r}_j} (J s_1 - J'_{ij} s'_i) + S_{\mathbf{k}} V_{\mathbf{k}'} e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \cdot \mathbf{r}_i} (J s_2 - J'_{ij} s'_j)] \alpha_{\mathbf{k}}^+ \beta_{\mathbf{k}'}^+ + \\ & + [(T_{\mathbf{k}}^* Y_{\mathbf{k}'} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i - i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}_j} + V_{\mathbf{k}'} W_{\mathbf{k}} e^{-i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}_i + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_j} (J \sqrt{s_1 s_2} - J'_{ij} \sqrt{s'_i s'_j}) + \\ & + W_{\mathbf{k}} Y_{\mathbf{k}'} e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \cdot \mathbf{r}_j} (J s_1 - J'_{ij} s'_i) + T_{\mathbf{k}}^* V_{\mathbf{k}'} e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \cdot \mathbf{r}_i} (J s_2 - J'_{ij} s'_j)] \alpha_{\mathbf{k}} \beta_{\mathbf{k}'}^+ + \\ & + [(T_{\mathbf{k}} Y_{\mathbf{k}} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i + i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}_j} + V_{\mathbf{k}'} W_{\mathbf{k}}^* e^{i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}_i - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_j} (J \sqrt{s_1 s_2} - J'_{ij} \sqrt{s'_i s'_j}) + \\ & + W_{\mathbf{k}}^* Y_{\mathbf{k}'} e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \cdot \mathbf{r}_j} (J s_1 - J'_{ij} s'_i) + T_{\mathbf{k}} V_{\mathbf{k}'} e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \cdot \mathbf{r}_i} (J s_2 - J'_{ij} s'_j)] \alpha_{\mathbf{k}}^+ \beta_{-\mathbf{k}'} \}. \end{aligned} \quad (29)$$

以上用了(23)中 $S_{\mathbf{k}}, X_{\mathbf{k}}, V_{\mathbf{k}}, Y_{\mathbf{k}}$ 均为实数和 $U_{\mathbf{k}}, Z_{\mathbf{k}}$ 为零的結果.

定义

$$\left. \begin{aligned} G_1(t-t') &= \langle\langle \alpha_0(t) | \alpha_0^+(t') \rangle\rangle_r, & G_2(t-t') &= \langle\langle \alpha_0^+(t) | \alpha_0^+(t') \rangle\rangle_r, \\ G_3(t-t') &= \langle\langle \beta_0(t) | \alpha_0^+(t') \rangle\rangle_r, & G_4(t-t') &= \langle\langle \beta_0^+(t) | \alpha_0^+(t') \rangle\rangle_r, \\ \Gamma_{1\mathbf{k}}(t-t') &= \langle\langle \alpha_{\mathbf{k}}(t) | \alpha_0^+(t') \rangle\rangle_r, & \Gamma_{2\mathbf{k}}(t-t') &= \langle\langle \alpha_{\mathbf{k}}^+(t) | \alpha_0^+(t') \rangle\rangle_r, \\ \Gamma_{3\mathbf{k}}(t-t') &= \langle\langle \beta_{\mathbf{k}}(t) | \alpha_0^+(t') \rangle\rangle_r, & \Gamma_{4\mathbf{k}}(t-t') &= \langle\langle \beta_{\mathbf{k}}^+(t) | \alpha_0^+(t') \rangle\rangle_r, \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

及

$$\left. \begin{aligned} G^{(1)}(t-t') &= \langle\langle \beta_0(t) | \beta_0^+(t') \rangle\rangle_r, & G^{(2)}(t-t') &= \langle\langle \beta_0^+(t) | \beta_0^+(t') \rangle\rangle_r, \\ G^{(3)}(t-t') &= \langle\langle \alpha_0(t) | \beta_0^+(t') \rangle\rangle_r, & G^{(4)}(t-t') &= \langle\langle \alpha_0^+(t) | \beta_0^+(t') \rangle\rangle_r, \\ \Gamma^{(1k)}(t-t') &= \langle\langle \beta_k(t) | \beta_0^+(t') \rangle\rangle_r, & \Gamma^{(2k)}(t-t') &= \langle\langle \beta_k^+(t) | \beta_0^+(t') \rangle\rangle_r, \\ \Gamma^{(3k)}(t-t') &= \langle\langle \alpha_k(t) | \beta_0^+(t') \rangle\rangle_r, & \Gamma^{(4k)}(t-t') &= \langle\langle \alpha_k^+(t) | \beta_0^+(t') \rangle\rangle_r, \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

其中算符 $A(t)$, $B(t)$ 的推迟格林函数 $\langle\langle A(t) | B(t') \rangle\rangle_r$ 的定义为

$$\left. \begin{aligned} \langle\langle A(t) | B(t') \rangle\rangle_r &\equiv i\theta(t-t') \langle [A(t), B(t')] \rangle, \\ \theta(t) &\equiv \begin{cases} 0 & t < 0, \\ 1 & t > 0. \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

再令

$$\left. \begin{aligned} G_\lambda(t-t') &= \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\Omega(t-t')} G_\lambda(\Omega) d\Omega, \\ \Gamma_{\lambda k}(t-t') &= \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\Omega(t-t')} \Gamma_{\lambda k}(\Omega) d\Omega, \\ G^{(\lambda)}(t-t') &= \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\Omega(t-t')} G^{(\lambda)}(\Omega) d\Omega, \\ \Gamma^{(\lambda k)}(t-t') &= \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\Omega(t-t')} \Gamma^{(\lambda k)}(\Omega) d\Omega. \end{aligned} \right\} \quad \lambda = 1, 2, 3, 4. \quad (33)$$

用标准的格林函数方法^[9]可以得到 $G_\lambda(\Omega)$, $\Gamma_{\lambda k}(\Omega)$, $G^{(\lambda)}(\Omega)$, $\Gamma^{(\lambda k)}(\Omega)$ 所满足之方程:

$$\left. \begin{aligned} \Omega G_1(\Omega) &= -\frac{1}{2\pi} + \omega_f G_1(\Omega) + \sum_{\mathbf{k}} \mu(\mathbf{k}) \Gamma_{1k}(\Omega) + \\ &+ \sum_{\mathbf{k}} \nu^*(\mathbf{k}) \Gamma_{2k}(\Omega) + \sum_{\mathbf{k}} \sigma(\mathbf{k}) \Gamma_{4k}(\Omega), \\ \Omega G_2(\Omega) &= -\omega_f G_2(\Omega) - \sum_{\mathbf{k}} \nu(\mathbf{k}) \Gamma_{1k}(\Omega) - \\ &- \sum_{\mathbf{k}} \mu^*(\mathbf{k}) \Gamma_{2k}(\Omega) - \sum_{\mathbf{k}} \sigma^*(\mathbf{k}) \Gamma_{3k}(\Omega), \\ \Omega G_3(\Omega) &= \omega_{ex} G_3(\Omega) + \sum_{\mathbf{k}} \zeta(\mathbf{k}) \Gamma_{1k}(\Omega) + \\ &+ \sum_{\mathbf{k}} \eta^*(\mathbf{k}) \Gamma_{2k}(\Omega) + \sum_{\mathbf{k}} \xi^*(\mathbf{k}) \Gamma_{3k}(\Omega), \\ \Omega G_4(\Omega) &= -\omega_{ex} G_4(\Omega) - \sum_{\mathbf{k}} \eta(\mathbf{k}) \Gamma_{1k}(\Omega) - \\ &- \sum_{\mathbf{k}} \zeta^*(\mathbf{k}) \Gamma_{2k}(\Omega) - \sum_{\mathbf{k}} \xi(\mathbf{k}) \Gamma_{4k}(\Omega); \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_{1k}(\Omega) &= \frac{\mu^*(\mathbf{k})}{\Omega - \omega_{1k}} G_1(\Omega) + \frac{\nu^*(\mathbf{k})}{\Omega - \omega_{1k}} G_2(\Omega) + \frac{\zeta^*(\mathbf{k})}{\Omega - \omega_{1k}} G_3(\Omega) + \frac{\eta^*(\mathbf{k})}{\Omega - \omega_{1k}} G_4(\Omega), \\ \Gamma_{2k}(\Omega) &= -\frac{\nu(\mathbf{k})}{\Omega + \omega_{1k}} G_1(\Omega) - \frac{\mu(\mathbf{k})}{\Omega + \omega_{1k}} G_2(\Omega) - \frac{\eta(\mathbf{k})}{\Omega + \omega_{1k}} G_3(\Omega) - \frac{\zeta(\mathbf{k})}{\Omega + \omega_{1k}} G_4(\Omega), \\ \Gamma_{3k}(\Omega) &= \frac{\sigma(\mathbf{k})}{\Omega - \omega_{2k}} G_2(\Omega) + \frac{\xi(\mathbf{k})}{\Omega - \omega_{2k}} G_3(\Omega), \\ \Gamma_{4k}(\Omega) &= -\frac{\sigma^*(\mathbf{k})}{\Omega + \omega_{2k}} G_1(\Omega) - \frac{\xi^*(\mathbf{k})}{\Omega + \omega_{2k}} G_4(\Omega); \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

$$\begin{aligned}
\Omega G^{(1)}(\Omega) &= -\frac{1}{2\pi} + \omega_{ex} G^{(1)}(\Omega) + \sum_{\mathbf{k}} \xi^*(\mathbf{k}) \Gamma^{(1\mathbf{k})}(\Omega) + \\
&\quad + \sum_{\mathbf{k}} \zeta(\mathbf{k}) \Gamma^{(3\mathbf{k})}(\Omega) + \sum_{\mathbf{k}} \eta^*(\mathbf{k}) \Gamma^{(4\mathbf{k})}(\Omega), \\
\Omega G^{(2)}(\Omega) &= -\omega_{ex} G^{(2)}(\Omega) - \sum_{\mathbf{k}} \xi(\mathbf{k}) \Gamma^{(2\mathbf{k})}(\Omega) - \\
&\quad - \sum_{\mathbf{k}} \eta(\mathbf{k}) \Gamma^{(3\mathbf{k})}(\Omega) - \sum_{\mathbf{k}} \zeta^*(\mathbf{k}) \Gamma^{(4\mathbf{k})}(\Omega), \\
\Omega G^{(3)}(\Omega) &= \omega_f G^{(3)}(\Omega) + \sum_{\mathbf{k}} \sigma(\mathbf{k}) \Gamma^{(2\mathbf{k})}(\Omega) + \\
&\quad + \sum_{\mathbf{k}} \mu(\mathbf{k}) \Gamma^{(3\mathbf{k})}(\Omega) + \sum_{\mathbf{k}} \nu^*(\mathbf{k}) \Gamma^{(4\mathbf{k})}(\Omega), \\
\Omega G^{(4)}(\Omega) &= -\omega_f G^{(4)}(\Omega) - \sum_{\mathbf{k}} \sigma^*(\mathbf{k}) \Gamma^{(1\mathbf{k})}(\Omega) - \\
&\quad - \sum_{\mathbf{k}} \nu(\mathbf{k}) \Gamma^{(3\mathbf{k})}(\Omega) - \sum_{\mathbf{k}} \mu^*(\mathbf{k}) \Gamma^{(4\mathbf{k})}(\Omega);
\end{aligned} \tag{36}$$

$$\begin{aligned}
\Gamma^{(1\mathbf{k})}(\Omega) &= \frac{\xi(\mathbf{k})}{\Omega - \omega_{2\mathbf{k}}} G^{(1)}(\Omega) + \frac{\sigma(\mathbf{k})}{\Omega - \omega_{2\mathbf{k}}} G^{(4)}(\Omega), \\
\Gamma^{(2\mathbf{k})}(\Omega) &= -\frac{\xi^*(\mathbf{k})}{\Omega + \omega_{2\mathbf{k}}} G^{(2)}(\Omega) - \frac{\sigma^*(\mathbf{k})}{\Omega + \omega_{2\mathbf{k}}} G^{(3)}(\Omega), \\
\Gamma^{(3\mathbf{k})}(\Omega) &= \frac{\zeta^*(\mathbf{k})}{\Omega - \omega_{1\mathbf{k}}} G^{(1)}(\Omega) + \frac{\eta^*(\mathbf{k})}{\Omega - \omega_{1\mathbf{k}}} G^{(2)}(\Omega) + \\
&\quad + \frac{\mu^*(\mathbf{k})}{\Omega - \omega_{1\mathbf{k}}} G^{(3)}(\Omega) + \frac{\nu^*(\mathbf{k})}{\Omega - \omega_{1\mathbf{k}}} G^{(4)}(\Omega), \\
\Gamma^{(4\mathbf{k})}(\Omega) &= -\frac{\eta(\mathbf{k})}{\Omega + \omega_{1\mathbf{k}}} G^{(1)}(\Omega) - \frac{\zeta(\mathbf{k})}{\Omega + \omega_{1\mathbf{k}}} G^{(2)}(\Omega) - \\
&\quad - \frac{\nu(\mathbf{k})}{\Omega + \omega_{1\mathbf{k}}} G^{(3)}(\Omega) - \frac{\mu(\mathbf{k})}{\Omega + \omega_{1\mathbf{k}}} G^{(4)}(\Omega);
\end{aligned} \tag{37}$$

其中

$$\begin{aligned}
\mu(\mathbf{k}) &= \frac{2}{N\hbar} \sum_{\langle i, j \rangle} [(S_{\mathbf{k}} X_0 e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i} + S_0 X_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_j}) (J\sqrt{s_1 s_2} - J'_{ij} \sqrt{s'_i s'_j}) + \\
&\quad + X_0 X_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_j} (J s_1 - J'_{ij} s'_i) + S_0 S_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i} (J s_2 - J'_{ij} s'_j)], \\
\nu(\mathbf{k}) &= \frac{2}{N\hbar} \sum_{\langle i, j \rangle} [(T_{\mathbf{k}}^* X_0 e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i} + S_0 W_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_j}) (J\sqrt{s_1 s_2} - J'_{ij} \sqrt{s'_i s'_j}) + \\
&\quad + W_{\mathbf{k}} X_0 e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_j} (J s_1 - J'_{ij} s'_i) + S_0 T_{\mathbf{k}}^* e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i} (J s_2 - J'_{ij} s'_j)], \\
\sigma(\mathbf{k}) &= \frac{2}{N\hbar} \sum_{\langle i, j \rangle} [(V_{\mathbf{k}} X_0 e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i} + S_0 Y_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_j}) (J\sqrt{s_1 s_2} - J'_{ij} \sqrt{s'_i s'_j}) + \\
&\quad + X_0 Y_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_j} (J s_1 - J'_{ij} s'_i) + S_0 V_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i} (J s_2 - J'_{ij} s'_j)], \\
\xi(\mathbf{k}) &= \frac{2}{N\hbar} \sum_{\langle i, j \rangle} [(V_{\mathbf{k}} Y_0 e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i} + V_0 Y_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_j}) (J\sqrt{s_1 s_2} - J'_{ij} \sqrt{s'_i s'_j}) + \\
&\quad + Y_0 Y_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_j} (J s_1 - J'_{ij} s'_i) + V_0 V_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i} (J s_2 - J'_{ij} s'_j)],
\end{aligned} \tag{38}$$

$$\eta(\mathbf{k}) = \frac{2}{N\hbar} \sum_{\langle i, j \rangle} [(S_{\mathbf{k}} Y_0 e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i} + V_0 X_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_j}) (J \sqrt{s_1 s_2} - J'_{ij} \sqrt{s'_1 s'_j}) + X_{\mathbf{k}} Y_0 e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_j} (J s_1 - J'_{ij} s'_i) + S_{\mathbf{k}} V_0 e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i} (J s_2 - J'_{ij} s'_j)],$$

$$\zeta(\mathbf{k}) = \frac{2}{N\hbar} \sum_{\langle i, j \rangle} [(T_{\mathbf{k}}^* Y_0 e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i} + V_0 W_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_j}) (J \sqrt{s_1 s_2} - J'_{ij} \sqrt{s'_1 s'_j}) + W_{\mathbf{k}} Y_0 e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_j} (J s_1 - J'_{ij} s'_i) + T_{\mathbf{k}}^* V_0 e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i} (J s_2 - J'_{ij} s'_j)].$$

将 $\Omega - \omega_j$, $\Omega - \omega_{1\mathbf{k}}$ 或 $\Omega - \omega_{ex}$, $\Omega - \omega_{2\mathbf{k}}$ 看作是与 $\mu(\mathbf{k})$, $\nu(\mathbf{k})$, $\sigma(\mathbf{k})$, $\xi(\mathbf{k})$, $\eta(\mathbf{k})$, $\zeta(\mathbf{k})$ 同级的小量, 只保留最高级项 (相当于用一级微扰计算跃迁几率), 可解得

$$G_1(\Omega) = -\frac{1}{2\pi} \frac{1}{\Omega - \omega_j - \sum_{\mathbf{k}} \left[\frac{|\mu(\mathbf{k})|^2}{\Omega - \omega_{1\mathbf{k}}} \right]}, \quad (\Omega \sim \omega_j, \omega_{1\mathbf{k}}) \quad (39)$$

$$G_2(\Omega) = G_3(\Omega) = G_4(\Omega) = G^{(1)}(\Omega) = G^{(2)}(\Omega) = G^{(3)}(\Omega) = G^{(4)}(\Omega) = 0;$$

$$G^{(1)}(\Omega) = -\frac{1}{2\pi} \frac{1}{\Omega - \omega_{ex} - \sum_{\mathbf{k}} \left[\frac{|\xi(\mathbf{k})|^2}{\Omega - \omega_{2\mathbf{k}}} \right]}, \quad (\Omega \sim \omega_{ex}, \omega_{2\mathbf{k}}) \quad (40)$$

$$G_1(\Omega) = G_2(\Omega) = G_3(\Omega) = G_4(\Omega) = G^{(2)}(\Omega) = G^{(3)}(\Omega) = G^{(4)}(\Omega) = 0.$$

以上等于零的格林函数应该了解为它与不等于零的格林函数相比小得可以略去。

令 $\Omega \rightarrow \omega + i\epsilon$, 并利用关系

$$\frac{1}{\omega + i\epsilon} = P \frac{1}{\omega} - i\pi\delta(\omega), \quad (41)$$

P 表示取积分主值, 则得

$$G_1(\omega) = -\frac{1}{2\pi} \frac{1}{\omega - \tilde{\omega}_j + i\Gamma_1(\omega)} (\omega \sim \omega_j, \omega_{1\mathbf{k}}),$$

$$G^{(1)}(\omega) = -\frac{1}{2\pi} \frac{1}{\omega - \tilde{\omega}_{ex} + i\Gamma^{(1)}(\omega)} (\omega \sim \omega_{ex}, \omega_{2\mathbf{k}}), \quad (42)$$

其中

$$\tilde{\omega}_j = \omega_j + \sum_{\mathbf{k}} P \frac{|\mu(\mathbf{k})|^2}{\omega - \omega_{1\mathbf{k}}} (\omega \sim \omega_j, \omega_{1\mathbf{k}}),$$

$$\tilde{\omega}_{ex} = \omega_{ex} + \sum_{\mathbf{k}} P \frac{|\xi(\mathbf{k})|^2}{\omega - \omega_{2\mathbf{k}}} (\omega \sim \omega_{ex}, \omega_{2\mathbf{k}}), \quad (43)$$

$$\Gamma_1(\omega) = \pi \sum_{\mathbf{k}} |\mu(\mathbf{k})|^2 \delta(\omega - \omega_{1\mathbf{k}}),$$

$$\Gamma^{(1)}(\omega) = \pi \sum_{\mathbf{k}} |\xi(\mathbf{k})|^2 \delta(\omega - \omega_{2\mathbf{k}}). \quad (44)$$

以 $\alpha_{\mathbf{k}}$, $\alpha_{\mathbf{k}}^{\dagger}$, $\beta_{\mathbf{k}}$, $\beta_{\mathbf{k}}^{\dagger}$ 表示的样品磁化强度的 x 分量的表达式为

$$M_x = \frac{\beta}{a^3} \sum_{\mathbf{k}} \left\{ \left[\sum_i g'_i \sqrt{\frac{s'_i}{N}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i} (S_{\mathbf{k}} + T_{\mathbf{k}}^*) - \sum_j g'_j \sqrt{\frac{s'_j}{N}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_j} (W_{\mathbf{k}} + X_{\mathbf{k}}) \right] \alpha_{\mathbf{k}} + \left[\sum_i g'_i \sqrt{\frac{s'_i}{N}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i} (S_{\mathbf{k}} + T_{\mathbf{k}}) - \sum_j g'_j \sqrt{\frac{s'_j}{N}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_j} (W_{\mathbf{k}}^* + X_{\mathbf{k}}) \right] \alpha_{\mathbf{k}}^{\dagger} + \left[\sum_i g'_i \sqrt{\frac{s'_i}{N}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i} V_{\mathbf{k}} - \sum_j g'_j \sqrt{\frac{s'_j}{N}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_j} Y_{\mathbf{k}} \right] (\beta_{-\mathbf{k}} + \beta_{\mathbf{k}}^{\dagger}) \right\}. \quad (45)$$

一致共振和交換共振時的吸收由磁化率虛部的空間均勻分量 $\chi_0^{xx}(\omega)$ 所決定，而 $\chi_0^{xx}(\omega)$ 與 M_x 的均勻分量 [即(45)中 $k=0$ 的部分] $(M_x)_0$ 有關係^[9,3]：

$$\chi_0^{xx}(\omega) = -2\pi \ll (M_x)_0 | (M_x)_0 \gg_{\omega}. \quad (46)$$

利用關係 $\ll A | B \gg_{\omega} = -\ll A^+ | B^+ \gg_{\omega}^*$ 及(39),(40),(42)，經過簡單的運算得到，一致共振時

$$\chi_0^{xx}(\omega) = 2 \frac{\beta^2}{a^6} \left(\sum_i g'_i \sqrt{\frac{s'_i}{N}} S_0 - \sum_j g'_j \sqrt{\frac{s'_j}{N}} X_0 \right)^2 \frac{i\Gamma_1(\omega)}{(\omega - \tilde{\omega}_f)^2 + [\Gamma_1(\omega)]^2}, \quad (47)$$

交換共振時

$$\chi_0^{xx}(\omega) = 2 \frac{\beta^2}{a^6} \left(\sum_i g'_i \sqrt{\frac{s'_i}{N}} V_0 - \sum_j g'_j \sqrt{\frac{s'_j}{N}} Y_0 \right)^2 \frac{i\Gamma^{(1)}(\omega)}{(\omega - \tilde{\omega}_{ex})^2 + [\Gamma^{(1)}(\omega)]^2}. \quad (48)$$

因此得到一致共振綫寬為

$$\Delta H(\omega_f) = \frac{2\Gamma_1(\omega_f)}{\gamma} = \frac{V}{2\pi\gamma} \int_0^{\theta_f} \left\{ |\mu(\mathbf{k})|^2 k^2 \frac{dk}{d\omega_{1\mathbf{k}}} \right\}_{\omega_{1\mathbf{k}}=\omega_f} \sin \theta_{\mathbf{k}} d\theta_{\mathbf{k}}, \quad (49)$$

交換共振綫寬為

$$\Delta H(\omega_{ex}) = \frac{2\Gamma^{(1)}(\omega_{ex})}{\gamma} = \frac{V}{2\pi\gamma} \int_0^{\theta_{ex}} \left\{ |\xi(\mathbf{k})|^2 k^2 \frac{dk}{d\omega_{2\mathbf{k}}} \right\}_{\omega_{2\mathbf{k}}=\omega_{ex}} \sin \theta_{\mathbf{k}} d\theta_{\mathbf{k}}; \quad (50)$$

其中下標 $\omega_{1\mathbf{k}} = \omega_f$ 和 $\omega_{2\mathbf{k}} = \omega_{ex}$ 表示大括弧中的 k 分別取由此二方程所解出的值， θ_f 和 θ_{ex} 分別為在 $\omega_{1\mathbf{k}} = \omega_f$ 和 $\omega_{2\mathbf{k}} = \omega_{ex}$ 中令 $k \rightarrow 0$ 所解出的 $\theta_{\mathbf{k}}$ 值 (當解得的 $\sin^2 \theta_{\mathbf{k}} \leq 1$ 時) 或 $\frac{\pi}{2}$ (當解得的 $\sin^2 \theta_{\mathbf{k}} > 1$ 時)， γ 為旋磁比，即 $\gamma = \frac{2\beta}{\hbar}$ 。這裡我們沒有仔細地考慮二次點陣上離子的 Landé 因子的不同對旋磁比的影響，因為這種影響是較小的。

我們限于討論只在第一個次點陣上有雜質離子的情形，即 $s'_j = s_2$ ，則(38)中的 $\mu(\mathbf{k})$ 可寫成

$$\mu(\mathbf{k}) = -\frac{2}{N\hbar} \sum_{(i,j)} J'_{ij} (\sqrt{s'_i} X_0 + \sqrt{s_2} S_0) (\sqrt{s_2} S_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i} + \sqrt{s'_i} X_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_j}). \quad (51)$$

考慮到(22)中的 S_0 和 X_0 有關係

$$\sqrt{s_2} S_0 = -\sqrt{s_1} X_0, \quad (52)$$

因此只有 i 為雜質離子的項才對 $\mu(\mathbf{k})$ 有貢獻。注意到(51)中的 $\mathbf{r}_j = \mathbf{r}_i + \delta$ ，並設有 n 種雜質原子無序分布在 B 位，則

$$\mu(\mathbf{k}) = \sum_{l=1}^n \frac{J'_l Z \sqrt{s_1 s_2}}{\hbar} \left(1 - \sqrt{\frac{s_1^{(l)}}{s_1}} \right) X_0 \left(1 - \sqrt{\frac{s_1^{(l)}}{s_1}} \gamma_{\mathbf{k}} \right) S_{\mathbf{k}} \rho_l(\mathbf{k}), \quad (53)$$

其中 $s_1^{(l)}$ 是第 l 種雜質離子的自旋； J'_l 是第 l 種雜質離子與相鄰的第二個次點陣上的離子間的交換積分；

$$\gamma_{\mathbf{k}} = \frac{1}{Z} \sum_{\delta} e^{i\mathbf{k}\cdot\delta}; \quad (54)$$

$$\rho_l(\mathbf{k}) = \frac{2}{NC_l} \sum_i^l e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i}, \quad (55)$$

\sum_i^l 表示對 i 的求和限于第 l 種雜質離子； C_l 是第 l 種雜質離子對第一個次點陣而言的

浓度。利用磁离子完全无序分布时的关系:

$$|\rho_l(\mathbf{k})|^2 = \frac{2}{NC_l}, \quad \rho_l(\mathbf{k})\rho_{l'}^*(\mathbf{k})_{(l \neq l')} = 0, \quad (56)$$

得

$$|\mu(\mathbf{k})|^2 = \sum_{l=1}^n 2C_l \frac{J_l'^2 Z^2 s_1 s_2}{N\hbar^2} \frac{s_1 s_2}{(s_1 - s_2)^2} \left(1 - \sqrt{\frac{s_1^{(l)}}{s_1}}\right)^2 \left(1 - \sqrt{\frac{s_1^{(l)}}{s_1}} \gamma_{\mathbf{k}}\right)^2 \frac{\Delta_s^2(\mathbf{k})}{\Delta_s^2(\mathbf{k}) - |\Delta_T(\mathbf{k})|^2}. \quad (57)$$

二次点陣上离子的 Landé 因子的不同对一致共振綫寬的影响是很小的,所以在計算一致共振綫寬时略去 g_1 与 g_2 之差别,使得計算簡單些。利用(20)和(11),求出 $\frac{dk}{d\omega_{1\mathbf{k}}}$ 并解出 k 来,将它們和(57)一起代入(49),并令 $g_1 = g_2 = g$, 化簡后得到

$$\Delta H(\omega_f) = \sum_{l=1}^n \Delta H_l(\omega_f). \quad (58)$$

其中 $\Delta H_l(\omega_f)$ 为第 l 种杂质离子对一致共振綫寬的貢獻,其表达式为

$$\begin{aligned} \Delta H_l(\omega_f) &= \frac{V}{Na^3} \frac{C_l}{8\pi} \frac{J_l'^2 Z^2 s_1 s_2}{g^2 \beta^2} \frac{1}{H_e^{3/2}} \left(1 - \sqrt{\frac{s_1^{(l)}}{s_1}}\right)^2 \left(\frac{\sqrt{s_1 s_2}}{s_1 - s_2}\right)^{\frac{1}{2}} \sqrt{4\pi M} \frac{\omega_f}{\gamma 4\pi M} \times \\ &\times \int_0^{\theta_f} d\theta_{\mathbf{k}} \sin \theta_{\mathbf{k}} \left(1 - \sqrt{\frac{s_1^{(l)}}{s_1}} \gamma_{\mathbf{k}_f}\right)^2 \frac{\Delta_s^2(\mathbf{k}_f)}{\Delta_s^2(\mathbf{k}_f) - |\Delta_T(\mathbf{k}_f)|^2} \times \\ &\times \left(2 \frac{H_l}{4\pi M} n_l + n_l^2 - \frac{H_l}{4\pi M} \sin^2 \theta_{\mathbf{k}}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{H_l}{4\pi M} + \frac{1}{2} \sin^2 \theta_{\mathbf{k}}\right)^{-3/2}, \quad (59) \end{aligned}$$

其中 \mathbf{k}_f 为其模由方程 $\omega_{1\mathbf{k}} = \omega_f$ 确定的波矢, $n_l = \frac{N_l}{4\pi}$.

类似地,可得到

$$\Delta H(\omega_{ex}) = \sum_{l=1}^n \Delta H_l(\omega_{ex}); \quad (60)$$

其中 $\Delta H_l(\omega_{ex})$ 为第 l 种杂质离子对交換共振綫寬的貢獻,其表达式为

$$\begin{aligned} \Delta H_l(\omega_{ex}) &= \frac{V}{Na^3} \frac{C_l}{32\pi} \frac{J^2 Z^2 s_1 s_2}{\beta^2 H_e^{3/2}} \left(\frac{s_1 - s_2}{\sqrt{s_1 s_2}}\right)^3 \sqrt{\frac{s_2}{s_1}} |g_1 - g_2| \frac{\sqrt{4\pi M_1}}{\sqrt{g_1}} \times \\ &\times \int_0^{\theta_{ex}} d\theta_{\mathbf{k}} \sin \theta_{\mathbf{k}} \sqrt{n_l - \frac{1}{2} \sin^2 \theta_{\mathbf{k}}} \alpha_l(\mathbf{k}_{ex}), \quad (61) \end{aligned}$$

其中

$$\alpha_l(\mathbf{k}) = \frac{1}{(s_1 - s_2)^4} \left[(s_1 - s_2)(s_1 \gamma_{\mathbf{k}} - s_2) - \frac{J_l'}{J} (\sqrt{s_1 s_1^{(l)}} - s_2) (\sqrt{s_1 s_1^{(l)}} \gamma_{\mathbf{k}} - s_2) \right]^2, \quad (62)$$

\mathbf{k}_{ex} 为其模由方程 $\omega_{2\mathbf{k}} = \omega_{ex}$ 确定的波矢。

考虑到通常实验条件下 $\frac{H}{4\pi M} \gtrsim 1$, 由(24),(11)和(20)可得

$$\Delta_s(\mathbf{k}_f) \gtrsim 16\pi J^2 Z^2 s_1 (s_1 - s_2) g \beta M \left(5n_l + \frac{1}{2} \sin^2 \theta_{\mathbf{k}}\right),$$

$$\sin^2 \theta_{\mathbf{k}} \leq \sin^2 \theta_f = 2n_l + \frac{n_l^2}{H_l/4\pi M} \lesssim 2.5n_l,$$

因此

$$\frac{|\Delta_T(\mathbf{k}_f)|}{\Delta_S(\mathbf{k}_f)} \lesssim \frac{0.5}{5 \frac{n_i}{\sin^2 \theta_k} + 0.5} \lesssim \frac{1}{\frac{10n_i}{2.5n_i} + 1} = \frac{1}{5},$$

$$1 \leq \frac{\Delta_S^2(\mathbf{k}_f)}{\Delta_S^2(\mathbf{k}_f) - |\Delta_T(\mathbf{k}_f)|^2} \lesssim \frac{1}{1 - \left(\frac{1}{5}\right)^2} = 1.04.$$

若取

$$\frac{\Delta_S^2(\mathbf{k}_f)}{\Delta_S^2(\mathbf{k}_f) - |\Delta_T(\mathbf{k}_f)|^2} = 1, \quad (63)$$

則誤差不超過 4%。

因為

$$ak_f \approx \frac{1}{2H_e^{1/2}} \sqrt{4\pi M} \left(\frac{s_1 - s_2}{\sqrt{s_1 s_2}} \right)^{3/2} \lesssim 3 \times 10^{-2},$$

所以

$$\gamma_{\mathbf{k}_f} = 1. \quad (64)$$

利用近似式(63)和(64), 並注意到對於圖 1 所示的晶體 $\frac{V}{Na^3} = \frac{1}{2}$, (59)可化簡為

$$\Delta H_i(\omega_f) = \frac{C_l J_l'^2 Z^2 s_1 s_2}{2\pi 4\beta^2 H_e^{3/2}} \frac{1}{H_e^{3/2}} \left(1 - \sqrt{\frac{s_1^{(j)}}{s_1}}\right)^4 \left(\frac{\sqrt{s_1 s_2}}{s_1 - s_2}\right)^{3/2} \sqrt{4\pi M} I\left(n_i, \frac{H}{4\pi M}\right), \quad (65)$$

其中

$$I\left(n_i, \frac{H}{4\pi M}\right) = \frac{\omega_f}{\gamma 4\pi M} \int_0^{\theta_f} d\theta_k \sin \theta_k \left(2 \frac{H_i}{4\pi M} n_i + n_i^2 - \frac{H_i}{4\pi M} \sin^2 \theta_k\right)^{3/2} \times$$

$$\times \left(\frac{H_i}{4\pi M} + \frac{1}{2} \sin^2 \theta_k\right)^{-3/2}. \quad (66)$$

在以上的計算中用了(11)–(13), 所以結果只適用於旋轉橢球亞鐵磁體。對旋轉橢球樣品有

$$\frac{H_i}{4\pi M} = \frac{H}{4\pi M} - 1 + 2n_i. \quad (67)$$

由數字計算得到的 I 隨 n_i 和 $\frac{H}{4\pi M}$ 變化的曲線如圖 2 所示。

$$\text{因為 } ak_{cx} \approx \frac{1}{2H_e^{1/2}} |g_1 - g_2| \frac{\sqrt{4\pi M_1}}{\sqrt{g_1}} \lesssim 10^{-2},$$

所以有類似於(64)的等式 $\gamma_{\mathbf{k}_{cx}} = 1$ 。注意到(10), (61)可化為

$$\Delta H_i(\omega_{cx}) = \frac{C_l}{\pi} H_e^{1/2} \left(\frac{s_1 - s_2}{\sqrt{s_1 s_2}}\right)^3 \sqrt{\frac{s_2}{s_1}} \alpha_l(0) |g_1 - g_2| \frac{\sqrt{4\pi M_1}}{\sqrt{g_1}} K(n_i), \quad (68)$$

其中

$$K(n_i) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}} [\sqrt{2n_i} - (1 - 2n_i) \ln(1 + \sqrt{2n_i}) + (1 - 2n_i) \ln \sqrt{1 - 2n_i}] =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} I(n_i, \infty). \quad (69)$$

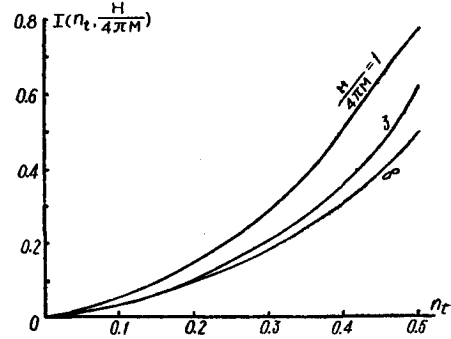


圖 2 積分 $I\left(n_i, \frac{H}{4\pi M}\right)$ 隨參量 $n_i, \frac{H}{4\pi M}$ 的變化。

我們用以上公式來估計反型尖晶石型鐵氧體的綫寬。我們以 B 位的平均自旋作為 s_1 ，為了使我們從簡單模型出發導出的公式能用於尖晶石型鐵氧體，取 s_2 為 A 位離子自旋之半，而 s_1' 為 B 位離子實際自旋。例如對 NiFe_2O_4 ， $s_1 = \frac{7}{4}$ ， $s_2 = \frac{5}{4}$ ，有二分之一（即 $c_{\text{Ni}} = \frac{1}{2}$ ）的 $s_1^{\text{Ni}} = 1$ ，有二分之一（即 $c_{\text{Fe}} = \frac{1}{2}$ ）的 $s_1^{\text{Fe}} = \frac{5}{2}$ 。用分子場理論所得到的公式（推導時只考慮不同次點陣間的分子場作用，略去同一次點陣間的分子場作用）

$$kT_c = -\frac{2}{3} JZ [s_1 s_2 (s_1 + 1)(s_2 + 1)]^{\frac{1}{2}} \quad (70)$$

及(10)算得，其中 T_c 為居里溫度。對球狀樣品，在 $\frac{H}{4\pi M} = 1$ 時算得的結果列於表 1。在計算中，除了 $\text{Li}_{0.5}\text{Fe}_{2.5}\text{O}_4$ 的 $J'_i = 0$ 外，對其他鐵氧體都取了 $J'_i = J$ 。

表 1

鐵 氧 體	T_c K ^[10]	$\frac{4\pi M}{(20^\circ\text{C})}$ 高斯	s_1	s_2	$s_1^{(1)}$	$s_1^{(2)}$	$g_1^{(1)}$	g_2	$\Delta H(\omega_f)$ 奧	$\Delta H(\omega_{ex})$ 奧
NiFe_2O_4	858	3400	$\frac{7}{4}$	$\frac{5}{4}$	1	$\frac{5}{2}$	2.14	2.08	27	16
CoFe_2O_4	793	5300	2	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	2.23	2.08	3	22
CuFe_2O_4	728	1700	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$	2.17	2.08	194	36
$\text{Li}_{0.5}\text{Fe}_{2.5}\text{O}_4^{2)}$	943	3900	$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{4}$	0	—	2.08	2.08	0	0

1) g_1 由取 $g_1\beta$ 等於 B 位上平均磁矩與平均自旋之商而求得， g_2 類似。

2) $\text{Li}_{0.5}\text{Fe}_{2.5}\text{O}_4$ 中 Li 只占 B 位的 25%，故可把 Fe^{2+} 看作基質， Li 看作雜質，所以 s_1 即為 Fe^{2+} 的自旋。

四、討 論

1. 對幾種不同鐵氧體算得的一致共振綫寬差別很大，這是因為 $\Delta H(\omega_f)$ 與 $\left(1 - \sqrt{\frac{s_1'}{s_1}}\right)^4$ 成比例，因此對 $\frac{s_1'}{s_1}$ 很敏感。對 NiFe_2O_4 算得的一致共振綫寬比實驗值大，但數量級相符。目前已知的 NiFe_2O_4 最小綫寬為 9.5 奧^[11]，理論值較大的原因是理論的粗略。對 CoFe_2O_4 ，計算結果表明其他機制對內稟綫寬的貢獻更重要^[12]。對 CuFe_2O_4 ，其綫寬主要是 Cu^{2+} 的貢獻。對 Cu^{2+} ，我們也取了 $J'_i = J$ ，這顯然取大了；而 $\Delta H_f(\omega_f)$ 與 $\left(\frac{J'_i}{J}\right)^2$ 成比例，所以 CuFe_2O_4 的綫寬理論值估計過高了。但 $\frac{J'_i}{J}$ 不能正確估計，因此也不能正確估計其綫寬。

2. 從 (65) 可知，我們以前用等效鐵磁體方法得到的結論仍然成立：非磁性雜質離子和自旋與同一次點陣上基質離子自旋相等的雜質離子對交換作用漲落所引起的一致共振綫寬都沒有貢獻。本文得到的一致共振綫寬隨溫度、磁場、橫向退磁因子變化的趨勢也和文獻[3]中的結果相似。特別當 $n_i \rightarrow 0$ 時， $\Delta H(\omega_f) \rightarrow 0$ 。

3. 兩個次點陣上離子的 Landé 因子之差對交換共振綫寬的影響很大。假如此二

Landé 因子相等，則交換共振頻率位於高頻支自旋波頻譜的下限處（即 $k \rightarrow 0$ 處），所以交換作用漲落不能引起交換共振的綫寬。由文獻 [13] 知，這時實際上測不出交換共振。與一致共振相反，非磁性雜質離子和自旋等於同一次點陣上基質離子自旋的雜質離子都對交換作用漲落引起的交換共振綫寬有貢獻。目前對 YIG 和希土石榴石測得的交換共振綫寬遠大於幾十奧^[14]，所以交換作用漲落似乎不是交換共振綫寬的重要機構，也很難由實驗測出其貢獻。

4. 我們是用一級微擾方法計算綫寬的，這種方法對於反尖晶石型鐵氧體存在同文獻 [3] 同樣的缺點。此外，關於 $\rho_i(\mathbf{k})$ 的計算也和文獻 [3] 中一樣，只適用於低濃度雜質情形。

本工作得到李蔭遠、孟憲振等同志的幫助，特向他們致謝。

附 錄 I

旋轉橢球亞鐵磁樣品的進動方程為

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{M}}_1 &= -\gamma_1 \mathbf{M}_1 \times (\mathbf{H}^i + \lambda \mathbf{M}_2), & \dot{\mathbf{M}}_2 &= -\gamma_2 \mathbf{M}_2 \times (\mathbf{H}^i + \lambda \mathbf{M}_1), \\ \mathbf{H}^i &= [H_0 - N_x(M_1 - M_2)] \mathbf{i}_x - N_i(m_{1x} + m_{2x}) \mathbf{i}_x - N_i(m_{1y} + m_{2y}) \mathbf{i}_y, \end{aligned} \right\} \quad (\text{I.1})$$

其中 $\mathbf{i}_x, \mathbf{i}_y, \mathbf{i}_z$ 為 x, y, z 方向的單位矢量， λ 為分子場係數， γ_1 和 γ_2 為二個次點陣上離子的旋磁比， \mathbf{m}_1 和 \mathbf{m}_2 是二個次點陣的磁化強度的交變部分。將 (I.1) 綫性化，得

$$\left. \begin{aligned} i\omega m_{1x} &+ A^{(1)} m_{1y} + B^{(1)} m_{2y} = 0, \\ i\omega m_{2x} &+ B^{(2)} m_{1y} + A^{(2)} m_{2y} = 0, \\ A^{(1)} m_{1x} + B^{(1)} m_{2x} - i\omega m_{1y} &= 0, \\ B^{(2)} m_{1x} + A^{(2)} m_{2x} - i\omega m_{2y} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (\text{I.2})$$

其中

$$\left. \begin{aligned} A^{(1)} &= \gamma_1(H_i - \lambda M_2 + N_i M_1), & B^{(1)} &= -\gamma_1(\lambda - N_i) M_1, \\ A^{(2)} &= \gamma_2(H_i + \lambda M_1 - N_i M_2), & B^{(2)} &= \gamma_2(\lambda - N_i) M_2. \end{aligned} \right\} \quad (\text{I.3})$$

由其係數行列式為零，得方程

$$\omega^2 \mp (A^{(1)} + A^{(2)})\omega + (A^{(1)}A^{(2)} - B^{(1)}B^{(2)}) = 0. \quad (\text{I.4})$$

ω_f 和 ω_{ex} 即是此二方程之正根。

另一方面，把 (5) 中 $k = 0$ 部分作變換 (14) 後，得到決定 ω_f 和 ω_{ex} 的方程為

$$\begin{vmatrix} A_0 - \hbar\omega & C_0 & E_0 & F_0 \\ C_0 & A_0 + \hbar\omega & F_0 & E_0 \\ E_0 & F_0 & B_0 + \hbar\omega & D_0 \\ F_0 & E_0 & D_0 & B_0 - \hbar\omega \end{vmatrix} = 0. \quad (\text{I.5})$$

令 $C_0 = D_0 = F_0 = 0$ ，則 (I.5) 化為

$$(\hbar\omega)^2 \mp (A_0 - B_0)(\hbar\omega) + (E_0^2 - A_0B_0) = 0. \quad (\text{I.6})$$

比較 (I.4) 和 (I.6)，得

$$A_0 = \hbar A^{(1)}, \quad B_0 = -\hbar A^{(2)}, \quad E_0 = \hbar \sqrt{-B^{(1)}B^{(2)}}. \quad (\text{I.7})$$

比較文獻 [4] 中結果和本文 $k \approx 0$ 時得到的結果知

$$\lambda = \frac{2JZs_1}{g_2\beta M_1} + \frac{4\pi}{3}, \quad (\text{I.8})$$

因此,由(I.3)和(I.7)可得到(13).

由(I.6)解出 ω ,对 $\frac{4\pi M}{H_l}$ 展开且只保留头二项,即得(11)和(12).

附 录 II

設(5)經過变换(14)后即对角化,則應該有^[15]

$$\dot{\alpha}_{\mathbf{k}} = -i\omega_{1\mathbf{k}}\alpha_{\mathbf{k}}, \quad \dot{\alpha}_{\mathbf{k}}^{\dagger} = i\omega_{1\mathbf{k}}\alpha_{\mathbf{k}}^{\dagger}, \quad \dot{\beta}_{\mathbf{k}} = -i\omega_{2\mathbf{k}}\beta_{\mathbf{k}}, \quad \dot{\beta}_{\mathbf{k}}^{\dagger} = i\omega_{2\mathbf{k}}\beta_{\mathbf{k}}^{\dagger}. \quad (\text{II.1})$$

另一方面,由(5)得到 $a_{\mathbf{k}}, a_{\mathbf{k}}^{\dagger}, b_{\mathbf{k}}, b_{\mathbf{k}}^{\dagger}$ 的运动方程为

$$\left. \begin{aligned} \dot{a}_{\mathbf{k}} &= -\frac{i}{\hbar} A_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}} - \frac{i}{\hbar} C_{\mathbf{k}}^* a_{-\mathbf{k}}^{\dagger} - \frac{i}{\hbar} E_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}}^{\dagger} - \frac{i}{\hbar} F_{\mathbf{k}}^* b_{-\mathbf{k}}, \\ \dot{a}_{\mathbf{k}}^{\dagger} &= \frac{i}{\hbar} A_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^{\dagger} + \frac{i}{\hbar} C_{\mathbf{k}} a_{-\mathbf{k}} + \frac{i}{\hbar} E_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}} + \frac{i}{\hbar} F_{\mathbf{k}} b_{-\mathbf{k}}^{\dagger}, \\ \dot{b}_{\mathbf{k}} &= -\frac{i}{\hbar} B_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}} - \frac{i}{\hbar} D_{\mathbf{k}}^* b_{-\mathbf{k}}^{\dagger} - \frac{i}{\hbar} E_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^{\dagger} - \frac{i}{\hbar} F_{\mathbf{k}} a_{-\mathbf{k}}, \\ \dot{b}_{\mathbf{k}}^{\dagger} &= \frac{i}{\hbar} B_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}}^{\dagger} + \frac{i}{\hbar} D_{\mathbf{k}} b_{-\mathbf{k}} + \frac{i}{\hbar} E_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}} + \frac{i}{\hbar} F_{\mathbf{k}}^* a_{-\mathbf{k}}^{\dagger}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.2})$$

将(14)代入(II.2)并利用(II.1),可得到一組 $\alpha_{\mathbf{k}}, \alpha_{\mathbf{k}}^{\dagger}, \beta_{\mathbf{k}}$ 和 $\beta_{\mathbf{k}}^{\dagger}$ 的代数方程,此方程显然應該是恆等式.由方程二边的 $\alpha_{\mathbf{k}}, \alpha_{\mathbf{k}}^{\dagger}, \beta_{\mathbf{k}}, \beta_{\mathbf{k}}^{\dagger}$ 的系数分別相等,并注意 $\omega_{1\mathbf{k}}$ 和 $\omega_{2\mathbf{k}}$ 應該是实数,得到以下二方程組:

$$\left. \begin{aligned} (A_{\mathbf{k}} - \hbar\omega_{1\mathbf{k}})S_{\mathbf{k}} + C_{\mathbf{k}}^* T_{\mathbf{k}}^* + E_{\mathbf{k}} X_{\mathbf{k}}^* + F_{\mathbf{k}}^* W_{\mathbf{k}} &= 0, \\ C_{\mathbf{k}} S_{\mathbf{k}} + (A_{\mathbf{k}} + \hbar\omega_{1\mathbf{k}})T_{\mathbf{k}}^* + F_{\mathbf{k}} X_{\mathbf{k}}^* + E_{\mathbf{k}} W_{\mathbf{k}} &= 0, \\ E_{\mathbf{k}} S_{\mathbf{k}} + F_{\mathbf{k}}^* T_{\mathbf{k}}^* + (B_{\mathbf{k}} + \hbar\omega_{1\mathbf{k}})X_{\mathbf{k}}^* + D_{\mathbf{k}} W_{\mathbf{k}} &= 0, \\ F_{\mathbf{k}} S_{\mathbf{k}} + E_{\mathbf{k}} T_{\mathbf{k}}^* + D_{\mathbf{k}}^* X_{\mathbf{k}}^* + (B_{\mathbf{k}} - \hbar\omega_{1\mathbf{k}})W_{\mathbf{k}} &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.3})$$

$$\left. \begin{aligned} (A_{\mathbf{k}} - \hbar\omega_{2\mathbf{k}})U_{\mathbf{k}} + C_{\mathbf{k}}^* V_{\mathbf{k}}^* + E_{\mathbf{k}} Z_{\mathbf{k}}^* + F_{\mathbf{k}} Y_{\mathbf{k}} &= 0, \\ C_{\mathbf{k}} U_{\mathbf{k}} + (A_{\mathbf{k}} + \hbar\omega_{2\mathbf{k}})V_{\mathbf{k}}^* + F_{\mathbf{k}} Z_{\mathbf{k}}^* + E_{\mathbf{k}} Y_{\mathbf{k}} &= 0, \\ E_{\mathbf{k}} U_{\mathbf{k}} + F_{\mathbf{k}}^* V_{\mathbf{k}}^* + (B_{\mathbf{k}} + \hbar\omega_{2\mathbf{k}})Z_{\mathbf{k}}^* + D_{\mathbf{k}} Y_{\mathbf{k}} &= 0, \\ F_{\mathbf{k}} U_{\mathbf{k}} + E_{\mathbf{k}} V_{\mathbf{k}}^* + D_{\mathbf{k}}^* Z_{\mathbf{k}}^* + (B_{\mathbf{k}} - \hbar\omega_{2\mathbf{k}})Y_{\mathbf{k}} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.4})$$

以上还用了

$$\omega_{1\mathbf{k}} = \omega_{1,-\mathbf{k}}, \quad \omega_{2\mathbf{k}} = \omega_{2,-\mathbf{k}} \quad (\text{II.5})$$

的假定.由后面算得的结果很易验证此假设确实成立.(II.3)和(II.4)表明, $\omega_{1\mathbf{k}}$ 和 $\omega_{2\mathbf{k}}$ 为(18)的二个正根.

由(II.3)的头三个方程和(II.4)的末三个方程得

$$\left. \begin{aligned} T_{\mathbf{k}}^* &= -\frac{\Delta_T(\mathbf{k})}{\Delta_S(\mathbf{k})} S_{\mathbf{k}}, \quad X_{\mathbf{k}}^* = -\frac{\Delta_X(\mathbf{k})}{\Delta_S(\mathbf{k})} S_{\mathbf{k}}, \quad W_{\mathbf{k}} = -\frac{\Delta_W(\mathbf{k})}{\Delta_S(\mathbf{k})} S_{\mathbf{k}}, \\ U_{\mathbf{k}} &= -\frac{\Delta_U(\mathbf{k})}{\Delta_Y(\mathbf{k})} Y_{\mathbf{k}}, \quad V_{\mathbf{k}}^* = -\frac{\Delta_V(\mathbf{k})}{\Delta_Y(\mathbf{k})} Y_{\mathbf{k}}, \quad Z_{\mathbf{k}}^* = -\frac{\Delta_Z(\mathbf{k})}{\Delta_Y(\mathbf{k})} Y_{\mathbf{k}}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.6})$$

同时,将(14)代入互易关系 $[a_{\mathbf{k}}, a_{\mathbf{k}}^{\dagger}] = 1$ 及 $[b_{\mathbf{k}}, b_{\mathbf{k}}^{\dagger}] = 1$,并考虑到 $\alpha_{\mathbf{k}}, \alpha_{\mathbf{k}}^{\dagger}, \beta_{\mathbf{k}}$ 和 $\beta_{\mathbf{k}}^{\dagger}$ 为 Bose 算符,得到

$$|S_{\mathbf{k}}|^2 - |T_{\mathbf{k}}|^2 + |U_{\mathbf{k}}|^2 - |V_{\mathbf{k}}|^2 = 1, \quad |W_{\mathbf{k}}|^2 - |X_{\mathbf{k}}|^2 + |Y_{\mathbf{k}}|^2 - |Z_{\mathbf{k}}|^2 = 1. \quad (\text{II.7})$$

这里用了 $S_{-\mathbf{k}}, T_{-\mathbf{k}}, U_{-\mathbf{k}}, V_{-\mathbf{k}}, W_{-\mathbf{k}}, X_{-\mathbf{k}}, Y_{-\mathbf{k}}, Z_{-\mathbf{k}}$ 分別等于 $S_{\mathbf{k}}, T_{\mathbf{k}}, U_{\mathbf{k}}, V_{\mathbf{k}}, W_{\mathbf{k}}, X_{\mathbf{k}}, Y_{\mathbf{k}}, Z_{\mathbf{k}}$ 的結果, 此結果很易从 (II.3) 及 (II.4) 推出, 只要注意到 $A_{-\mathbf{k}}, B_{-\mathbf{k}}, C_{-\mathbf{k}}, D_{-\mathbf{k}}, E_{-\mathbf{k}}, F_{-\mathbf{k}}$ 分別等于 $A_{\mathbf{k}}, B_{\mathbf{k}}, C_{\mathbf{k}}, D_{\mathbf{k}}, E_{\mathbf{k}}, F_{\mathbf{k}}$ [从(8)立即可得到] 及 (II.5), 并用以下 $S_{\mathbf{k}}$ 和 $Y_{\mathbf{k}}$ 可选为实量的結論. 将 (II.6) 代入 (II.7), 可解得 $|S_{\mathbf{k}}|$ 及 $|Y_{\mathbf{k}}|$. 选取适当幅角使 $S_{\mathbf{k}}$ 和 $Y_{\mathbf{k}}$ 为实量, 代入 (II.6) 得 $T_{\mathbf{k}}^*, X_{\mathbf{k}}^*, W_{\mathbf{k}}, U_{\mathbf{k}}, V_{\mathbf{k}}^*$ 和 $Z_{\mathbf{k}}^*$ 各量, 結果就是 (15) 和 (16) 所給出者.

$a_{\mathbf{k}}, b_{\mathbf{k}}, \alpha_{\mathbf{k}}, \beta_{\mathbf{k}}$ 等都是 Bose 算符. 将 (14) 代入对易关系 $[a_{\mathbf{k}}, a_{\mathbf{k}'}] = 0, [b_{\mathbf{k}}, b_{\mathbf{k}'}] = 0, [a_{\mathbf{k}}, b_{\mathbf{k}'}]_{(\mathbf{k} \neq \mathbf{k}')} = 0, [a_{\mathbf{k}}, b_{\mathbf{k}}^{\dagger}]_{(\mathbf{k} \neq \mathbf{k}')} = 0, [a_{\mathbf{k}}, a_{\mathbf{k}}^{\dagger}]_{(\mathbf{k} \neq \mathbf{k}')} = 0$ 及 $[b_{\mathbf{k}}, b_{\mathbf{k}}^{\dagger}]_{(\mathbf{k} \neq \mathbf{k}')} = 0$, 很易驗証它們恆成立. 由对易关系 $[a_{\mathbf{k}}, b_{\mathbf{k}}^{\dagger}] = 0$ 和 $[a_{\mathbf{k}}, b_{\mathbf{k}}] = 0$ 得到二个附加的方程

$$S_{\mathbf{k}}W_{\mathbf{k}}^* - T_{\mathbf{k}}X_{\mathbf{k}}^* + U_{\mathbf{k}}Y_{\mathbf{k}}^* - V_{\mathbf{k}}Z_{\mathbf{k}}^* = 0, \quad S_{\mathbf{k}}X_{\mathbf{k}} - T_{\mathbf{k}}W_{\mathbf{k}} + U_{\mathbf{k}}Z_{\mathbf{k}} - V_{\mathbf{k}}Y_{\mathbf{k}} = 0. \quad (\text{II.8})$$

将 (23) 代入 (II.8), 很易驗証它們恆成立.

所以当作变换 (14) 后, 方程 (5) 即化为 (19).

参 考 文 献

- [1] Van Kranendonk, J. and Van Vleck, J. H., *Revs. Mod. Phys.*, **30** (1958), 1.
- [2] Clogston, A. M., Suhl, H., Walker, L. R. and Anderson, P. W., *J. Phys. Chem. Solids*, **1** (1956), 129.
- [3] 許政一, 物理学报, **20** (1964), 297.
- [4] Morgenthaler, F. R., *Phys. Rev. Lett.*, **11** (1963), 69.
- [5] Holstein, T. and Primakoff, H., *Phys. Rev.*, **58** (1940), 1098.
- [6] Пу Фу-Чо (蒲富格) и Мэн Сянь-Чжень (孟宪振), *ФТТ*, **4** (1962), 2141.
- [7] Walker, L. R., *Phys. Rev.*, **105** (1957), 390.
- [8] 李荫远、方励之、顾世杰, 物理学报, **19** (1963), 599.
- [9] Бонч-Бруевич, В. Л. и Тябликов, С. В., Метод функций гринна в статистической механике, 1961.
- [10] Smit, J. and Wijn, H. P. J., *Ferrites*, 1959.
- [11] Генделев, С. Ш., Лаповок, Б. Л. и Рубинштейн, Б. Е., *ФТТ*, **5** (1960), 3037.
- [12] Hass, C. W. and Callen, H. B., *Phys. Rev.*, **122** (1961), 59.
- [13] Kaplan, J. and Kittel, C., *J. Chem. Phys.*, **21** (1953), 760.
- [14] Sievers, III, A. J. and Tinkham, M., *Phys. Rev.*, **124** (1961), 321; *J. Appl. Phys.*, **34** No. 4, Part 2 (1963), 1235; Richards, P. L., *ibid.*, (1963), 1237.
- [15] Ахнезер, А. И., Барьяхтар, В. Г. и Каганов, М. И., *УФН*, **71** (1960), 533.

ON THE RESONANCE LINE WIDTH OF FERRIMAGNETICS CAUSED BY IMPURITY SCATTERING

Hsü DSEN-1

ABSTRACT

In this work, it has been found for an ellipsoid of a ferrimagnetic with two equivalent sublattices of unlike ions that the frequency spectrum of spin waves consists of two branches and in each of them the dependence of frequency on the wave vector is similar to the spin wave spectrum of a ferromagnetic ellipsoid. Based on this spectrum and the scattering mechanism of spin waves due to the fluctuation of exchange interactions, calculations have been made for the line width of the uniform resonance and that of the exchange resonance. For the former the conclusions obtained by using the model of an equivalent ferromagnetic are still valid; i.e. nonmagnetic impurity ions and the impurity ions whose spins equal to that of the matrix ion on the same sublattice have no effect on the line width of uniform resonance. However, the impurity ions of both these kinds should give rise to the line width of exchange resonance. There exists a large difference in the line width of uniform resonance estimated for various ferrites by making use of our simplified model of ferrimagnetism. Quite probably the fluctuation of the exchange interactions is the main cause of the line width of uniform resonance in a number of ferrites. The exchange resonance line width caused by this mechanism are estimated for ferrites generally of the order of several tens in the oersted.