

关于弱相互作用 SU_3 对称性的一点注記*

王永丰 李華鍾

(中山大学物理系)

最近 Cabibbo 提出了弱相互作用过程的一个新的思想^[1,2]。Cabibbo 理论能够很好地解释重粒子的轻子衰变 $\Delta S = 0$ 和 $\Delta S = \Delta Q$ 等过程。大家知道, 如果假设弱相互作用耦合常数的普适性, 则 $\Delta S = \Delta Q$ 重粒子的轻子衰变过程几率的理论值比实验大 20 倍以上^[3]。这样大的偏差不是强相互作用或其他因素的贡献所能解释的, 放弃了普适耦合常数后, 则不能理解为什么 $\Delta S = 0$ 和 $\Delta S = \Delta Q$ 过程相互作用的差异。Cabibbo 理论正是能出色地消除上述困难。这个理论用较弱的普适性代替上述较强的普适性, 这新的普适性是弱相互作用可能存在的对称性的反映。同时, 它也恰好能消除计及辐射修正后 μ 衰变矢量耦合常数同中子 β 衰变矢量耦合常数之间 2% 左右的差异^[4]。Cabibbo 理论假设重粒子的弱流是 SU_3 羣的 8 维表示, 矢量部分同电磁作用流属于同一个 8 维表示, 轴矢部分属于另一 8 维表示。强作用粒子弱流的么正空间相对于强作用粒子所填入的么正空间差一个转动, 转动的“角度”是普适参数。

本文想指出 CPT 变换对么正对称 SU_3 的 8 维表示空间中物理上容许的转动的限制, 并指出 Cabibbo 理论是么正空间转动中符合物理上不变性要求的唯一形式。

首先, 我们注意到在 SU_3 羣的 8 维表示空间中, 能够保持电荷守恒的最普遍转动(对重粒子弱流而言, 是保持 ΔQ 不变的转动)的转动算符是

$$R = e^{i(\alpha\lambda_6 + \beta\lambda_7)}, \quad (1)$$

其中 λ_6, λ_7 是 Gell-Mann^[5] 所定义的 SU_3 羣的生成元。这种转动曾经由 d'Espagnat 和 Prentki 讨论过^[6]。Cabibbo 理论即相当于 $\alpha = 0$ 。Cabibbo 已注意到, 他所采用的转动 $R'' = e^{i\beta\lambda_7}$ 是 CP 不变的^[2]。我们指出, CP 不变性的要求只能使我们挑选 $R' = e^{i\alpha\lambda_6}$ 或者 $R'' = e^{i\beta\lambda_7}$ 。 CP 不变性排除了 $R = e^{i(\alpha\lambda_6 + \beta\lambda_7)}$ 的转动形式, 但是不能决定应该用 R' 还是用 R'' 。

在粒子-反粒子共轭变换下, 由于奇异量子数和重粒子数变一符号,

$$\left. \begin{aligned} E_1 &\longleftrightarrow E_{-1}, \\ E_2 &\longleftrightarrow E_{-2}, \\ E_3 &\longleftrightarrow -E_{-3}, \\ H_1 &\longleftrightarrow -H_1, \\ H_2 &\longleftrightarrow -H_2. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

E, H 等是 Behrends 等^[7]所定的 SU_3 羣生成元。相应地,

* 1964 年 8 月 27 日收到; 1965 年 2 月 12 日收到修改稿。

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &\longleftrightarrow \lambda_1, \\ \lambda_2 &\longleftrightarrow -\lambda_2, \\ \lambda_3 &\longleftrightarrow -\lambda_3, \\ \lambda_4 &\longleftrightarrow \lambda_4, \\ \lambda_5 &\longleftrightarrow -\lambda_5, \\ \lambda_6 &\longleftrightarrow -\lambda_6, \\ \lambda_7 &\longleftrightarrow +\lambda_7, \\ \lambda_8 &\longleftrightarrow -\lambda_8. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

在同一表示中, 宇称变换性是相同的. 因此在 CP 变换下, λ_6 与 λ_7 相差一符号. 但是我们可以任选 λ_6 或者 λ_7 的 CP 特征值为 $+1$. 因为 CP 变换的定义必须保持 SU_3 的李代数结构不变^[2], 即

$$[\lambda_i, \lambda_j] = if_{ijk}\lambda_k$$

必须在 CP 变换下不变. 如设

$$CP\lambda_i(CP)^{-1} = e_i\lambda_i, \quad (4)$$

则

$$\left. \begin{aligned} (e_i e_j e_k - 1)f_{ijk} &= 0, \\ e_i &= \pm 1. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Cabibbo 选用的解为

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= e_4 = e_7 = +1, \\ e_2 &= e_3 = e_5 = e_6 = e_8 = -1, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

使 λ_7 有 $CP = +1$, 于是 λ_6 的 $CP = -1$.

我们同样可以选(5)式的另一种解:

$$\left. \begin{aligned} e_2 &= e_4 = e_6 = +1, \\ e_1 &= e_3 = e_5 = e_7 = e_8 = -1, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

使 λ_6 有 $CP = +1$, 而对于 λ_7 , $CP = -1$.

我们进一步指出, 如考虑时间反演不变性, 则只有 $R'' = e^{i\beta\lambda_7}$ 能保持弱相互作用哈密顿量的 T 不变性, 而 $R' = e^{i\alpha\lambda_6}$ 导致弱相互作用哈密顿量不能满足 T 不变性. 证明的方法是直接计算重粒子的弱流

$$J_\mu = U^{-1}(j_\mu^{(0)} + g_\mu^{(0)})U, \quad (8)$$

$j_\mu^{(0)}, g_\mu^{(0)}$ 是 $\Delta S = 0$ 的矢量和轴矢量弱流. $j^{(0)} = j_1 + ij_2$, $g^{(0)} = g_1 + ig_2$.

如令

$$U = e^{i\alpha\lambda_6}, \quad (9)$$

则利用 SU_3 李代数的对易关系, 可得 j_1, j_2 同 λ_6, λ_7 的对易关系, 然后通过代数计算可得

$$J_\mu = \cos\alpha(j_\mu^{(0)} + g_\mu^{(0)}) + i\sin\alpha(j_\mu^{(1)} + g_\mu^{(1)}), \quad (10)$$

$j^{(1)}, g^{(1)}$ 为 $\Delta S = \Delta Q = 1$ 的矢量和轴矢弱流. $j^{(1)} = j_4 + ij_5$, j_i 的变换性如同 λ_i .

显然, 时间反演不变要求哈密顿的耦合常数必须是实数, 则(10)式被排除.

如取 $U = e^{i\beta\lambda_7}$, 则如众所周知

$$J_\mu = \cos\beta(j_\mu^{(0)} + g_\mu^{(0)}) + \sin\beta(j_\mu^{(1)} + g_\mu^{(1)}),$$

这是 Cabibbo 所设的重粒子弱流。

由此可见,时间反演不变性给出了 $e^{i\beta\lambda_7}$ 是 8 维表示空间唯一可允许的转动。

作者感谢郭硕鸿,罗蓓玲同志的讨论,感谢陈启洲同志,由于他的建议,使作者对弱作用对称性问题感到兴趣。

参 考 文 献

- [1] Cabibbo, N., *Phys. Rev. Letters*, **10** (1963), 531.
- [2] Cabibbo, N., *Phys. Rev. Letters*, **12**(1964), 62.
- [3] Ely, R. P., et al., *Phys. Rev.*, **131** (1963), 868. Murphy, C. T., *Phys. Rev.*, **B134** (1964), 189.
- [4] Wu, C. S., *Rev. Mod. Phys.*, **36** (1964), 618. Sakurai, J. J., *Phys. Rev. Letters*, **12** (1964), 79.
- [5] Gell-Mann, M., *Phys. Rev.*, **125** (1962), 1067.
- [6] D'Espagnat, B., Prentki, J., *Nuovo Cimento*, **24** (1962), 497.
- [7] Behrends, R. E., et al., *Rev. Mod. Phys.*, **34** (1962), 1.