

强光与自由电子的相互作用——半导体 中载流子的多光子过程*

霍 裕 平

提 要

本文讨论了半导体中载流子与 laser 光的相互作用。把电子运动分成带内运动与带间跃迁两部分后,我们证明了在强光下,电子在带内运动的状态仍可用准动量 \mathbf{p} 来标志,但不再是通常的稳定态,波函数中包含一个描述强迫运动的因子。进一步以带间跃迁或其他带内过程作为微扰,由于在跃迁过程中强迫运动部分也改变,因此伴随着有多光子的吸收或发射。

根据一般的讨论,我们计算了由电声子作用引起的自由载流子吸收及由价带到导带的直接多光子跃迁的吸收系数。粗略估计表明,在一些材料中,上述过程引起的双光子吸收是可以被观察到的,特别是 Ge 中的直接双光子吸收。我们还指出,利用一束 laser 光射到晶体上后,可以在红外区域看到激子吸收线,从而提高了分辨率,并具体地分析了 CdSe 中激子吸收的情况。

一、引 言

长期以来,由于在所有情况下所涉及的光强度都很弱,因此人们用量子论来处理电磁辐射场与物质的相互作用时,一般都只取一级微扰项(相当于只讨论单光子过程)。但是,最近利用光受激发射器(laser)^[1]可以产生非常强的单色光(频宽小于相应吸收线的自然宽度;经过聚焦后,能流密度可以达到 100 兆瓦/厘米²以上),因而介质中的非线性光学效应就开始引起人们的注意。Neugenbauer 等^[2]分析了由二级微扰项所得到的结果(主要是针对晶格极化中的二次项所引出的双光子过程);Armstrong 等^[3]讨论了光在非线性极化介质中的传播过程。在实验上也已经观察到了倍频^[4]、差频^[5]与双光子吸收等现象^[7]。

Braunstein^[2]利用二级微扰计算了半导体中电子由价带吸收两个光子到导带上去的几率(以另一个较高的空导带为中间态)。但是,正如作者本人所指出的,实际情况并非全都如此简单。利用 Poynting 公式很容易估计出,当能流密度为 1 兆瓦/厘米²时,相应交变电场中的电场振幅约为 10^4 伏/厘米,磁场为 10^2 高斯。在很多材料中,电子(如 InSb)或轻空穴的有效质量约为 $10^{-2}m_0$ (m_0 为自由电子质量),这时 10^3 高斯的静磁场就足以使载流子量子化的效应(Ландау 能级)非常明显了;而 10^5 伏/厘米的电场也会引起电子状态的改变。这样看来,强光除了引起电子在不同能带间跃迁以外(可能是多光子过程^[2]),还可能使电子在带内的不同能级重新组合。由于 Ландау 能级是一种束缚态,它不能由自由电子出发作有限级微扰得到。因此当处理强光与半导体中载流子相互作用时,在利用微扰论计算单光子、双光子、……过程以前,必须首先讨论自由电子在强光下的行为。

* 1963 年 7 月 26 日收到。

此外,即使直接采用微扰論,也还必须区别不同的过程. 强光可以引起电子在带間跃迁^[2],但也可以使电子在带內的状态改变(自由載流子吸收中的电子光子过程). 前一过程相应的微扰展开参量是 $\frac{aM}{m_0\Delta E c}$ (允許跃迁)或 $\frac{M_1M_2}{\Delta E_1\Delta E_2 c} \frac{ap}{m_0^2}$ (禁戒跃迁); 而后一过程的展开参量却为 $\frac{ap}{m\hbar\omega c}$, 其中 ΔE 是两个能带相对的极值間距离; M 是动量算符的带間矩陣元; \mathbf{p} 是电子在带內的准动量; m 是电子的有效質量; a 是电磁矢势的振幅. 在很多情况下,前者可能比后者小(特別在禁戒跃迁的情况下,而又沒有很靠近的合适的空导带作中間态时,則 $\frac{M_1M_2}{m_0^2\Delta E_1\Delta E_2} \ll \frac{1}{\hbar\omega m}$), 当光很强使得 $\frac{eap}{m\hbar\omega c} \sim 1$ 时,就必须首先較准确地处理电子在带內与光子的作用,然后再用微扰論計算带間跃迁,或其他散射过程.

总之,由于在半导体中載流子是共有的,因而和孤立原子不同(不同能带相应于原子的不同能級),电子还具有反映共有化的带內运动,在分析光子和电子相互作用时,不能不考虑到这点. 如果只限于带內过程,由于光的波长远大于原胞的尺度,有效質量近似还是可以使用的,这样問題的第一步就化为討論自由电子和强光場的耦合.

从表面上看来,問題的提法和强耦合情况下的极化子理論很类似,但实际上却比它远为簡單. 由于 laser 光頻寬很窄,方向性和相干性很强,同时在晶体中康普頓散射可以忽略,而沒有其他作用时电子又不产生自发輻射,因此,可以把光場看成是只有一个自由度的經典場(只含有固定波矢 \mathbf{k} 的光子, $N_{\mathbf{k}} \gg 1$). 此外,当吸收很小时,半导体中自由載流子很少,由于其他类型的作用引起电子或晶格发射的光子数目很少,它們对 laser 光場和电子的影响可以忽略,这样問題就化为去求电子在經典交变場中的运动. 由于光速很大,因此在实际可能的情况下,都可以采用 W. K. B. 近似.

本文主要討論处理强光与載流子相互作用的理論方法,在实际可以达到的光强范围内,我們可以得到任何級光子过程的一般表达式(主要是在能带內完成的多光子过程),其情况多少类似于离子晶体中的多声子过程. 为了簡單起見,在一般計算中,我們采用了簡單的能带模型.

二、自由电子在强交变場中的行为

如前所述,在本节中我們將略去了晶格中其他作用,只限于討論一个質量为 m 的自由电子,在很强的經典交变場作用下,相应的薛定諤方程解的性質. 而在以后几节中,再分析由于其他作用引起电子吸收或发射光子. 所以可以这样作,是因为

1. 在所有可能遇到的实际問題中, laser 光只有很少一部分轉化为其他光子($\mathbf{q} \approx \mathbf{k}$), 这些次光子对电子的作用可以忽略. laser 光場本身完全可以看成是經典場 ($N_{\mathbf{k}} \approx N_{\mathbf{k}} + 1 \gg 1$), 在与电子作用时,光的量子性主要反映在电子可能有的自发輻射及康普頓散射上(如果有誘导輻射的話,則應該包含在所得到的解中).

2. 由于不能同时滿足动量和能量守恆条件,电子的自发輻射是禁戒的(虽然电子在交变場中有加速度 $-e \frac{E}{m} \cos(kz - \omega t)$, E 为电場振幅),这点也可以由以后所得的解中看出. 当然,在晶体中,电子在原子核附近是会产生轆致輻射的,但因为这使得电子的 Bloch

波中周期函数部分发生变化,实际上是能带间的跃迁过程,我們在此先不討論。

3. 康普頓散射是存在的(只是弹性散射),但是电子的康普頓散射截面大致为其經典半径的平方,即 10^{-24} 厘米²以下。在能流密度为 1 兆瓦/厘米²,而光子能量是一个电子伏特时,光子流密度大約为 10^{25} 厘米⁻²秒⁻¹。因此,一个电子在一秒钟內平均只散射 10 次。对被填滿的能带中的电子,除非引起带間跃迁,否則散射根本不发生。对自由载流子来說,一般由电声子作用或杂质散射所引起的弛豫時間都比 10^{-1} 秒小很多,因此康普頓散射是完全可以忽略的。

設 laser 光沿 z 方向传播,电場平行于 x 方向,只考虑其中相干部分,則电磁矢势

$$\left. \begin{aligned} A_x &= a \cos(kz - \omega t), \\ A_y &= A_z = 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

自由电子的哈密頓量(令 $\hbar = 1$)

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2m} \left(\vec{p} + \frac{e}{c} \mathbf{A} \right)^2. \quad (2.2)$$

\vec{p} 为动量算符 $-i\nabla$, 薛定諤方程为

$$\begin{aligned} i \frac{\partial \psi}{\partial t} = \mathcal{H} \psi = & \left[\frac{\vec{p}^2}{2m} + \frac{ea}{mc} \cos(kz - \omega t) \vec{p}_x + \right. \\ & \left. + \frac{e^2 a^2}{2mc^2} \cos^2(kz - \omega t) \right] \psi. \end{aligned} \quad (2.3)$$

令

$$\psi = e^{i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - i(\epsilon_{\mathbf{p}} + \frac{e^2 a^2}{4mc^2})t} \phi(zt), \quad (2.4)$$

其中 $\epsilon_{\mathbf{p}} = \frac{\mathbf{p}^2}{2m}$; $\mathbf{p} = (p_x, p_y, p_z)$ 是三个独立的量子数,并取 $kz - \omega t = u$, 則(2.3)式变成

$$i \frac{\partial \phi}{\partial t} = -\frac{1}{2m} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \phi - i \frac{p_x}{m} \frac{\partial}{\partial z} \phi + \left[\frac{ea}{mc} p_x \cos u + \frac{e^2 a^2}{4mc^2} \cos 2u \right] \phi = 0. \quad (2.5)$$

显然, $\phi(zt)$ 可以取成形如 $\phi(u)$ 的形式。这是因为,在(2.5)式中,除去方括号里的 $\cos u$, $\cos 2u$ 显含 z , t 外,其他各項都是偏微分算符,因而最后所求得解除了一个与 u 有关的函数外,只可能附加一个形式如 $e^{i\alpha z + i\beta t}$ 的因子,在扣除可能的 $e^{i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}}$ 部分外,可以并入前面 $e^{i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - i\omega t}$ 中,相当于重新选择了一个 p_x 。从另一角度来看,(2.3)式作为四个变量的齐次偏微分方程,其滿足一定边条件的解至多只可能含有三个任意参量(量子数 \mathbf{p}),所以也不可能再有其他形式的解了。

为把(2.5)式化为常微分方程,引入

$$\phi(u) = e^{-\frac{i}{2} \left(\frac{p_x k}{m} - \omega \right) u / \frac{k^2}{2m}} \eta(u). \quad (2.6)$$

消去一次微分項,再令

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{1}{4} \left(\frac{p_x k}{m} - \omega \right)^2 / \left(\frac{k^2}{2m} \right)^2, \\ B &= \frac{ea}{mc} p_x / \frac{k^2}{2m}, \\ D &= \frac{e^2 a^2}{4mc^2} / \frac{k^2}{2m}, \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

則得到典型的 Hill 方程:

$$\frac{d^2}{du^2} \eta(u) + [A - B \cos u - D \cos 2u] \eta(u) = 0, \quad (2.8)$$

在求解(2.8)式以前,我們先考察一下波函数

$$\psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}t) = e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}-iE_{\mathbf{p}}t} e^{-i\frac{e^2 a^2}{4mc^2}} [e^{i\sqrt{A}u} \eta_{\mathbf{p}}(u)] \quad (2.9)$$

的意义及各常数大致的数量級。(2.9)式表明,虽然由于存在交变場,电子不再处于通常意义下的稳定态,但是电子的状态仍然可以用一組量子数 \mathbf{p} 来标志[只要 $\eta_{\mathbf{p}}(u)$ 所满足的方程式(2.8)有解].实际上, \mathbf{p} 仍然是电子平移的动量(平均的!), $\frac{e^2 a^2}{4mc^2}$ 是由外場引起电子能量零点的移动,因而整个波函数(2.9)正好表示电子平移与受外場作用所产生的强迫振动的迭加(方括号内的函数只和 $u = kx - \omega t$ 有关).在晶体中, \mathbf{p} 是载流子的准动量.由于 p 最大取到布里渊区边上,电子速度比 c 小很多, $\frac{p_x \hbar}{2m}$ 相对于 ω 是完全可以忽略的,因而

$$A \simeq \frac{1}{4} \left(\frac{\omega}{\frac{\hbar^2}{2m}} \right)^2.$$

如果在真空中,取 $k \sim 10^4$ 厘米⁻¹,相应的 $\hbar\omega \sim 0.2$ eV, 而 $\frac{\hbar^2 k^2}{2m} \sim 3 \cdot 10^{-8}$ eV, 則 $A \sim 10^{13} \gg 1$. 在 100°K 附近,电子平均动能約为 10^{-3} eV, 由此估計 $p_x, p_y, p_z \sim p \sim 10^6$ 厘米⁻¹. $\frac{ea}{c}$ 为电磁动量,在能流密度为 1 兆瓦/厘米²时, $\frac{ea}{c} \sim 10^5$ 厘米⁻¹ (在晶体中,若取介电常数 $\epsilon \sim 10, m \sim 10^{-2}m_0$, 則 $\frac{e}{c} a \sim p \sim 10^5$ 厘米⁻¹). 因此,虽然 B, D 都远比 1 大,但一般却比 \sqrt{A} 小.

$$\text{令 } \eta(u) = e^{\int \sqrt{A} u} w(v) dv.$$

w 满足所謂黎卡狄方程

$$\frac{1}{\sqrt{A}} \frac{dw}{dv} + w^2 + \left(1 - \frac{B}{A} \cos v - \frac{D}{A} \cos 2v \right) = 0. \quad (2.10)$$

以 $\frac{1}{\sqrt{A}}$ 作为小参量作展开,略去 $\frac{1}{A}$ 以上的高次項,得到

$$w = i \left(1 - \frac{B}{2A} \cos v - \frac{D}{2A} \cos 2v \right).$$

代入 η 表达式后完成对 v 的积分,則

$$\psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}t) = e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}-i\left(\epsilon_{\mathbf{p}} + \frac{e^2 a^2}{4mc^2}\right)t} e^{\frac{Bi}{2\sqrt{A}} \sin u - \frac{Di}{4\sqrt{A}} \sin 2u}. \quad (2.11)$$

如果略去光子的动量,取

$$E_{\mathbf{p}}(t) = \int \psi_{\mathbf{p}}^* i \frac{\partial}{\partial t} \psi_{\mathbf{p}} d\mathbf{r} = \frac{p^2}{2m} + \frac{e^2 a^2}{4mc^2} - \frac{B\omega}{2\sqrt{A}} \cos \omega t - \frac{D\omega}{2\sqrt{A}} \cos 2\omega t,$$

就可以求出电子在交变场中的速度

$$v_x = \frac{\partial E_p}{\partial p_x} = \frac{p_x}{m} + \frac{e\hbar a}{m\omega} \sin \omega t. \quad (2.12)$$

这些是和准经典近似的結果一致的。但是相应于(2.11)的展开参量是 $\frac{1}{\sqrt{A}}$, $\frac{B}{A}$, $\frac{D}{A}$, 在实际上可以达到的光强范围内, 它們都是足够小的。在某些材料中, $m \sim 10^{-2}m_0$, 如果光的能流密度达到 10 兆瓦/厘米²以上, $\frac{B}{\sqrt{A}}$, $\frac{D}{\sqrt{A}}$ 都接近 1, 此时(2.11)仍然成立, 但不能再把指数按 $\frac{B}{\sqrt{A}}$ 展开了。(2.11)还表明, 虽然由于交变场的存在, 电子受迫振动, 但并不辐射电磁波。

从(2.11)出发, 只要其他作用或带间跃迁很弱, 我們还是可以用微扰方法来处理。这样得到的結果对带内过程是准确的, 特别当給了初末态的光子数后, 最后表达式实际上包括了所有电子在带内发射与吸收虚光子的过程。

最后, 我們順便討論一下当光充分强, 使得 $\frac{D}{A} \lesssim 1$ 的情况。这要求 laser 光的能流密度至少要比目前水平提高 10^7 倍, 因而对晶体来说是沒有实际意义的, 看来只有把較短波的强大 laser 光聚焦到电子束上去才有可能实现。但是在理論上这却是很有趣的。因为在 p 很小的情况下, $\frac{B}{A}$ 項可以忽略, (2.8) 变成 Mathieu 方程, 解的一般形式为 $e^{i\mu u} q(u)$, $q(u)$ 是以 π 为周期的函数; μ 是本征值, 由 A 和 D 决定。当 $D < A$ 时, μ 一般是实数; 但 $D > A$ 时, 在大部分情况下 μ 取复值。前一情况显然是不能允許的, 因为若 $\text{Im } \mu > 0$, 当 $u \rightarrow -\infty$ 时, 波函数趋于无穷, 这是沒意义的, 而当 $u > 0$ 时 η 又随着 u 的增加負指数型地下降, 表明电子波的前沿以光速 c 传播, 这也违反了相对論的要求。对 $\text{Im } \mu < 0$ 的情况也类似。显然, 这时我們应该考虑相对論的修正。由于我們只考虑在真空中的自由电子, 在略去自旋后, 可以采用 Klein-Gordon 方程

$$\mathbf{E}^2 \psi = c^2 \vec{\mathbf{p}}^2 \psi + m_0^2 c^4 \psi,$$

其中

$$\mathbf{E} = i \frac{\partial}{\partial t}, \quad \vec{\mathbf{p}} = -i \vec{\nabla} + \frac{e}{c} \mathbf{A},$$

令

$$\psi = e^{i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - iE_p t} \phi(xt),$$

$$E_p^2 = c^2 \mathbf{p}^2 + m_0^2 c^4 + \frac{e^2}{2c^2} a^2,$$

得到

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + i2p_x \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{2iE_p}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \\ = \frac{ea}{c} p_x \cos u + \frac{e^2 a^2}{2c^2} \cos 2u. \end{aligned} \quad (2.13)$$

与前面类似, 取 ϕ 只是 u 的函数, 并考虑到 $\omega^2 = c^2 k^2$, 則二次微分項相抵消, 积分后得到

$$\phi(u) = \exp \left\{ -i \left(p_x \hbar - \frac{E_p \omega}{c^2} \right)^{-1} \frac{1}{2} \left[\frac{ea}{c} p_x \sin u + \frac{e^2 a^2}{4c^2} \sin 2u \right] \right\}.$$

当 $mc^2 \gg cp_x$ 时, 就得到 (2.11) 式. 所以实际上只要 $\frac{p}{m} \ll c$, (2.11) 是完全准确的. 一般认为, 只有当电子平移速度接近光速后, 相对论修正才是重要的; 但上述讨论却表明, 只要交变场充分强, 虽然电子平移动量很小, 由于受迫运动部分特别重要, 相对论修正也必须考虑. 具体说来, 在 $K-G$ 方程 (2.13) 中, 对时间的二次微分项必须保留, 从而抵消 $\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}$ 项, 因此不能化为薛定谔方程.

三、自由载流子的多光子吸收过程

虽然自由的电子不会自动的吸收光子, 但是在固体中, 由于其他散射作用 (电声子散射或杂质散射) 破坏了电子-光子系统的动量守恒, 所以电子在能带内仍有可能吸收光子. 在讨论弱光下半导体中自由载流子吸收时, 一般只需要取到二级微扰项 (包括一次散射作用和一次电子-光子作用), 就可以给出正确的结果. 在强光下, 电子状态仍由量子数 \mathbf{p} 来标志, 波函数由 (2.11) 式给出. 当散射很弱时, 可以认为它只引起电子在不同 \mathbf{p} 状态间跃迁. 但是由于对不同的状态 \mathbf{p} , 电子的强迫运动是不同的 (因子 $e^{-i\frac{c\mathbf{a}\mathbf{p}_x}{mc} \cos \omega t}$ 不同), 在散射过程中, 除了平移部分 $e^{i\mathbf{p}'\cdot\mathbf{r}-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}}$ 改变外, 强迫运动部分也必须变化, 从而引出了多光子过程. 在某种意义上, 这种情况很类似于离子晶体中多声子过程的图象. 在那里, 对应不同的电子状态, 晶格极化情况也不相同, 在跃迁过程中伴随极化状态的改变, 可以放出或吸收很多的声子. 事实上, 最后结果的数学形式也很类似. 问题的实质在于: 在两种情况中, 我们都必须把玻色场与一个电子在跃迁过程中看成一个统一的系统来处理. 但是, 在离子晶体中晶格极化与电子运动是相互影响的, 一般是不能准确地解出的, 在许多情况下, 可以认为电子状态基本上不变, 而晶格极化情况由电子状态决定 (例如, 对小极化子的处理或对 F 心吸收过程的处理), 因此多声子过程是晶格极化状态改变的结果. 而在我们讨论的情况中, laser 光很强, 电子对光场的影响可以不考虑, 所以多光子过程是由电子受迫运动状态变化引起的. 再加上电子速度远小于光速, 薛定谔方程可以彻底地解出来 [(2.11) 式], 因此情况大为简单.

由于 laser 光子数 (N_k) 远大于其他自由度的光子数, 电子所虚发射的和吸收的主要是这种光子 (其贡献正比于 N_k), 其他光场自由度的零点振动对电子的重正化已包含在电子固有质量中, 光子很少, 可以忽略. 因此所得结果 (如引言中所述) 不只包括了可能的实过程, 而且包括了所有带内可能的吸收与放出虚光子的过程.

波函数 (2.11) 虽然可以用动量 \mathbf{p} 来标志, 但却与一般定态波函数很不相同, 它是四维算符 $i\frac{\partial}{\partial t} - \mathcal{H}$ 的本征矢 (本征值为零). 一般说来只有对时间空间全部积分后, 不同 \mathbf{p} 的波函数才可能是正交的 (至少才可以用正交化手续). 薛定谔方程为

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi = (\mathcal{H} + \mathcal{H}')\psi, \quad (3.1)$$

其中 \mathcal{H}' 是散射哈密顿量 (或能带间跃迁部分), \mathcal{H} 由 (2.2) 给出. 以 \mathcal{H}' 作为微扰, 和通常类似, 设在 $t = -T_1$ 时刻, 电子处于 \mathbf{p} 状态, 由于 \mathcal{H}' 作用结果,

$$\left. \begin{aligned} \psi(\mathbf{r}t) &= \psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}t) + \sum_{\mathbf{p}' \neq \mathbf{p}} C_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}(t) \psi_{\mathbf{p}'}(\mathbf{r}t), \\ i \sum_{\mathbf{p}' \neq \mathbf{p}} \dot{C}_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}(t) \psi_{\mathbf{p}'}(\mathbf{r}t) &= \mathcal{H}' \psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}t). \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

由于波函数(2.11)单独对空间积分后并无正交关系,因此和通常处理不同,不能直接由(3.2)中分出某一 $\dot{C}_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}$ ¹⁾,并完成对时间的积分。但是,当我们讨论慢电子($\frac{p}{m} \ll c$)并且初态与末态光子数改变不特别大时,光子引起电子平移动量的改变可以忽略,因此 $\psi_{\mathbf{p}}$ 中 ω 可以取成 ωt ,这样就使得对空间积分后 $\psi_{\mathbf{p}}$ 与 $\psi_{\mathbf{p}'}$ 正交(或者认为在光子可能引起电子动量变化的范围内, $C_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}$ 变化很小)。因而

$$\left. \begin{aligned} i \dot{C}_{\mathbf{p}\mathbf{p}'} &= \int \psi_{\mathbf{p}'}^*(\mathbf{r}t) \mathcal{H}' \psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}t) d\mathbf{r}, \\ C_{\mathbf{p}\mathbf{p}'} &= \frac{1}{i} \int_{-T_1}^t \psi_{\mathbf{p}'}^*(\mathbf{r}t) \mathcal{H}' \psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}t) d\mathbf{r} dt. \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

由此得到单位时间跃迁几率为

$$W_{\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p}'} = \frac{1}{2T_1} \left| \int_{-T_1}^{T_1} dt \int d\mathbf{r} \psi_{\mathbf{p}'}^* \mathcal{H}' \psi_{\mathbf{p}} \right|_{T_1 \rightarrow \infty}^2. \quad (3.4)$$

必须再次强调,(3.4)式只在初态与末态光子数差别不太大时才成立,但对中间虚光子过程则并未作近似。

利用(3.4)式,我们分析一下简单能带模型情况下(各向同性抛物型等能面,有效质量为 m)的自由载流子吸收。电声子作用取成畸变散射的近似表达式(电子与纵声频支相互作用),令体积为 1,这时

$$\mathcal{H}' = iE_1 \left(\frac{1}{2\rho s} \right)^{\frac{1}{2}} \sum_{\mathbf{q}} q^{\frac{1}{2}} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} (b_{\mathbf{q}} e^{-i\omega_{\mathbf{q}}t} + b_{-\mathbf{q}}^{\dagger} e^{i\omega_{\mathbf{q}}t}), \quad (3.5)$$

其中 E_1 是畸变常数; ρ 为晶体密度; s 是声速; $\omega_{\mathbf{q}} = sq$ 为声子圆频率; $b_{\mathbf{q}}^{\dagger}$, $b_{\mathbf{q}}$ 为声子产生与消灭算符。

$$\begin{aligned} \mathcal{H}'_{\mathbf{p}'\mathbf{p}} &= iE_1 \left(\frac{1}{2\rho s} \right)^{\frac{1}{2}} \sum_{\mathbf{q}} q^{\frac{1}{2}} \int d\mathbf{r} e^{i(\mathbf{p}-\mathbf{p}'+\mathbf{q})\cdot\mathbf{r}} \times \\ &\times \int dt e^{i(\varepsilon_{\mathbf{p}'}-\varepsilon_{\mathbf{p}})t} [N_{\mathbf{q}}^{1/2} e^{-i\omega_{\mathbf{q}}t} + (1+N_{\mathbf{q}})^{\frac{1}{2}} e^{i\omega_{\mathbf{q}}t}] e^{ib\sin\omega t}, \end{aligned}$$

其中 $N_{\mathbf{q}} = 1/(e^{\beta\omega_{\mathbf{q}}} - 1)$ 是声子的分布函数。在 100°K 以上,在上式中可以取 $e^{i\omega_{\mathbf{q}}t} \approx 1$, 而 $N_{\mathbf{q}} \approx N_{\mathbf{q}} + 1 \approx \frac{kT}{\omega_{\mathbf{q}}}$; $b = \frac{ea}{mc\omega} (p'_x - p_x)$, 并略去 a^2 项(当光不特别强时),因而有

$$\mathcal{H}'_{\mathbf{p}'\mathbf{p}} = 2iE_1 \left(\frac{1}{2\rho s} \right)^{\frac{1}{2}} |\mathbf{p}' - \mathbf{p}|^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{kT}{\omega_{\mathbf{p}'-\mathbf{p}}}} \int_{-T_1}^{T_1} e^{i(\varepsilon_{\mathbf{p}'} - \varepsilon_{\mathbf{p}})t + ib\sin\omega t} dt.$$

再利用

$$e^{ib\sin\omega t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(b) e^{in\omega t}$$

1) 对多光子产生正负电子对的过程,由于狄喇克方程只含对空间和时间的一次微分算符,所以在那里,状态波函数对空间积分后是正交的。

(J_n 为整数阶的贝塞尔函数) 及

$$2\pi\delta^2(E) = 2T_1\delta(E),$$

则得到跃迁几率为

$$W_{\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p}'} = 4\pi \frac{E_1^2}{\rho_s} |\mathbf{p}' - \mathbf{p}| \frac{kT}{\omega_{\mathbf{p}' - \mathbf{p}}} \sum_n \delta(\varepsilon_{\mathbf{p}'} - \varepsilon_{\mathbf{p}} - n\omega) |J_n(b)|^2. \quad (3.6)$$

吸收系数可以由单位时间内光通过介质后能量被吸收的比例来定义。虽然 $\psi_{\mathbf{p}}$ 不再是稳定态,其能量也与时间有关,但由于相对其他过程来说, ω 非常大,因此可以取能量对时间的平均值:

$$\bar{E}_{\mathbf{p}} = \int \psi_{\mathbf{p}}^* i \frac{\partial}{\partial t} \psi_{\mathbf{p}} d\mathbf{r} = \varepsilon_{\mathbf{p}}.$$

我们得到吸收系数的表达式为

$$\begin{aligned} R_f &= \frac{1}{U} \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} n_{\mathbf{p}} (1 - n_{\mathbf{p}'}) (\varepsilon_{\mathbf{p}'} - \varepsilon_{\mathbf{p}}) W_{\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p}'} = \\ &= \frac{4\pi E_1^2}{\rho_s^2 U} kT \frac{1}{(2\pi)^6} \sum_n \int d\mathbf{p} \int d\mathbf{q} n_{\mathbf{p}} (1 - n_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}) \times \\ &\quad \times (\varepsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{q}} - \varepsilon_{\mathbf{p}}) \delta(\varepsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{q}} - \varepsilon_{\mathbf{p}} - n\omega) \left| J_n \left(\frac{ea}{mc\omega} q_x \right) \right|^2, \end{aligned} \quad (3.7)$$

其中 $n_{\mathbf{p}} = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon_{\mathbf{p}} - \mu)} + 1}$ 是电子平衡分布函数, U 是光能流密度, 并取 $\mathbf{q} = \mathbf{p}' - \mathbf{p}$ 。显然, (3.7) 式中对 n 求和表示吸收不同数目光子的过程对吸收系数的贡献, 当 $n < 0$ 时, 实际上表示发射过程。

很容易看出, 在 $n = 1$ 的项中取柱函数级数展开的最低次, 完成对 \mathbf{q} 的积分后, 就可以得到一般单光子自由载流子吸收系数的表达式^[8]。如果 $\omega \gg \frac{\bar{p}^2}{2m} \sim kT$, $n_c = \frac{1}{(2\pi)^3} \int n_{\mathbf{p}} d\mathbf{p}$, $\frac{a^2}{c} = \frac{8\pi}{\omega^2} U$ (此处 c 应理解为介质中的光速), 则

$$R_f^{(1)} = \frac{4\sqrt{2} e^2 E_1^2}{3\rho_s^2 c} kT n_c \frac{m^{0.5}}{\omega^{1.5}}. \quad (3.8)$$

进一步化简 (3.7) 式, 注意到整个表达式除了 \mathbf{p} 与 \mathbf{q} 的夹角 θ 外和 \mathbf{p} 的方向无关, 因此在对 \mathbf{q} 的积分过程中, 可以设想 \mathbf{p} 随 \mathbf{q} 一起变化而保持 θ 不变, 若电子满足玻耳兹曼分布, 并取 $q_x = q \cdot l$, $b_1 = \frac{ea}{mc\omega}$, 完成对 θ 积分后, (3.7) 中任一項

$$R_f^{(n)} = \frac{4\pi E_1^2}{\rho_s^2 U} kT \frac{1}{(2\pi)^5} \int n_{\mathbf{p}} d\mathbf{p} n\omega \frac{m}{\rho} \int_{\sqrt{p^2+2mn\omega-p}}^{\sqrt{p^2+2mn\omega+p}} q dq \left[\frac{1}{2} \int_{-1}^1 |J_n(b_1 q l)|^2 dl \right]. \quad (3.9)$$

(3.9) 式中右边方括号整个是 q 的偶函数, 当 $\frac{\bar{p}^2}{2m} \ll \omega$ 时, 只取到 $\frac{kT}{\omega}$ 的最低次项, 即可完成对 \mathbf{p} 和 q 的积分。

$$R_f = \sum_n R_f^{(n)} = \frac{E_1^2 kT}{\rho_s^2 U} \sum_n \frac{(2mn\omega)^{3/2}}{2\pi} n_c \left[\frac{1}{2} \int_{-1}^1 J_n^2(b_1 \sqrt{2mn\omega} l) dl \right]. \quad (3.10)$$

在一般情况下, (3.10) 中方括号内积分只能用数值方法给出.

由(3.10)出发, 来估计双光子吸收过程. 取 $n = 2$, 并对柱函数作级数展开, 完成对 l 的积分后, 得到

$$R_f^{(2)} = \frac{64\pi}{5} \frac{E_1^2 e^4}{\rho_s^2 c^2} U n_e k T m^{-1/2} \omega^{-9/2}. \quad (3.11)$$

和单光子过程比较:

$$\frac{R_f^{(2)}}{R_f^{(1)}} = \frac{24}{5\sqrt{2}} \frac{1}{2m} \left(\frac{ea}{c}\right)^2 / \omega. \quad (3.12)$$

当 $U \sim 1$ 兆瓦/厘米², $m \sim 0.01m_0$, $\omega \sim 0.1\text{eV}$ 时, $\frac{R_f^{(2)}}{R_f^{(1)}} \sim 10^{-1}$. 如果入射光子流量保持一定, 则双光子过程的吸收系数与 $\omega^{-3.5}$ 成正比, 这是比较容易和单光子过程分开的.

为了看清楚中间虚过程的作用, 我们来分析 (3.10) 式在强光极限下的行为. 当 $b_1 \sqrt{2mn\omega} \gg 1$ 时, 则

$$\begin{aligned} & \frac{1}{b_1 \sqrt{2mn\omega}} \int_0^\infty J_n^2(z) dz = \\ & = \frac{1}{b_1 \sqrt{2mn\omega}} \frac{\Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma(n+1)\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)} F\left(n + \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, n+1, 1\right) = \frac{1}{\pi b_1 \sqrt{2mn\omega}}, \end{aligned}$$

F 是超越几何函数. 因此

$$R_f^{(n)} \simeq \frac{E_1^2 k T n_e}{\rho_s^2 e} \frac{m^2 \omega^3}{\pi^{5/2}} \sqrt{\frac{c}{2}} n U^{-3/2}. \quad (3.13)$$

这表明, 在强光极限下, 总的吸收与 ω^3 成正比, 并随能流密度的增加而下降 ($U^{-3/2}$). 如果不考虑虚光子过程, 则 $R_f^{(n)} \sim U^{n+1} \omega^{-[\frac{1}{2} + n + 2(n-1)]}$, 其变化趋势与 (3.13) 完全不同. 显然, 实际上是不可能达到使 (3.13) 式能够成立的光强的 (因为在 1000 兆瓦/厘米² 以上时, 许多固体已不能存在了), 但 (3.13) 式却表明任何一级光子过程, 在光强加大后, 吸收增加要逐渐变缓, 而与频率的关系由负幂变为正幂.

还应该指出, (3.13) 中 $R_f^{(n)}$ 与 n 成正比 (即任意光子数的多光子过程的几率都相同). 这当然只能说明, 在这样强的光照射下, 固体是不能存在的, 同时正如在本节之初所指出的, (3.4) 式只在略去光子动量后才成立, 因此只能用 (3.13) 去理解光子数改变很少的过程在光强增加时的变化趋势.

四、电子由价带到导带直接吸收多光子的过程

当光子能量小于禁带宽度时, 必须通过多光子过程, 电子才能由价带跃迁到导带上去. 在引言中已经指出, 在很多情况下, 带内的过程起了重要作用. 例如在有反演中心的晶体中, 如果单光子直接吸收是允许的, 则以另一空带为中间态的带间过程^[2]是禁戒的, 如果有效质量较小, 显然带内过程的展开参量就要变得更大. 我们准确地处理了电子在能带内与光子的作用, 得到 (2.11) 式, 但是电子光子作用哈密顿量还有一部分带间矩阵元, 这正是被取作微扰的部分.

和自由载流子的吸收不同,由于忽略了光子的动量,在跃迁过程中电子的平移动量并不改变,但是,由于在两个能带中,电子的有效质量不同,由(2.11)式看出,电子在交变电场中的强迫运动也是不同的.和离子晶体中多声子热复合过程^[8]类似,我们把直接引起电子在带间跃迁的光子称为K光子,而其他在强迫运动改变过程中放出或吸收的光子称为L光子.

设导带与价带极值都在 $p = 0$ 处,而且不简并,电子有效质量分别为 m_1 和 $-m_2$ (空穴有效质量为 m_2),则在交变电场中,电子波函数分别为

$$\psi_{\mathbf{p}}^c u_0 = \exp \left\{ i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - i \left(\varepsilon_p^c + \frac{e^2 a^2}{4m_1 c^2} \right) t - i b_1 \sin u - i d_1 \sin 2u \right\} u_0, \quad (4.1)$$

$$\varphi_{\mathbf{p}}^v v_0 = \exp \left\{ i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} + i \left(E_g + \varepsilon_p^v + \frac{e^2 a^2}{4m_2 c^2} \right) t + i b_2 \sin u + i d_2 \sin 2u \right\} v_0, \quad (4.2)$$

其中 u_0, v_0 分别是导带与价带极值处的 Bloch 波; $\varepsilon_p^c = \frac{p^2}{2m_1}$; $\varepsilon_p^v = \frac{p^2}{2m_2}$; E_g 为禁带宽度;

$b_1 = \frac{e a p_x}{m_1 c \omega}$; $d_1 = \frac{e^2 a^2}{4 m_1 c^2 \omega}$; $b_2 = \frac{e a p_x}{m_2 c \omega}$; $d_2 = \frac{e^2 a^2}{4 m_2 c^2 \omega}$. 在(3.4)式中取

$$\mathcal{H}' = \frac{e a}{m_0 c} \cos u p_x, \quad (4.3)$$

其中 p_x 只由 $-i \frac{\partial}{\partial x}$ 算符的带间矩阵元构成,我们得到跃迁几率表达式为

$$W_{v \rightarrow c}(\mathbf{p}) = \frac{1}{2T_1} |M_{cv}(\mathbf{p})|^2_{T_1 \rightarrow \infty}.$$

引入

$$\frac{1}{v_a} \int_{v_a} u_0^*(\mathbf{r}) p_x v_0(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = p_{cv},$$

v_a 为元胞体积,得到

$$\begin{aligned} M_{cv}(\mathbf{p}) &= \frac{e a}{m_0 c} p_{cv} \int d\mathbf{r} dt \psi_{\mathbf{p}}^*(\mathbf{r}t) \varphi_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}t) \cos \omega t = \\ &= \frac{e a}{2 m_0 c} p_{cv} \int_{-T_1}^{T_1} dt (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}) e^{i\Delta E_p t} e^{-i b \sin \omega t - i d \sin 2\omega t}, \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \Delta E_p &= \frac{p^2}{2m} + E_g + \frac{e^2 a^2}{4 m c^2}, \quad \frac{1}{m} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}, \\ b &= b_1 + b_2, \quad d = d_1 + d_2. \end{aligned}$$

如果光不特别强,略去含 d 的项,再利用柱函数展开公式,可得

$$M_{cv}(\mathbf{p}) = \frac{e a}{m_0 c} p_{cv} \pi \sum_n \delta(\Delta E_p - n\omega) [J_{n+1}(b) + J_{n-1}(b)]. \quad (4.4)$$

因而跃迁几率为

$$W_{cv}(\mathbf{p}) = \frac{\pi}{2} \left(\frac{e a}{m_0 c} \right)^2 |p_{cv}|^2 \sum_n \delta(\Delta E_p - n\omega) |J_{n+1}(b) + J_{n-1}(b)|^2. \quad (4.5)$$

n 是总光子数的变化,其中有一个K光子,其他 $n \pm 1$ 个都是L光子.取 $b = \gamma p_x$, $\gamma = \frac{e a}{m c}$,与前类似,引入带间吸收系数

$$\begin{aligned}
 R_{cv} &= \frac{1}{U} 2 \sum_{\mathbf{p}} \Delta E_p W_{cv}(\mathbf{p}) = \\
 &= \frac{2}{U} \frac{1}{8\pi^2} \left(\frac{ea}{m_0 c} \right)^2 |P_{cv}|^2 \sum_n n \omega \int d\mathbf{p} \delta(\Delta E_p - n\omega) |J_{n+1}(\gamma p_x) + J_{n-1}(\gamma p_x)|^2.
 \end{aligned}$$

取 x 为球坐标极轴, $p_x = p \cos \theta$, 利用公式

$$J_{n+1}(x) + J_{n-1}(x) = \frac{2n}{x} J_n(x)$$

及

$$\int \frac{1}{x} J_{n+1}(x) J_n(x) dx = \frac{J_n^2(x) - J_{n+1}(x) J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x) J_n(x)/x}{2n+1},$$

得到

$$\begin{aligned}
 R_{cv} &= \frac{1}{\pi U} \left(\frac{ea}{m_0 c} \right)^2 |p_{cv}|^2 2m \sum_n n^2 \omega \times \\
 &\quad \times \left\{ \frac{1}{2\gamma} \int_0^{\gamma p} \frac{dz}{z} J_n(z) [J_{n+1}(z) + J_{n-1}(z)] \right\}_{p=\sqrt{2m(n\omega-E_g)}} = \\
 &= \frac{1}{2\pi U} \left(\frac{ea}{m_0 c} \right)^2 |p_{cv}|^2 2m \sum_n n^2 \omega \times \\
 &\quad \times \left\{ \frac{p}{2n+1} [J_n^2(x) - J_{n+1}(x) J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x) J_n(x)/x] + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{p}{2n-1} [J_{n-1}^2(x) - J_n(x) J_{n-2}(x) - \frac{J_n(x) J_{n-1}(x)}{x}] \right\}_{\substack{x=\gamma p \\ p=\sqrt{2m(n\omega-E_g)}}}. \quad (4.6)
 \end{aligned}$$

在(4.6)式中只对所有大于 $\frac{E_g}{\omega}$ 之 n 求和, $|p_{cv}|^{-2} = \frac{2}{m_0 E_g} f^{-1}$, f 为振子强度. 当 $\omega > E_g$, 只取 $n=1$, 并对柱函数作级数展开时只取最低级, 就可以得到通常带间吸收系数的表达式^[8].

考虑双光子过程 ($E_g > \omega > \frac{E_g}{2}$), 取 $n=2$ 的项, 相应花括号中各项最低次为 $\frac{\gamma^2}{6} p^3$,

则吸收系数

$$R_{cv}^{(2)} = \frac{8e^2}{3m_0^2 c \sqrt{\epsilon}} |p_{cv}|^2 (2m)^{3/2} \frac{(2\omega - E_g)^{3/2}}{\omega^2} \frac{e^2 a^2}{m\omega c^2}. \quad (4.7)$$

如果引入 U , 可以看出, 双光子吸收与 $(2m)^{1/2} (2\omega - E_g)^{3/2} \omega^{-5}$ 成正比. 在 $2\omega > E_g$ 后, 吸收很快上升(类似于通常禁戒跃迁的情况), 但在 ω^{-5} 起作用后, 下降得也较快. 比较双光子吸收系数与 2ω 频率单光子吸收系数, 有

$$\frac{R_{cv}^{(2)}(\omega)}{R_{cv}^{(1)}(2\omega)} = \frac{16}{3} \frac{2\omega - E_g}{\omega} \frac{e^2 a^2}{2m\omega c^2}, \quad (4.8)$$

而一般 n 级光子过程

$$R_{cv}^{(n)} \sim m^{\frac{5}{2}-n} (n\omega - E_g)^{n-\frac{1}{2}} \omega^{-(4n-3)}.$$

在 Ge 中, 文献 [2] 所指出的双光子过程是被禁戒的, 双光子过程很可能是由上述过程所给出, 其垂直禁带宽度 $E_g \sim 0.8\text{eV}$ 取 $\omega \sim 0.45\text{eV}$, $U \sim 1$ 兆瓦/厘米², $m \sim 0.04m_0$, 则由 (4.8) 式估计得 $\frac{R_{cv}^{(2)}}{R_{cv}^{(1)}} > 10^{-4}$. 在垂直吸收边界以上, 吸收系数约为 10^4 厘米⁻¹, 由于双光子吸收边界在单光子间接吸收边界以下, 而对较好的样品, 在弱光下, 吸收边界以下

的吸收系数可以达到 0.1 厘米^{-1} 的数量级, 因此双光子直接吸收是完全可以看到的. 对 InSb, 由于禁带宽度较小, 由(4.8)式得到的 $\frac{R_{cd}^{(2)}}{R_{cd}^{(1)}}$ 更大一些. 但是因为它没有反演对称, 通过其他能带为中间态的双光子直接吸收在原则上也是允许的, 它应该和 $(2\omega - E_g)^{\frac{1}{2}}$ 成正比. 由于价带极值离 $p = 0$ 非常近, 因此这种过程的几率也不一定很大. 它和(4.7)式所给出的吸收系数的相对大小还有待于实验进一步的判断.

最后, 我们想指出, 上面分析的双光子过程, 不仅是一种可能的实验现象, 而且对研究激子谱线结构也是有意义的. 对 II-VI 族材料, 激子谱线是研究能带结构的主要工具之一. 为具体起见, 我们以 CdSe 为例.

CdSe 是属于闪锌结构的, 导带和价带分别属于不可约表示 Γ_7, Γ_9 . 考虑了介电常数的各向异性以及价带有效质量哈密顿量中出现的线性项后, 激子能级结构如图 1 所示^[10]. $2p_{xy}$ 态的分裂是由于有效质量哈密顿量中准动量的一次项(系数 \mathcal{D})引起的. 在弱光下, 利用 Zeemann 效应已经定出准动量二次项前的系数和 g 因子. 虽然分别利用 xy 方向及 z 方向(晶轴方向), 偏振光可以测出 Γ_5 与 Γ_1 的位置, 但由于相差很小, 目前还不能分开, 只是通过 Zeemann 效应间接的得到了 \mathcal{D} .

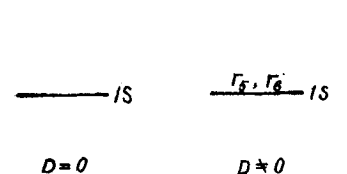


图 1 CdSe 激子能级

上面指出的双光子过程, 对于分辨 $2p_{xy}$ 中谱线的细致结构是非常有利的. 由于一个光子引起电子由价带到导带的直接跃迁, 而另一光子过程在带内完成, 因此对 $2p$ 态来说, 双光子过程是允许的, 只要在不太强的光下, 就可以达到相应单光子吸收线(禁戒跃迁)的强度. 如果两个光子都沿 xy 方向偏振, 则

$$\Gamma_5 \times \Gamma_5 = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_6, \quad (4.9)$$

所以可以直接看到 \mathcal{D} 所引起的分裂. 选取 laser 的输出光的波长很接近 CdSe 禁带宽度, 并使线宽尽量地小 (laser 输出线宽可以远小于自然线宽), 那么就可以在红外区域 (即再加一弱红外光) 观察激子的吸收线. 这样可以大大提高波数的绝对分辨率.

我们还注意到, 利用不同偏振方向的两束光, 可以看到 $2p_{xy}$ 中 $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_5, \Gamma_6$ 的位置. 仔细研究 Γ_1 及 Γ_2 或 Γ_6 及 Γ_5 中, 有无分裂或其大小, 对于进一步研究激子中电子与空穴的相互作用是很有意义的. Dresselhaus^[11] 曾指出, 简并的激子能级可能由于电子和空穴的超精细作用而引起分裂. 看来磁偶极作用所引起的分裂太小了. 比较重要的倒可能是由类似通常杂质能级的化学移动或电子和空穴交换作用引起的准接触型的相互作用, 虽然是对 p 态激子, 它们的影响还可能有 $10^{-4} - 10^{-5} \text{ eV}$. 这些还有待于实验工作的验证, 目前我们不具备更深入地讨论.

五、结 论

1. 当原子形成固体后, 相应于每个原子的能级形成一个能带, 电子是共有的. 因此除

了通常所处理的^[2]能级间或能带间的跃迁外,还必须考虑电子在能带内的运动。我们处理的正是另一种极限情况,即先较好地处理了电子在带内与强光的作用,再以带间跃迁作用或其他散射作微扰。看来把 laser 光看成经典交变电场是合理的。由于光速远大于电子速度, W. K. B. 近似可以很好地给出带内电子的运动状态[每一级电子光子作用的展开参量是 $\frac{ea}{mc\omega} p$, 而 W. K. B. 近似中的展开参量却是 $\frac{k^2 ea}{4m^2 c\omega^2} p$, 对在真空中的自由的电子只要 $v \ll c$, (2.11) 就是准确的]。所以上述处理途径能否适用, 主要取决于材料的具体性质。由于和其他多光子过程对频率的依赖关系不同, 实验上是可以最后判断的。

显然, 如(3.13)式所要求的强场极限在实际上是达不到的, 但是在带内过程起主要作用时, 除了由一般表达式定性地作一些判断外, 可以直接简单地展开得到所要求的微扰项。

2. 整个问题的提法是在离子晶体中处理电声子作用相一致的, 即把一个电子和玻色场看作整体, 来讨论它的跃迁行为。但是这是另一种极限情况, 光场几乎不受电子的影响, 所以整个体系又返回成一个电子, 而光场看成是经典场。在第二节中, 我们指出, 虽然交变电场很强, m 很小, 但电子运动仍然可以用一组标志平均平移运动状态的量子数 \mathbf{p} 来描写, 只是还带有一部分在交变电场中的强迫运动。带内的多光子过程正是由于强迫运动在跃迁过程中变化而引起的。一般说来, 此处是不能直接采用通常非定态微扰公式的, 微扰论方法还有待进一步的讨论。只是在光子总数改变不大, 光子动量可以忽略时, 我们才得到了解析的结果。

3. 作为带内及带间跃迁的例子, 我们对简单的能带模型, 计算了自由载流子吸收与多光子直接吸收边界。二级过程看来都有可能被看到, 特别是 Ge 中的双光子直接吸收。我们还要特别指出, 利用一束 laser 光, 可以把半导体中的激子吸收线移到红外波段, 从而提高测量的灵敏度, 并且对进一步研究激子结构是有用的。

作者对李蔭远先生、于淑、方励之、李铁城等同志在工作中的有益讨论和帮助表示感谢。

参 考 文 献

- [1] Maiman, T. H., *Nature*, **187** (1960), 493; Collins, R. J., et al., *Phys. Rev. Letters*, **5** (1960), 303; Sorokin, P. P., et al., *Phys. Rev. Letters*, **5** (1960), 557.
- [2] Neugebauer, Th., *Acta, Phys. Acad. Sci. Hung.*, **10**(1959), 221; Kleinman, D. A., *Phys. Rev.*, **125** (1962), 87; Braunstein, R., *Phys. Rev.*, **125** (1962), 475.
- [3] Armstrong, J. A., et al., *Phys. Rev.*, **127** (1962), 1918.
- [4] Franken, B., *Phys. Rev. Letters*, **7** (1961), 118.
- [5] DiDomenico, M., et al., *Appl. Phys. Letters*, **1** (1962), 77.
- [6] Kaiser, W., et al., *Phys. Rev. Letters*, **7** (1961), 229.
- [7] Franken, B., et al., *Rev. Mod. Phys.*, **35** (1963), 23.
- [8] Moss, T. S., *Optical Properties of Semiconductors*.
- [9] Gummel, H., Lax, M., *Ann. Phys.*, **2** (1957), 28.
- [10] Dimmock, J. O., et al., *J. A. P.*, **32** (1961), 2271; Hopfield, J. J., *J. A. P.*, **32** (1961), 2277.
- [11] Dresselhaus, G., *J. Phys. Chem. of Solids*, **1** (1956), 15.

INTERACTION BETWEEN FREE ELECTRONS AND INTENSIVE LIGHT BEAM—MULTI-PHOTON PROCESSES OF THE CARRIERS IN SEMICONDUCTORS

HO YU-PING

ABSTRACT

In the present article the interaction between carriers in semi-conductors and a laser beam has been discussed. The influence of intensive light on the intraband motion of an electron was treated, with the conclusion reached that the states of the electron within one band can still be characterized by a set of quantum numbers—the quasi-momentum \mathbf{p} and that the wave function contains a factor describing the forced motion in the extremely strong electromagnetic field. The interband transition and other intraband scattering processes were then treated as perturbations. During the transition process, the forced motion changes with the absorption or emission of a number of photons.

Following the above discussions, the absorption constants for multi-photon processes of free carrier absorption (with the participation of the electron-phonon coupling) and the direct transition from valent band to conduction band were calculated. It was estimated that in some materials the two-photon process of the type discussed can be observed easily, especially the direct absorption of two photons in Ge. It was pointed out that using the laser light (the frequency of which is nearly equal to the forbidden energy gap), the absorption lines of the exciton may be shifted to the infrared region, so that the resolving power may be improved. As an example, the case of CdSe was discussed.