

小变形原子核中的相干效应*

鮑 誠 光

提 要

本文考察了在轉动的小变形核力場中运动的核子-核子对、核子-空穴对中的相干效应。计算了 O^{18} 最低的偶宇称态 0^+ , 2^+ , 4^+ 和 O^{16} 最低的奇宇称态 0^- , 1^- , 2^- , 3^- 波函数; 和壳模型经典方法计算出的结果作了比较, 二者相当一致。得出的初步结论如下: 核力主要是 P_2 力再加上一定成分具有相干性质的力。前者与轉动的变形場等效。不但对于 0^+ , 2^+ , 4^+ , 3^- 态, 而且对于 1^- , 2^- 态, 附加的相干成分都很重要; 它们的内部态混合组态是比较多的, 粒子-粒子之间、或粒子-空穴之间的关联都比较显著。只有 0^- 态的内部态是纯组态。

一、引 言

利用壳模型理論計算双滿壳附近的原子核的低激发态是成功的。已有人在这方面作了詳細的工作: Elliott 和 Flowers^[1], Redlich^[2,3] 等人分别选择了 Seber 力和 Rosenfeld 力作为壳外核子的相互作用力, 計算了 $A = 18$ 和 $A = 19$ 的核, 計算結果能很好地解释实验現象。

后来, Redlich 从另外一个角度来考虑^[4]。他完全忽略壳外核子的相互作用, 而认为壳外核子的存在仅在于引起核力平均場的变形。由于变形, 自然又必須考虑核的集体轉动。根据这种观点, 他首先用变形場計算出壳外核子的单粒子波函数 χ_Q , 其中 Q 为单粒子角动量 j 在对称体軸上的投影。为了使計算結果尽量能解释实验, 他又把 χ_Q 作了不少的修改。在修改后的单粒子波函数的基础上, 他用变分方法处理了由于核变形而引起的集体轉动效应, 即所謂 Peierls 积分方法^[4,5]。由此得到一系列的所謂准轉动譜和相应的本征波函数。它們和由壳模型計算出的相当接近, 因而能在一定程度上解释实验結果。但是其中有些問題需待澄清。

(1) 一般都认为 P_2 力 (P_l 是 l 阶的勒让德多項式) 引起变形和集体运动, 所以变形場再加上 Peierls 积分方法似乎只应该反映核力中的 P_2 力部分。另一方面, 壳模型計算中所用的 Seber 力和 Rosenfeld 力, 显然不仅含有 P_2 力成分, 其它成分是否可以忽略呢?

(2) Redlich 把 χ_Q 作了修改, 甚么物理因素迫使他这样做呢?

我們认为核力中除 P_2 力外还有其他具有相干效应的成分在核子-核子对或核子-空穴对結構中起着重要的作用。但是, 它們在变形場中得不到反映, 因而很可能这就是迫使修改 χ_Q 的原因。

为了搞清楚这些問題, 本文在 Redlich 工作的原理上, 不采用修改 χ_Q 的办法, 而在哈密頓量中加进了相干力。变形場单粒子波函数利用 Nilsson^[6] 的計算結果; 相干力在核

* 1964 年 5 月 23 日收到。

子-核子对的情况下,用超导里面的对力^[7,8],在核子-空穴对的情况下,用 P_3 力;在不同变形、不同作用力强度下计算了 O^{18} 最低的 0^+ , 2^+ , 4^+ 态和 O^{16} 最低的 0^- , 1^- , 2^- , 3^- 态波函数。结果是令人满意的,在合理的变形和作用力强度下得到和壳模型十分接近的结果。

二、 O^{18} 的偶宇称态

体系的哈密顿量

$$H = H_\eta + H_G, \quad (1)$$

H_η 是决定单粒子波函数的变形场部分; H_G 是对相互作用。

$$H_\eta = \dot{H}_0 - \eta \frac{4}{3} \sqrt{\frac{\pi}{5}} r^2 Y_{20}(\theta\varphi) - 2s \cdot l, \quad (2)$$

其中 $\dot{H}_0$ 是球对称谐振子场; η 反映变形的大小,核变形参数 $\delta \simeq x\eta$, x 取作 0.05; 所用的能量单位 $= x\hbar\omega_0 = 0.05 \times 41A^{-1/3} \text{ MeV} = 0.783 \text{ MeV}$ 。其他细节均见 Nilsson^[6] 的工作。

在变形场中,不同 $|Q|$ 能级的退化被解除, sd 大壳劈裂成六条能级: 它们在文献[6]中的编号是 5, 6, 7, 8, 9 和 11。以 m 和 $\bar{m}$ 分别表示其自旋朝上和朝下的态。以 ϵ_m 表示第 m 能级的能量,以 Q_m 或 $Q_{\bar{m}}$ 表示 m 或 $\bar{m}$ 态中 j 的磁量子数。 m 态的波函数记作 $a_m^+|0\rangle$ 。其中 a_m^+ 是粒子产生算符

$$a_m^+|0\rangle = \sum_{l\Lambda} a_{l\Lambda}^m |Nl\Lambda\Sigma\rangle = \sum_j c_j^m |jQ_m\rangle, \quad (3)$$

($\Lambda + \Sigma = Q_m$)

系数 $a_{l\Lambda}^m$ 的数值在文献[6]中给出。自然,它们与 η 有关。 $\bar{m}$ 态的波函数记作 $a_{\bar{m}}^+|0\rangle$ 。它被定义为 $a_m^+|0\rangle$ 的时间反演态

$$a_{\bar{m}}^+|0\rangle = T(a_m^+|0\rangle) = (-)^{\frac{1}{2}-Q_m} \sum_{l\Lambda} a_{l\Lambda}^m |Nl\bar{\Lambda}\bar{\Sigma}\rangle, \quad (4)$$

($\Lambda + \Sigma = Q_m$)

其中 T 为时间反演算符。

壳外二中子的相互作用 H_G 为

$$H_G = -G \sum_{mm'} a_m^+ a_{\bar{m}}^+ a_{\bar{m}'} a_{m'}. \quad (5)$$

$H_\eta + H_G$ 的解易于求出,记作

$$\sum_m g_m a_m^+ a_{\bar{m}}^+ |0\rangle, \quad (6)$$

它与变形场的整体运动无关,称之为内部态。令 $K = Q_m + Q_{\bar{m}}$, 则内部态的 $K = 0$ 。易于证明

$$g_m \propto \frac{1}{2\epsilon_m - \lambda}, \quad (7)$$

其中 λ 是本征根,取满足方程

$$\sum_m \frac{1}{2\epsilon_m - \lambda} = \frac{1}{G} \quad (8)$$

的最低 λ 解。

这样得到的内部态相应于变形场取向固定时的情况。自然, 实际的体系不会是这样的, 而会在各种取向间有一定的几率分布。可以利用变分原理定出分布函数, 就是 $D_{KM}^J(R)^{[4,5]}$ ——称为方向权重, 其中 R 表示空间取向。

把内部态以 $D_{KM}^J(R)$ 为权重, 对空间取向积分, 归一化后, 得到波函数 ψ_{JM} :

$$\psi_{JM} = \frac{1}{\sqrt{n_J}} \sum_{m j j'} \epsilon g_m C_j^m C_{j'}^m (-)^{j'-j} C_{j_0 m j', j_0 m}^{j_0} \tilde{A} |j j' J M\rangle = \sum_{j j'} b_{j j'}^J \tilde{A} |j j' J M\rangle, \quad (9)$$

其中 $\frac{1}{\sqrt{n_J}}$ 是归一化常数; $C_{j_0 m j', j_0 m}^{j_0}$ 是矢量耦合系数; 当 $j = j'$ 时, $\epsilon = \sqrt{2}$, 当 $j \neq j'$ 时, $\epsilon = 1$; $\tilde{A}$ 是反对称归一化算符。

易于证明, 当 J 为奇数时, $\psi_{JM} = 0$ 。因而只留下 $K = 0$, $J =$ 偶数的一组能态。

本文认为, 由(9)式所表示的波函数, 既包括了长程力效应, 也包括了短程力的相干效应。因此, 只要选择合理的变形参数和对力强度, 就能得出和壳模型一致的结果。

下面给出在不同 η 和 G 情况下, 对 O^{18} 最低 0^+ , 2^+ , 4^+ 态的计算结果。

分析表 1 至表 3 的数据表明, 当 η 在 2 至 4 之间、 G 在 1.3 至 2 之间时, 与壳模型结果符合很好。

表 1 0^+ 态波函数的数字计算结果

η	G	$b_{5/2, 5/2}^0$	$b_{5/2, 3/2}^0$	$b_{3/2, 1/2}^0$
0	0	1.00	0	0
	2	.87	.34	.35
	∞	.71	.58	.41
2	0	.94	.03	.33
	1	.92	.22	.34
	2	.85	.38	.37
	6	.77	.49	.40
	∞	.71	.58	.41
4	0	.85	.09	.52
	1	.86	.22	.46
	2	.84	.34	.42
	∞	.71	.58	.41
6	0	.77	.15	.61
	2	.81	.33	.50
	∞	.71	.58	.41
	SMR	.89	.24	.39
	SMS	.86	.31	.40
	D.N.	.85	.26	.45

SMR 是 Rosenfeld 力的计算结果;

SMS 是 Seber 力的计算结果;

D.N. 是 Reldich 在文献[4]中的计算结果;

G 的单位是 0.783 MeV.

表 2 2^+ 态波函数的数字计算结果

η	G	$b_{5/2}^{J=2} \ 5/2$	$b_{3/2}^{J=2} \ 3/2$	$b_{1/2}^{J=2} \ 1/2$	$b_{5/2}^{J=2} \ 1/2$	$b_{3/2}^{J=2} \ 1/2$
2	0	0.70	0.02	0.09	-0.70	0.11
	1	0.69	0.05	0.17	-0.69	0.17
	2	0.63	0.14	0.24	-0.68	0.26
	6	0.52	0.32	0.28	-0.67	0.34
	14.5	0.46	0.34	0.31	-0.65	0.41
4	0	0.57	0.06	0.14	-0.78	0.22
	1	0.57	0.08	0.18	-0.76	0.25
	1.6	0.57	0.11	0.21	-0.73	0.29
	2	0.57	0.12	0.22	-0.72	0.29
6	2	0.52	0.13	0.22	-0.74	0.33
	SMS	0.71	0.14	0.20	-0.64	0.20
	D.N.	0.55	0.16	0.24	-0.70	0.35

表 3 4^+ 态波函数的数字计算结果

η	G	$b_{5/2}^{J=4} \ 5/2$	$b_{3/2}^{J=4} \ 3/2$
0		1.00	0
2	0	0.94	0.34
	1	0.89	0.48
	2	0.79	0.62
	6	0.83	0.55
	14.5	—	—
4	0	0.82	0.58
	1	0.79	0.62
	2	0.73	0.69
6	2	0.68	0.73

为了进一步表明符合的程度,选取了几组最佳的参数。为了表明对力所起的作用,把 $G = 0$ 的结果也列在表中(见表 4, 表 5)。

可以看出,在这几组参数下,与壳模型结果达到十分一致的重合。对力的效果显然表现在组态混合的加强。当 $G = 0$ 时, $b_{3/2}^{J=2} \ 3/2$ 和 $b_{1/2}^{J=2} \ 1/2$ 就显得分外的小,这是因为 $j = 3/2$ 的态的零级能很高,单靠合理的变形不足以把足够的 $j = 3/2$ 的态混进来。

我们的结果支持以下的近似计算方法: 剩余相互作用中的 P_2 力部分可以用变形场来代替,其他部分由一种具有相干效应的力起主要作用。在下一节中,我们想再在粒子-空穴对的情况下,检验一下这个方法。

表 4 0^+ 态波函数(最佳参数)的数字计算结果与 SMS, D.N. 结果比较

η	G	$b_{5/2}^0$	$b_{3/2}^0$	$b_{1/2}^0$
4	0	0.85	0.09	0.52
	1.7	0.84	0.30	0.43
	SMS	0.86	0.31	0.40
2	0	0.94	0.03	0.33
	1.4	0.89	0.28	0.36
	SMR	0.89	0.24	0.39
	D.N.	0.85	0.26	0.45

表 5 2^+ 态波函数(最佳参数)的数字计算结果与 SMS, D.N. 结果比较

η	G	$b_{5/2}^{J=2}$	$b_{3/2}^{J=2}$	$b_{5/2}^{J=2}$	$b_{3/2}^{J=2}$	$b_{1/2}^{J=2}$
2	0	0.70	0.02	0.09	-0.70	0.11
	1.8	0.64	0.12	0.22	-0.68	0.25
	SMS	0.71	0.14	0.20	-0.64	0.20
	D.N.	0.55	0.16	0.24	-0.70	0.35

三、 O^{16} 的奇宇称态

体系的哈密顿量

$$H = H_\eta + H_p, \quad (10)$$

H_η 和上节一样,是变形场部分. 对于 sd 壳, x 选为 0.05, 如前所述有六条能级,以 m 和 $\bar{m}$ 表之. 对于 $1p$ 壳, x 选为 0.10, 有三条能级,它们在文献[6]中的编号是 2, 3, 4, 以 n 和 $\bar{n}$ 表之. 二壳之间相距 17 MeV. 在所选定的参数下,这九条能级在变形为零时的零级能和实验值^[9]是比较接近的.

表 6 变形为零时的零级能

能级	$P_{3/2}$	$P_{1/2}$	$d_{5/2}$	$S_{1/2}$	$d_{3/2}$
零级能	-19.99	-15.29	-2.99	-1.42	0.93
*实验值	-21.74	-15.60	-4.15	-3.28	0.93

以 O^{16} 基态为零,能量单位是 MeV.

由于波函数对于变形大小并不十分敏感,这里参照 O^{18} 结果,只计算了变形 $\delta \simeq x\eta = 0.20$ 的情况.

从 $1p$ 壳的第 n 能级激发一个核子到 sd 壳的第 m 能级所形成的核子-空穴对态记作 $|m\bar{n}^{-1}\rangle$, 以别于核子-核子对态 $|mn\rangle$. 自然,自旋反向的态记作 $|\bar{m}n^{-1}\rangle$. 核子-空穴对态是我们在以下计算中所用的基. 令 $K = Q_m + Q_{\bar{n}}$, 则在 $K = 0$ 的情况下, 有 16 个基, 它们是

$$\begin{array}{cccc} |6, \bar{4}^{-1}\rangle & |9, \bar{4}^{-1}\rangle & |11, \bar{4}^{-1}\rangle & |7, \bar{2}^{-1}\rangle \\ |8, \bar{2}^{-1}\rangle & |6, \bar{3}^{-1}\rangle & |9, \bar{3}^{-1}\rangle & |11, \bar{3}^{-1}\rangle \end{array}$$

和相应的另外八个 $|\bar{m}n^{-1}\rangle$ 态。在 $K=1$ 的情况下有 14 个基,它们是

$$\begin{array}{ccccc} |\bar{6}, 2^{-1}\rangle & |\bar{9}, 2^{-1}\rangle & |\bar{11}, 2^{-1}\rangle & |6, 4^{-1}\rangle & |9, 4^{-1}\rangle \\ |11, 4^{-1}\rangle & |6, 3^{-1}\rangle & |9, 3^{-1}\rangle & |11, 3^{-1}\rangle & |7, \bar{4}^{-1}\rangle \\ |8, \bar{4}^{-1}\rangle & |7, \bar{3}^{-1}\rangle & |8, \bar{3}^{-1}\rangle & |5, \bar{2}^{-1}\rangle & \end{array}$$

在 $K=2$ 的情况下有九个基,在 $K=3$ 时有四个基, $K=4$ 时只有一个基, K 取值时的情况是和上述类似的。

至于粒子-空穴相互作用,由于我们认为长力程的 P_2 力效应可用变形场来代替,因此,在找到一个合适的相干力之前,我们先研究一下零力程的 δ 力。 δ 力的径向积分部分可以近似地取作常数^[10]。 δ 力的角度部分,在从 $1p$ 壳激发到 sd 壳的情况下,由于壳结构的影响,并不是零力程的;它可分解为 P_0, P_1, P_2 和 P_3 力。 P_0 是一个常数,在粒子-空穴情况下起一种强的排斥作用,由于它对波函数结构没有任何影响,在以下的计算中将不予以考虑。 P_1 和 P_3 力分别是相干力,它们的矩阵元是可分的,因而使得它们在其本身的本征态中求矩阵元时,全部对角项和干涉项的相角完全一致,达到最大的相干效果。但当它们在另一相干力的本征态中求矩阵元时,往往会出现强烈的相消效应。由于考虑到 P_1 力和 P_3 力所可能出现的相消作用,因此在下面,我们把它们作为单独起作用的相干力分别进行计算。其后的计算结果表明,这种考虑是正确的。 P_1 力主要导致至质心运动态的结构;而 P_3 力的计算却给出了和去掉质心运动后的壳模型波函数相一致的结果。至于 δ 力中的 P_2 力,已经反映在 H_p 中。这样,我们所选择的粒子-空穴相互作用是

$$H_p = V_p(12) = -V_0 \sum_i Y_{li}^*(1) Y_{li}(2), \quad (11)$$

其中 l 等于 1 或 3。由于用 P_1 力或 P_3 力所进行的计算是类似的,下面只写出 P_3 力的情况。

转到二次量子化表象中进行计算。

定义 Nilsson 曲线上的粒子产生算符

$$a_{m\tau_m}^+ |0\rangle = \sum_j C_j^m a_{j\Omega_m\tau_m}^+ |0\rangle = \sum_j C_j^m |j\Omega_m\rangle |\tau_m\rangle, \quad (12)$$

其中 $|\tau_m\rangle$ 是同位旋态。自旋与同位旋反向的态的定义与前节略有不同:

$$a_{\bar{m}\tau_{\bar{m}}}^+ |0\rangle = \sum_j C_j^{\bar{m}} a_{j\Omega_{\bar{m}}\tau_{\bar{m}}}^+ |0\rangle, \quad (13)$$

其中

$$C_j^{\bar{m}} = (-)^{i-\frac{1}{2}-l_m} C_j^m. \quad (14)$$

定义 Nilsson 曲线上的空穴产生算符

$$b_{n\tau_n}^+ = \sum_j C_j^n b_{j\Omega_n\tau_n}^+, \quad (15)$$

其中

$$b_{j\Omega_n\tau_n}^+ = (-)^{i+\frac{1}{2}+\Omega_n+\tau_n} a_{j\Omega_{\bar{n}}\tau_{\bar{n}}}. \quad (16)$$

注意到(14)式的关系可得

$$a_{n\tau_n}^+ = (-)^{1+l_n+\Omega_n+\tau_n} b_{\bar{n}\tau_{\bar{n}}}, \quad (17)$$

其中 $\tau_{\bar{n}}$ 表示同位旋投影反向于 τ_n 的态。易于证明,

$$\left. \begin{aligned} [b_{\bar{n}\tau_{\bar{n}}}, a_{m\tau_m}^+]_+ &= 0, \\ [b_{\bar{n}\tau_{\bar{n}}}, a_{n\tau_n}]_+ &= (-)^{1+l+\Omega_n+\tau_n} \delta_{m,n} \delta_{\tau_m, \tau_n}. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

此时, H_p 可写成

$$H_p = \sum_{\substack{m', n', m, n, \\ \tau_m', \tau_n, \tau_m, \tau_n}} \{D \delta_{\tau_m', \tau_m} \delta_{\tau_n', \tau_n} - E \delta_{\tau_m', \tau_n} \delta_{\tau_n', \tau_m}\} a_{m'\tau_m'}^+ a_{n'\tau_n'}^+ a_{n\tau_n} a_{m\tau_m}, \quad (19)$$

上式中 D 为直接项:

$$D = \langle m'(1)n'(2) | V_p(12) | m(1)n(2) \rangle, \quad (20)$$

由于不满足宇称守恒要求, 这项为零. E 为交换项:

$$E = \langle m'(1)n'(2) | V_p(12) | n(1)m(2) \rangle. \quad (21)$$

利用(17)式换进 $1p$ 壳的空穴算符, 把粒子和空穴的同位旋耦合, 并把 E 项的计算结果代入, 最后可得

$$H_p = \sum_{\substack{m' n' m n \\ T M_T}} \mathcal{H}_{m' \bar{n} m \bar{n}}^{KT} \{a_{m'}^+, b_{\bar{n}}^+\}_{T M_T} \{b_{\bar{n}}, a_m\}_{T M_T}, \quad (22)$$

其中 $\{a_{m'}^+, b_{\bar{n}}^+\}_{T M_T}$ [满壳] 表示一个处于 m' 态的粒子和一个处于 $\bar{n}$ 态的空穴耦合成同位旋为 T , 其分量为 M_T 的态, 可记作 $|m' \bar{n}^{-1}\rangle_{T M_T}$. 求和号中包括对自旋朝上和朝下的态求和. $\mathcal{H}_{m' \bar{n} m \bar{n}}^{KT}$ 是可分的矩阵元:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{m' \bar{n} m \bar{n}}^{KT} &= (-)^{\Omega_n + \Omega_{n'}} \frac{V_0}{2\pi} \left\{ \sum_{\substack{l_{m'} l_{n'} l_m l_n \\ \Lambda_{m'} \Lambda_m}} (-)^{\Lambda_m + \Lambda_{m'}} \right. \\ &\cdot A \begin{pmatrix} m' & n & m & n' \\ l_{m'} & l_n & l_m & l_{n'} \\ \Lambda_{m'} & \Lambda_n & \Lambda_m & \Lambda_{n'} \end{pmatrix} L^3 \begin{pmatrix} l_{m'} & l_n & l_m & l_{n'} \\ \Lambda_{m'} & -(\Lambda_{m'} - K) & \Lambda_m & -(\Lambda_m - K) \end{pmatrix} \\ &\cdot \delta_{\Omega_{m'} + \Omega_{n'}, \Omega_m + \Omega_n} \delta_{T, 0} \Big\}, \quad (23) \end{aligned}$$

其中

$$A \begin{pmatrix} m' & n & m & n' \\ l_{m'} & l_n & l_m & l_{n'} \\ \Lambda_{m'} & \Lambda_n & \Lambda_m & \Lambda_{n'} \end{pmatrix} = a_{l_{m'} \Lambda_{m'} \Sigma_{m'}}^{m'} a_{l_n \Lambda_n \Sigma_n}^n a_{l_m \Lambda_m \Sigma_m}^m a_{l_{n'} \Lambda_{n'} \Sigma_{n'}}^{n'}, \quad (24)$$

$a_{l_{m'} \Lambda_{m'} \Sigma_{m'}}^{m'}$ 等的定义见(3)式.

$$\begin{aligned} L^3 \begin{pmatrix} l_{m'} & l_n & l_m & l_{n'} \\ \Lambda_{m'} & \Lambda_n & \Lambda_m & \Lambda_{n'} \end{pmatrix} &= \left[\frac{(2l_{m'} + 1)(2l_n + 1)(2l_m + 1)(2l_{n'} + 1)}{(2 \times 3 + 1)(2 \times 3 + 1)} \right]^{\frac{1}{2}} \\ &\cdot C_{l_{m'} \Lambda_{m'}, l_n \Lambda_n}^{3 \Lambda_{m'} + \Lambda_n} C_{l_{m'} 0, l_n 0}^{3 0} C_{l_m \Lambda_m, l_{n'} \Lambda_{n'}}^{3 \Lambda_m + \Lambda_{n'}} C_{l_m 0, l_{n'} 0}^{3 0}. \quad (25) \end{aligned}$$

$H_v + H_p$ 的解易于求出, 记作

$$\sum_{m' n} g_{m' \bar{n}}^{KT} \{a_{m'}^+, b_{\bar{n}}^+\}_{T M_T} |\text{满壳}\rangle = \sum_{m' n} g_{m' \bar{n}}^{KT} |m' \bar{n}^{-1}\rangle_{T M_T}. \quad (26)$$

这就是固定变形场取向时求出的内部态. 作 Peierls 积分并归一化后, 便得到我们所要求的解 ψ_F^K :

$$\psi_{TJ}^K = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{m'n_{ij'}} g_{m'n}^{KT} C_i^{m'} C_j^n C_{Dm',j'n}^K \{a_i^\dagger b_j^\dagger\}_{TJ} | \text{满壳} \rangle. \quad (27)$$

ψ_{TJ}^K 与 T 及内部态的 K 有关, 我们只计算了 $T = 0, K = 0, 1$ 的情况. 从(23)式可以看出, $T = 1$ 的态没有相干效应, 因而排除在最低的激发态之外. 至于 $K > 1$ 的态, 由于零级能高(例如当 $K = 2$ 时, 零级能最小的基是 $|74^{-1}\rangle$, 当变形 $\delta = 0.20$ 时, 其零级能等于 7.65 MeV . 比 $K = 0$ 的 $|64^{-1}\rangle$ 基和 $K = 1$ 的 $|64^{-1}\rangle$ 基的零级能要高出 4.09 MeV), 且基的个数又少, 对相干效应不利, 因而也不予以考虑. 对应于 $K = 0$ 和 $K = 1$ 的内部态的基的个数是相近的 (16:14), 零级能也差不多, 因此它们将对 O^{16} 的低激发态作出贡献.

在 $K = 0$ 的情况下, 由于

$$\mathcal{H}_{m'n\bar{m}\bar{n}'}^{00} = -\mathcal{H}_{\bar{m}'n\bar{m}\bar{n}}^{00}, \quad (28)$$

易于看出,

$$g_{m'n}^{00} = -g_{\bar{m}'n}^{00}. \quad (29)$$

于是内部态可写为

$$\sum_{m'>0, n>0} g_{m'n}^{00} [\{a_{m'}^\dagger b_n^\dagger\}_{T=0} - \{a_{\bar{m}'}^\dagger b_n^\dagger\}_{T=0}] | \text{满壳} \rangle. \quad (30)$$

作 Peierls 积分后得

$$\psi_{0J}^0 = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{m'>0, n>0} g_{m'n}^{00} (1 - (-)^J) \sum_{jj'} C_i^{m'} C_j^n C_{Dm',j'n}^0 \{a_i^\dagger b_j^\dagger\}_{0J} | \text{满壳} \rangle. \quad (31)$$

由此立刻看出, 当 $K = 0$ 时, $J =$ 偶数的态没有相干效应.

对于 $J = 0$ 的态, K 必须为 0, 由于没有相干效应, 可以预料它一定比 $1^-, 2^-$ 和 3^- 的态要高几个 MeV. 实验上 O^{16} 的 $0^-, 1^-, 2^-$ 和 3^- 态的能量分别是 $10.95, 7.12, 8.88$ 和 6.13 MeV ; Ca^{40} 和 Pb^{208} 的第一 0^- 态也有类似的偏高情况.

经简单计算可知, 对应于 T, J 为 0, 0 的内部态不具有(26)式的强组态混合的特点, 如下式所示:

$$[\{a_6^\dagger b_4^\dagger\}_{T=0} + \{a_6^\dagger b_4^\dagger\}_{T=0}] | \text{满壳} \rangle, \quad (32)$$

由此得

$$\psi_{00}^0 = \frac{1}{\sqrt{n_0}} \sum_i \frac{(-)^{i-\frac{1}{2}}}{(2j+1)^{1/2}} C_i^{\frac{1}{2}} C_i^{\frac{1}{2}} \{a_i^\dagger b_i^\dagger\}_{00} | \text{满壳} \rangle. \quad (33)$$

对于 $J = 2$ 的态, 最低的 2^- 态一定是对应于 $K = 1$ 的, 记作 ψ_{02}^1 .

下面, 我们给出在 $T = 0$ 时, 不同 J, K , 变形参数 δ (主要取 $\delta = 0.20$) 和 P_3 力强度 V_0 下的计算结果. 为了显示相干力的作用, 把 $V_0 = 0$ 的情况也列在表中, 壳模型的计算结果是从文献[11]第 80 页中的表 A2 经 LS 到 jj 转换而得的.

表 7 的结果表明, 用变形场加相干力 P_3 力的办法计算出的结果, 在粒子-空穴对的情况下, 和粒子-粒子对的情况一样, 只要选取合适的相干力强度和变形参数, 就能和壳模型的计算结果相一致. 例如, 当选取 $\delta = 0.20$, $V_0 = 30$ 至 35 MeV 时, 除了 $J = 2$ 的态之外, 与壳模型波函数的重叠积分均大于 0.99.

表 7 ϕ_{TJ}^K 表

$T \ J$	K	δ	$V_0^{1)}$	$a_{3/2}^+ b_{3/2}^+$	$a_{5/2}^+ b_{1/2}^+$	$a_{3/2}^+ b_{5/2}^+$	$a_{3/2}^+ b_{1/2}^+$	$a_{1/2}^+ b_{3/2}^+$	$a_{1/2}^+ b_{1/2}^+$
0 0	0	-0.20				-0.06			1.00
	0	0.20				-0.08			1.00
	0	sd 壳 0.30				-0.16			0.99
	SMS	p 壳 0.40				-0.18			0.98
0 1	0	0.20	0	-0.27	0	0.03	0.41	0.21	-0.85
	0	0.20	12.5	-0.30	0	0.04	0.36	0.14	-0.87
	0	0.20	25	-0.34	0	0.05	0.26	0.01	-0.90
	0	0.20	35	-0.38	0	0.06	0.16	-0.14	-0.90
	1	0.20	0	-0.15	0	-0.07	-0.23	-0.12	-0.95
	1	0.20	20	-0.25	0	-0.02	-0.19	-0.27	-0.91
	1	0.20	30	-0.29	0	0	-0.17	-0.35	-0.87
	1	0.20	35	-0.32	0	0	-0.15	-0.40	-0.85
	SMS			-0.29	0	0.06	-0.24	-0.48	-0.79
0 2	0	-0.20		-0.12	0.89	-0.06	-0.23	-0.37	0
	0	0.20		0.09	0.95	0.05	-0.27	-0.14	0
	1	0.20	0	0.21	0.88	0	0.38	-0.19	0
	1	0.20	20	0.40	0.78	-0.08	0.44	-0.14	0
	1	0.20	30	0.51	0.71	-0.13	0.46	-0.09	0
	1	0.20	35	0.54	0.67	-0.16	0.47	-0.07	0
	SMS			0.39	0.87	-0.13	0.27	-0.02	0
0 3	0	0.20	0	-0.15	0.99	0.07			
	0	0.20	12.5	0.01	1.00	-0.06			
	0	0.20	25	0.21	0.95	-0.23			
	0	0.20	30	0.27	0.92	-0.29			
	0	0.20	35	0.33	0.88	-0.33			
	1	0.20	0	-0.04	1.00	-0.06			
	1	0.20	20	0.23	0.94	-0.24			
	1	0.20	30	0.33	0.89	-0.33			
	1	0.20	35	0.36	0.86	-0.36			
	SMS			0.37	0.87	-0.33			

1) V_0 是 P_0 力强度。

四、討 論

分析以上結果可以看出下面几点:

(1) 在 O^{18} 和 O^{16} 的情况下, P_2 力对波函数结构的效应可以用一个按方向权重取向的变形场来等价。方向权重可利用变分原理, 在使体系能量处于最稳定的条件下定出。

对应于 O^{18} 的变形是 $\delta \simeq x\eta = 0.10-0.20$ 左右。 O^{16} 负宇称态有类似的变形。但是总的说来, 波函数对于 δ 不太敏感。至于为甚么要有这样大小的变形, 它和核力的关系怎样, 我們沒有作仔細的研究。有人在这方面作过初步的工作, 可参阅文献[12]。

(2) 在粒子-空穴对的情况下,和粒子-粒子对的情况一样,相干力起着重要作用。

表 4、表 5 和表 7 的计算结果表明,如果忽略这个因素,单独靠变形场的作用是得不到和壳模型波函数相一致的结果的。

在计算 O^{18} 时,如果不用对力,而用相似的相干力 δ 力,我们发现后者同样能解释实验,其强度估计约在 12—20 MeV 之间。把它按勒让德函数展开,其中的 P_3 力部分比计算 O^{16} 时所用的 P_3 力强度 30—35 MeV 相差约一半以上。可见 P_3 力并不是如原先所设想的仅仅是 δ 力中的一部分,而应该把它看成是核力中除 δ 力外固有的成分。在粒子-粒子相互作用中,这种成分的作用不显著。在粒子-空穴情况下,由于 P_3 力能起相干作用,它的重要性就显得特别突出。

(3) 两种具有相干效应的力往往不能同时起作用。原因有两个:一是若设在某一组基中,甲力和乙力都是相干力,则某些对甲力相互作用强的基,在甲力的本征态中占的比例也比较大,但这些基对乙力来说不见得是强的。反之,对乙力强的基,在甲力本征态中占的比例却不见得大。因此,总的说来,乙力在甲力的本征态中不能很好地发挥作用。二是干涉项中正负号不一致引起的相消,这是最重要的原因。一般说来,若设甲力的可分矩阵元为 $A_i A_j$,乙力的为 $B_i B_j$, i, j 均由 1 至 n ,如果有 k 个 B_i 和相应的 A_i 异号,则当在甲力的本征态中求乙力的观测值时,对角项和干涉项共有 n^2 项,其中将有 $2k(n-k)$ 项与其他的项异号,因而呈现出强的相消效应。

举例来说:在 O^{16} 负宇称态 $K=0$ 的内部态中, P_3 力的本征态有 16 个基, P_1 力的 B_i 有 8 个和 P_3 力相应的 A_i 异号,当 $k=8$ 时, $2k(n-k)=16 \times 8$,因此 16^2 项中刚好有一半与另外一半异号,达到最大的相消后果。具体的计算给出,在 P_3 力的本征态中, P_1 力的作用只及前者的 $1/86.4$ 。

由于 P_1 力和 P_3 力彼此相消得如此之厉害,把它们分离来进行考虑是适宜的。

(4) P_1 力导致质心运动态结构。计算表明,用 P_1 力算出的波函数和去掉质心运动后的壳模型波函数相差很远。例如,当 $V_0=30$ MeV 时,算出的 ϕ_{00}^0 与后者的重迭积分只有 80%, ϕ_{01}^0 与后者的重迭积分几乎等于零。进一步研究表明, ϕ_{01}^0 几乎就是纯质心运动态,二者的重迭积分达到 99%。反之,用 P_3 力计算出的各种波函数丝毫不混有质心运动态,它们与后者都是正交的。这个结果清楚地表明, P_1 力和 P_3 力在核结构中担任着截然不同的角色,这是可以理解的,也无怪乎它们为何相消得这样厉害。这样,我们所使用的计算方法,提供了一个自动消去质心运动的效果。

(5) 对于粒子-空穴对,和粒子-粒子对一样,在它们的波函数中大都混有比较多的组态,并且相干关联很重要,只有 0^- 态除外。

(6) 在轻核中 K 不是好量子数。在 O^{16} 满壳激发的情况下, $K=0$ 和 $K=1$ 的内部态的能量是接近的。 ϕ_{0J}^0 和 ϕ_{1J}^0 的重迭积分也很大。在 $J=0$ 的情况下, K 只能等于零。在 $J=2$ 的情况下,由于 $K=0$ 的态没有相干效应,我们可以肯定与壳模型波函数最低 2^- 态对应的一定是 ϕ_{22}^0 。可是,在 $J=1$ 和 3 的情况下,虽然 $K=0$ 和 $K=1$ 的内部态结构差异很大,互相正交,但是在作了 Peierls 积分以后,不但不正交,反而相当接近, $J=3$ 的情况尤其如此。这样就使得我们不能对内部态的 K 值下甚么结论。因而,在重原子核内 K 可以近似地认为是好量子数的看法不能推广到轻核中来。

本文的物理思想是由于敏先生提出的,在工作过程中一再得到于敏先生的指导,作者谨表示衷心的感谢。对张宗燁、余友文同志有益的讨论一并致谢。

参 考 文 献

- [1] Elliott, J. P., Flowers, B. H., *Proc. Roy. Soc.*, **A229** (1955), 536.
- [2] Redlich, M. G., *Phys. Rev.*, **95** (1954), 448.
- [3] Redlich, M. G., *Phys. Rev.*, **99** (1955), 1427.
- [4] Redlich, M. G., *Phys. Rev.*, **110** (1958), 468.
- [5] Peierls, R. E., Yoccoz, J., *Proc. Phys. Soc.*, **A70** (1957), 381.
- [6] Nilsson, S. G., *Dan. Mat. Fys. Medd.*, **29** (1955), No. 16.
- [7] Mottelson, B. R., *The Many Body Problems* (1959), 283.
- [8] Belyaev, S. T., *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.*, **31** (1959), No. 11.
- [9] Brown, G. E., Castillejo, J., Evans, J. A., *Nuclear Physics*, **22** (1961), 1.
- [10] 余友文、张宗燁、于 敏, *物理学报*, **21**(1965), 542.
- [11] Elliott, J. P., Flowers, B. H., *Proc. Roy. Soc.*, **A242** (1957), 57.
- [12] Flamm, E., Levinson, C. A., Meshkov, S., *Phys. Rev.*, **129** (1963), 297.

COHERENT EFFECT IN WEAK-DEFORMED NUCLEAR FIELD

PAO CHENG-KWANG

ABSTRACT

The coherent effect inherent in particle-particle pair or particle-hole pair which is moving in a rotating weak-deformed nuclear field has been investigated. The low-lying even-parity states 0^+ , 2^+ , 4^+ , of O^{18} and odd-parity states 0^- , 1^- , 2^- , 3^- , of O^{16} have been calculated accordingly. Comparison with the corresponding wave-functions by the shell model classical calculation shows that there is much similarity between them. Some preliminary conclusions are obtained as follows: The main components in nuclear force are the P_2 force plus certain other force with coherent property. The former is equivalent to a rotating deformed field, while the latter is essential in all calculated states except for the 0^- state only.