

第二类超导体的临界磁場*

李 宏 成

提 要

在 Гинзбург-Ландау 理論中借引入順磁能導出了第二类超导体的临界磁場公式。理論公式与 Ti-V 合金系統的實驗數據符合。考慮了順磁能的影响之后,第二类超导体由“混合态”向正常态的转变仍为二級相变;在相变点附近,磁化曲线仍为直线;在强磁場中相变时的比热跳跃与零場中的比热跳跃同数量级;与 V_3Ga 的比热測量及 Nb_3Sn 的磁化曲线測量很好地符合。

一、引 言

最近发现,某些过渡元素的超导化合物或合金之临界場 $H_c^{[1,2]}$ (以刚刚出現电阻为标准的临界場,測量电流密度 $j \leq 10$ 安/厘米²) 远远低于 A. A. Абрикосов 理論^[3-5] 所給出的临界場 H_{c2} ,而接近于 A. M. Clogston 由順磁能的考慮所給出的临界場 H_p ^[6,7]。因此有必要在 Гинзбург-Ландау 理論(以下簡称 Г-Л 理論)中考虑順磁能的作用,重新討論第二类超导体的临界場問題。

本文考虑到 Pauli 順磁性在超导态与正常态中的不同,將 Г-Л 方程組加以修改,并用来討論第二类超导体的临界場。所得到的临界場 H_k 与合金參量間的关系式,在一个极限情况下,簡化为 Абрикосов 公式^[4]:

$$H_{c2} = \sqrt{2} \kappa H_{CM}; \quad (1)$$

在另一极限情况下,簡化为

$$H_k = [2\pi(\chi_n - \chi_s)]^{-\frac{1}{2}} H_{CM}, \quad (2)$$

与 Clogston 公式^[6]

$$H_p = [4\pi(\chi_n - \chi_s)]^{-\frac{1}{2}} H_{CM} \quad (3)$$

相似,但(2)比(3)大 $\sqrt{2}$ 倍。由混合态向超导态的转变仍为二級相变;相变点附近磁化曲线仍为直线,磁矩 $M(H)$ 連續地趋于零,无跳跃;这与 Абрикосов 原来的理論^[4]相同,与 Clogston 的結論不同。

所得临界場公式与 Ti-V 合金系統的實驗數據 H_r 符合。这表明,在考虑了順磁能的作用后,Г-Л 理論能够很好地解释第二类超导体的临界場問題。

二、包括順磁能在內的 Г-Л 方程組

理論和實驗都表明,由于反向自旋电子配成 Cooper 对,超导态的自旋磁化率 χ_s 比正常态的自旋磁化率 χ_n 小。虽然目前有一些关于 χ_s 的理論^[8,9],但尚未得到實驗的完全証

* 1964 年 5 月 15 日收到。

实,故这里只对 χ_s 作唯象的分析.

由于配成 Cooper 对的电子对 Pauli 顺磁性无贡献,故可假定 χ_s 与超导电子数 N_s 的关系为

$$\frac{\chi_s}{\chi_n} = 1 - a \frac{N_s}{N}, \quad (4)$$

N 为总电子数.

在 10^5 高斯的强磁场中,还需要考虑 Ландау 逆磁效应. 目前尚没有关于超导态中 Ландау 逆磁性的完善理论,这里也只能作非常粗略的假定. 如果电子在结成 Cooper 对前后,对 Ландау 逆磁性的贡献不同,则在 $\frac{N_s}{N} \ll 1$ 的条件下,将磁化率 $\chi_s\left(\frac{N_s}{N}\right)$ 对 $\frac{N_s}{N}$ 作幂级数展开,只取前两项,亦可得到与(4)式相似的表达式. 因此,在 $\frac{N_s}{N} \ll 1$ 时,可将(4)式看成是超导态磁化率的普遍表达式,包括各种可能的机制. 系数 a 应该由微观理论导出,在目前的状况下,可由实验定出.

在 Γ - Π 理论中假定“等效波函数 ψ ”与超导电子数 N_s 的关系为

$$|\psi|^2 = \frac{N_s}{N}. \quad (5)$$

故由(4),(5)两式可得

$$\chi_s = \chi_n(1 - a|\psi|^2). \quad (4')$$

由热力学势 $\phi(T, H_0)$ 出发求 Γ - Π 方程组^[3]

$$\left. \begin{aligned} \phi(T, H_0) &= F - \frac{1}{4\pi} \int \mathbf{B} \cdot \mathbf{H}_0 dV, \\ F &= \int f dV, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

其中 $\mathbf{H}_0$ 为外场. 超导态的体自由能密度 f_{sH} 为

$$f_{sH} = f_{n0} + \alpha |\psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\psi|^4 + \frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{H}}{8\pi} + \frac{1}{4m} \left| -i\hbar \nabla \psi - \frac{2e}{c} \mathbf{A} \psi \right|^2. \quad (7)$$

利用 $\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_s}$, 以及(4')式可得

$$\frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{H}}{8\pi} = \frac{B^2}{8\pi\mu_n} + \frac{1}{2} \frac{a\chi_n}{\mu_n^2} B^2 |\psi|^2, \quad (8)$$

其中, μ_s 与 μ_n 分别等于 $(1 + 4\pi\chi_s)$, $(1 + 4\pi\chi_n)$. 正常态的 f_{nH} 为

$$f_{nH} = f_{n0} + \frac{B^2}{8\pi\mu_n}. \quad (9)$$

将(7),(8),(9)代入(6)式内,并采用约化单位

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{r}' &= \frac{\mathbf{r}}{\delta_0}, \quad \psi'^2 = \frac{\beta}{|\alpha|} \psi^2, \quad A' = \frac{A}{\sqrt{2} H_{CM} \delta_0}, \quad B' = \frac{B}{\sqrt{2} H_{CM}}, \\ \delta_0^2 &= \frac{mc^2}{8\pi e^2} \frac{\beta}{|\alpha|}, \quad K^2 = \frac{8e^2}{\hbar^2 c^2} H_{CM}^2 \delta_0^4, \quad H_{CM}^2 = \frac{4\pi\alpha^2}{\beta}, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

以及

$$\left. \begin{aligned} K_p &= 4\pi \frac{a\chi_n}{\mu_n^2} \frac{|\alpha|}{\beta} = 4\pi(\chi_n - \chi_s|_{H=0})\mu_n^{-2}, \\ \phi' &= \phi \frac{4\pi}{H_{CM}^2 \delta_0^3}, \quad f' = f \cdot \frac{4\pi}{H_{CM}^2}, \end{aligned} \right\} \quad (10')$$

将原来的参量用有“'”符号的新参量表示出,然后再去掉符号“'”,可得

$$\left. \begin{aligned} \phi_s(T, H_0) &= \left\{ \left\{ f_{n0} - |\psi|^2 + \frac{1}{2} |\psi|^4 + \frac{B^2}{\mu_n} - 2\mathbf{B} \cdot \mathbf{H}_0 + K_p B^2 |\psi|^2 + \left| \frac{i}{K} \nabla \psi + \mathbf{A} \psi \right|^2 \right\} d\nu, \right. \\ \phi_n(T, H_0) &= \left. \left\{ \left\{ f_{n0} + \frac{B^2}{\mu_n} - 2\mathbf{B} \cdot \mathbf{H}_0 \right\} d\nu. \right. \right\} \quad (11)\end{aligned}$$

将 $\phi_s(T, H_0)$ 对 ψ^* 及 $\mathbf{A}$ 求变分,可得包括顺磁能在内的 Γ - Π 方程组,以及边界条件:

$$\left(\frac{i}{K} \nabla + \mathbf{A} \right)^2 \psi = (1 - K_p B^2) \psi - \psi |\psi|^2, \quad (12)$$

$$-\left(\frac{1}{\mu_n} + K_p |\psi|^2 \right) \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \frac{i}{2K} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) + |\psi|^2 \mathbf{A} + K_p (\nabla |\psi|^2) \times \mathbf{B}, \quad (13)$$

$$\mathbf{n} \cdot (\nabla \psi - iK \mathbf{A} \psi)|_{\text{边界}} = 0. \quad (14)$$

三、向正常态的转变

设全空间充满了均匀的超导体,外磁场沿 z 方向. 假定只讨论相变点附近的情况, $|\psi|^2 \ll 1$. 在零级近似下,可略去 $|\psi|^2$ 对 $\mathbf{A}$ 的影响,即令

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{B} &= \{0, 0, B_0\}, \\ \mathbf{A} &= \{0, B_0 x, 0\}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

以下按 A. A. 阿布里科夫方法^[4]求解.

取 ψ 为实数,假定 ψ 只与 x, y 有关,此时方程(12)简化为

$$\left\{ \frac{1}{\kappa^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) - \frac{2i}{\kappa} A_y \frac{\partial}{\partial y} - \frac{i}{\kappa} \left(\frac{\partial A_y}{\partial y} \right) + (1 - K_p B^2 - A^2) - |\psi|^2 \right\} \psi = 0. \quad (12')$$

略去 $\psi |\psi|^2$ 项,考虑到空间各点的等价性,(12')的解可以写为

$$\left. \begin{aligned} \psi &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{ikny} \varphi_n(x), \\ \varphi_n(x) &= \exp \left\{ -\frac{\kappa B_0}{2} \left(x - \frac{\hbar n}{K B_0} \right)^2 \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

其中 B_0 必须满足下列条件,(16)式才能成为(12')的解:

$$\left. \begin{aligned} B_0 &= \frac{2\kappa}{1+C} = \frac{[1 + 4\kappa^2 K_p]^{\frac{1}{2}} - 1}{2\kappa K_p}, \\ C &= [1 + 4\kappa^2 K_p]^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

(16)式中的 $\hbar$ 与 C_n ($n = \dots -1, 0, +1 \dots$) 需由 $\phi_s(T, H_0)$ 取极小条件确定.

下面考虑 ψ 对 $\mathbf{A}$ 的影响,求场的一级近似. 此时 $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ 皆与 x, y 坐标有关,即

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A} &= \{0, A_y(x, y), 0\}, \\ \mathbf{B} &= \left\{ 0, \quad 0, \quad \frac{\partial A_y}{\partial x} \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

注意到(13)式中的 μ_n 与 1 非常接近, 且 $K_p|\psi|^2 \ll 1$, 故可将(13)简化为

$$-\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \frac{i}{2K} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) + |\psi|^2 \mathbf{A} + K_p (\nabla |\psi|^2) \times \mathbf{B}. \quad (13')$$

将(13')右方用零级近似解(15), (16)代入, 写成分量方程, 可得

$$-\frac{\partial^2 A_y}{\partial x \partial y} = C \sum_{m,n} C_m^* C_n e^{ik(n-m)y} \varphi_m \varphi_n \left\{ \frac{ik}{2K} (n-m) \right\}, \quad (19)$$

$$\frac{\partial^2 A_y}{\partial x^2} = C \sum_{m,n} C_m^* C_n e^{ik(n-m)y} \varphi_m \varphi_n \left\{ B_0 x - \frac{k}{2K} (n+m) \right\}, \quad (20)$$

其中之 C 为一常数(见(17)式)

$$C = [1 + 4k^2 K_p]^{-\frac{1}{2}}. \quad (21)$$

可以验证, (20)、(19)的解为:

$$\left. \begin{aligned} A_y &= x B_1 - \frac{C}{2K} \int^x |\psi|^2 dx', \\ B_x &= B_1 - \frac{C}{2K} |\psi|^2. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

B_1 为积分常数。当 $T \rightarrow T_c$ 时, B_x 应趋于外场, 故 B_1 就是外场。

为了讨论 $B \approx B_0$ 时的情况, 需要求出非线性方程的解, 即考虑 $\psi|\psi|^2$ 项之后的情况。假定外场很接近于 B_0 , 则非线性方程的解可写为

$$\psi = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{ikny} (C_n \varphi_n + \varphi_n^{(1)}), \quad (23)$$

$\varphi_n^{(1)}$ 为远小于 $C_n \varphi_n$ 的修正项。将(23), (22)代入(12')式中, 只保留 $\varphi_n^{(1)}$ 的一次项及 φ_n 三次方以下的项, 可得关于 $\varphi_n^{(1)}$ 的方程:

$$\begin{aligned} & \left\{ B_0^2 \left(x - \frac{kq}{KB_0} \right)^2 - \frac{1}{K^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - (1 - K_p B_0^2) \right\} \varphi_q^{(1)} = \\ & = C_q \varphi_q \cdot 2B_0(B_0 - B_1) \left\{ x \left(x - \frac{kq}{KB_0} \right) + K_p \right\} + \\ & + \sum_{m,p} C_m^* C_p C_{q+m-p} \left\{ \frac{CB_0}{K} \left[x - \frac{k}{2KB_0} (2q+m-p) \right] \varphi_{q+m-p} \times \right. \\ & \left. \times \int^x \varphi_m \varphi_p dx' - \left(1 - \frac{K_p}{K} B_0 C \right) \varphi_m \varphi_p \varphi_{q+m-p} \right\}. \end{aligned} \quad (24)$$

推导(24)时, 除去有 $(B_0 - B_1)$ 因子的地方之外, 采用了 $B_1 \approx B_0$ 的近似。

要使(24)式有解, 其右方必须与 φ_q 正交, 由此导至下列方程:

$$\frac{\sqrt{2}}{K} C(B_0 - B_1) C_q + \sum_{m,p} C_m^* C_p C_{q+m-p} e^{-\frac{k^2}{2KB_0} [(m-p)^2 + (q-p)^2]} \left\{ \frac{C^2}{2K^2} - 1 \right\} = 0 \quad (25)$$

将(25)式双方乘以 C_q^* , 并对 q 求和后化为

$$\frac{C(B_0 - B_1)}{K} \overline{|\psi|^2} + \left(\frac{C^2}{2K^2} - 1 \right) \overline{|\psi|^4} = 0, \quad (26)$$

其中 $\overline{|\psi|^2}$, $\overline{|\psi|^4}$ 表示 $|\psi|^2$ 与 $|\psi|^4$ 对空间的平均值。令

$$\beta = \overline{|\psi|^4} (\overline{|\psi|^2})^{-2}, \quad (27)$$

則由(26)式可得

$$|\overline{\psi}|^2 = \frac{2KC(B_0 - B_1)}{(2\kappa^2 - C^2)\beta}, \quad (28)$$

$$|\overline{\psi}|^4 = \frac{4\kappa^2 C^2 (B_0 - B_1)^2}{\beta(2\kappa^2 - C^2)}. \quad (29)$$

由(28)可見,在 $B_1 = B_0$ 时, $|\overline{\psi}|^2 = 0$, 即样品轉变为正常态。为了判断 B_0 是否是真正的热力学临界場,須将热力学势之差求出。

在超导体充滿全空間时,可令去磁因子为零,正常态中, $B = \mu_n H = \mu_n H_0$, 故由(11)式可得

$$\Delta\phi = \phi_s - \phi_n = \iint \left\{ \frac{1}{2} |\psi|^4 - (1 - K_p B^2) |\psi|^2 + \left| \frac{i}{K} \nabla\psi + \mathbf{A}\psi \right|^2 + \frac{1}{\mu_n} (B - \mu_n H_0)^2 \right\} dv. \quad (30)$$

利用(12)式将 $(1 - K_p B^2) |\psi|^2$ 代換成 $|\psi|^4 + \psi^* \left(\frac{i}{K} \nabla + \mathbf{A} \right)^2 \psi$, 再利用(13')式将

$$\left| \frac{i}{K} \nabla\psi + \mathbf{A}\psi \right|^2 - \psi^* \left(\frac{i}{K} \nabla + \mathbf{A} \right)^2 \psi$$

兩項簡化成面积分。由于超导体充滿全空間, $V \rightarrow \infty$, 面积分是不重要的,可略去。由此可将(30)式簡化为

$$\Delta\phi = \iint \left\{ \frac{1}{\mu_n} (B - \mu_n H_0)^2 - \frac{1}{2} |\psi|^4 \right\} dv. \quad (30')$$

将 μ_n 用 1 代替,将(22),(29)式代入(30')式可得

$$\Delta\phi = -V \frac{C^2 (B_0 - H_0)^2}{(2\kappa^2 - C^2)\beta}. \quad (31)$$

由此可見, B_0 代表真正热力学临界場。故可写

$$\left. \begin{aligned} H_k &= \frac{2\sqrt{2}K}{1+C} H_{CM}, \\ C &= (1 + 4\kappa^2 K_p)^{\frac{1}{2}}, \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

其中 H_k 已采用了普通单位。

显然,在 K 比較小(但仍 $\gg \frac{1}{\sqrt{2}}$)时, $4\kappa^2 K_p \ll 1$, $C \rightarrow 1$, (32)式趋近于 Абрикосов 公式^[4]:

$$H_k \rightarrow H_{c2} = \sqrt{2} K H_{CM}. \quad (32')$$

在 $\kappa^2 K_p \rightarrow \infty$ 时, (32)式趋近于

$$H_k \rightarrow [2\pi(\chi_n - \chi_s)]^{-\frac{1}{2}} H_{CM}, \quad (32'')$$

比 Clogston^[6] 公式(3)大 $\sqrt{2}$ 倍。

由(22)式可求出相变点附近的磁矩

$$-4\pi M = \frac{C^2}{\beta(2\kappa^2 - C^2)} (H_k - H) \quad (33)$$

仍然与 $(H_k - H)$ 成正比,在相变点无跳跃。

由热力学势之差(31)式可求出熵差 ΔS 以及相变点的比热跳跃 Δc :

$$\Delta S = S_s - S_n = \frac{V}{4\pi} H_{CM} \frac{dH_{CM}}{dT} \cdot \xi \left(1 - \frac{H_0}{H_k}\right), \quad (34)$$

$$\Delta c = c_s - c_n = \frac{VT}{4\pi} \left(\frac{dH_{CM}}{dT}\right)^2 \cdot \xi, \quad T \approx T_c^0, \quad (35)$$

其中

$$\xi = 4\beta^{-1} \left(1 - \frac{C^2}{2K^2}\right)^{-1} \left(1 + \frac{1}{C}\right)^{-2}$$

为近于 1 的常数。由此可见, 第二类超导体在磁场中的相变仍是二级相变, 在强磁场中的比热跳跃与零场中的比热跳跃同数量级。

由此可得出如下结论:

(1) 考虑到顺磁能的影响之后, 第二类超导体由混合态向正常态的转变仍属于二级相变; 在相变点附近磁化曲线仍为直线, 无跳跃。

(2) 在强磁场中相变时仍有很大的比热跳跃(35)。

(3) 顺磁能使第二类超导体的临界场降低(32)。

在 70 千高斯的直流场中 V_3Ga 比热的测量^[10] 以及 Nb_3Sn 磁化曲线的测量^[11] 都支持结论(1)。由结论(2)可以很容易解释 V_3Ga 在强磁场中仍有很大的比热跳跃的惊人结果。(32)式与 Ti-V 系统的实验数据符合得相当好。这些都说明, 这样考虑顺磁能的影响是对的。

四、与 Ti-V 系统的实验结果比较

目前只有 Ti-V 系统的实验结果比较完全, 可进行比较。

由电子比热系数 γ , 利用下式确定 χ_n ^[12]:

$$\chi_n = \frac{3\mu_B^2}{\pi^2 k^2} \gamma, \quad (36)$$

由剩余电阻 ρ_n , γ 值, T_c 值定出 K ^[5] 及 H_{CM} ^[13]:

$$\left. \begin{aligned} \kappa &= \kappa_0 + \kappa_L, \\ \kappa_0 &= 1.61 \times 10^{24} \left[\frac{T_c \gamma^{3/2}}{N^{4/3}} \right] \left(\frac{S_f}{S} \right)^2, \\ \kappa_L &= \left[\frac{21\zeta(3)}{2\pi} \right]^{1/2} (e \rho_n \gamma^{1/2} / \pi^3 k), \\ H_{CM} &= 2.42 \gamma^{1/2} T_c \left(1 - \frac{T^2}{T_c^2} \right); \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

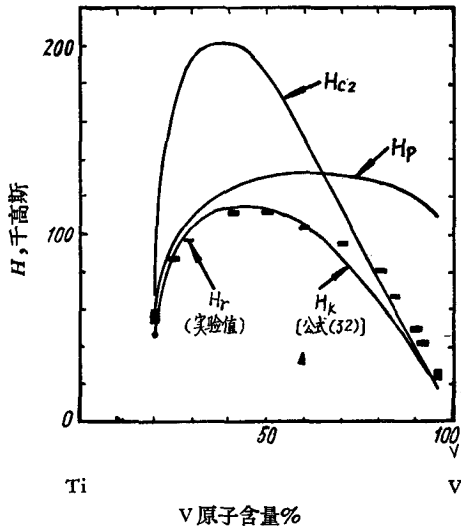
其中, μ_B 为 Bohr 磁子; k 为 Boltzmann 常数; n 为单位体积内的价电子数; S 为 Fermi 面的面积, S_f 为密度为 n 的自由电子气体 Fermi 面的面积; $\zeta(3) = 1.202$; 取 $S_f/S = 0.6$ ^[2]。

1) 第三节所给出的公式都是在 $|\psi|^2 \ll 1$ 的条件下得出的。换成普通单位后, 这个条件化为

$$|\psi(H_k)|^2 \ll |\psi(0)|^2.$$

在 $T = T_c$ 时, $H_k = 0$, 不再满足此条件, 故(35)式不成立。在 $(T_c - T) \ll T_c$ 时应该求出方程组(12)–(14)的严格解, 这在数学上是很困难的。在 $H = 0$ 时, 比热跳跃应该满足热力学关系:

$$\Delta c \Big|_{H=0} = \frac{VT}{4\pi} \left(\frac{dH_{CM}}{dT} \right)^2_{T=T_c}.$$



γ 与 T_c 的实验值取自文献 [14], ρ_n 及 H_r 值取自文献 [2]. 假定 $\chi_s = 0$, 由 (32) 式算出的 H_k 如图所示. H_r 实验值用方形点表示, 其高度表示开始出现电阻到电阻完全恢复时场的范围. 为了比较起见, 图中同时画出了按 (1) 式算出的 H_{c2} 以及按 (3) 式算出的 H_p 值. 可以看出, 在曲线中部, (32) 式与实验符合得相当好, 而 H_{c2} 与 H_p 和实验值 H_r 相差很大. 在富 V 合金的一边, (32) 式与 (1) 式都同样低于实验值, 这可能是由于 Абрикосов 理论所给出的 H_{c2} 与温度的关系与实验不符合所致 [2].

考虑到计算 K, K_p, H_{CM} 时所根据的公式以及实验数据, 特别是关于 χ_n, χ_s, S 值的假定都是比较粗略的, (32) 式与实验能符合到这种程度是相当满意的. 因此, 可以说在考虑了顺磁能之后的 Γ -JI 理论能够较好地定量地解释第二类超导体的临界场的大小.

五、讨 论

在 $\kappa^2 K_p \rightarrow \infty$ 的极限情况下, (32) 式比 Clogston 公式 (3) 大 $\sqrt{2}$ 倍. 由于 Clogston 计算 (3) 时, 未考虑到负界面能的贡献, 故 (3) 式低于 (2) 式是很自然的. 而且, 他得出相变是一级的, 与这里的二级相变根本不同. 由此看来, (3) 式已失去了作为第二类超导体临界场上限的意义了.

N. Kusnezov [15] 亦曾在 Γ -JI 方程中加入了顺磁能项, 并讨论了小样品的临界场问题. 他假定 μ_s 与 ψ 无关. 除去关于 $\mathbf{A}$ 的方程多一个常数 μ_s 之外, 他所得之方程组与原来的 Γ -JI 方程完全相同. 利用 Kusnezov 的方程组, 按照第三节所述之方法, 可求得第二类超导体的临界场 (记为 H'_c):

$$H'_c = \frac{\sqrt{2} K H_{CM}}{1 + [\Delta \mu \beta (2\kappa^2 - 1)]^{1/2}}, \quad (38)$$

其中, $\Delta \mu = 4\pi(\chi_n - \chi_s)$. 在相变点附近磁化曲线仍为直线, 但在 $H = H'_c$ 时, 磁矩有一个跳跃:

$$-4\pi(\Delta M) = \left[\frac{\Delta \mu}{\beta \left(1 - \frac{1}{2\kappa^2}\right)} \right]^{1/2} H_{CM} \approx \Delta \mu^{1/2} H_{CM}, \quad (39)$$

其中假定了 $K \gg 1$, 且令 $\mu_s \approx 1$. 在 $H = H'_c$ 时的相变潜热 Q :

$$Q = T(S_s - S_n) = \zeta \cdot \frac{VT}{4\pi} H_{CM} \left(\frac{dH_{CM}}{dT} \right), \quad (40)$$

其中

$$\zeta = \beta^{-1} \left(1 - \frac{1}{2\kappa^2}\right)^{-1} \left(1 - \frac{H'_c}{H_{c2}}\right), \quad (41)$$

H'_c 由(38)式给出, $\beta = 1.18^{[4]}$, $H_{c2} = \sqrt{2KH_{CM}}$. 由(41)式可见, 在 $\kappa \gg 1$ 时, $\zeta \lesssim 1$. (40)式除去 ζ 之外的因子等于理想的第一类超导体的相变潜热. 因此, 按 Kusnezov 方程, 在考虑了顺磁能之后, 第二类超导体在磁场中相变时有潜热, 而且其大小与第一类超导体的潜热同数量级.

还可求出 H'_c 附近的 $M(H)$ 与比热跳跃 Δc .

虽然(38)式与 Ti-V 系统的实验值不矛盾, Nb_3Sn 的磁化曲线^[11]也还不能完全排除磁化曲线尾部有极小的跳跃的可能(由(40)式可预期 $4\pi(\Delta M) \sim 10^{-2}H_{CM}$, 确实是很小的), 但是, V_3Ga 的比热测量^[10]说明, 在 1% 的精确度范围内无相变潜热, 完全否定了(41)式. 因此, Kusnezov 的方程是否能应用到第二类超导体是值得怀疑的.

感谢导师管惟炎先生的指导. 曾经得到了吴杭生先生以及于淑同志的许多帮助, 在此一并致谢.

后记

在本文写好以后, 看到吴杭生先生所作“计及顺磁能后所引起的 Γ - Π 方程的修正”一文的底稿. 该文由超导微观理论出发, 考虑了 Pauli 顺磁能的影响, 导出了与本文中(12), (13)两式实际上完全相同的 Γ - Π 方程组(感谢吴杭生先生将未发表的文章给作者阅读).

最近, 又看到了 K. Maki 与 T. Tsuneto^[16]所发表的与此工作类似的文章. 该文中讨论第二类超导体部分与吴杭生先生的作法类似, 也是由微观理论出发导出包括 Pauli 顺磁能在内的推广的 Γ - Π 方程. 所得 Γ - Π 方程组与吴杭生先生的相同, 因而也与本文中的方程组相同. 所得出的关于第二类超导体的临界场(K. Maki 与 T. Tsuneto^[16]文内的(52), (53)式, 以下皆指此文)、磁场分布((54)式)、 $|\psi|^2$ ((55)式)以及磁化曲线((57)式)的表达式与本文中相应的结果完全相同. 关于第二类超导体在磁场中相变性质的结论(仍属于二级相变)与本文相同. 同时他们也和 Ti-V 合金系统的实验值作了比较. 理论值较实验值低, 与本文略有不同.

参 考 文 献

- [1] Berlincourt, T. G., et al., *Phys. Rev. Letters*, **9** (1962), 293.
- [2] Berlincourt, T. G., et al., *Phys. Rev.*, **131** (1963), 140.
- [3] Гинзбург, В. Л., Ландау, Л. Д., *ЖЭТФ*, **20** (1950), 1064; В. Л. Гинзбург, *ЖЭТФ*, **34** (1958), 113.
- [4] Абрикосов, А. А., *ДАН СССР*, **86** (1952), 489; *ЖЭТФ*, **32** (1957), 1442.
- [5] Горьков, Л. П., *ЖЭТФ*, **37** (1959), 1407.
- [6] Clogston, A. M., *Phys. Rev. Letters*, **9** (1962), 266.
- [7] Chandrasekhar, B. S., *Appl. Phys. Letters*, **1** (1962), 7.
- [8] Абрикосов, А. А. и т. д., *ЖЭТФ*, **42** (1962), 1089.
- [9] Привороцкий, И. А., *ЖЭТФ*, **45** (1963), 1960.
- [10] Morin, F. J., et al., *Phys. Rev. Letters*, **8** (1962), 275.
- [11] Bozorth, R. M., et al., *Phys. Rev. Letters*, **5** (1960), 148.
- [12] Clogston, A. M., et al., *Phys. Rev. Letters*, **9** (1962), 262.
- [13] Bardeen, J., et al., *Phys. Rev.*, **108** (1962), 1175.
- [14] Cheng, C. H., et al., *Phys. Rev.*, **126** (1962), 2030.
- [15] Kusnezov, N., *Phys. Rev.*, **130** (1963), 2253.
- [16] Maki, K. and Tsuneto, T., *Prog. Theor. Phys.*, **31** (1964), 945.

КРИТИЧЕСКОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ СВЕРХПРОВОДНИКА ВТОРОЙ ГРУППЫ

Ли Хунь-чень

Резюме

Вводится парамагнитная энергия в теорию Гинзбурга и Ландау. Полученная формула о критическом магнитном поле сверхпроводника второй группы совпадает с опытными данными системы сплавов Ti-V. Указанно, что переход из "смешанного состояния" в нормальное состояние остается фазовым переходом второго рода; вблизи точки перехода магнитный момент также пропорционален $(H_k - H)$; при переходе скачок теплоемкости в сильном магнитном поле имеет такой же порядок величины, что и в нулевом магнитном поле; эти результаты хорошо совпадают с опытными данными теплоемкости V_3Ga и магнитного момента Nb_3Sn .