

介子共振态与么正对称理論*

許 伯 威

(南 开 大 学)

提 要

由么正对称理論所导出的质量公式与实验值有所偏离。我們从場的相互作用观点討論了这一問題。指出,由于 8 維表示中与 1 維表示的 $T = 0$ 态的混合效应,而使它們质量分別不同于原来质量,并得到了质量关系式,从而合理地解释了理論与实验的矛盾。并对 $K-\bar{K}$ 共振态的一些性质作了解释。

一、引 言

我們知道,根据么正对称羣理論^[1], 赝标量介子系 $J^P = 0^- (\pi K \bar{K} \eta)$, 矢量介子系 $J^P = 1^- (\rho K_1^* \bar{K}_1^* \omega)$, 分別为 8 維“矢量”, 对应于么正对称羣的 8 維表示。除此而外, 尚被发现的介子系共振态有: ζ 粒子, 同位旋确定为 $T = 1$, 自旋和宇称可能为 $J^P = 0^{+ [2]}$; ABC 共振态, $T = 0$, J^P 可能为 $0^{+ [3]}$, Ishida 曾从动力学观点討論了 $\pi-\pi$ 共振态, 結果指出, 对 $T = 0$, S 态可能有共振, 对应质量 ~ 310 MeV, 因此它很可能即为 ABC 粒子^[4]。最近又发现 $K-\pi$ 系的共振态 K_1^{**} , 质量 ~ 730 MeV, $T = \frac{1}{2}$, 而自旋以及其他量子数似乎并不肯定^[5]。但有人从动力学角度作了計算, 认为 K_1^{**} 为 0^+ 态较为合理^[6], 这样, $(\zeta K_1^{**} \bar{K}_1^{**} ABC)$ 可能对应 0^+ 系介子的 8 維表示。因此有

	T	0^-	1^-	0^+
8	1	$\pi(138)$	$\rho(750)$	$\zeta(560)$
	$\frac{1}{2}$	$K(496)$	$K_1^*(885)$	$K_1^{**}(730)$
	0	$\eta(550)$	$\omega(781)$	$ABC(310)$
1	0	ξ_0	ϕ_0	ψ_0

括号中数值为粒子质量, 取 MeV 单位。每系中的 1 維表示单态 ($T = 0$), 分別以 ξ_0, ϕ_0, ψ_0 标志, 它們分別相应可能存在的共振态。根据么正对称羣理論, 8 維表示中各粒子质量有以下关系式:

$$4m_{T=\frac{1}{2}}^2 = 3m_{T=0}^2 + m_{T=1}^2. \quad (1)$$

对 0^- 系, 这公式与实验符合较好; 但对 0^+ 系、 1^- 系, 則有較显著程度的差异。由(1)式得

* 1964 年 4 月 18 日收到。

到的 $m_{(ABC)_0} = 778 \text{ MeV}$, 而 $m_{\omega_0} = 926 \text{ MeV}$, 所以与 m_{ABC} , m_{ω} 分别有几百 MeV 的差异. 对于 1^- 系, Gellmann, Sakurai 曾提出解释, 认为可能由于 ω_0 与 1 维表示的 ϕ_0 (T 都为 0) 二态能级相互作用而使一个质量增大, 另一个减小, 因而产生与实际的偏离^[1,7]. 最近发现的 $K-\bar{K}$ 共振态似乎有力地支持了这一想法^[8,9]. 基于类似的想法, 我们较仔细地来讨论这二个态的相互作用, 研究由相互作用而引起的对这二个态质量的改正, 企图合理地来解释由么正对称群理论所预言的质量关系式与实际的偏离. 由此得出存在二个 $K-\bar{K}$ 共振态的结论, 并对 $K-\bar{K}$ 共振态一些性质作了合理的解释.

二、场的相互作用

先来讨论标量场的相互作用. 设有二个标量中性介子 θ 与 θ' , 对应质量为 m , m' , 假定它们的拉氏函数为

$$L = -\frac{1}{2}[(\partial_\mu \theta)^2 + m^2 \theta^2] - \frac{1}{2}[(\partial_\mu \theta')^2 + m'^2 \theta'^2] - g\theta\theta', \quad (2)$$

$g\theta\theta'$ 表示它们的相互作用项; g 为耦合强度. 所以 θ 和 θ' 的场方程为

$$(\square - m^2)\theta = g\theta', \quad (3a)$$

$$(\square - m'^2)\theta' = g\theta. \quad (3b)$$

经过化简, 不难将(3)式化为^[10]

$$(\square - M^2)\Theta = 0, \quad (4a)$$

$$(\square - M'^2)\Theta' = 0, \quad (4b)$$

其中

$$M^2 = \frac{1}{2}[m^2 + m'^2 + \sqrt{(m^2 - m'^2)^2 + 4g^2}], \quad (5a)$$

$$M'^2 = \frac{1}{2}[m^2 + m'^2 - \sqrt{(m^2 - m'^2)^2 + 4g^2}], \quad (5b)$$

$$\Theta = \frac{\theta + \lambda\theta'}{\sqrt{1 + \lambda^2}}, \quad (6a)$$

$$\Theta' = \frac{-\lambda\theta + \theta'}{\sqrt{1 + \lambda^2}}, \quad (6b)$$

$$\lambda = \frac{M^2 - m^2}{g} = \frac{g}{m^2 - M'^2}. \quad (7)$$

所以考虑了相互作用后, 可看成质量为 M 和 M' 的二个自由标量粒子.

对于中性矢量介子, 也可作类似的讨论, 只需假设拉氏函数为

$$L = -\frac{1}{2}[(\partial_\mu \theta_\nu)^2 + m^2(\theta_\nu)^2] - \frac{1}{2}[(\partial_\mu \theta'_\nu)^2 + m'^2(\theta'_\nu)^2] - g\theta_\nu \theta'_\nu, \quad (8)$$

而以上的一切结果都成立.

三、质量关系的解释

在么正对称群理论中, 8 维“矢量”可以表示成阵迹为 0 的厄密矩阵, 显然这样的矩阵有 8 个独立的分量^[11].

对 0^- 介子系,

$$P_{0\mu}^\nu = \begin{pmatrix} \frac{\eta}{\sqrt{6}} + \frac{\pi^0}{\sqrt{2}} & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & \frac{\eta}{\sqrt{6}} - \frac{\pi^0}{\sqrt{2}} & K^0 \\ K^- & \bar{K}^0 & -\frac{2}{\sqrt{6}}\eta \end{pmatrix}$$

将 η 換为 ω_0 , π 換成 ρ , K 換成 K_1^* , 即为 1^- 介子系的矩陣表示, 設为 $V_{0\mu}^\nu$. 如将 η 換成 $(ABC)_0$, π 換成 ζ , K 換成 K_1^{**} , 即为 0^+ 介子系的矩陣表示, 設为 $S_{0\mu}^\nu$.

前面已經提到, 对 1^- 系和 0^+ 系, 公式(1)与实验有較显著的差异, 这种差异我們认为是由于 8 維和 1 維表示中 $T=0$ 态的相互作用而引起的, 由此而导至态的混合, 因而得到另二个态, 它們的质量分別不同于混合前的质量. 质量之間的关系以及态的混合关系, 滿足(5),(6)等式. 因而考虑了 $T=0$ 态混合后, 对于 1^- 系可有

$$V_\mu^\nu = V_{0\mu}^\nu + a\phi_0\delta_\mu^\nu;$$

对 0^+ 系可有

$$S_\mu^\nu = S_{0\mu}^\nu + b\phi_0\delta_\mu^\nu.$$

很明显, 只有

$$a = b = \sqrt{\frac{1}{3}}$$

是滿足(6)式要求的. 这結果和 Okubo 得到的相一致^[12]. 所以現在我們用陣迹不为 0 的厄密矩陣表示 9 維“矢量”, 它有 9 个独立的分量. 对 1^- 系,

$$V_\mu^\nu = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}(\omega + \rho^0) & \rho^+ & K_1^{*+} \\ \rho^- & \frac{1}{\sqrt{2}}(\omega - \rho^0) & K_1^{*0} \\ K_1^{*-} & \bar{K}_1^{*0} & \phi \end{pmatrix}$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{3}}\omega_0 + \sqrt{\frac{2}{3}}\phi_0,$$

$$\phi = -\sqrt{\frac{2}{3}}\omega_0 + \frac{1}{\sqrt{3}}\phi_0.$$

对 0^+ 系,

$$S_\mu^\nu = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}(ABC + \zeta^0) & \zeta^+ & K_1^{**+} \\ \zeta^- & \frac{1}{\sqrt{2}}(ABC - \zeta^0) & K_1^{**0} \\ K_1^{**-} & \bar{K}_1^{**0} & \phi \end{pmatrix}$$

$$ABC = \frac{1}{\sqrt{3}}(ABC)_0 + \sqrt{\frac{2}{3}}\psi_0,$$

$$\psi = -\sqrt{\frac{2}{3}}(ABC)_0 + \frac{1}{\sqrt{3}}\psi_0.$$

所以在 1^- 系中存在一 ϕ 粒子,而在 0^+ 系中存在一 ψ 粒子. 下面我們来求它們的质量.

設 $m_{T=0}$ 为质量公式(1)所預言的 8 維“矢量”中 $T=0$ 粒子的质量, $m'_{T=0}$ 为 1 維单态粒子质量; 混合后的质量分别为 $M_{T=0}$, $M'_{T=0}$, 即实际所测得的质量. 則由(7)式很容易得到

$$M'^2_{T=0} = \frac{1}{2}(3m^2_{T=0} - M^2_{T=0}). \quad (9)$$

这就是我們得到的 $T=0$ 态质量混合关系式, 它不同于一般所采取的平方平均混合关系式^[13]. 从(9)式我們得到 $m_\phi = 938$ MeV, 而 $m_\psi = 928$ MeV. 其中 1^- 系中的 ϕ 即相当最近发现的 $K-\bar{K}$ 共振态, $T=0$, $J^{PG}=1^-$, 而实验测得质量为 1020 MeV^[8], 即 Sakurai 所謂的 ϕ 介子^[7,9]. 0^+ 系的 ψ 可能对应另一 $K-\bar{K}$ 共振态, $T=0$, $J^{PG}=0^{++}$ ^[14,15], 质量也在 1020 MeV 附近, 在 Glashow 和 Rosenfeld 工作中认为它的质量为 1000 MeV^[16], 即肯定了 1^- 共振态质量稍大于 0^{++} 态, 这一点和我們以上所得結果是一致的. 有人也曾对 $K-\bar{K}$ 共振态从动力学观点作了計算, 也得到这一結果, 尽管在定量方面略有差异^[17]. 所以最近发现的 $K-\bar{K}$ 二个共振态, 支持了以上我們的分析. 如果要使 ϕ , ψ 的质量完全符合实验值, 我們总可适当选取 λ 的值来做到这一点. 但这样, 我們就不能把 9 个粒子写成 V_μ^α 或 S_μ^α 这样矩陣的形式. 当然这并不是使我們不这样做的主要理由. 在这里, 我們仅想指出这样一点, 就是在以上 $\lambda = \sqrt{2}$ 的混合情况下, 我們也得到一些积极結果: 即肯定了 1020 MeV 附近有二个 $K-\bar{K}$ 共振态的存在, 且 $\psi(0^{++})$ 的质量略小于 $\phi(1^-)$ 的质量. 前一个結論在实验上已很肯定, 后一个結論虽然没有最后肯定, 但和現有的一些实验資料并不矛盾, 并且和某些理論的預言也比较协调. 当然, 最后还是要从实验上对 ψ 质量精确测定才能判断这一点, 这同时也是对本文处理方法的合理性的直接檢驗. 另外, 在以下 $K-\bar{K}$ 共振态的分析过程中可以看到, 取 $\lambda = \sqrt{2}$, 对 $K-\bar{K}$ 共振态的一些性質, 可得到较为完滿的解释.

四、 $K-\bar{K}$ 共振态的分析

对 1^- 系的 ϕ 介子研究較詳細, 意見也較一致. 它主要通过 $K-\bar{K}$ 而衰变, 所以称为 $K-\bar{K}$ 共振态, 其衰变为 $K-\bar{K}$ 的衰变寬度 $\Gamma_{\phi \rightarrow K\bar{K}} \sim 1$ MeV, 而衰变成其他粒子的分支比从实验测得有 $\frac{\Gamma_{\phi \rightarrow \pi\pi}}{\Gamma_{\phi \rightarrow K\bar{K}}} < 0.2$, $\frac{\Gamma_{\phi \rightarrow \rho\pi}}{\Gamma_{\phi \rightarrow K\bar{K}}} \sim 0.3$ ^[9]. 但理論上的計算却大于一个数量級^[7], 所以沒有很好地給以說明. 現在我們根据以上分析来討論有关 ϕ 介子衰变的一些性質. 如果 ϕ 衰变为一矢量介子和一赝标量介子, 則矢量-矢量-赝标量耦合的相互作用我們可采取以下二种型式^[18]:

$$\begin{aligned} \text{E 型:} & \quad V_\mu^\nu P_{0\nu}^\lambda V_\lambda^\mu + V_\mu^\nu V_\nu^\lambda P_{0\lambda}^\mu, \\ \text{O 型:} & \quad V_\mu^\nu P_{0\nu}^\lambda V_\lambda^\mu - V_\mu^\nu V_\nu^\lambda P_{0\lambda}^\mu. \end{aligned}$$

而一般的耦合, 則为 E 型和 O 型的綫性組合. 由此很容易知道, ϕ 介子只能和 $K_1^{*-}K$ 介子耦合. 由于 ϕ 質量为 1020 MeV, 所以不可能衰变为 $K_1^{*-}K$. 另外又由于 ϕ 介子不可能和其他介子(例如 $\rho-\pi$) 耦合, 所以不可能通过直接作用衰变成例如 $\rho-\pi$ 介子. 这就簡單而明了地說明了实验上 $\frac{\Gamma_{\phi \rightarrow \rho\pi}}{\Gamma_{\phi \rightarrow K\bar{K}}}$ 具有很小的分支比. 而这一点在以往的一些理論計算中, 沒有給以較为滿意的解释.

如果 ϕ 介子衰变成二个赝标量介子, 則可通过矢量-赝标量-赝标量耦合作用, 其相互作用型式:

$$\text{E 型: } P_{0\mu}^\nu V_\nu^\lambda P_{0\lambda}^\mu + P_{0\mu}^\nu P_{0\nu}^\lambda V_\lambda^\mu,$$

$$\text{O 型: } P_{0\mu}^\nu V_\nu^\lambda P_{0\lambda}^\mu - P_{0\mu}^\nu P_{0\nu}^\lambda V_\lambda^\mu.$$

对于 E 型作用, 我們得到

$$f_{\omega\pi\pi} \approx 0, \quad f_{\rho\pi\pi} = 0.$$

对于 O 型作用, 我們有

$$f_{\omega\pi\pi} = 0, \quad f_{\rho\pi\pi} \approx 0,$$

f 为耦合强度. 很明显, O 型作用是合乎实验要求的, 而且也滿足电荷共轭不变, 所以我們采取 O 型作用. 这样就唯一确定了 ϕ 介子和二个赝标量介子的相互作用拉氏量:

$$L_{\text{int}} = if_{\phi K\bar{K}}\phi_\mu[K^+\partial_\mu K^- - K^-\partial_\mu K^+ + K^0\partial_\mu \bar{K}^0 - \bar{K}^0\partial_\mu K^0], \quad (10)$$

而且有

$$f_{\phi K\bar{K}} = \frac{1}{\sqrt{2}} f_{\rho\pi\pi},$$

所以 ϕ 介子只能通过 $f_{\phi K\bar{K}}$ 耦合作用而衰变成 $K-\bar{K}$ 介子, 而不能通过直接作用衰变成其他二个赝标量介子, 因而也就說明了 ϕ 衰变成其他赝标量介子的很小分支比. 至于衰变成 $K-\bar{K}$ 的衰变宽度可由以下公式来計算^[19]:

$$\frac{\Gamma_{\phi \rightarrow K\bar{K}}}{\Gamma_{\rho \rightarrow \pi\pi}} = \frac{f_{\phi \rightarrow K\bar{K}}^2 \left(1 - 4 \frac{m_K^2}{m_\phi^2}\right)^{3/2} m_\phi}{f_{\rho \rightarrow \pi\pi}^2 \left(1 - 4 \frac{m_\pi^2}{m_\rho^2}\right)^{3/2} m_\rho}, \quad (11)$$

取 $\Gamma_{\rho \rightarrow \pi\pi}$ 实验值为 100 MeV 代入(11)式, 可得到

$$\Gamma_{\phi \rightarrow K\bar{K}} \sim 1.1 \text{ MeV},$$

这和实验很好符合. 所以考虑了 $T=0$ 态的混合效应后, 关于 ϕ 介子的一些性质: 諸如共振宽度, 分支比等, 就很容易說明了.

关于 ϕ 介子的一些性质, 也可类似分析. 很明显, 它只能和 $K_1^{*-}K$, 或和 $K-\bar{K}$ 耦合. 而从能量观点看来, 衰变成前者是不可能的, 因此主要衰变成 $K-\bar{K}$. 并且也不能通过直接作用衰变成 $\pi-\pi$ 态, 虽然从能量以及 G 宇称守恒看来都是容許甚至是优惠的. 所以 ϕ 介子不能直接衰变成 $\pi-\pi$ 态, 是对么正对称性考虑了混合效应后的必然結果. 因而在以往的一些分析中, 就不能仅根据 $K-\bar{K}$ 共振态对衰变成 $\pi-\pi$ 具有較小的分支比就断言它的 G 宇称为負. 从以上分析可知, 即使 G 为正, 也导致具有較小分支比. 因此我們解释了 ϕ 具有正的 G 宇称而同时却又不是主要通过 $\pi-\pi$ 衰变的这样一个矛盾.

总之, 对么正对称羣理論考虑了混合效应后, 得到了一些积极結果. 至于在其他的共

振态粒子中是否也存在这样的混合,这种混合究竟有多大的普遍性,这还有待于对更多的实验资料进行更深入的分析。

在工作中,高崇寿同志与作者进行了不少有益的讨论,并提出宝贵的意见,深为感谢。

参 考 文 献

- [1] Gell-mann, M., *Phys. Rev.*, **125** (1962), 1067.
Ne'eman, Y., *Nucl. Phys.*, **26** (1961), 222.
- [2] Peierls, R. F. and Treiman, S. B., *Phys. Rev. Letters*, **8** (1962), 339.
- [3] Norman, E. B., et al., *Phys. Rev. Letters*, **7** (1961), 35.
- [4] Ishida, S. and Nakazawa, K., *Prog. Theor. Phys.*, **27** (1962), 33.
- [5] Roos, M., *Rev. Mod. Phys.*, **35** (1963), 314.
Alexander, G., et al., *Phys. Rev. Letters*, **8** (1962), 447.
- [6] 许伯威, *物理学报*, **21** (1965), 221.
- [7] Sakurai, J. J., *Phys. Rev. Letters*, **9** (1962), 472.
- [8] Bertanza, L., et al., *Phys. Rev. Letters*, **9** (1962), 180.
- [9] Connolly, P. L., et al., *Phys. Rev. Letters*, **10** (1963), 371.
- [10] Deo, B. B., *Nucl. Phys.*, **28** (1961), 135.
- [11] Matthews, P. T. and Salam, A., *Proc. Phys. Soc.*, **80** (1962), 28.
- [12] Okubo, S., *Phys. Letters*, **5** (1963), 165.
- [13] Glashow, S. L., *Phys. Letters*, **2** (1962), 251.
- [14] Erwin, A. R., et al., *Phys. Rev. Letters*, **9** (1962), 34.
- [15] Alexander, G., et al., *Phys. Rev. Letters*, **9** (1962), 460.
- [16] Glashow, S. L. and Rosenfeld, A. H., *Phys. Rev. Letters*, **10** (1963), 192.
- [17] 许伯威、孔凡梅、宫学惠, *物理学报*, **20** (1964), 1129.
- [18] Sakurai, J. J., *Theoretical Physics*, 227.
- [19] Gell-mann, M. and Zachariasen, F., *Phys. Rev.*, **124** (1961), 953.

MESON RESONANCE AND THE UNITARY SYMMETRY THEORY

Hsu PE-WEI

(Nankai University)

ABSTRACT

The mass formula which was derived from the theory of unitary symmetrical group seems to be somewhat different with experiments. Now we have discussed this problem from the point of view of field interaction. The results show that the mixing effects of both $T = 0$ states, one belongs to the one dimensional representation and the other to the eight, give a correction to the mass of each of them, and the contradiction between the theory and experiment may be explained. Finally we have discussed the $K-\bar{K}$ resonant state.