

变容管的非线性性能及时变参量的分析*

成众志 何希哲

提 要

在变容管的各种参量应用中,变容管的非线性性能成为最基本的重要资料。提高变容管的非线性度,在应用中可以相应减小注入功率。在研究低注入或其他非正弦波注入应用的特性时,更应对变容管时变参量的基波及谐波分量与变容管非线性度及注入电压比等之间的关系深入研究。本文目的在于分析上述问题,选用合适的非线性性能的表示法,采用图解法求出变容管归一化时变参量的基波及谐波分量的特性,并绘出这些分量与变容管非线性度 γ , 注入电压比 m_1 之间的关系曲线。这些通用曲线在分析变容管的各种参量应用中可作为重要参考资料,并举例示出这些曲线的用途。

一、引 言

近年来由于半导体微波二极管的发展而引起了在半导体低噪声参量放大,参量倍增,参量振荡,分谐波振荡,自动频率控制及调谐等各方面的研究工作。决定这些新型线路及重要应用的最基本问题是半导体二极管电容与电压的非线性性能。根据这种可变电容而使用的二极管称为变容二极管,或简称变容管。变容管在反向偏置时,它的电容-电压关系可用

$$C(V) = \frac{\partial Q}{\partial V} = K(\phi - V)^{-\gamma}$$

关系式表示。式中 γ 称为变容管的非线性度,与变容管的构造有关。当 $P-N$ 结为缓变结时 $\gamma = \frac{1}{3}$, 而 $P-N$ 结为陡变结时 $\gamma = \frac{1}{2}$ ^[1]。 γ 值增大时,其非线性性能改善。近年来由于 $P-N$ 结工艺的改善,杂质浓度分布的不同,在改善非线性性能方面采用了超陡变结、塔形结等构造,可以提高并有意地控制 γ 的数值,并已取得具有 γ 为 1, 3, 5, 7 等的各种非线性度的变容管^[2-7]。然而,由于变容管的非线性度增加而对二极管的优值以及对各种参量应用所引起的性能改善的定量分析,尚有待于研究。

变容管的非线性性能可用其电容-电压关系示出,亦可用其电弹-电压或电荷-电压的关系表示。在对变容管加入各种不同的注入情况下,根据上述各种非线性关系,可求出相应的时变电容(或电弹,电荷)的基波分量或谐波分量。根据求傅里叶系数的各种分析法,已对 $\gamma < 1$ 的变容管求解出了电容或电荷基波及谐波分量的关系式^[8-11]。而这些方法多借助于比较复杂的超几何函数、拉氏积分、 Γ 函数或相关 Legendre 函数的计算,并需根据有关数学表格的查阅,在实际计算中甚为不便,因而必须寻找比较简便的分析方法。目前,

* 1964 年 2 月 12 日收到。

更缺少对具有高非线性度的变容管 (即 $\gamma \geq 1$) 的定量分析数据。

由于高非线性性能变容管的日趋重要以及在各种参量应用中将逐渐采用, 因而对其表示法、非线性性能与基波及谐波分量的定量关系应详加研究。本文提出对变容管非线性性能的选择及归一化表示法, 采用图解法求非线性性能在正弦波注入情况下的基波与谐波分量, 讨论图解法较诸分析计算法的优点, 绘出在不同强度的注入情况下, 各参量的基波及谐波分量的定量数据, 并举例说明这些数据在各种参量应用中的重要性。

二、变容管非线性性能的表达法

当变容管的引线电感、杂散电容及结电导的作用可以忽略, 即变容管为一理想非线性电容时, 它的非线性性能可用结电容与电压的关系、电弹 ($s = \frac{1}{C}$) 与电压的关系及电荷与电压的关系表示。图 1(a) 绘出了 $C-V$ 及 $S-V$ 曲线, 图 1(b) 绘出了 $Q-V$ 曲线。

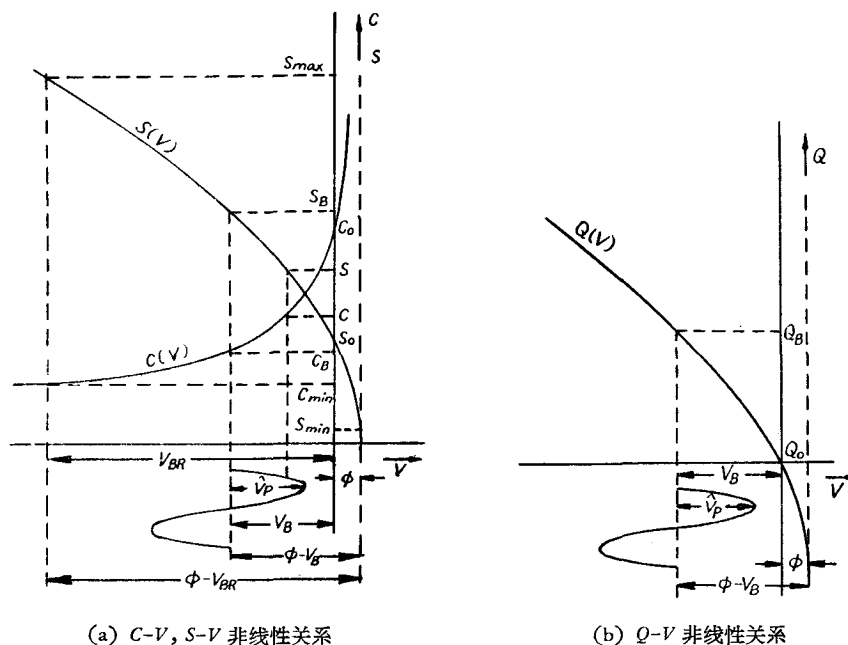


图 1

电容-电压关系可用如下各种形式表示:

$$C = \frac{\partial Q}{\partial V}, \quad (1a)^{[12,13]}$$

$$= K(\phi - V)^{-\gamma}, \quad (1b)$$

$$= C_0 \left(1 - \frac{V}{\phi}\right)^{-\gamma}, \quad (1c)$$

$$= C_{\min} \left(\frac{\phi - V}{\phi - V_{BR}}\right)^{-\gamma}, \quad (1d)$$

其中

$$C_0 = K\phi^{-\gamma} = C_{\min} \left(1 - \frac{V_{BR}}{\phi}\right)^{\gamma}.$$

式中 C 为电容 (C_0 为零偏压时的电容); Q 为电荷; V 为在 $P-N$ 結上的外加电压; ϕ 为 $P-N$ 結的接触电位差; γ 为电容-电压非綫性度, 由 $P-N$ 結的构造及其杂质浓度分布而决定; K 为当外加电压 V 与接触电位差 ϕ 之和为 1 伏时 ($\phi - V = 1$), 电容与电压之 γ 次方的乘积. 它由 $P-N$ 結材料性能、結构造及其杂质浓度分布而决定; V_{BR} 为击穿电压; $C_{\min}$ 为外加电压为 V_{BR} 时之最小結电容.

外加电压可分为直流偏压 V_B 及交流注入电压 $v_p(t)$, 即

$$V = V_B + v_p(t), \quad (2)$$

将(2)代入(1), 并化簡, 得

$$C(V) = \frac{\partial Q}{\partial V} \quad (3a)$$

$$= K(\phi - V_B)^{-\gamma} \cdot \left[1 - \frac{v_p(t)}{\phi - V_B}\right]^{-\gamma} \quad (3b)$$

$$= C_B \cdot \left[1 - \frac{v_p(t)}{\phi - V_B}\right]^{-\gamma} \quad (3c)$$

$$= C_{\min} \cdot \left(\frac{\phi - V_B}{\phi - V_{BR}}\right)^{-\gamma} \cdot \left[1 - \frac{v_p(t)}{\phi - V_B}\right]^{-\gamma}, \quad (3d)$$

式中

$$C_B = C|_{v=V_B} \quad (4a)$$

$$= K(\phi - V_B)^{-\gamma} \quad (4b)$$

$$= C_0 \left(1 - \frac{V_B}{\phi}\right)^{-\gamma} \quad (4c)$$

$$= C_{\min} \cdot \left(\frac{\phi - V_B}{\phi - V_{BR}}\right)^{-\gamma}. \quad (4d)$$

(3)式給出电容与交流注入訊号 $v_p(t)$ 之間的关系, 而(4)式給出偏压为 V_B 时电容与 K , C_0 , $C_{\min}$ 等之間的关系.

同样, 可将电弹-电压的非綫性性能用下列諸式示出:

$$S(V) = \frac{\partial V}{\partial Q} \quad (5a)$$

$$= \frac{1}{K} (\phi - V)^{\gamma} \quad (5b)$$

$$= S_0 \left(1 - \frac{V}{\phi}\right)^{\gamma} \quad (5c)$$

$$= S_{\max} \cdot \left(\frac{\phi - V}{\phi - V_{BR}}\right)^{\gamma}, \quad (5d)$$

这里

$$S_0 = \frac{1}{C_0}, \quad S_{\max} = \frac{1}{C_{\min}}, \quad S_0 = \frac{\phi^{\gamma}}{K} = S_{\max} \cdot \left(1 - \frac{V_{BR}}{\phi}\right)^{-\gamma}. \quad (6)$$

式中 S_0 , $S_{\max}$ 分别代表当外加电压为零及为击穿电压时的电弹.

将外加电压分为偏压 V_B 及注入交流信号 $v_p(t)$, 并代入(5)式, 得

$$S(V) = \frac{\partial V}{\partial Q} \quad (7a)$$

$$= \frac{1}{K} (\phi - V_B)^r \cdot \left[1 - \frac{v_p(t)}{\phi - V_B} \right]^r \quad (7b)$$

$$= S_B \cdot \left[1 - \frac{v_p(t)}{\phi - V_B} \right]^r \quad (7c)$$

$$= S_{\max} \cdot \left[\frac{\phi - V_B}{\phi - V_{BR}} \right]^r \cdot \left[1 - \frac{v_p(t)}{\phi - V_B} \right]^r, \quad (7d)$$

式中

$$S_B = S|_{V=V_B} \quad (8a)$$

$$= \frac{1}{K} (\phi - V_B)^r \quad (8b)$$

$$= S_0 \left(1 - \frac{V_B}{\phi} \right)^r \quad (8c)$$

$$= S_{\max} \cdot \left(\frac{\phi - V_B}{\phi - V_{BR}} \right)^r. \quad (8d)$$

而变容管的电荷与电压的非线性关系 [图 1(b)] 可根据 (1), (3) 对 $\gamma \approx 1$ 及 $\gamma = 1$ 分别积分求得.

当 $\gamma \approx 1$ 时, 根据(1)式得

$$Q = \int C(V) dV \quad (9a)$$

$$= \frac{K}{\gamma - 1} [(\phi - V)^{1-\gamma} - \phi^{1-\gamma}] \quad (9b)$$

$$= \frac{C_0 \phi}{\gamma - 1} \left[\left(1 - \frac{V}{\phi} \right)^{1-\gamma} - 1 \right] \quad (9c)$$

$$= \frac{C_{\min} \cdot (\phi - V_{BR})}{\gamma - 1} \cdot \left[\left(\frac{\phi - V}{\phi - V_{BR}} \right)^{1-\gamma} - \left(\frac{\phi}{\phi - V_{BR}} \right)^{1-\gamma} \right]. \quad (9d)$$

上式在积分时假设当 $V = 0$ 时 $Q = 0$.

令 $Q_B = -C_B(\phi - V_B)$, 根据 (3c) 可求得

$$Q = \frac{Q_B}{1 - \gamma} \left[1 - \frac{v_p(t)}{\phi - V_B} \right]^{1-\gamma} + Q_B \left(1 - \frac{1}{1 - \gamma} \right). \quad (10)$$

式(10)给出了当 $\gamma \approx 1$ 时, 电荷 Q 与注入信号 $v_p(t)$ 之间的关系.

当 $\gamma = 1$ 时, 由式(1)求得

$$Q = \int C(V) dV \quad (11a)$$

$$= -K \ln \left(1 - \frac{V}{\phi} \right) \quad (11b)$$

$$= -C_0 \phi \cdot \ln \left(1 - \frac{V}{\phi} \right) \quad (11c)$$

$$= -\frac{C_{\min}}{\phi - V_{BR}} \cdot \ln \left(1 - \frac{V}{\phi} \right), \quad (11d)$$

这里,仍假设当 $V = 0$ 时 $Q \cong 0$.

令 $Q_B = -C_B(\phi - V_B)$, 根据 (3c) 求得

$$Q = Q_B + Q_B \cdot \ln \left[1 - \frac{v_p(t)}{\phi - V_B} \right]. \quad (12)$$

式(12)给出了当 $\gamma = 1$ 时,电荷 Q 与注入电压 $v_p(t)$ 之间的关系.

三、变容管非线性性能的归一化

为了简化分析以及对具有不同特性的变容管的非线性性能进行比较,将其非线性性能进行归一化是很有必要的. 因为变容管的非线性性能有多种表示法,其归一化亦可用各种方式进行,因而所起的特殊作用亦将随各表示法及归一化法的不同而不同. 这里,将采用对零偏压时的电容,电弹及电荷 (C_0 , S_0 和 Q_0) 以及对偏压为 V_B 时的电容,电弹及电荷 (C_B , S_B 与 Q_B) 求归一化特性,并予以比较.

将式(1)转化,得

$$\frac{C}{C_0} = \left(1 - \frac{V}{\phi} \right)^{-\gamma} \quad (13a)$$

或

$$\frac{C}{C_{\min}} = \left(\frac{1 - \frac{V}{\phi}}{1 - \frac{V_{BR}}{\phi}} \right)^{-\gamma}. \quad (13b)$$

式 (13a) 为对 C_0 之归一化,而式 (13b) 则为对 $C_{\min}$ 之归一化.

根据(13)式,取对数得

$$\lg \frac{C}{C_0} = -\gamma \cdot \lg \left(1 - \frac{V}{\phi} \right) \quad (14a)$$

或

$$\lg \frac{C}{C_{\min}} = -\gamma \left[\lg \left(1 - \frac{V}{\phi} \right) - \lg \left(1 - \frac{V_{BR}}{\phi} \right) \right]. \quad (14b)$$

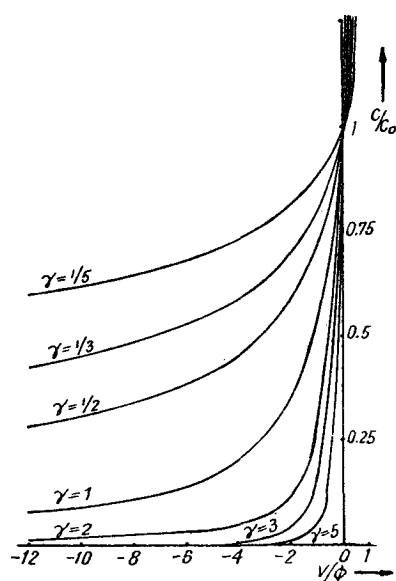
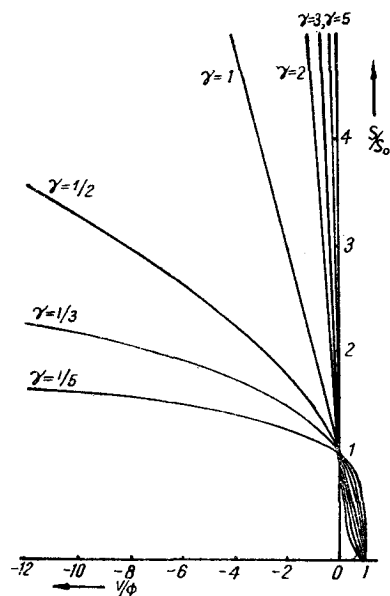
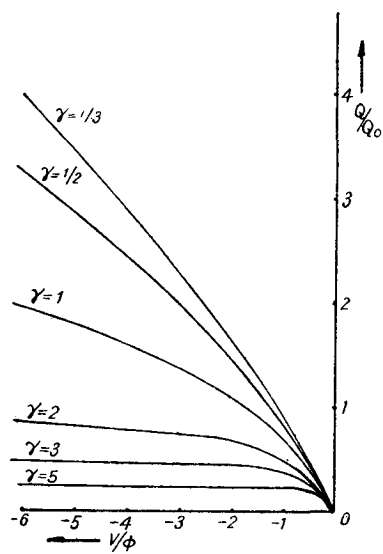
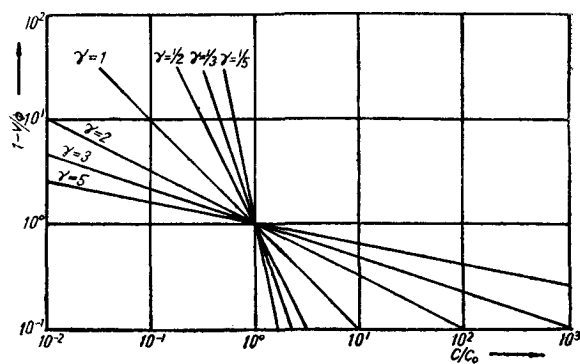
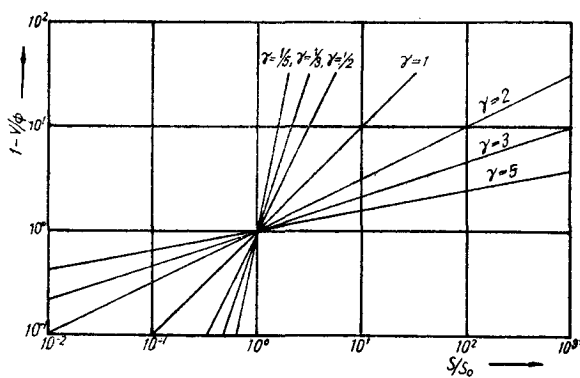
根据 (13a) 式,归一化电容 C/C_0 与归一化电压 V/ϕ 关系,取不同的 γ 值,绘出归一化电容-电压曲线 [图 2(a)]. 取其对数形式绘出图 3(a). 如已知变容管的电容-电压关系,可根据图 3(a) 的斜率求出它的非线性度 γ .

同样,根据式(5)可求得归一化电弹 $\frac{S}{S_0}$ 与归一化电压 $\frac{V}{\phi}$ 的关系式:

$$\frac{S}{S_0} = \left(1 - \frac{V}{\phi} \right)^{\gamma} \quad (15a)$$

或

$$\frac{S}{S_{\max}} = \left(\frac{1 - \frac{V}{\phi}}{1 - \frac{V_{BR}}{\phi}} \right)^{\gamma}. \quad (15b)$$

图 2(a) $C/C_0 - V/\phi$ 与 γ 的关系图 2(b) $S/S_0 - V/\phi$ 与 γ 的关系图 2(c) $\frac{Q}{Q_0} - \frac{V}{\phi}$ 与 γ 的关系图 3(a) $\frac{C}{C_0}$ 与 $(1 - \frac{V}{\phi})$ 特性曲线图 3(b) $\frac{S}{S_0}$ 与 $(1 - \frac{V}{\phi})$ 特性曲线

式(15)的对数形式为

$$\lg \frac{S}{S_0} = \gamma \cdot \lg \left(1 - \frac{V}{\phi} \right) \quad (16a)$$

或

$$\lg \frac{S}{S_{\max}} = \gamma \left[\lg \left(1 - \frac{V}{\phi} \right) - \lg \left(1 - \frac{V_{BR}}{\phi} \right) \right]. \quad (16b)$$

根据(15a), (16a) 繪出归一化电弹-电压通用曲线 [图 2(b), 图 3(b)].

根据(9c), (11c) 式, 同样可以求出归一化电荷 Q/Q_0 与归一化电压 V/ϕ 的关系.

$$\gamma \neq 1, \quad \frac{Q}{Q_0} = \frac{1}{1-\gamma} \left[\left(1 - \frac{V}{\phi} \right)^{1-\gamma} - 1 \right]; \quad (17a)$$

$$\gamma = 1, \quad \frac{Q}{Q_0} = \ln \left(1 - \frac{V}{\phi} \right); \quad (17b)$$

式中

$$Q_0 = -C_0 \phi.$$

根据式(17)求得归一化电荷-电压的通用曲线繪于图 2(c).

在许多参变系统中, 若采用式(3c), (7c), (10) 与 (12) 求电容, 电弹及电荷对相应的 C_B , S_B 及 Q_B 的归一化与注入电压 $v_p(t)$ 对 $(\phi - V_B)$ 之归一化的关系则较为便利. 所求得各归一化方程为

$$\frac{C}{C_B} = \left[1 - \frac{v_p(t)}{\phi - V_B} \right]^{-\gamma}, \quad (18a)$$

$$\lg \left(\frac{C}{C_B} \right) = -\gamma \cdot \lg \left[1 - \frac{v_p(t)}{\phi - V_B} \right], \quad (18b)$$

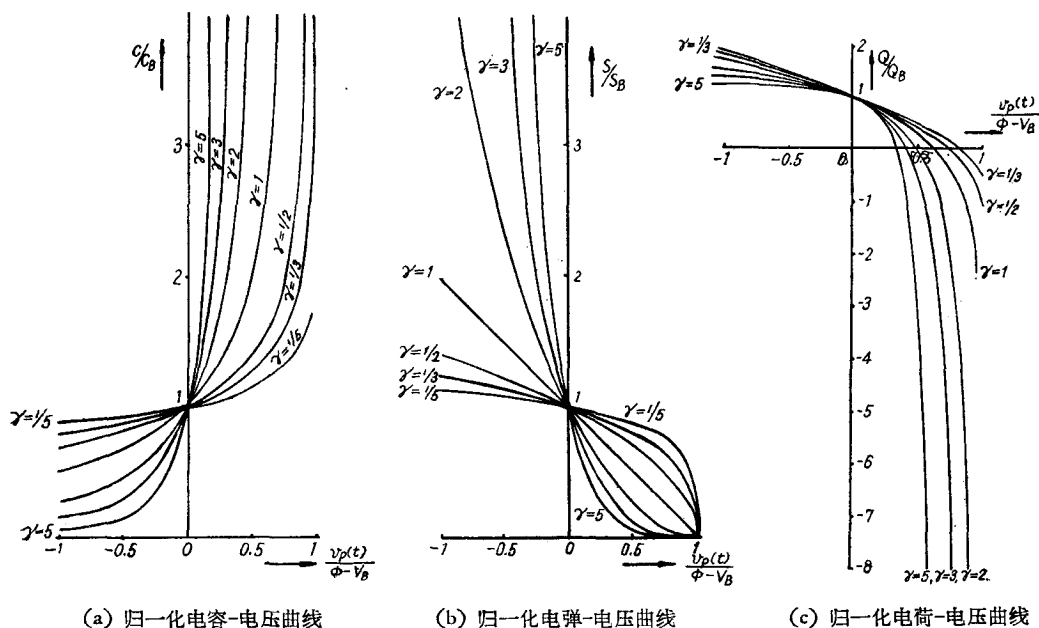


图 4

$$\frac{S}{S_B} = \left[1 - \frac{v_p(t)}{\phi - V_B} \right]^\gamma, \quad (19a)$$

$$\lg\left(\frac{S}{S_B}\right) = \gamma \cdot \lg\left[1 - \frac{v_p(t)}{\phi - V_B} \right], \quad (19b)$$

$$\frac{Q}{Q_B} = \frac{1}{1-\gamma} \left[1 - \frac{v_p(t)}{\phi - V_B} \right]^{1-\gamma} - \frac{\gamma}{1-\gamma} \quad \text{当 } \gamma \neq 1 \text{ 时}; \quad (20)$$

$$\frac{Q}{Q_B} = 1 + \ln \left[1 - \frac{v_p(t)}{\phi - V_B} \right] \quad \text{当 } \gamma = 1 \text{ 时}. \quad (21)$$

根据(18),(19),(20)及(21)式分别求得电容、电弹及电荷与电压的归一化通用曲线, 绘于图4及图5.

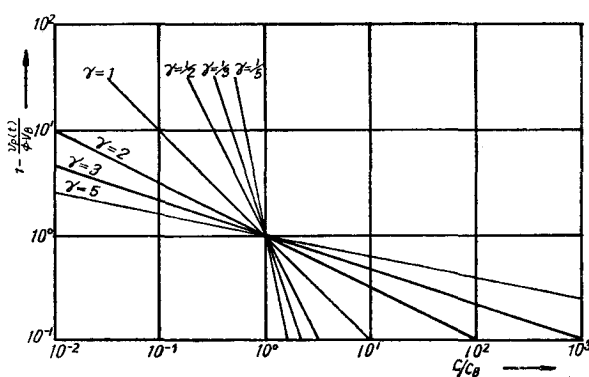


图 5(a) $\frac{C}{C_B}$ 与 $\left[1 - \frac{v_p(t)}{\phi - V_B} \right]$ 特性曲线

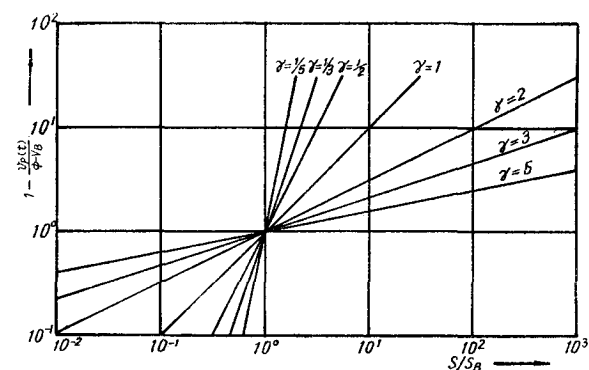


图 5(b) $\frac{S}{S_B}$ 与 $\left[1 - \frac{v_p(t)}{\phi - V_B} \right]$ 特性曲线

四、归一化非线性通用曲线与时变参数的基波及谐波分量

令在变容管 P-N 结上所加的电压 $V(t)$ 为

$$V(t) = V_B + v_p(t) = V_B + \sum_{l=1}^{\infty} \hat{V}_{lp} \cdot \cos(l\omega_p t + \theta_{lp}), \quad (22)$$

式中 $v_p(t)$ 为交流注入信号, 其注入角基频为 ω_{lp} , $\hat{V}_{lp}$ 表示谐波电压幅度.

仅计及注入讯号的基波分量¹⁾, 即

$$v_p(t) = \hat{V}_{1p} \cdot \cos(\omega_p t + \theta_{1p}). \quad (23)$$

并取时间坐标, 令 $\theta_{1p} = 0$, 则注入讯号简化为

$$v_p(t) = \hat{V}_{1p} \cdot \cos \omega_p t.$$

将上式代入方程 (18a), (19a), (20) 及 (21), 分别求得

$$\frac{C}{C_B} = (1 - m_1 \cdot \cos \omega_p t)^{-\gamma}, \quad (24a)$$

$$\frac{S}{S_B} = (1 - m_1 \cdot \cos \omega_p t)^{\gamma}, \quad (24b)$$

$$\frac{Q}{Q_B} = \frac{1}{1 - \gamma} (1 - m_1 \cdot \cos \omega_p t)^{1-\gamma} - \frac{\gamma}{1 - \gamma} \quad \gamma \neq 1; \quad (24c)$$

$$\frac{Q}{Q_B} = 1 + \ln(1 - m_1 \cdot \cos \omega_p t) \quad \gamma = 1; \quad (24d)$$

式中 $m_1 = \frac{\hat{V}_{1p}}{\phi - V_B} =$ 基波注入电压比.

根据 (24) 式可求出在注入情况下变容管非线性性能的基波与谐波分量. 可用各种分析法及图解法^[14]. 本文采用九点图解法, 它具有简便等优点. (图解法与其他方法的比较见附录.)

求 $C(t)$, $S(t)$, $Q(t)$ 的基波及谐波分量, 令

$$\frac{C(t)}{C_B} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{C_n \cdot \cos(n\omega_p t + \phi_n)}{C_B} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cdot \cos(n\omega_p t + \phi_n), \quad (25a)$$

$$\frac{S(t)}{S_B} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{S_n \cdot \cos(n\omega_p t + \psi_n)}{S_B} = \sum_{n=0}^{\infty} b_n \cdot \cos(n\omega_p t + \psi_n), \quad (25b)$$

$$\frac{Q(t)}{Q_B} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{Q_n \cdot \cos(n\omega_p t + \eta_n)}{Q_B} = \sum_{n=0}^{\infty} d_n \cdot \cos(n\omega_p t + \eta_n), \quad (25c)$$

1) 若注入讯号的 l 次谐波起主要注入作用, 并选时间坐标 $\theta_{lp} = 0$, 则注入电压为

$$v_p(t) = \hat{V}_{lp} \cdot \cos l\omega_p t,$$

代入 (18a), (19a), (20) 和 (21) 式, 分别求得

$$\frac{C}{C_B} = (1 - m_l \cdot \cos l\omega_p t)^{-\gamma},$$

$$\frac{S}{S_B} = (1 - m_l \cdot \cos l\omega_p t)^{\gamma},$$

$$\frac{Q}{Q_B} = \frac{1}{1 - \gamma} \cdot (1 - m_l \cdot \cos l\omega_p t)^{1-\gamma} - \frac{\gamma}{1 - \gamma} \quad \gamma \neq 1;$$

$$\frac{Q}{Q_B} = 1 + \ln(1 - m_l \cdot \cos l\omega_p t) \quad \gamma = 1;$$

式中 $m_l = \frac{\hat{V}_{lp}}{\phi - V_B} = l$ 次谐波注入电压比.

与 (24) 式比较, 可见谐波注入与基波注入是相似的, 其不同处在于用 m_l 代替 m_1 , 用 $l\omega_p$ 代替 ω_p . 谐波注入可为低注入频率的参量运用的一种有效方式.

式中 $a_n = \frac{C_n}{C_B}$, $b_n = \frac{S_n}{S_B}$, $Q_n = \frac{Q_n}{Q_B}$, 表示加入注入后的归一化非线性电容, 电弹及电荷的基波与谐波分量, $n = 1$ 时为基波分量, $n > 1$ 时为谐波分量. 由(24)式可见, a_n, b_n 及 d_n 系非线性度 γ 及注入电压比 m_1 的函数. 用图解法分别求得上述关系, 绘于图 6 至图 9 中. 图 6 至图 9 成为一组变容管非线性性能的归一化基波及谐波分量的通用曲线, 可供

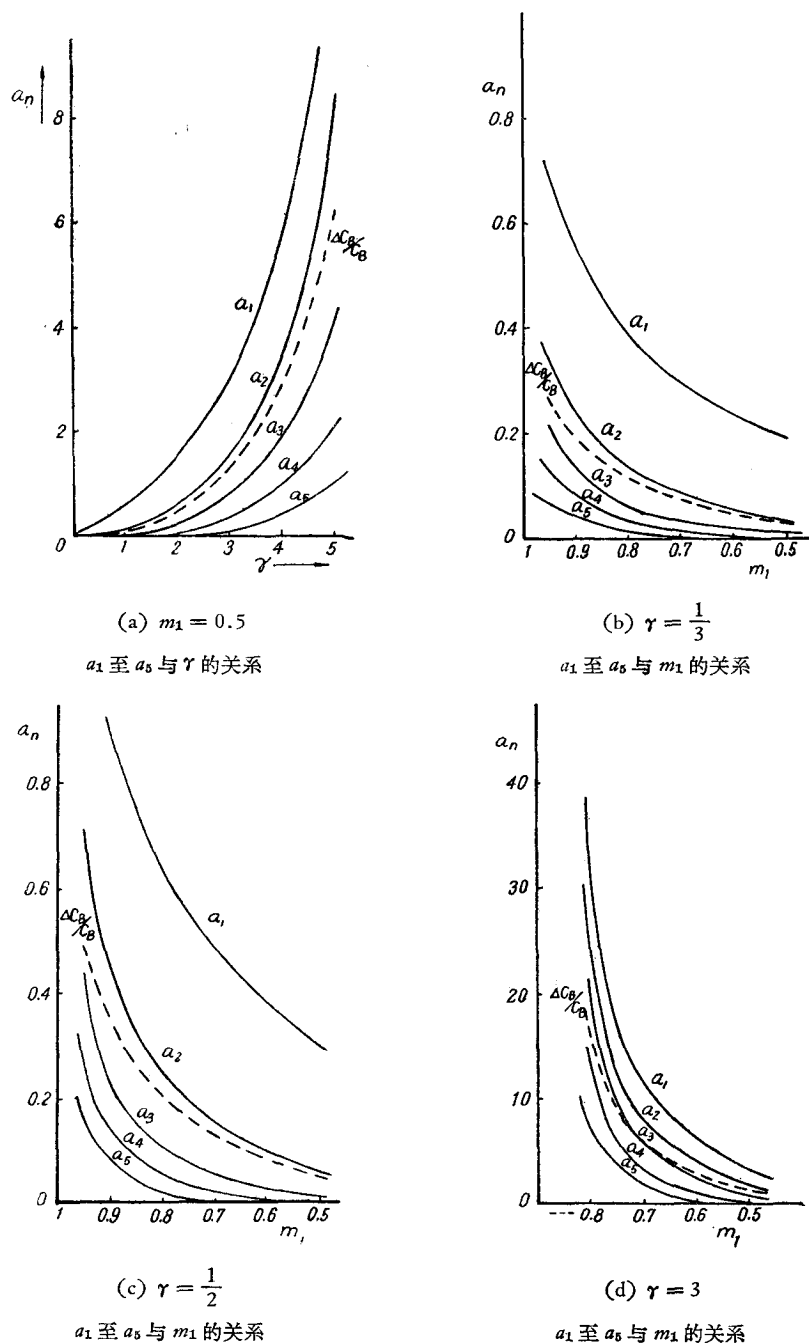


图 6

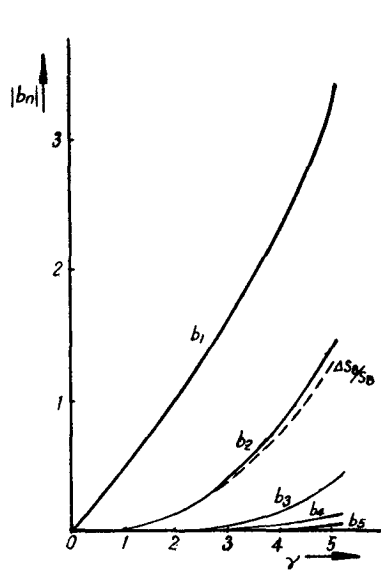
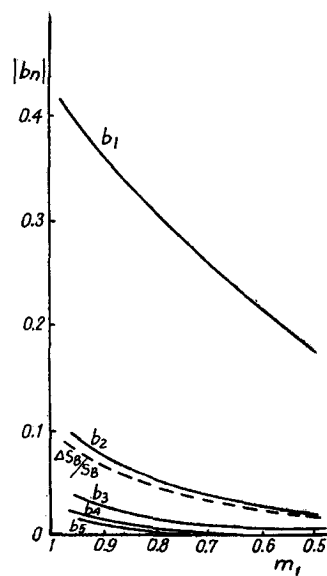
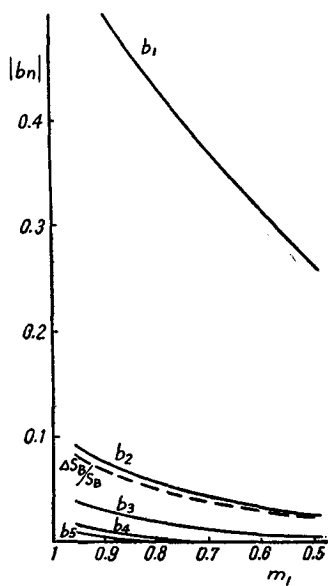
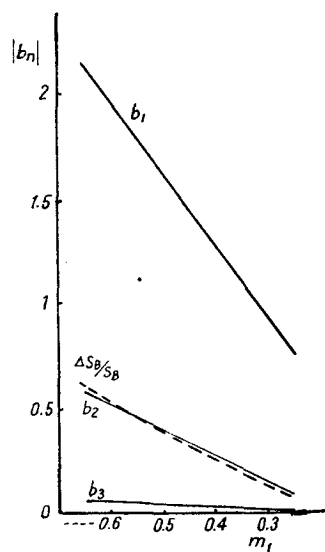
(a) $m_1 = 0.5$ b_1 至 b_5 与 γ 的关系(b) $\gamma = \frac{1}{3}$ b_1 至 b_5 与 m_1 的关系(c) $\gamma = \frac{1}{2}$ b_1 至 b_5 与 m_1 的关系(d) $\gamma = 3$ b_1 至 b_5 与 m_1 的关系

图 7

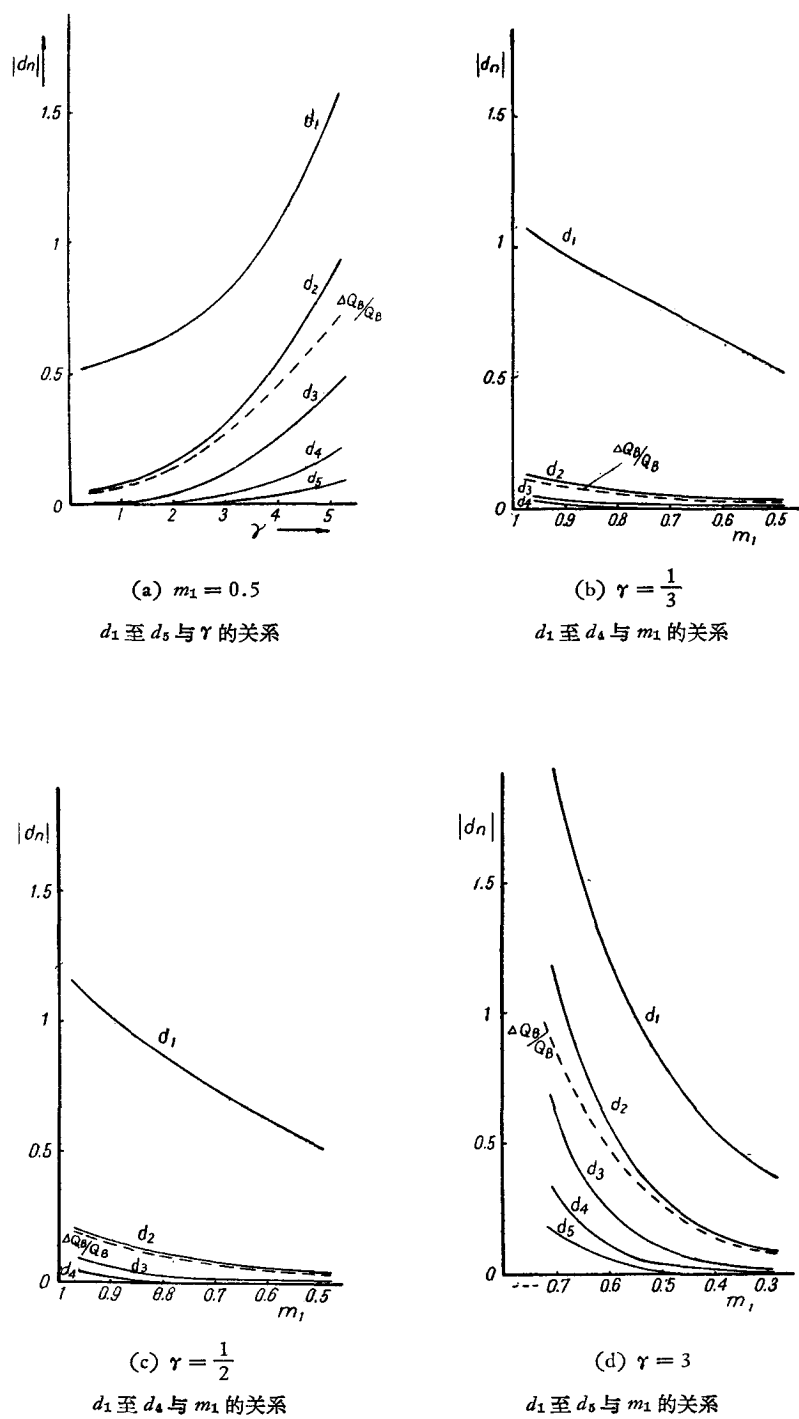


图 8

各种参变系统中参考使用。

根据 (24a) 与 (25a) 式用图解法求得 a_n 与 γ 和 m_1 的关系, 繪于图 6(a) 至图 6(d). 图中之虚线分别示出了由于注入信号而引起的直流电容偏移 ΔC_B 与工作点电容 C_B 之比值。由图中可见, 归一化谐波电容 a_n 随 γ 与 m_1 的增加而增加, 但随谐波次数 n 的增加而

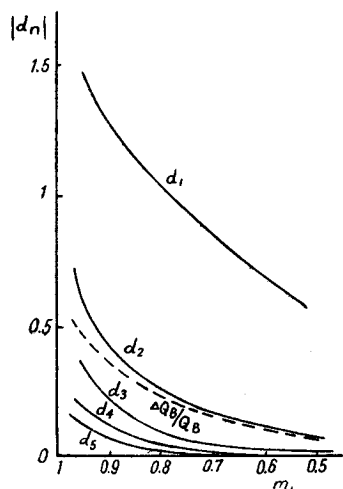


图 9 $\gamma = 1$
 d_1 至 d_5 与 m_1 的关系

减小。只要有足够大的电容分量存在, 即可在较低的频率对参量放大器件进行功率注入, 而有效注入频率的功率注入则是通过其高次谐波的电容分量 a_n 而获得的。对此类型的低注入参量放大器亦可用小信号理论进行分析。

根据 (24b) 与 (25b) 式用图解法求得 b_n 与 γ 及 m_1 的关系, 繪于图 7(a) 至图 7(d) 中。图中之虚线分别示出了由于注入信号而引起的直流电弹偏移 ΔS_B 与工作点电弹 S_B 之比值。由图中可见, 归一化谐波电弹 b_n 随 γ , m_1 的增加而增加, 但随 n 值的增加而减小。

根据 (24c), (24d) 及 (25c) 式用图解法求得 d_n 与 γ 和 m_1 的关系繪于图 8(a) 至图 8(d) 以及图 9 中。图中之虚线分别示出了由于注入信号而引起的直流电荷偏移 ΔQ_B 与工作点电荷 Q_B 之比值。由图中可见, 归一化谐波电荷 d_n 随 γ , m_1 的增加而增加, 但随 n 值的增加而

减小。

五、 a_n , b_n , d_n 与 γ , m_1 关系的重要应用举例

参量放大的重要性能如增益、频宽、噪声及注入功率等均与变容管性能如非线性度等相关, 将举以下数例说明图 6 至图 8 中诸曲线的重要应用。

将理想变容管与二并联谐振回路组成参量放大回路(图 10), 令时变电容为

$$C(t) = C_B \cdot a_n \cdot \cos(n\omega_p t + \phi_n)^{1)}, \quad (26)$$

根据分析^[15], 求得负电导 ($-G$) 为

$$-G = -\left(\frac{\omega_1 \cdot \omega_2 \cdot C_B^2 a_n^2}{4G_{T_2}}\right) \sim C_B^2 \cdot a_n^2. \quad (27)$$

增益 K_p 为

$$K_p = \frac{4G_g \cdot G_L}{(G_{T_1} - G)^2}, \quad (28)$$

而噪声系数 F 为

$$F = 1 + \frac{G_1}{G_g} + \frac{G}{G_g} \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right), \quad (29)$$

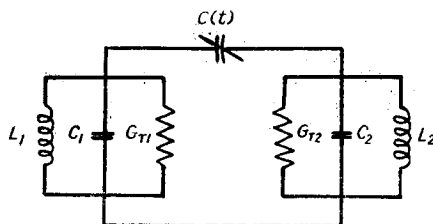


图 10 简单双谐振回路参量系统的等效电路

1) 式(26)及(27)在文献[15]中用

和

表示。

$$C_c = C_B \cdot \sin(\omega_B t + \phi_B)$$

$$-G = -\left(\frac{\omega_1 \cdot \omega_2 \cdot C_B^2}{4G_{T_2}}\right)$$

式中 ω_1 为讯号角频率; ω_2 为空閑角频率; G_s 为讯号源电导; G_L 为负载电导.

由此可见, 负电导与 a_n^2 成正比, 而增益及噪声系数均随负电导的增加而增加. 当负电导 ($-G$) 值固定时, 根据(27)式可求出所需的 $(C_B \cdot a_n)^2$ 值, 而按照变容管特性选用某个 C_B 值, 则根据 ($-G$) 及 C_B 可求出所需的 a_n 值. 根据图 6(a) 至图 6(d) 的曲线可以求出相应的非线性度 γ 及注入电压比 m_1 之值.

例如: 当需要 $a_n = 0.285$ 及固定的 $m_1 = 0.5$ 时, 由图 6(a) 可求得 a_n 与 γ 的关系为

$a_n = 0.285$	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
γ	0.5	1.22	2	2.8	3.8

而当需要 $a_n = 0.25$, $\gamma = \frac{1}{3}$ 时, 则根据图 6(b) 求得 m_1 与 a_n 的关系为

$a_n = 0.25$	a_1	a_2	a_3
m_1	0.63	0.91	0.96

而当需要 $a_n = 0.25$, 利用 $\gamma = \frac{1}{2}$ 的变容管时, 则按照图 6(c) 的曲线可求得 m_1 与 a_n 的关系为

$a_n = 0.25$	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
m_1	0.43	0.81	0.89	0.95	0.97

图 6(a) 至图 6(d) 的曲线可作为计算负电导 ($-G$)、变容管非线性度 γ 、注入电压比 m_1 相互间关系的重要参考资料, 包括注入谐波分量的应用在内. 求出负电导后, 增益和噪声系数即可根据(28)、(29)式求出.

上述双谐振回路之放大的实用限制在于频宽较窄, 因而延宽频宽为参量放大的另一重要指标, 可采用单管多滤波回路式^[16]及行波式^[17,18]等途径来延宽频宽, 而频宽亦与 a_n 参量相关.

在 (25a) 式中, 将直流分量移出后得

$$\begin{aligned}
 C(t) &= C_B \left[a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \cos(n\omega_p t + \phi_n) \right] = \\
 &= C_B \cdot a_0 \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{a_0} \cdot \cos(n\omega_p t + \phi_n) \right] = \\
 &= C_B \left(1 + \frac{\Delta C_B}{C_B} \right) \cdot \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{1 + \frac{\Delta C_B}{C_B}} \cdot \cos(n\omega_p t + \phi_n) \right], \quad (30)
 \end{aligned}$$

式中 $a_0 = 1 + \frac{\Delta C_B}{C_B}$.

根据文献[16]的分析可见,在单管多滤波回路式宽频参量放大器及上变频器中, $\frac{a_n}{1 + (\Delta C_B/C_B)} = \frac{a_n^{(1)}}{a_0}$ 为决定频宽的重要因素. 增加 $\frac{a_n}{a_0}$ 将增加其宽频能力,而图 6(a)至图 6(d) 提供了选择合适的 $\frac{a_n}{1 + (\Delta C_B/C_B)}$ 的必要参考资料.

在行波式参量放大中,也可以证明^[17]增益与 $a_n \cdot C_B$ 成正比,而当 $a_0 \cdot C_B$ 增加时,其通频带宽度减小.

注入功率亦为参变系统中的一项重要设计因素. 除去在注入频率较高时获得较大功率的注入源的困难以外,有了合适的注入源后,为了合理有效的使用,也希望能降低注入功率. 根据分析可以求出注入功率与归一化电荷参量 d_n 的关系.

将 (25c) 式展开得

$$Q(t) = Q_B \cdot \sum_{n=0}^{\infty} d_n \cdot \cos(n\omega_p t + \eta_n) = Q_B \cdot d_0 + \sum_{n=1}^{\infty} Q_B \cdot d_n \cdot \cos(n\omega_p t + \eta_n), \quad (31)$$

将 $Q(t)$ 微分得电流 $i(t)$ 为

$$i(t) = \frac{\partial Q(t)}{\partial t} = \sum_{n=1}^{\infty} n\omega_p Q_B \cdot d_n \cdot \sin(n\omega_p t + \eta_n). \quad (32)$$

令 I 为通过变容管之有效电流, R_s 为其体积电阻, 则 $I^2 \cdot R_s$ 为在体积电阻中的功率损耗. 假设注入功率 P 主要是在体电阻 R_s 中损耗, 则

$$P = I^2 \cdot R_s = R_s \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \omega_p^2 \cdot Q_B^2 \cdot d_n^2}{2} = \frac{R_s \cdot Q_B^2 \cdot \omega_p^2}{2} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \cdot d_n^2 = \sum_{n=1}^{\infty} P_n. \quad (33)$$

图 8(a) 至图 8(d) 以及图 9 给出了 d_n 与 γ 及 m_1 之间的关系, 因而, 可以作为计算注入功率以及求注入功率与 γ 及 m_1 等之间关系的参考资料.

由于体积电阻 R_s 与结电容之间的串联作用, 当引线电感 L_s 及杂散电容 C' 的作用可以忽略时, 在串联回路参量应用中, 采用电弹参量进行分析较为便利^[19]. 图 7(a) 至 7(d) 可供用串联回路进行分析的参量应用中参考.

六、讨论及结论

变容管的非线性性能为各参量应用中所根据的最基本性能. 本文对此基本性能的归一化问题, 以及在加入正弦波注入电压后的各参量基波及谐波分量的图解法计算予以详细讨论. 在分析中忽略了串联电感、杂散电容及体积电阻等的作用.

除对非线性性能的基波分量提出分析以外, 并对其谐波性能提出分析结果, 从而对低注入参量应用提出有用的参考资料.

对正弦波电压注入性能进行了分析, 对非正弦波电压注入或对正弦波电流注入等注

1) 文献[16]中用

$$C(x) = C_0 \left[1 + \frac{2C_1}{C_0} \cdot \cos(\omega t + \phi_1) \right] = C_0 [1 + 2a \cdot \cos(\omega t + \phi_1)].$$

所用参量 a 与 $\frac{a_n}{2[1 + (\Delta C_B/C_B)]} = \frac{a_n}{2a_0}$ 相当, 当用基波特性的, 与 $\frac{a_1}{2[1 + (\Delta C_B/C_B)]}$ 相当, 当用谐波分量时, 与 $\frac{a_n}{2[1 + (\Delta C_B/C_B)]}$ 相当.

入情况的各种特性亦可根据相似的图解法进行,从而求出最有效的注入方式。

图 6 至图 8 以及图 9 所示归一化电容、电弹及电荷基波与谐波分量除去在窄频、宽频及行波式参量放大中可作为重要参考资料外,在其他参量应用中,包括参量变频、谐波及分谐波产生、参量分频器、电压调谐等应用中均可作为基本参考资料。

附录 用图解法与其他方法求谐波分量的比较

求电容、电弹及电荷在注入运用下的谐波分量可采用各种分析法或图解法。我们采用图解法作为主要方法,这种方法比较简便,特别是通过测量而获得的变容管 $C(V)$ 曲线不能用公式 (A1) 准确地表达出来的时候,图解法的运用就是更加有效的了。采取类似的图解法^[20],适用于在非正弦波注入情况下求谐波分量时使用。

用求电容的谐波分量为例作为比较。

根据 (24a) 及 (25a) 式得

$$\frac{C}{C_B} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cdot \cos n\omega_p t = (1 - m_1 \cdot \cos \omega_p t)^{-\gamma}. \quad (\text{A1})$$

当 $n \geq 1$ 时,

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} (1 - m_1 \cdot \cos \omega_p t)^{-\gamma} \cdot \cos n\omega_p t \cdot d\omega_p t. \quad (\text{A2})$$

令 $K^2 = \frac{2m_1}{1+m_1}$, 当 $0 < m_1 < 1$ 时, $0 < K < 1$ 得

$$a_n = \frac{2}{(1+m_1)^\gamma} \cdot \sum_{R=1}^{\infty} P(R, n) \cdot T(\gamma, R) \cdot K^{2R}, \quad (\text{A3})^{[8]}$$

式中

$$P(R, n) = \frac{[\Gamma(R+1)]^2}{\Gamma(R+1-n)\Gamma(R+1+n)},$$

$$T(\gamma, R) = \frac{\Gamma(\gamma, R)}{\Gamma(\gamma)} \cdot \frac{\Gamma\left(R + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)} \cdot \frac{1}{[\Gamma(R+1)]^2},$$

Γ 代表 Γ 函数。若令 $m_1 = \frac{2t}{1+t^2}$, 求积分得

$$a_n = 2(1+t^2)^\gamma \cdot t^n \cdot \frac{\Gamma(n+\gamma)}{\Gamma(\gamma)\Gamma(n+1)} \cdot {}_2F_1(\gamma, n+\gamma, n+1, t^2) \quad n \geq 0; \quad (\text{A4})$$

其中 ${}_2F_1(a, b, c, z)$ 为超几何函数。若当 $0 < m_1 < 1$ 时, $0 < t < 1$,

若令 $m_1 = \frac{\sqrt{z^2-1}}{z}$, $z = \frac{1}{\sqrt{1-m_1^2}}$, 根据与 Laplace 积分相关,可推导出^[10]

$$a_n = 2(-1)^n \cdot \frac{\Gamma(-\gamma+1)}{\Gamma(-\gamma+n+1)} \cdot z^\gamma \cdot P_{-r}^n(z), \quad (\text{A5})$$

式中 $P_{-r}^n(z)$ 为连带 Legendre 函数。

根据式 (A3), (A4) 及 (A5), 并借助于有关的函数表进行计算,可以求出电容的谐波分量。(A5) 式给予准确值,而 (A3) 及 (A4) 给予近似值。

若将 $\frac{C}{C_B} \doteq (1 - m_1 \cdot \cos \omega_p t)^{-\gamma}$ 展开为二项级数, 当 $|m_1| < 1$ 时, 级数收敛. 令 $m_1 \cdot \cos \omega_p t = x$, 得

$$\frac{C}{C_B} = (1 - x)^{-\gamma} = 1 - \binom{-\gamma}{1} x + \binom{-\gamma}{2} x^2 - \binom{-\gamma}{3} x^3 \dots (-1)^{\xi-1} \cdot \binom{-\gamma}{\xi-1} \cdot x^{\xi-1}. \quad (\text{A6})$$

需要取的项数 ξ 由 m_1 及 γ 的大小及近似程度而定(见图 12 及图 13). 将式 (A6) 代入式 (A2), 令 $n = 1, 2, 3 \dots$ 分别求解, 即可得出 a_n . 例如, 当取八项时, 即 $\xi = 8$, 所得各谐波幅度与 m_1 和 γ 的关系如下:

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= -\binom{-\gamma}{1} m_1 - \frac{3}{4} \binom{-\gamma}{3} m_1^3 - \frac{5}{8} \binom{-\gamma}{5} m_1^5 - \frac{35}{64} \binom{-\gamma}{7} m_1^7, \\ a_2 &= \frac{1}{2} \binom{-\gamma}{2} m_1^2 + \frac{1}{2} \binom{-\gamma}{4} m_1^4 + \frac{15}{32} \binom{-\gamma}{6} m_1^6, \\ a_3 &= -\frac{1}{4} \binom{-\gamma}{3} m_1^3 - \frac{5}{16} \binom{-\gamma}{5} m_1^5 - \frac{21}{64} \binom{-\gamma}{7} m_1^7. \end{aligned} \right\} \quad (\text{A7})$$

当 m_1 相当小时, 忽略 (A7) 式中之高次项, 则 a_1 , a_2 及 a_3 分别与 m_1 , m_1^2 及 m_1^3 相关.

用图解法进行分析, 能够迅速而具有较佳近似程度的求出各谐波的分量. 在此采用九点图解法^[14].

在归一化的 $\frac{C}{C_B} = f\left[\frac{v_p(t)}{\phi - V_B}\right]$ 曲线中, 绘上已知其幅度大小为 m_1 的注入讯号(见图 11). 这样, 能够读出按相位 $\theta = \omega_p t$ 而划分的九点上的对应于 $m_1 \cdot \cos \theta$ 的 $\frac{C}{C_B}$ 值而绘制成 $\frac{C}{C_B} = f(\theta)$ 的曲线. 从这组曲线中能够读出对应于每点的 C' 及 C'' 值. 例如: 对 D 点来说, 也就是当 $m_1 \cdot \cos \theta = \pm 0.707 \cdot m_1$ 时, 能够读出正 C'_D 及负 C''_D 值来. 然后, 算出各对应点的 C' 及 C'' 的代数和 P 及差 M . 例如: 对 D 点来说, 则有

$$\begin{aligned} P_D &= C'_D + C''_D, \\ M_D &= C'_D - C''_D. \end{aligned}$$

将各对应点的 P 及 M 值分别代入如下经验公式中去, 即可确定各谐波的分量:

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{6} (M_A + \sqrt{3} \cdot M_C + M_E), \\ a_2 &= \frac{1}{6} (P_A + P_C - P_E), \end{aligned} \right\}$$

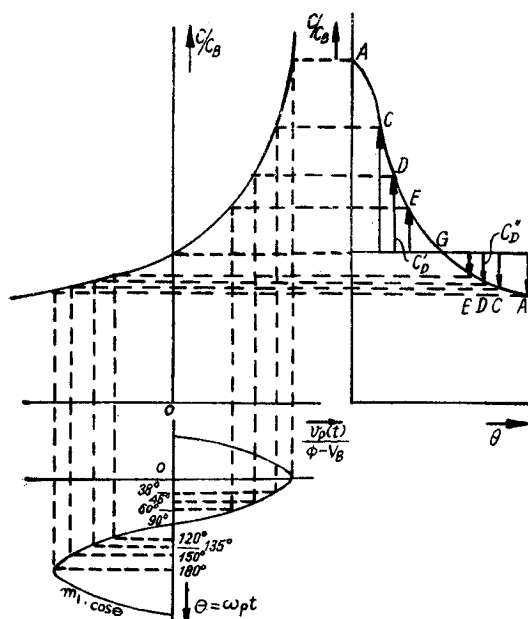


图 11 $\frac{C}{C_B} = f(m_1 \cdot \cos \theta, \theta)$

$$\left. \begin{aligned} a_3 &= \frac{1}{6} (M_A - 2M_E), \\ a_4 &= \frac{1}{8} (P_A - 2P_D), \\ a_5 &= \frac{1}{12} (M_A - 3\sqrt{2}M_D + 4M_E). \end{aligned} \right\} \quad (\text{A8})$$

加上注入信号后而产生的工作点 C_B 的偏移 ΔC_B 与 C_B 之比为

$$\frac{\Delta C_B}{C_B} = \frac{1}{6} \left(\frac{P_A}{2} + P_C + P_E \right).$$

偏移 ΔC_B 之大小是随着不同的 γ 及 m_1 值而改变的, 因而我们在归一化的时候, 所选用的 C_B 是指无注入信号的在偏压为 V_B 时的电容. 这样, 使 C_B 为不随注入信号改变的参量.

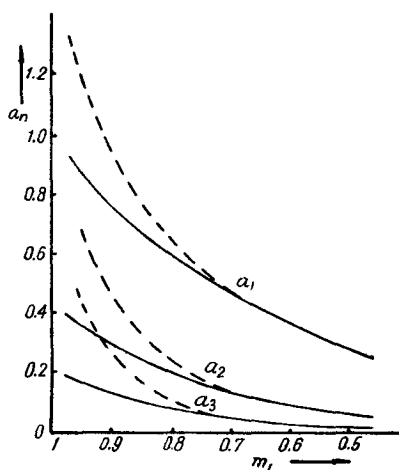


图 12 $a_n = f(m_1)_{\gamma=\frac{1}{2}}$

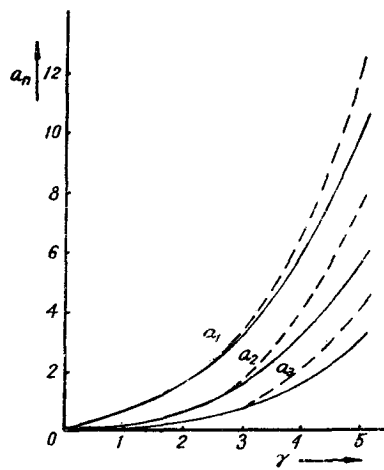


图 13 $a_n = f(\gamma)_{m_1=0.5}$

在图 12 及图 13 中, 对运用图解法(图中虚线所示)所得的 a_n 与 m_1 的关系(当 $\gamma = \frac{1}{2}$ 时)及 a_n 与 γ 的关系(当 $m_1 = 0.5$ 时)与运用近似公式 (A7) 所计算的相应结果(图中实线)进行了比较. 可以看到, 当 $\gamma = \frac{1}{2}$ 时, 若 $m \leq 0.7$ 时, 两种方法所得结果极为符合, 而当 $m > 0.7$ 时, 在分析法中, 应取更多的项, 即 $\xi > 8$, 方能得出比较准确的结果. 取项越多, 两种方法之结果就越是趋近符合. 同样, 可以看到, 当 $m_1 = 0.5$ 时, 若 $\gamma \leq 3$ 时, 则两种方法所得结果甚为符合.

参 考 文 献

- [1] 罗无念、成众志等, 晶体管电子学, 284—288 页, 邮电出版社, 1958.
- [2] Rudenberg, H. G., Proc. Nat. Electronics Conf. (USA), 15 (1959), 79.
- [3] Shimizu, A. and Nishizawa, J., TIRE, ED-8 Sept. 1961, 370—377.
- [4] Loeb, H. W., J. Electronics and Control, 12, Jan. (1962), 31.
- [5] Marinos, P. N., PIEEE, 51 (1963), 388.

- [6] Sukegawa, T. et al., *Solid-State Electronics*, **6** (1963), 1.
- [7] Chang, J. J., *TIRE*, ED-10 (1963), 281—287.
- [8] Sensiper, S., Weglein, R. D., *PIRE*, **48** (1960), 1482.
- [9] Weglein, R. D., Sensiper, S., *PIRE*, **49** (1961), 810.
- [10] Leeson, D. B., *PIRE*, **50** (1962), 1854.
- [11] Helgesson, A. L., *PIRE*, **50** (1962), 1846.
- [12] Heffner, H., *TIRE*, MTT-9 (1961), 98—99.
- [13] IRE Standards, 61 IRE 2251, *PIRE*, **49** (1961), 1279.
- [14] Cruft Lab. Staff, "Electronic Circuits and Tubes", 255—259, McGraw Hill Book Co., 1947.
- [15] Heffner, H., Wade, G., *J. Appl. Phys.*, **29** (1958), 1321.
- [16] Matthaei, G. L., *TIRE*, MTT-9 (1961), 23—38.
- [17] 成众志、华钧正, *物理学报*, **19** (1963), 425.
- [18] Bell, C. V., Wade, G., *IRE Wescon Conv. Record*, pt. 1, 1960, 55—60.
- [19] Steele, E. L., *Proc. Nat. Electronics Conf. (USA)*, **15** (1959), 566.
- [20] Vilbig, F., *Lehrbuch der Hochfrequenztechnik*, Band 1, Leipzig, 1960, 39—40.

ANALYSIS OF THE NONLINEAR CHARACTERISTICS AND THE PUMPED TIME-VARYING PARAMETERS OF THE VARACTORS

CHENG CHUNG-CHIH HO SHIH-ZHE

ABSTRACT

One of the most fundamental quantities in the study of various parametric applications of the varactors is its nonlinear characteristics. The required pumping power can be greatly reduced if a varactor having much higher nonlinearity is employed. For the purpose of studying either lower pumping applications or non-sinusoidal pumping applications of the varactor, a knowledge of both the fundamental and the harmonics of the pumped time-varying parameters of the varactors is highly desirable. An analysis on the proper selection and normalization of the non-linear characteristics of the varactor is offered. A graphical method to analyze the fundamental and the harmonics of the pumped time-varying parameters was employed, and curves relating these components to the nonlinearity of the varactor γ , and the pumping voltage ratio m_1 were obtained. These curves serve as one of the fundamental references in various varactor parametric applications. Sample applications are also included as illustrations.