

双时因果格林函数的費曼图解法*

章 思 俊
(中国科学院)

提 要

本文从解析性的讨论出发,应用朗道关系改进 Дзялошинский 的图解法,建立了双时因果格林函数的費曼图解法,它具有正确的零温极限,并可直接用来计算各种非平衡过程的动力学性质。

一、引 言

在多体量子理論中,体系的动力学性质通常由依赖于温度和真实时间的双时格林函数描述,因此建立它的图解法,对于这些非平衡态性质的直接计算,有很大的实际意义^[1-3]。

Luttinger-Дзялошинский^[1,2] 利用解析延拓,由松原温度格林函数的图解法获得了双时推迟(或超前)格林函数的图解法。这种图解法利用了和顶点时序有关的变形图,图形结构与对应规则复杂,不便于实际应用。我们将进一步通过解析性的研究,应用朗道关系来改进这种图解法,从而建立了一种物理意义简明、运算方便的双时因果格林函数的費曼图解法,克服了上述缺点。

本文着重讨论单粒子格林函数,所得到的全部结论均可直接推广到与计算动力学性质有关的那种特殊的双粒子格林函数上。为简单起见,我们仅研究均匀的、相互作用与自旋无关的体系。

由各种格林函数的定义出发,插入一组算符 H 和 N 的完备本征态,再定义“谱密度^[4]”:

$$\rho(p, \omega) = -(2\pi)^3 \sum_{n, m} e^{(Q + \mu N_n - E_n)/T} \cdot (1 \pm e^{-\omega_{mn}/T}) \times \\ \times \psi_{nm}(0) \psi_{mn}^+(0) \delta(p - p_{mn}) \delta(\omega - \omega_{mn}),$$

可得动量-时间表象的 Lehmann 展开:

$$G(p, t) = i \int \rho(p, \eta) [1 \mp n(\eta)] e^{-i\eta t} d\eta \quad \text{当 } t > 0, \\ = \mp i \int \rho(p, \eta) n(\eta) e^{-i\eta t} d\eta \quad \text{当 } t < 0, \\ G^R(p, t) = i\theta(t) \int \rho(p, \eta) e^{-i\eta t} d\eta,$$

* 1964年5月23日收到。

$$\begin{aligned}
 G^A(p, t) &= -i\theta(-t) \int \rho(p, \eta) e^{-i\eta t} d\eta, \\
 \mathbb{G}(p, \tau) &= \int \rho(p, \eta) [1 \mp n(\eta)] e^{-\eta \tau} d\eta \quad \text{当 } \tau > 0, \\
 &= \mp \int \rho(p, \eta) n(\eta) e^{-\eta \tau} d\eta \quad \text{当 } \tau < 0.
 \end{aligned}$$

其中 $n(\eta) = [e^{\eta/T} \pm 1]^{-1}$, 对 η 从 $-\infty$ 积分到 $+\infty$. 本节中上面符号对应费米子, 下面符号对应玻色子.

对时间变数 t, τ 分别进行傅氏变换, 则得动量-频率表象的 Lehmann 展开:

$$\begin{aligned}
 G(p, \omega) &= \int \frac{\rho(p, \eta)}{\eta - \omega - i\varepsilon} [1 \mp n(\eta)] d\eta + \int \frac{\rho(p, \eta)}{\eta - \omega + i\varepsilon} [\pm n(\eta)] d\eta, \\
 G^R(p, \omega) &= \int \frac{\rho(p, \eta)}{\eta - \omega - i\varepsilon} d\eta, \\
 G^A(p, \omega) &= \int \frac{\rho(p, \eta)}{\eta - \omega + i\varepsilon} d\eta, \\
 \mathbb{G}(p, \omega_l) &= \int \frac{\rho(p, \eta)}{\eta - \omega_l} d\eta,
 \end{aligned}$$

其中 $\omega_l = i(2l+1)\pi T$ (奇频率), 对费米子,
 $= i2l\pi T$ (偶频率), 对玻色子;

ε 是任意小的正数.

由上面的谱表示式, 可得各种格林函数的普遍联系:

(1) 利用从虚轴上的间断点 ω_l 到复数频率的上半平面(或下半平面)的解析延拓, 可由 $\mathbb{G}(p, \omega_l)$ 获得 $G^R(p, \omega)$ [或 $G^A(p, \omega)$];

(2) $G^R(p, \omega)$, $G^A(p, \omega)$, $G(p, \omega)$ 分别由两个解析函数

$$\begin{aligned}
 G^>(p, z) &= \int \frac{\rho(p, \eta)}{\eta - z} [1 \mp n(\eta)] d\eta, \\
 G^<(p, z) &= \int \frac{\rho(p, \eta)}{\eta - z} [\pm n(\eta)] d\eta
 \end{aligned}$$

的不同边界值 ($z = \omega \pm i\varepsilon$) 组合而成, 由此可从一种双时格林函数获得另一种双时格林函数. 三种不同的组合只引起虚部的改变, 由朗道关系可知:

$$\begin{aligned}
 \operatorname{Re} G^R(p, \omega) &= \operatorname{Re} G^A(p, \omega) = \operatorname{Re} G(p, \omega), \\
 \operatorname{Im} G^R(p, \omega) &= -\operatorname{Im} G^A(p, \omega) = \frac{e^{\omega/T} \pm 1}{e^{\omega/T} \mp 1} \operatorname{Im} G(p, \omega).
 \end{aligned}$$

二、定态(三维)图解法

现在我们转入改进双时格林函数图解法的讨论. 为确定起见, 仅以具有双粒子(瞬时)直接相互作用的费米系统为例. Дзялошинский 针对骨架图形(即没有内部自能的不可约相联图)建立了双时推迟函数的图解规则, 它们实际上和零温($T = 0$)因果格林函数的定态(三维)图解法相似. 引入 Dyson 方程:

$$G^R(p, \omega) = G_0^R(p, \omega) + G_0^R(p, \omega) \Sigma^R(p, \omega) G^R(p, \omega),$$

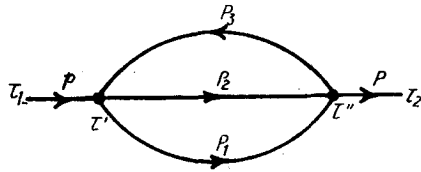


图 1

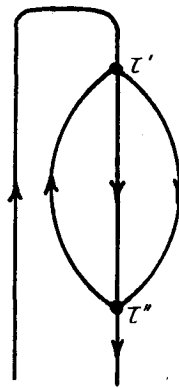


图 1(a)

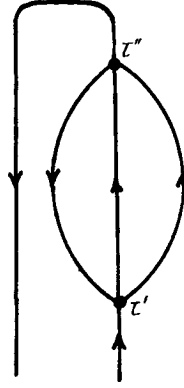


图 1(b)

則各个图形对格林函数的贡献可由质量算符 $\Sigma^R(p, \omega)$ 来表示,例如图 1 的贡献是

$$\begin{aligned} \delta \Sigma_{(a)}^R(p, \omega) &= A_1 \int d\eta_1 d\eta_2 d\eta_3 \rho(p_1, \eta_1) \rho(p_2, \eta_2) \rho(p_1 + p_2 - p, \eta_3) \times \\ &\quad \times [1 - n(\eta_1)][1 - n(\eta_2)][-n(\eta_3)] \frac{1}{\eta_1 + \eta_2 - \eta_3 - (\omega + i\epsilon)}, \\ \delta \Sigma_{(b)}^R(p, \omega) &= A_1 \int d\eta_1 d\eta_2 d\eta_3 \rho(p_1, \eta_1) \rho(p_2, \eta_2) \rho(p_1 + p_2 - p, \eta_3) \times \\ &\quad \times [-n(\eta_1)][-n(\eta_2)][1 - n(\eta_3)] \frac{1}{-\eta_1 - \eta_2 + \eta_3 + (\omega + i\epsilon)}, \end{aligned}$$

其中未明显写出只与动量有关的顶点相互作用算符及对动量的积分, A_1 是松原函数图解法中相应的数值系数。

应该特别指出两个特点;第一是所有时序图可分为两类:

$\tau' > \tau''$, 称“正常时序图”,

$\tau' < \tau''$, 称“反常时序图”。

这里 τ' , τ'' 分别为质量算符与外线相联结的顶点之虚时间。两类图形数目相等(见图1)。第二是对于只含有内线能量的分母(称“内分母”),应按主值意义积分,它们对奇异性没有贡献。而含有外线能量的分母(称“外分母”)可能贡献奇异性。我们在后面再来详细讨论这两个特点。

但是 Дзялошинский 图解法有两个前曾提到的缺点:首先是使用了变形图,使图形数目增多,结构复杂,物理意义不如原来的费曼图那样简明。其次是以谱密度 ρ 及分布函数 n 来标志内线,而不是直接采用格林函数本身,并且对内线能量 η_i 的积分独立地进行,没有明显表示出在顶点处相互作用遵从能量守恒的事实。

这样使我们难以进行直观的物理考虑和实际计算。现在的问题是能否找到一种采用通常费曼图的、以格林函数本身来标志粒子线的、并且明白显示顶点处相互作用遵从能量守恒规律的双时格林函数的图解法,克服上述缺点。

为此目的,我们先看零温极限下的情况。Luttinger-Ward^[5] 已经指出:在 $T \rightarrow 0$ 时,谱密度 $\rho(p, \eta)$ 正确地变为通常所用的零温因果函数之谱密度。这样我们可以直接比较 $T \rightarrow 0$ 时所获得的零温推迟函数之定态图解法和已知的零温因果函数之定态图解法之间

的联系,而后者有熟悉的费曼(即非定态、四维)图解法。

直接的比较指出,在零温极限下,推迟函数与因果函数的图解法有如下差别:第一是外线 $\tilde{G}_0^R$, $\tilde{G}^R$ 分别换为 $\tilde{G}_0$, $\tilde{G}$ (“~”表示零温时的量)。第二是质量算符中由反常时序图贡献的部分内 $\omega + i\epsilon$ 应换为 $\omega - i\epsilon$ 。

这种比较启发了我们来思考能否改进温度非零时的双时推迟函数的定态图解法,使它作与零温时相应的替换来建立双时因果函数的定态图解法,再使后者变为等价的费曼图解法。

现在我们来论证上述推广是合理的,这里将依靠双时推迟与因果函数之间的联系——朗道关系。实际上,在零温极限时,由推迟函数到因果函数的过渡正是和这种普遍联系相一致。因为这时朗道关系要求

$$\begin{aligned}\tilde{G}(p, \omega) &= \tilde{G}^R(p, \omega) & \text{当 } \omega > \mu, \\ \tilde{G}(p, \omega) &= \tilde{G}^A(p, \omega) & \omega \leq \mu.\end{aligned}$$

由 Dyson 方程得

$$\begin{aligned}\tilde{G}(p, \omega) &= \tilde{G}_0(p, \omega) + \tilde{G}_0(p, \omega) \tilde{\Sigma}^R(p, \omega) \tilde{G}(p, \omega) & \omega > \mu, \\ \tilde{G}(p, \omega) &= \tilde{G}_0(p, \omega) + \tilde{G}_0(p, \omega) \tilde{\Sigma}^A(p, \omega) \tilde{G}(p, \omega) & \omega \leq \mu.\end{aligned}$$

而在 $\omega > \mu$ 时,仅正常时序图对 $\tilde{\Sigma}^R$ 的虚部有贡献,反常时序图则无。同样,在 $\omega < \mu$ 时,仅反常时序图对 $\tilde{\Sigma}^A$ 的虚部有贡献,而正常时序图则无^[1]。所谓对虚部有无贡献是指含有外线频率 ω 的分母中,小虚数 $i\epsilon$ 是否有意义而言。所以,将零温推迟函数的质量算符之反常时序图内 $\omega + i\epsilon$ 换为 $\omega - i\epsilon$,的确获得正确的零温因果函数之质量算符 $\tilde{\Sigma}(p, \omega)$,

$$\begin{aligned}\tilde{\Sigma}(p, \omega) &= \tilde{\Sigma}^R(p, \omega) & \text{当 } \omega > \mu, \\ &= \tilde{\Sigma}^A(p, \omega) & \omega \leq \mu.\end{aligned}$$

这样就证实了上述断言。

在温度不等于零时,为了应用朗道关系来改进图解法,必须求出任意图形对双时推迟函数的虚部之贡献。Langer 在这方面进行了系统的研究^[6]。利用他们的方法,可用“约化图”来描述单粒子格林函数虚部的求法,由于推导较为繁复,这里只略述主要的结论。内能分母对奇异性无贡献,只有和具有下列性质的中间态相联系的外能量分母,才对奇异性有贡献,在对 η_i 积分后将产生在 ω 平面上的割线。在这种中间态中如所有粒子线被切断,则整个图形将分为两个相联的部分,且每一部各含有一个外顶点。只画出这个中间态和外线的图形称为约化图(见图 2)。

经过和任一约化图相应之割线的跳跃值是

$$\begin{aligned}[\delta \bar{\Sigma}_{(p)}(\omega)]^{2p+1} &= \int d\eta_1 \cdots d\eta_N g(\eta_1 \cdots \eta_N) \lim_{\xi \rightarrow 0} [M_1(\omega - i\xi) M_2(\omega + i\xi)] \cdot [1 + e^{-\omega/T}] \times \\ &\quad \times n^+(\eta_{2p+1}) \cdots n^+(\eta_{p+1}) n(\eta_p) \cdots n(\eta_1) \times \\ &\quad \times 2\pi i \delta(\eta_{2p+1} + \cdots + \eta_{p+1} - \eta_p - \cdots - \eta_1 - \omega),\end{aligned}$$

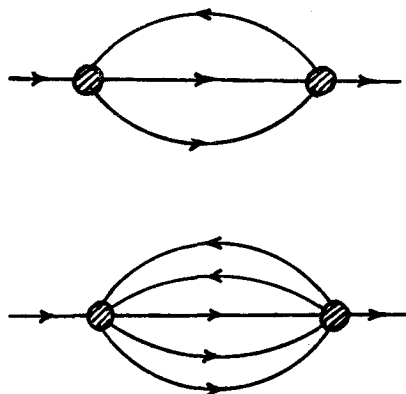


图 2

其中 M_1, M_2 分别相应约化图中有阴影的两“顶角”部分, $n^+(\eta) = 1 - n(\eta)$. 式中各量的详细意义参见文献[6].

在适当地处理各约化图相应之割线的可能重迭引起的困难后, 来自松原函数的某一费曼图之双时推迟函数质量算符虚部的贡献等于所有由该费曼图所产生的约化图给出之



图 3

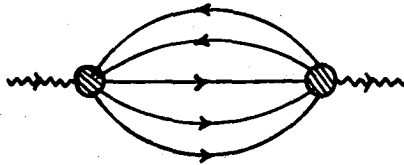
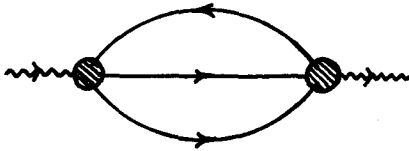


图 4

跳跃值的一半.

上述求虚部的方法, 按 Дзялошинский 的定态图解法的语言来说, 就是分别计算每个能量分母对虚部的贡献 (其他分母取主值), 然后对所有这样获得的贡献求和. 由任一约化图所贡献的虚部中, 相应 $e^{-\omega/T}$ 的部分来自反常时序图, 另一部分则来自正常时序图. 而 M_1, M_2 等于包含该约化图之能量分母的所有正常时序图形中未明显写出的能量分母与费米分布函数有关部分之和.

利用上述结果与朗道关系, 由双时推迟函数的虚部可获得双时因果函数的虚部. 为此应推广前面的方法来计及外线对虚部的贡献, 这样就增加了两个和外线相联系的约化图, 波纹线只表示外能量和外动量 (图 3). 而前面讨论过的约化图由图 4 表示, 所以增加了分别由两条外线贡献的虚部. 即

$$\begin{aligned} \text{Im } \delta G^R(p, \omega) = & \text{Im } G_0^R(p, \omega) \cdot \text{Re } \delta \Sigma^R(p, \omega) \cdot \text{Re } G^R(p, \omega) + \\ & + \text{Re } G_0^R(p, \omega) \cdot \text{Im } \delta \Sigma^R(p, \omega) \cdot \text{Re } G^R(p, \omega) + \\ & + \text{Re } G_0^R(p, \omega) \cdot \text{Re } \delta \Sigma^R(p, \omega) \cdot \text{Im } G^R(p, \omega). \end{aligned}$$

应用朗道关系后得

$$\begin{aligned} \text{Im } \delta G(p, \omega) = & \text{Im } G_0(p, \omega) \cdot \text{Re } \delta \Sigma(p, \omega) \cdot \text{Re } G(p, \omega) + \\ & + \text{Re } G_0(p, \omega) \cdot \text{Im } \delta \Sigma(p, \omega) \cdot \text{Re } G(p, \omega) + \\ & + \text{Re } G_0(p, \omega) \cdot \text{Re } \delta \Sigma(p, \omega) \cdot \text{Im } G(p, \omega), \end{aligned}$$

这里

$$\text{Re } \delta \Sigma(p, \omega) = \text{Re } \Sigma^R(p, \omega),$$

$$\text{Im } \delta \Sigma(p, \omega) = \frac{e^{\omega/T} - 1}{e^{\omega/T} + 1} \text{Im } \delta \Sigma^R(p, \omega).$$

上述结果导致双时因果函数的 Dyson 方程:

$$G(p, \omega) = G_0(p, \omega) + G_0(p, \omega) \Sigma(p, \omega) G(p, \omega),$$

总质量算符 Σ 定义为所有 $\delta \Sigma$ 之和.

因此, 只要将外线 G_0^R, G^R 分别换为 G_0, G ; $\delta \Sigma^R$ 换为 $\delta \Sigma$ 后, 就可获得双时因果函数的展开式. 由前可知, 由 $\delta \Sigma^R$ 获得 $\delta \Sigma$, 只须将其虚部中的因子 $(1 + e^{-\omega/T})$ 变为 $(1 - e^{-\omega/T})$. 这种改变正是反常时序图对虚部的贡献改变符号. 所以, 只须在反常时序图的能量分母中, 将 $\omega + is$ 换为 $\omega - is$, 就获得双时因果函数的定态图解法.

三、双时因果格林函数的费曼图解法

前节中已经求得双时因果函数的定态图解法, 现在将建立与其等价的费曼图解法. 我们的结果表明, 它和零温时因果函数的费曼图解法的结构与规则完全相同, 只是粒子线相应双时因果函数.

先在时间-动量表象里讨论. 根据与 Дзялошинский 相似的做法, 可以证明, 这样构成的图形之相应表示式和前节获得的定态图解法全同. 例如图 5 相应如下表示式:

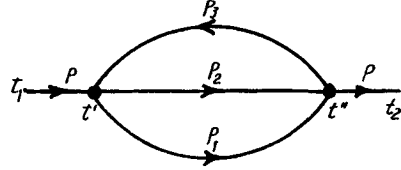


图 5

将外线 $G_0(p, t_1 - t')$, $G(p, t'' - t_2)$ 按单重傅氏积分展开, 而内线则代以 Lehmann 展开, 相应各种时序图写出相应表示式; 如 $t' > t''$ 时,

$$\begin{aligned} \delta G_{(5a)}(p, t_1 - t_2) &= \frac{1}{i^2} A_1 \int d\omega d\omega' e^{-i\omega t_1 + i\omega' t_2} \times \\ &\times G_0(p, \omega) G(p, \omega') (i)^3 \int d\eta_1 d\eta_2 d\eta_3 \rho(p_1, \eta_1) \rho(p_2, \eta_2) \times \\ &\times \rho(p_3, \eta_3) [1 - n(\eta_1)] [1 - n(\eta_2)] [-n(\eta_3)] \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} dt' \int_{-\infty}^{t''} dt'' e^{i\omega t' - i\omega' t''} \cdot e^{i(-\eta_1 - \eta_2 + \eta_3)(t' - t'')}, \end{aligned}$$

这里动量积分及顶点相互作用算符未明显写出. 利用公式^[7] $\int_{-\infty}^{t_0} e^{ixt} dt = \lim_{\epsilon \rightarrow +0} \frac{e^{ixt_0}}{i(x - i\epsilon)}$,

完成时间积分:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dt' \int_{-\infty}^{t''} dt'' e^{i(\omega - \eta_1 - \eta_2 + \eta_3)t'} e^{i(-\omega' + \eta_1 + \eta_2 - \eta_3)t''} = \frac{1}{i(\eta_1 + \eta_2 - \eta_3 - \omega' - i\epsilon)} 2\pi\delta(\omega - \omega').$$

再由定义

$$\delta G(p, t_1 - t_2) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\omega d\omega' e^{-i\omega t_1 + i\omega' t_2} \delta G(p; \omega, \omega'),$$

$$\delta G(p; \omega, \omega') = 2\pi\delta(\omega - \omega') \cdot \delta G(p, \omega),$$

立刻得到

$$\begin{aligned} \delta G_{(5a)}(p, \omega) &= A_1 G_0(p, \omega) G(p, \omega) \int d\eta_1 d\eta_2 d\eta_3 \rho(p_1, \eta_1) \rho(p_2, \eta_2) \rho(p_3, \eta_3) \times \\ &\times \frac{[1 - n(\eta_1)] [1 - n(\eta_2)] [-n(\eta_3)]}{\eta_1 + \eta_2 - \eta_3 - \omega - i\epsilon}. \end{aligned}$$

同样, 对 $t' < t''$ 时有

$$\begin{aligned} \delta G_{(5b)}(p, \omega) &= A_1 G_0(p, \omega) G(p, \omega) \int d\eta_1 d\eta_2 d\eta_3 \rho(p_1, \eta_1) \rho(p_2, \eta_2) \rho(p_3, \eta_3) \times \\ &\times \frac{[-n(\eta_1)] [-n(\eta_2)] [1 - n(\eta_3)]}{-\eta_1 - \eta_2 + \eta_3 + \omega - i\epsilon}, \end{aligned}$$

这和前节結論一致。其他复杂图形也可同样論証。动量-時間表象的图解規則总结如下:

画出所有骨架图形,图形結構和零温时因果函数(或松原函数)相同。对应規則为

- (1) 外綫相应 $G_0(p, t_1 - t')$, $G(p, t^{(n)} - t_2)$ 。內綫相应 $G(p_i, t' - t'')$, $\dots\dots$;
- (2) 頂点相应 $\Gamma^{(0)}(p_1, p_2; p_3, p_4)$, 且保持动量守恒, $p_1 + p_2 = p_3 + p_4$;
- (3) 第 n 級图的数值系数是松原函数的相应系数乘以 i^{-n} , 即和零温因果函数相同;
- (4) 对独立的內綫动量, 相互作用頂点時間积分。

現在从动量-時間表象过渡到动量-頻率表象, 为此应将各条粒子綫按時間的傅氏积分展开式代入,

$$G(p, t) = \frac{1}{2\pi} \int d\omega e^{-i\omega t} \cdot G(p, \omega);$$

再完成時間积分。如由图 5 有

$$\begin{aligned} \delta G(p, t_1 - t_2) &= \frac{1}{i^2} A_1 \frac{1}{(2\pi)^5} \int d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3 d\omega' d p_1 d p_2 \times \\ &\quad \times G_0(p, \omega) G(p, \omega') G(p_1, \omega_1) G(p_2, \omega_2) G(p_3, \omega_3) \times \\ &\quad \times \int d t' d t'' e^{i t'(-\omega_1 - \omega_3 + \omega_2 + \omega)} e^{i t''(\omega_1 + \omega_3 - \omega_2 - \omega')} \times \\ &\quad \times e^{-i\omega t_1 + i\omega' t_2} \Gamma^{(0)}(p, p_3; p_1 p_2) \Gamma^{(0)}(p_1 p_2; p, p_3) = \\ &= \frac{1}{i^2} A_1 \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\omega e^{-i\omega(t_1 - t_2)} \int d\omega_1 d\omega_2 d p_1 d p_2 \times \\ &\quad \times G_0(p, \omega) G(p, \omega) G(p_1, \omega_1) G(p_2, \omega_2) G(p_3, \omega_3) \times \\ &\quad \times \Gamma^{(0)}(p_1, p_2; p, p_3) \Gamma^{(0)}(p, p_3; p_1, p_2), \end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned} \delta G(p, \omega) &= \frac{1}{i^2} A_1 \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\omega_1 d\omega_2 d p_1 d p_2 \Gamma^{(0)}(p_1, p_2; p, p_3) \Gamma^{(0)}(p, p_3; p_1, p_2) \times \\ &\quad \times G_0(p, \omega) G(p, \omega) G(p_1, \omega_1) G(p_2, \omega_2) G(p_3, \omega_3). \end{aligned}$$

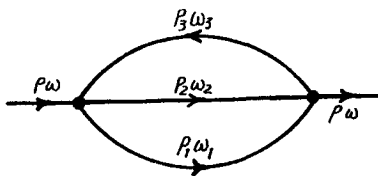


图 6

上式可用图 6 表示, 别的复杂图形可同样討論。动量-頻率表象的图解規則总结如下: 画出骨架图形, 其中

- (1) 外綫相应 $G_0(p, \omega)$, $G(p, \omega)$, 內綫相应 $G(p_i, \omega_i)$;
- (2) 頂点相应 $\Gamma^{(0)}(p_1, p_2; p_3, p_4)$, 頂点处相互

作用遵从动量及頻率守恒定律 $p_1 + p_2 = p_3 + p_4$, $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4$;

- (3) 数值系数和零温因果函数相同;
- (4) 对独立的內綫动量和頻率积分。

至此, 我們完成了整个图解法的改进。

从本文的工作, 我們可以获得如下結論: 温度不等于零时, 双时因果格林函数具有通常的費曼图解法, 它的結構与对应規則和零温因果格林函数相同, 只是其中的粒子綫应代入相应的双时因果格林函数。

这种图解法具有下面两个优点: 首先它应用了普通费曼图, 并且粒子线相应格林函数本身, 从而简化了图形结构和图解规则, 便于进行图形求和与迭代, 推导积分方程等。其次是由于标志线的格林函数具有明显物理意义——它表示有温度时元激发的传播, 这种元激发包含按温度平均的统计效应, 由分布函数 (Fermi-Dirac 或 Bose-Einstein 函数) 表示——这样能使我們进行各种直观的物理考虑。

这里发展的双时因果函数的图解法可以直接用来处理非平衡过程的动力学性质, 例如各种输运系数的计算, 这方面有待于今后深入探讨。

本工作曾获得陈春先、霍裕平、陈式刚等同志的许多帮助, 并与于淦、霍崇儒、黄綺等同志进行了有益的讨论, 谨在此表示感谢。

参 考 文 献

- [1] Luttinger, J. M., *Phys. Rev.*, **121** (1961), 942.
- [2] Дзялошинский, И. Е., *ЖЭТФ*, **42** (1962), 1126.
- [3] Константинов, О. В., Перель, В. И., *ЖЭТФ*, **39** (1960), 197; Fujita, S., Abe, R., *J. Math. Phys.*, **3** (1962), 350.
- [4] Абрикосов, А. А., Горьков, Л. П., Дзялошинский, И. Е., 统计物理学中的量子场论方法 (中译本), 科学出版社 (1963).
- [5] Luttinger, J. M., Ward, J. C., *Phys. Rev.*, **118** (1960), 1417.
- [6] Langer, J. S., *Phys. Rev.*, **124** (1961), 997; **127** (1962), 5.
- [7] Bethe, H. A., Hoffmann, F. de., Schweber, S. S., *Mesons and Fields* (New York, 1955), p. 201.

THE FEYNMAN DIAGRAMMATIC TECHNIQUE FOR THE DOUBLE TIME DEPENDENT CAUSAL GREEN'S FUNCTION

CHANG SHIH-CHUN
(*Academia Sinica*)

ABSTRACT

Starting from the discussion of analytic properties and using the Landau relation to improve the diagrammatic technique of Dzyaloshinskii, the Feynman diagrammatic technique for double time dependent causal Green's function is established. There is a correct limit of zero temperature and may be used to calculate the various dynamical properties of nonequilibrium processes.