

O^{16} 偶宇称态的结构 (I)*

張宗焯 余友文 朱熙泉

提 要

本文在 L - S 耦合近似下,并且限于讨论 $2\hbar\omega$ 激发的组态,用 δ 相互作用严格求解了 0^+ , 2^+ 及 4^+ 态。同时提出一种近似解的办法。即根据粒子的相干效应,可以近似地将双粒子双空穴的结构选为两个粒子相干和两个空穴相干的态。近似解的结果与严格解符合很好。在解释实验上,能量符合得不够好,但在解释 $0-0$ 跃迁和 $E2$ 跃迁上却相当成功。

一、引 言

最近,实验上给出了更完整的 O^{16} 能级图,还定出了一部分能级间的跃迁强度;特别是偶宇称态之间的 $E2$ 跃迁的特点更为突出^[1](见图 1)。它表现出从 $2^+(6.92\text{MeV})$ 态到基态 0^+ 及第一激发态 $0^+(6.05\text{MeV})$ 都有 $E2$ 跃迁的加强,并且后者的约化跃迁几率约为前者的两倍。同时从 $4^+(10.36\text{MeV})$ 态到 $2^+(6.92\text{MeV})$ 态的 $E2$ 跃迁强度也是很大的。而且在 $0^+(6.05\text{MeV})$ 与基态 0^+ 之间存在着较强的 $0-0$ 跃迁。这些特点都反映出 $4^+(10.36\text{MeV})$ 态, $2^+(6.92\text{MeV})$ 态与 $0^+(6.05\text{MeV})$ 态之间存在着密切的联系;并且它们也与基态 0^+ 有着密切的联系。再从能量上来看, $0^+(6.05\text{MeV})$ 态等的能量都比激发两个谐振子大壳的能量低得多。这些实验现象引起了理论工作者的极大兴趣。尤其是由于这些特点不仅出现在 O^{16} 核中,还出现在一系列其他的原子核上^[1],因此研究这个问题就更有理论意义。Umezawa^[2], Nagai^[3], Brown^[4] 以及 Brink^[5] 等人先后都对 O^{16} 偶宇称态的结构进行了一些研究,但是都没有能得到较好的解释。并且 Umezawa 和 Nagai 所给出的质心运动态是有错误的。在 Brown 的结果中,错误地把属于不同配分的态混了起来,而且也没有除掉质心运动态。

O^{16} 偶宇称态的问题是一个很复杂的问题,为了便于进行研究,不得不先作一些简化问题的假设。此工作是在 L - S 耦合近似下,并且是在将核子间相互作用选为 δ 力的假设下,来分析 O^{16} 偶宇称态的结构。根据核子在短程力下相干的特性^[6],我们设想双粒子双空穴态的结构应近似为两个粒子相干两个空穴相干,而粒子空穴基本上没有作用的态,并把这个近似下的解称为近似解。在本工作中,首先对这个近似进行了一些分析;其次,对 O^{16} 偶宇称态求解了近似解。同时为了讨论近似解的可靠性,还求了 0^+ , 2^+ 及 4^+ 态的严格解,并将两个解作了比较。结果表明,近似解的近似程度是相当好的,它与严格解最

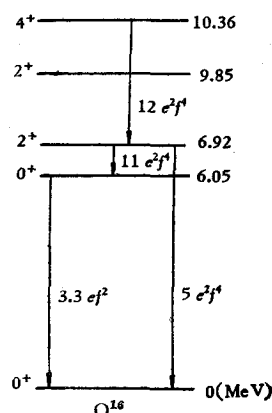


图 1 O^{16} 低激发偶宇称态的能谱图

* 1964 年 10 月 4 日收到。

低两个态的波函数的重迭积分都大于 0.90. 在文章的最后一节中, 对解的特点进行了一些讨论. 可以看出, 每个 L 的最低两个态的结构都近似是相干的结果; 并且这个相干性也反映在 $E2$ 跃迁上, 因此给出了与实验相符合的约化跃迁几率. 但是此结果在解释能量间隔比上, 得到的结果是不够好的.

二、近似方法

为了简单起见, 我们认为核子在谐振子场内运动, 不考虑自旋轨道耦合效应, 并且把核子间的相互作用选为 δ 力. 因此系统的轨道角动量 L 及总自旋 S 都是好量子数, 而且同一个大壳的零级能是退化的. 系统的 H 量为

$$H = \sum_a \epsilon_a a_a^\dagger a_a + \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta\gamma\eta} \langle \alpha\beta | \delta | \gamma\eta \rangle a_\alpha^\dagger a_\beta^\dagger a_\eta a_\gamma. \quad (2.1)$$

我们把填满 $1p$ 壳的核心叫作真空态, 费米表面以上的粒子的产生和消灭用 $a^\dagger$ 及 a 来描述, 费米表面以下的粒子产生和消灭应该当作空穴的消灭和产生, 分别用 b 及 $b^\dagger$ 来描述. 对于 O^{16} 的偶宇称态, 我们限于讨论 $2\hbar\omega$ 激发的组态, 于是有两种激发方式:

- (i) 两个粒子从 $1p$ 壳激发到 $2s, 1d$ 壳;
- (ii) 一个粒子从 $1s$ 壳激发到 $2s, 1d$ 壳和一个粒子从 $1p$ 壳激发到 $2p, 1f$ 壳.

第一种激发方式是双粒子激发, 但每个粒子只激发一个大壳; 因此称它为双粒子双空穴态. 第二种激发方式是单粒子激发两个大壳, 因此称它为单粒子单空穴态. 由于系统的 H 量具有空间交换对称性, 所以 H 的本征态可以按对称群的表示来分类. 对于 $S = 0, T = 0$ 的情形, 单粒子单空穴态的对称群表示只有一个, 即 $[4444]$; 而双粒子双空穴态的对称群表示却不止一个, 但是其中能量最低的一个仍然是 $[4444]$; 这是由于表示 $[4444]$ 代表空间对称性最大, 因而属于这个表示的态的能量是较低的. 因此, 在下面我们只取 $[4444] S = 0, T = 0$ 的情形来进行计算. 对应于 $[4444] S = 0, T = 0$ 双粒子双空穴态的自旋和同位旋的结构为

$$(0101) + (1010) \quad (2.2a)$$

及

$$(0000) + 3(1111), \quad (2.2b)$$

符号 $(S_1 T_1 S_2 T_2)$ 代表两个粒子的自旋和同位旋为 S_1 及 T_1 , 两个空穴的自旋和同位旋为 S_2 及 T_2 .

由于 O^{16} 激发态都是来自满壳层的激发, 因此都存在着有质心运动态的问题. 对于 $S = 0, T = 0, L$ 为 0^+ 的态有两个质心运动态, 一个是质心激发 $2\hbar\omega$ 的状态 $\phi_R^{(2)}(0^+)$, 另外一个是在允许的 1^- 态上再有 $1\hbar\omega$ 质心激发的状态 $\phi_R^-(0^+)$. L 为 2^+ 的态有四个质心运动态, 一个是质心激发 $2\hbar\omega$ 的态 $\phi_R^{(2)}(2^+)$, 另外三个分别是在允许的 $1^-, 2^-, 3^-$ 态上再有 $1\hbar\omega$ 质心激发的状态 $\phi_R^-(2^+), \phi_R^-(2^+), \phi_R^-(2^+)$. L 为 4^+ 的态只有一个质心运动态, 即在 3^- 态上质心激发 $1\hbar\omega$ 的态 $\phi_R^-(4^+)$. 我们求到了这些质心运动态, 并把它们给出在附录中. 在计算 O^{16} 偶宇称态时, 必须首先去掉这些质心激发态.

虽然我们取 $L-S$ 耦合的近似, 但要严格求解出本征态仍然是很麻烦的. 在限制于 $2\hbar\omega$ 的激发下, 0^+ 态共有七个基, 2^+ 态共有十三个基, 4^+ 态共有六个基. 如果我们以

$$\varphi_L(l_1 l_2; L) = (a_{l_1}^\dagger b_{l_2}^\dagger)_{LST} |0\rangle \quad (S = T = 0) \quad (2.3)$$

表示单粒子单空穴的基,并以

$$\begin{aligned}\varphi_L(l_1 l_3 l_2 l_4; L_1 L_2) &= \sqrt{\frac{1}{N}} \tilde{\varphi}_L(l_1 l_3 l_2 l_4; L_1 L_2) = \\ &= \sqrt{\frac{1}{N}} \sum_{s_1 T_1} \hat{s}_1 \cdot \hat{T}_1 \cdot \{(a_{l_1}^+ a_{l_3}^+)_{L_1 s_1 T_1} (b_{l_2}^+ b_{l_4}^+)_{L_2 s_2 T_2}\}_{LST} |0\rangle \quad (S = T = 0)\end{aligned}\quad (2.4)$$

表示双粒子双空穴态的基(其中 N 是归一化因子),那么这些基如表 1 所示.

表 1 0^+ , 2^+ 及 4^+ 态的基

0^+	2^+	4^+
$\varphi_0(00;0)$	$\varphi_2(11;2)$	$\varphi_4(31;4)$
$\varphi_0(11;0)$	$\varphi_2(31;2)$	$\varphi_4(0211;22)$
$\varphi_0(0011;00)$	$\varphi_2(20;2)$	$\varphi_4(2211;22)$
$\varphi_0(2211;00)$	$\varphi_2(0011;02)$	$\varphi_4(2211;31)$
$\varphi_0(2211;22)$	$\varphi_2(0211;20)$	$\varphi_4(2211;40)$
$\varphi_0(2211;11)$	$\varphi_2(0211;21)$	$\varphi_4(2211;42)$
$\varphi_0(0211;22)$	$\varphi_2(0211;22)$	
	$\varphi_2(2211;02)$	
	$\varphi_2(2211;11)$	
	$\varphi_2(2211;20)$	
	$\varphi_2(2211;22)$	
	$\varphi_2(2211;31)$	
	$\varphi_2(2211;42)$	

要在这组基上严格求解是很复杂的,尤其是 2^+ 态,因此在基的选择上我们还必须作进一步的考虑. 为了便于计算和更好地理解 O^{16} 偶宇称态的结构,根据我们对粒子情况的分析^[6],曾指出当粒子两两配成角动量较低的相干的“对”时,“对”与“对”之间的相互作用是很小的,一般可以略去而不予考虑. 因此我们可以猜想 O^{16} 偶宇称态的双粒子双空穴的结构是两个粒子相干、两个空穴相干的态,以

$$\psi_{L_1 L_2 L} = \sqrt{\frac{1}{N}} \sum_{l_1 l_3 l_2 l_4} A_{l_1 l_3 L_1} A_{l_2 l_4 L_2} \tilde{\varphi}_L(l_1 l_3 l_2 l_4; L_1 L_2) \quad (2.5)$$

表示,其中

$$A_{l_1 l_3 L_1} = \frac{\hat{l}_1 \hat{l}_3}{\hat{L}_1} C_{l_1 0 l_3 0}^{L_1 0}, \quad (2.6)$$

符号 $\hat{l} = \sqrt{2l+1}$.

但是,由于粒子与空穴的相互作用比粒子与粒子的作用要复杂得多,不仅有吸引力,而且在很多情况下是排斥力. 因此必须对上述的猜想进行分析. 我们以 0^+ 态的双粒子双空穴结构为例,来讨论 ψ_{000} 是否近似是 δ 相互作用的本征态. 由于在此情况下,径向积分都是同符号的¹⁾,因而取径向积分为常数并不会严重地影响分析的结果. 在此为了方便起见,我们就取了个近似. 计算的结果指出: ψ_{000} 去掉质心运动态的波函数(以 $\bar{\psi}_{000}$ 表示),与双粒子双空穴结构的能量最低的严格解 ψ_0 (已去掉质心)十分接近.

1) 径向波函数位相的选择为取连带拉盖尔多项式的最高次项为正.

$$\begin{aligned} \phi_0 = & -0.192\varphi_0(0011;00) - 0.903\varphi_0(2211;00) + 0.035\varphi_0(2211;22) + \\ & + 0.332\varphi_0(2211;11) - 0.192\varphi_0(0211;22), \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} \bar{\psi}_{000} = & -0.312\varphi_0(0011;00) - 0.873\varphi_0(2211;00) + 0.154\varphi_0(2211;22) + \\ & + 0.225\varphi_0(2211;11) - 0.260\varphi_0(0211;22), \end{aligned} \quad (2.8)$$

对应的能量分别为

$$E_0 = -10.6, \quad (2.9)^{1)}$$

$$\bar{E}_{000} = -10.4. \quad (2.10)$$

波函数的重迭积分是 0.98. 由此分析, 可以看出, O^{16} 偶宇称态的双粒子双空穴结构在 δ 力的作用下的确接近于两个粒子相干、两个空穴相干的态, 并且它的能量基本上就是粒子-粒子相互作用能(-6.0)与空穴-空穴作用能(-3.0)之和, 而粒子-空穴之间的作用是很小的. 于是可以认为, 原子核低激发态就是某些 $\phi_{L_1 L_2 L}$ 与相干的单粒子单空穴基的再一次混合.

对于 2^+ 和 4^+ 的情形, 由于 ϕ_{022} 与 ϕ_{202} 以及 ϕ_{224} 与 ϕ_{404} 在能量上可能比较接近, 因而有可能混合较多. 我们在处理 2^+ 及 4^+ 态的时候, 考虑了这个效应. 在考虑了单粒子单空穴的基之后, 我们所选的近似解的基为

表 2 $0^+, 2^+, 4^+$ 态近似解的基的选择

0^+ 的 基	2^+ 的 基	4^+ 的 基
$\varphi_0(00;0)$	$\varphi_2(20;2)$	$\varphi_4(31;4)$
$\varphi_0(11;0)$	$\sqrt{\frac{2}{5}} \varphi_2(11;2) - \sqrt{\frac{3}{5}} \varphi_2(31;2)^*$	ϕ_{224}
ψ_{000}	ψ_{022}	ψ_{404}
	ψ_{202}	

* 在此我们选单粒子单空穴相干的态为基.

三、结 果

现在我们把计算的结果给出如下, 为了进一步考验近似解的可靠性, 我们还计算了 0^+ 态、 2^+ 态及 4^+ 态的严格解, 结果都列于表 3—5 中. 表中以 $\bar{\Psi}(L^+)$ 代表去掉质心态的严格解, 以 $\bar{\psi}(L^+)$ 代表去掉质心态的近似解, 而 E 代表对应状态下的能量. 并在表的最后一栏中给出了近似解与严格解的重迭积分. 从这些结果中可以看到, 近似解与严格解的情况符合得很好. 重迭积分都大于 90%. 能量的差别也都不大. 为了进一步与实验比较, 我们还计算了 $0-0$ 跃迁和 $E2$ 跃迁的约化跃迁几率. 结果列于表 6—8 中. 其中选 $r_0 = 1.5 \times 10^{-13} \text{cm}$. 在表 6—8 中, 上面一行的数据是严格解的结果, 下面一行的数据是近似解的结果.

1) 在此, 能量是以 $V_0/4\pi$ 为单位的(径向积分取为 1).

表 3 0^+ 态近似解与严格解的比较

$L = 0$	$\bar{\Psi}_1(0^+)$	$\bar{\Psi}_2(0^+)$	$\Psi_1(0^+)$	$\Psi_2(0^+)$
$\varphi_0(00;0)$	0.532	0.400	0.566	0.303
$\varphi_0(11;0)$	0.740	0.162	0.739	0.058
$\varphi_0(0011;00)$	-0.118	0.392	0.069	0.484
$\varphi_0(2211;00)$	-0.386	0.737	-0.357	0.742
$\varphi_0(2211;22)$	-0.020	-0.184	-0.010	-0.258
$\varphi_0(2211;11)$	-0.030	-0.269	-0.016	-0.164
$\varphi_0(0211;22)$	-0.064	0.095	0.036	0.164
E^*	-6.628	-6.369	-6.797	-6.553
$\langle \bar{\Psi}_1(0^+) \Psi_1(0^+) \rangle = 0.98$		$\langle \bar{\Psi}_2(0^+) \Psi_2(0^+) \rangle = 0.97$		

* 表 3、4 和 5 中的能量是以 $\frac{1}{4\pi} V_0 \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \alpha^3$ 为单位的, $\alpha = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}$.

表 4 2^+ 态近似解与严格解的比较

$L = 2$	$\bar{\Psi}_1(2^+)$	$\bar{\Psi}_2(2^+)$	$\Psi_1(2^+)$	$\Psi_2(2^+)$
$\varphi_2(11;2)$	-0.041	-0.314	0.086	-0.248
$\varphi_2(31;2)$	0.208	0.051	0.367	0.058
$\varphi_2(20;2)$	0.276	0.038	0.323	0.089
$\varphi_2(0011;02)$	0.127	0.344	0.036	0.363
$\varphi_2(0211;20)$	0.642	-0.066	0.509	0.286
$\varphi_2(0211;21)$	-0.116	-0.028	-0.143	-0.098
$\varphi_2(0211;22)$	-0.209	0.242	-0.078	0.144
$\varphi_2(2211;02)$	0.172	0.735	-0.012	0.720
$\varphi_2(2211;11)$	-0.176	0.292	-0.285	0.355
$\varphi_2(2211;20)$	-0.544	0.065	-0.565	0.111
$\varphi_2(2211;22)$	0.106	-0.289	0.142	-0.158
$\varphi_2(2211;31)$	0.099	0.038	0.188	0.001
$\varphi_2(2211;42)$	0.124	-0.006	0.103	0.045
E	-5.165	-4.770	-5.455	-4.995
$\langle \bar{\Psi}_1(2^+) \Psi_1(2^+) \rangle = 0.93$		$\langle \bar{\Psi}_2(2^+) \Psi_2(2^+) \rangle = 0.91$		

表 5 4^+ 态近似解与严格解的比较

$L = 4$	$\bar{\Psi}_1(4^+)$	$\bar{\Psi}_2(4^+)$	$\Psi_1(4^+)$	$\Psi_2(4^+)$
$\varphi_4(31;4)$	-0.214	-0.201	-0.262	0.206
$\varphi_4(0211;22)$	-0.349	0.452	-0.159	0.449
$\varphi_4(2211;22)$	0.422	-0.362	0.527	-0.359
$\varphi_4(2211;31)$	0.458	0.074	0.660	0.074
$\varphi_4(2211;40)$	0.340	0.781	0.301	0.783
$\varphi_4(2211;42)$	-0.574	-0.093	-0.320	-0.094
E	-4.721	-3.748	-5.288	-3.749
$\langle \bar{\Psi}_1(4^+) \Psi_1(4^+) \rangle = 0.92$		$\langle \bar{\Psi}_2(4^+) \Psi_2(4^+) \rangle = 1.00$		

表 6 0^+ 态到基态 $|0\rangle$ 的 $0-0$ 跃迁

0-0 跃迁		0_1^+	0_2^+
$ 0\rangle$	严 格 解	$10.34 e f^2$	$2.00 e f^2$
	近 似 解	$10.10 e f^2$	$3.65 e f^2$

表 7 2^+ 态到 0^+ 态的 $E2$ 跃迁

$2^+ \rightarrow 0^+ E2$		2_1^+	2_2^+
0_1^+	严 格 解	$0.05 e^2 f^4$	$4.7 \times 10^{-6} e^2 f^4$
	近 似 解	$0.30 e^2 f^4$	$0.05 e^2 f^4$
0_2^+	严 格 解	$5.62 e^2 f^4$	$3.95 e^2 f^4$
	近 似 解	$7.86 e^2 f^4$	$1.42 e^2 f^4$
$ 0\rangle$	严 格 解	$4.34 e^2 f^4$	$0.81 e^2 f^4$
	近 似 解	$2.41 e^2 f^4$	$0.79 e^2 f^4$

表 8 4^+ 态到 2^+ 态的 $E2$ 跃迁

$4^+ \rightarrow 2^+ E2$		4_1^+	4_2^+
2_1^+	严 格 解	$0.04 e^2 f^4$	$6.72 e^2 f^4$
	近 似 解	$0.001 e^2 f^4$	$10.34 e^2 f^4$
2_2^+	严 格 解	$1.50 e^2 f^4$	$2.81 e^2 f^4$
	近 似 解	$2.88 e^2 f^4$	$0.48 e^2 f^4$

四、討 論

最后,我们对所得到的结果进行一些分析和讨论。

(1) 从所解到的波函数来看,每个 L 都有两条能量较低的态。 0_1^+ 态主要是单粒子单空穴激发的相干态; 0_2^+ 态则主要是双粒子双空穴激发结构为 ψ_{000} 的态。因此,这两个 0^+ 态虽然在能量上很靠近,但其结构是很不相同的,于是在跃迁上表现出来的特点也是很不相同的。同样,两个 2^+ 态也各具有其自己的特点。 2_1^+ 态主要是双粒子双空穴激发结构为 ψ_{202} 的态,而 2_2^+ 态则主要是双粒子双空穴激发结构为 ψ_{022} 的态。另外,两个 4^+ 态的结构也是各有其特点的。 4_1^+ 态基本上是两个粒子与空穴合成 3^- 对的耦合(两个 3^- 对的态与 4_1^+ 严格解的重迭积分为 0.91); 而 4_2^+ 态则基本上双粒子双空穴激发结构为 ψ_{224} 与 ψ_{404} 的混合。因而,总的说来,这些能量较低的态都是单粒子单空穴的相干态或双粒子双空穴的两两相干态。这个特点对分析跃迁的性质是十分重要的。

(2) 如果我们选择 0_2^+ , 2_1^+ 及 4_2^+ 态对应为实验上观测到的 $0^+(6.05 \text{ MeV})$, $2^+(6.92 \text{ MeV})$ 及 $4^+(10.36 \text{ MeV})$ 激发态,那么不论是 $0-0$ 跃迁还是 $E2$ 跃迁,都能得到较符合实验的结果。一般与实验值偏离不超过 2 倍(见表 9)。理论值与实验值能符合到如此程

表 9 $|0\rangle, 0_2^+, 2_1^+$ 及 4_2^+ 态之间的 $E2$ 跃迁和 $0-0$ 跃迁

		理 论 值	实 验 值
0-0 跃迁	近 似 解	$3.65 ef^2$	$3.3 ef^2$
	严 格 解	$2.00 ef^2$	
$2_1^+ \rightarrow 0\rangle$	近 似 解	$2.41 e^2 f^4$	$5 e^2 f^4$
	严 格 解	$4.34 e^2 f^4$	
$2_1^+ \rightarrow 0_2^+$	近 似 解	$7.86 e^2 f^4$	$11 e^2 f^4$
	严 格 解	$5.62 e^2 f^4$	
$4_2^+ \rightarrow 2_1^+$	近 似 解	$10.34 e^2 f^4$	$12 e^2 f^4$
	严 格 解	$6.72 e^2 f^4$	

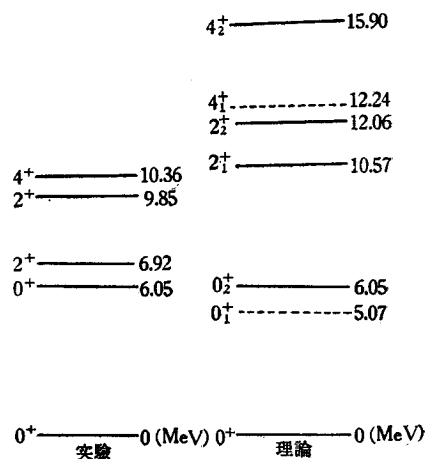
度,主要原因在于波函数是相干态的结果。我們知道,粒子之间的跃迁与空穴之间的跃迁是相互抵消的,因而一般说来,如果不是有很好的相干效应的話,跃迁几率不会够大的。在我們求到的解中, 2_1^+ 基本上是 ψ_{202} , 0_2^+ 基本上是 ψ_{000} , 从 $\psi_{202} \rightarrow \psi_{000}$ 的 $E2$ 跃迁中,空穴部分是沒有贡献的,而粒子部分之间的跃迁很显然是相干的;因此 $2_1^+ \rightarrow 0_2^+$ 之間存在着 $E2$ 跃迁的加强。同理,由于 4_2^+ 态基本上是 ψ_{224} 与 ψ_{404} 的组合,而 $\psi_{404} \rightarrow \psi_{202}$ 的 $E2$ 跃迁只有粒子部分有贡献,并且是相干的; $\psi_{224} \rightarrow \psi_{202}$ 的 $E2$ 跃迁,則只有空穴部分有贡献,也是相干的;同时, ψ_{224} 与 ψ_{404} 的组合还保证了这两部分贡献的相干性。因此, $4_2^+ \rightarrow 2_1^+$ 态的 $E2$ 跃迁也是加强的。

在此还要指出,实验上在 9.85MeV 处还有一个 2^+ 态,可能可以用我們求解到的 2_1^+ 来解释。 2_1^+ 态基本上是 ψ_{022} , 因此可以从 $\psi_{022} \rightarrow \psi_{000}$ 的 $E2$ 跃迁是空穴間相干的跃迁来分析 $2_2^+ \rightarrow 0_2^+$ 跃迁的特点。但是由于空穴态数少,所以相干性不如粒子間跃迁的相干性强。这样我們可以預計, $2_2^+ \rightarrow 0_2^+$ 态的 $E2$ 跃迁也是有相干性的,但不如 $2_1^+ \rightarrow 0_2^+$ 的强。至于 $4_2^+ \rightarrow 2_1^+$ 的跃迁,仅从 $\psi_{224} \rightarrow \psi_{022}$ 上来看是有相干性的,但是由于 ψ_{404} 不能到达 ψ_{022} 态,而 ψ_{404} 在 4_2^+ 中的比例较大,它到 2_1^+ 态中其他分量的跃迁恰好是与 $\psi_{224} \rightarrow \psi_{022}$ 的跃迁抵消的,因此,最后的结果表现不出相干的特点。

(3) 从能量上来看,存在着一些问题。如果我們以 0_2^+ , 2_1^+ 及 4_2^+ 态对应实验上的 0^+ (6.05 MeV), 2^+ (6.92 MeV) 及 4^+ (10.36 MeV) 态,那么可以看出,能量間隔的比例是符合得不够好的(见图 2)。

$$\left. \begin{aligned} \frac{(E(4^+) - E(0^+))_{\text{实验值}}}{(E(2^+) - E(0^+))_{\text{实验值}}} &= 4.95, \\ \frac{(E(4^+) - E(0^+))_{\text{理论值}}}{(E(2^+) - E(0^+))_{\text{理论值}}} &= 2.18. \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

再从能量的绝对值上来看,在前面给出的能量都是以 $\frac{1}{4\pi} V_0 \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \alpha^3$ 为单位的。如果我們取一个大

图 2 O^{16} 低激发偶宇称态理论与实验的比较

壳的平均間隔 $\hbar\omega$ 約为 15MeV, 那么要使得 0_2^+ 的能量符合 6.05MeV, 則需选择

$$V_0 = 4\pi\sqrt{2\pi}\alpha^{-3} \times 3.76. \quad (4.2)$$

这样选择的核力强度用来解释 O^{16} 的 3^- 态是合适的, 但是用去解释 O^{18} 的能谱, 特别是在解释 O^{18} 最后两个粒子的結合能上, 則显然太强了一些. 这是一个很有趣的矛盾, 有可能是由于所选核力是 δ 力的結果, 这有待于进一步的研究. 另外, 在 $L-S$ 耦合近似下, δ 力的結果給出了比实验上更多的偶宇称的低激发态, 尤其是有两个較低的 0^+ 态, 显然是与实验結果存在着矛盾. 这也是有待于进一步分析的問題. 估計考虑了核力的其他特性将会改进理論的結果.

最后, 作者們对于敏同志表示感謝, 他在整个工作过程中給了很多帮助和指导. 另外还对徐邦清和曹宗銘两同志表示感謝, 本工作中 2^+ 态的严格解是他們用电子计算机完成的.

附录 O^{16} 偶宇称的质心运动态

(1) 0^+

$$\begin{aligned} \phi_k^{(2)}(0^+) = & \frac{1}{8} \varphi_0(00; 0) - \frac{1}{8} \sqrt{5} \varphi_0(11; 0) - \frac{1}{4} \sqrt{\frac{1}{3}} \varphi_0(0011; 00) - \\ & - \frac{1}{4} \sqrt{\frac{5}{3}} \varphi_0(2211; 00) - \frac{1}{8} \sqrt{\frac{35}{3}} \varphi_0(2211; 22) + \\ & + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{5}{6}} \varphi_0(0211; 22) - \frac{5}{8} \varphi_0(2211; 11), \end{aligned} \quad (A.1)^{1)}$$

$$\begin{aligned} \phi_k^{(1)}(0^+) = & -\frac{1}{4} \sqrt{\frac{5}{2}} \varphi_0(00; 0) + \frac{1}{4} \sqrt{\frac{1}{2}} \varphi_0(11; 0) + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{5}{6}} \varphi_0(0011; 00) - \\ & - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{6}} \varphi_0(2211; 00) - \frac{1}{4} \sqrt{\frac{7}{6}} \varphi_0(2211; 22) - \\ & - \sqrt{\frac{1}{3}} \varphi_0(0211; 22) - \frac{1}{4} \sqrt{\frac{5}{2}} \varphi_0(2211; 11). \end{aligned} \quad (A.2)$$

(2) 2^+

$$\begin{aligned} \phi_k^{(2)}(2^+) = & -\frac{1}{4} \sqrt{\frac{1}{5}} \varphi_2(11; 2) + \frac{1}{8} \sqrt{\frac{21}{5}} \varphi_2(31; 2) - \frac{1}{8} \varphi_2(20; 2) - \\ & - \frac{1}{4} \sqrt{\frac{1}{3}} \varphi_2(0011; 02) + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{6}} \varphi_2(0211; 20) + \\ & + \frac{1}{4} \sqrt{\frac{5}{2}} \varphi_2(0211; 21) + \frac{1}{4} \sqrt{\frac{7}{6}} \varphi_2(0211; 22) - \\ & - \frac{1}{8} \sqrt{\frac{1}{15}} \varphi_2(2211; 02) + \frac{1}{8} \varphi_2(2211; 11) - \end{aligned}$$

1) $\varphi_L(l_1 l_2; L)$ 及 $\varphi_L(l_1 l_2 l_3 l_4; L_1 L_2)$ 符号的意义见第二节公式(2.3)及(2.4).

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{8}\sqrt{\frac{7}{3}}\varphi_2(2211; 20) + \frac{1}{8}\sqrt{\frac{1}{3}}\varphi_2(2211; 22) - \\
& -\frac{1}{4}\sqrt{\frac{7}{2}}\varphi_2(2211; 31) - \frac{3}{4}\sqrt{\frac{3}{5}}\varphi_2(2211; 42), \quad (A.3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\phi_R^{1-}(2^+) &= \frac{1}{5}\sqrt{2}\varphi_2(11; 2) + \frac{1}{20}\sqrt{\frac{21}{2}}\varphi_2(31; 2) - \frac{1}{4}\sqrt{\frac{1}{10}}\varphi_2(20; 2) + \\
& + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{6}}\varphi_2(0011; 02) - \sqrt{\frac{1}{15}}\varphi_2(0211; 20) - \\
& - \frac{1}{2}\varphi_2(0211; 21) - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{7}{15}}\varphi_2(0211; 22) - \\
& - \frac{1}{20}\sqrt{\frac{1}{6}}\varphi_2(2211; 02) + \frac{1}{4}\sqrt{\frac{1}{10}}\varphi_2(2211; 11) - \\
& - \frac{1}{4}\sqrt{\frac{7}{30}}\varphi_2(2211; 20) + \frac{1}{4}\sqrt{\frac{1}{30}}\varphi_2(2211; 22) - \\
& - \frac{1}{4}\sqrt{\frac{7}{5}}\varphi_2(2211; 31) - \frac{3}{10}\sqrt{\frac{3}{2}}\varphi_2(2211; 42), \quad (A.4)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\phi_R^{2-}(2^+) &= \frac{1}{4}\sqrt{\frac{1}{5}}\varphi_2(11; 2) + \frac{1}{4}\sqrt{\frac{7}{15}}\varphi_2(31; 2) - \frac{1}{4}\varphi_2(20; 2) + \\
& + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{6}}\varphi_2(0211; 20) + \frac{1}{12}\sqrt{\frac{5}{2}}\varphi_2(0211; 21) - \\
& - \frac{1}{4}\sqrt{\frac{7}{6}}\varphi_2(0211; 22) + \frac{1}{4}\sqrt{\frac{3}{5}}\varphi_2(2211; 02) - \\
& - \frac{1}{2}\varphi_2(2211; 11) + \frac{1}{4}\sqrt{\frac{7}{3}}\varphi_2(2211; 20) - \\
& - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{3}}\varphi_2(2211; 22) + \frac{1}{6}\sqrt{\frac{7}{2}}\varphi_2(2211; 31) - \\
& - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{5}}\varphi_2(2211; 42), \quad (A.5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\phi_R^{3-}(2^+) &= -\frac{1}{10}\sqrt{7}\varphi_2(11; 2) + \frac{1}{20}\sqrt{\frac{1}{3}}\varphi_2(31; 2) - \frac{1}{4}\sqrt{\frac{7}{5}}\varphi_2(20; 2) + \\
& + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{7}{30}}\varphi_2(0211; 20) - \frac{1}{6}\sqrt{\frac{7}{2}}\varphi_2(0211; 21) + \\
& + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{30}}\varphi_2(0211; 22) - \frac{1}{10}\sqrt{21}\varphi_2(2211; 02) + \\
& + \frac{1}{4}\sqrt{\frac{7}{5}}\varphi_2(2211; 11) - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{15}}\varphi_2(2211; 20) -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{23}{4} \sqrt{\frac{1}{105}} \varphi_2(2211; 22) + \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2}{5}} \varphi_2(2211; 31) - \\
& -\frac{1}{10} \sqrt{\frac{3}{7}} \varphi_2(2211; 42).
\end{aligned} \tag{A.6}$$

(3) 4^+

$$\begin{aligned}
\psi_R^{3-}(4^+) = & \frac{1}{4} \sqrt{3} \varphi_4(31; 4) + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}} \varphi_4(0211; 22) - \\
& -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{7}} \varphi_4(2211; 22) + \frac{1}{4} \sqrt{\frac{5}{2}} \varphi_4(2211; 31) - \\
& -\frac{1}{2} \varphi_4(2211; 40) - \frac{1}{4} \sqrt{\frac{55}{14}} \varphi_4(2211; 42).
\end{aligned} \tag{A.7}$$

参 考 文 献

- [1] Bohr, A., Mottelson, B. R., 私人通讯.
- [2] Berenbaum, R. and Umezawa, M., *Nuclear Phys.*, **39** (1962), 177.
Umezawa, M., *Nuclear Phys.*, **40** (1963), 576.
- [3] Nagai, H., *Prog. Theo. Phys.*, **27** (1962), 619.
- [4] Brown, G. E., et al., *Phys. Letters*, **1** (1962), 36.
- [5] Brink, D. M., *Nuclear Phys.*, **40** (1963), 608.
- [6] 余友文等, 物理学报, **19** (1963), 483.

THE STRUCTURE OF THE EVEN PARITY STATES OF O^{16} (I)

CHANG TSUNG-HUA YU YOU-WEN TZU HSI-CHUEN

ABSTRACT

The even parity states of O^{16} are treated by taking into account the configuration of $2 \hbar\omega$ excitation in the L - S coupling scheme and using the δ -interaction of the Wigner type. An approximate method is suggested and the 0^+ , 2^+ , 4^+ , states are solved. Rigorous solutions of the wave functions are obtained as well and compared with the approximate solutions. It is found that they are very close to each other. By using these approximate wave functions the monopole and $E2$ transition probabilities are calculated, and the results are in nice agreement with experiment, but do not show agreement for the energy level spacings.