

对关联对 Pb^{208} 附近 α 衰变的影响 (II) —— Po 奇 A 同位素的 α 约化宽度*

陈金全 高美娟 陈选根
(南 京 大 学)

提 要

本文研究了 Po 奇 A 同位素 α 约化宽度的相对趋势和绝对值对核模型波函数和半径 R_0 的关系,利用了单组态波函数、BCS 波函数、不考虑阻塞效应的投影波函数(简称不阻塞 PBCS)和考虑阻塞效应的投影波函数(简称阻塞 PBCS)等四种波函数进行了计算,半径 R_0 的范围从 $8f-9.5f$ 。计算结果表明,单组态和 BCS 的结果不好,不阻塞 PBCS 最好,阻塞 PBCS 其次。 Po^{211} 的 α 约化宽度和邻近的偶 A 同位素 Po^{210} 的 α 约化宽度之比和 R_0 关系不大,在 20% 的范围内和实验值一致。取半径 $R_0 = 8f$ 左右,利用不阻塞 PBCS 波函数,可使 α 约化宽度随 A 变化的相对趋势及绝对值大小与实验结果有良好的符合。

一、引 言

重核 α 衰变是研究重原子核表面结团现象的重要途径之一,已有不少作者在这方面做了工作^[1-7],用谐振子壳模型波函数计算了一些重核的 α 约化宽度,一般结果都是相对值和实验符合较好,但绝对值却往往比实验值小几个数量级。我们在前一文^[7](以后称为 I)中,用对关联投影波函数(PBCS)计算了 Po 偶-偶同位素和 At 奇-偶同位素的 α 约化宽度,发现若取半径 $R_0 = 8f$ 左右,可使约化宽度随 A 变化的相对趋势及绝对值基本上都能和实验结果相符。因此看来不需引入额外的结团机构(如 Wiedlmuth^[8] 等提出的结团模型)就能说明重核表面的 α 结团现象。对 Po 奇 A 同位素, Mang^[2] 曾用单组态谐振子壳模型波函数计算过,取 $R_0 = 9f$,可使 α 约化宽度的相对趋势与实验结果大致相符,而绝对值却比实验值小三个数量级。但在 Mang 的工作中,认为从 Po^{209} 基态 $\frac{1}{2}^-$ 到 Pb^{205} 基态附近的 α 跃迁(α 能量约为 4877 keV)是一条 $\frac{1}{2}^- \rightarrow \frac{5}{2}^-$ 的不利跃迁($J_i \neq J_f$ 的跃迁称为不利跃迁),但实际上 Pb^{205} 原子核在基态 $\frac{5}{2}^-$ 附近有一条激发能量只有 2.3 keV 的 $\frac{1}{2}^-$ 能级^[9],因此 $Po^{209} \rightarrow Pb^{205}$ 能量约为 4877 keV 的 α 跃迁其实是 $\frac{1}{2}^- \rightarrow \frac{5}{2}^-$ (基态)的不利跃迁和 $\frac{1}{2}^- \rightarrow \frac{1}{2}^-$ (第一激发态)的有利跃迁($J_i = J_f$ 的跃迁)的混合,因为实验上 α 谱仪的分辨率在 α 能量为 5 MeV 左右时约为 8 keV,无法分辨开这两个跃迁。如果对 Po^{209} 考虑了这一修正,则单组态壳模型波函数给出的 α 约化宽度的相对趋势就和实验结果相差很大[见图 1(a)]。本文用考虑了对关联剩余相互作用的核波函数对 Po 奇 A 同位素的 α 约化宽度作了系统的分析,比较了四种不同核波函数所给出的结果,研究 α 约化宽度的相对趋势和绝对值对 R_0 的关

* 1965 年 8 月 26 日收到。

系,目的是为了进一步证实(I)中所作的结论,即在壳模型基础上只要适当地考虑了核子之间的剩余相互作用就能够自然地说明重核表面的结团现象,而不需引入其它机构。

二、计算公式

α 约化宽度的普遍表示式及奇 A 核有利跃迁的公式已在(I)中列出,这里只给出奇 A 核不利跃迁的公式。对 α 粒子内部波函数,我们仍取高斯型分布,对单组态核子波函数取谐振子波函数。设质子为偶数,中子为奇数,在初态奇中子处于 $\nu_i l_i j_i$ 状态,终态处于 $\nu_f l_f j_f$ 状态(这里 ν 为主量子数),放出的 α 粒子的轨道角动量为 L ,则 α 约化宽度振幅为

$$\begin{aligned} r_{\alpha L} = & \sqrt{8} \sqrt{\frac{\hbar^2 R_0}{2M} \left(\frac{2\sqrt{b\beta}}{b+\beta} \right)^{9/2}} \times \\ & \times \sum_{NN_1N_2\nu_p l_p} \langle NL, n0 | N_1 L, N_2 0 \rangle \langle N_1 L, n_1 0 | \nu_i l_i, \nu_f l_f \rangle \langle N_2 0, n_2 0 | \nu_p l_p, \nu_p l_p \rangle \times \\ & \times \left[\frac{(n+\frac{1}{2})!}{n! \frac{1}{2}!} \frac{(n_1+\frac{1}{2})!}{n_1! \frac{1}{2}!} \frac{(n_2+\frac{1}{2})!}{n_2! \frac{1}{2}!} \right]^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\beta-b}{\beta+b} \right)^{n_1+n_2+n_3} F_{\mathcal{N}}(l_i l_f) F_Z(l_p) \phi_{NL}(R_0). \end{aligned} \quad (1)$$

上式求和时应满足:

$$\begin{aligned} N+n &= N_1+N_2, \quad 2N_1+L+2n_1=2\nu_i+l_i+2\nu_f+l_f, \\ N_2+n_2 &= 2\nu_p+l_p. \end{aligned}$$

这里因子 $\sqrt{8}$ 是由于从四个核子的坐标 $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4$ 变换到相对坐标 $\xi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$, $\xi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_4)$, $\xi_3 = \frac{1}{2}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_4)$, $\xi_4 = \frac{1}{4}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3 + \mathbf{r}_4)$ 时的雅可比行列式 $\left(\frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial \xi_k} \right) = 8^{1/4}$ 而引进的。式中 b 为谐振子参数, β 为 α 内部波函数中的参数, $\langle NL, n0 | \nu_i l_i, \nu_f l_f \rangle$ 为 Talmi 系数^[11] $\langle NL, n0: L | \nu_i l_i, \nu_f l_f: L \rangle$ 的缩写, $\phi_{NL}(R_0)$ 为 α 粒子质心的径向波函数:

$$\phi_{NL}(R_0) = \sqrt{\frac{2 \cdot N! (4b)^{3/2}}{(N+L+\frac{1}{2})!}} (4bR_0^2)^{L/2} \exp(-2bR_0^2) L_N^{L+\frac{1}{2}}(4bR_0^2), \quad (2)$$

上式中 $L_N^{L+\frac{1}{2}}$ 为缔合拉盖尔多项式。

(1) 式中有关核结构的因子 F 定义为

$$F_Z(l) = \sum_{j=l \pm 1/2} \sqrt{\frac{\mathcal{Q}_j}{2l+1}} \langle i || A_0^+(jj) || f \rangle_Z, \quad (3)$$

$$F_{\mathcal{N}}(l_i l_f) = (-)^{l_i + \frac{1}{2} - L - i_i} \sqrt{(2j_i+1)(2j_f+1)} W(l_i j_i l_f j_f; \frac{1}{2} L) \langle i || A_L^+(j_i j_f) || f \rangle_{\mathcal{N}}. \quad (4)$$

这里 $\mathcal{Q}_j = j + \frac{1}{2}$, $W(\cdots)$ 为拉卡系数, $A_L^+(j_1 j_2)$ 为一对粒子的产生算符:

$$A_L^+(j_1 j_2) = \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{j_1 j_2}}} \sum_{m_1 m_2} C_{j_1 m_1, j_2 m_2}^{LM} a_{j_1 m_1}^+ a_{j_2 m_2}^+. \quad (5)$$

约化矩阵元 $\langle i || A_L^+(j_1 j_2) || f \rangle$ 的定义为

1) 以前的工作^[1-7]中都误认为此雅可比行列式等于1,因此 r_{α} 的公式中都少了因子 $\sqrt{8}$, 这一错误最近才由 Eichler 和 Mang^[10] 指出。

$$\langle i \| A_L^\dagger(j_1 j_2) \| f \rangle = \sum_{M, m_f} C_{LM, j_1 m_1}^{j_2 m_2} \langle i, m_i | A_L^\dagger(j_1 j_2) | j_1 m_1 \rangle. \quad (6)$$

偶数粒子系统的 $\langle i \| A_0^\dagger(j_1 j_2) \| f \rangle_Z$ 在各种核模型下的表示式已在(I)中给出, 这里只列出奇数粒子系统的 $\langle i \| A_L^\dagger(j_1 j_2) \| f \rangle$, 下面分几种核波函数来讨论.

1. 单组态波函数

设初始组态为 $(j_i)^{2p_{i_i}+1} (j_f)^{2p_{i_f}}$, 末了组态为 $(j_i)^{2p_{i_i}} (j_f)^{2p_{i_f}+1}$, 在二次量子化表象下表示为

$$|i\rangle = \left[\frac{Q_{i_i}^{p_{i_i}} (Q_{i_i} - p_{i_i} - 1)!}{p_{i_i}! (Q_{i_i} - 1)!} \frac{Q_{i_f}^{p_{i_f}} (Q_{i_f} - p_{i_f})!}{p_{i_f}! Q_{i_f}!} \right]^{\frac{1}{2}} \times \\ \times a_{i_i m_i}^\dagger [A_0^\dagger(j_1 j_2)]^{p_{i_i}} [A_0^\dagger(j_1 j_2)]^{p_{i_f}} |0\rangle, \quad (7a)$$

$$|f\rangle = \left[\frac{Q_{i_i}^{p_{i_i}} (Q_{i_i} - p_{i_i})!}{p_{i_i}! Q_{i_i}!} \frac{Q_{i_f}^{p_{i_f}+1} (Q_{i_f} - p_{i_f} - 1)!}{(p_{i_f} - 1)! (Q_{i_f} - 1)!} \right]^{\frac{1}{2}} \times \\ \times a_{i_f m_f}^\dagger [A_0^\dagger(j_1 j_2)]^{p_{i_i}} [A_0^\dagger(j_1 j_2)]^{p_{i_f}+1} |0\rangle. \quad (8a)$$

上式中 $[\dots]^{\frac{1}{2}}$ 因子为归一化系数. 于是

$$\langle i \| A_L(j_1 j_2) \| f \rangle = \sqrt{\frac{2L+1}{2j_i+1}} \sqrt{\frac{(Q_{i_i} - p_{i_i}) p_{i_f}}{Q_{i_i} Q_{i_f}}}. \quad (9a)$$

2. BCS 波函数

$$|i\rangle = a_{i_i m_i}^\dagger \prod_{j_m > 0}' (u_j^i + (-)^{j-m+l} v_j^i a_{j m}^\dagger a_{j, -m}^\dagger) |0\rangle^{(1)}, \quad (7b)$$

$$|f\rangle = a_{i_f m_f}^\dagger \prod_{j_m > 0}' (u_j^f + (-)^{j-m+l} v_j^f a_{j m}^\dagger a_{j, -m}^\dagger) |0\rangle. \quad (8b)$$

上二式求积号中分别要除去 $j_i m_i$ 和 $j_f m_f$ 项.

$$\langle i \| A_L^\dagger(j_1 j_2) \| f \rangle = (-)^{l_f} \sqrt{\frac{2L+1}{2j_i+1}} u_{j_i}^i v_{j_f}^f \prod_j (u_j^i u_j^f + v_j^i v_j^f)^{Q_j - \delta_{j j_i} - \delta_{j j_f}}, \quad (9b)$$

3. 投影波函数

我们利用 Bayman^[12] 的方法, 从 BCS 波函数中投影出具有固定粒子数的成份来, 设初态有 $2p+1$ 个中子, 则

$$|i\rangle = \frac{N_i}{2\pi i} \oint \frac{dZ}{Z^{p+1}} a_{i_i m_i}^\dagger \prod_{j_m > 0}' (u_j^i + (-)^{j-m+l} Z v_j^i a_{j m}^\dagger a_{j, -m}^\dagger) |0\rangle, \quad (7c)$$

$$|f\rangle = \frac{N_f}{2\pi i} \oint \frac{dZ}{Z^p} a_{i_f m_f}^\dagger \prod_{j_m > 0}' (u_j^f + (-)^{j-m+l} Z v_j^f a_{j m}^\dagger a_{j, -m}^\dagger) |0\rangle, \quad (8c)$$

式中 N_i, N_f 为归一化因子. 于是

$$\langle i \| A_L^\dagger(j_1 j_2) \| f \rangle = (-)^{l_f} \sqrt{\frac{2L+1}{2j_i+1}} \frac{v_{j_f}^f}{u_{j_f}^f} \frac{C^{(p-1)}(0, j_i, j_f)}{\sqrt{A_i^{(p)}(0, j_i) A_f^{(p-1)}(0, j_f)}}, \quad (9c)$$

$$C^{(p-1)}(0, j_i, j_f) = \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{dZ}{Z^p} \prod_j (1 + Z c_j)^{Q_j - \delta_{j j_i} - \delta_{j j_f}}, \quad (10)$$

1) 我们采用 Condon-Shortley 规定的位相, 因此 ψ_{jm} 的时间反演态为 $T\psi_{jm} = (-)^{j-m+l} \psi_{j, -m}$.

$$A_i^{(p)}(0, j_i) = \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{dZ}{Z^{p+1}} \prod_j (1 + Z a_j)^{q_j - \delta_{ji}}, \quad (11)$$

$$c_j = \frac{v_j^i v_j^f}{u_j^i u_j^f},$$

$$a_j = \left(\frac{v_j^i}{u_j^i} \right)^2.$$

C 和 A 的计算方法见(I)的附录.

公式(9a)–(9c)只适用于粒子-粒子跃迁(如 $N = 126$ 以上的核),对于空穴-空穴跃迁,上述公式应该相应地改为:

1. 单组态

设初态为 $(j_i)^{-2p_{j_i}+1} (j_f)^{-2p_{j_f}}$, 终态为 $(j_i)^{-2p_{j_i}} (j_f)^{-2p_{j_f}-1}$, 则

$$\langle i \| A_L^\dagger(j_i j_f) \| f \rangle = \sqrt{\frac{2L+1}{2j_i+1}} \sqrt{\frac{(Q_{j_f} - p_{j_f}) p_{j_i}}{Q_{j_i} Q_{j_f}}}. \quad (9d)$$

2. BCS 波函数

设初态有 n 个空穴, 终态有 $n+2$ 个空穴, 即为 $-n \rightarrow -n-2$ 跃迁, 则

$$\begin{aligned} \langle i \| A_L^\dagger(j_i j_f) \| f \rangle &= (-)^{l_i} \sqrt{\frac{2L+1}{2j_i+1}} u_{j_f}(-n) v_{j_i}(-n-2) \times \\ &\times \prod_j [u_j(-n-2) u_j(-n) + v_j(-n-2) v_j(-n)]^{Q_j - \delta_{ji} - \delta_{jf}}. \end{aligned} \quad (9e)$$

3. 投影波函数

设初态有 $n = 2p-1$ 个空穴, 终态有 $n+2 = 2p+1$ 个空穴, 则

$$\langle i \| A_L^\dagger(j_i j_f) \| f \rangle = (-)^{l_i} \sqrt{\frac{2L+1}{2j_i+1}} \frac{v_{j_i}(-n-2)}{u_{j_i}(-n-2)} \frac{C^{(p-1)}(0, j_i, j_f)}{\sqrt{A_i^{(p-1)}(0, j_i) A_f^{(p)}(0, j_f)}}. \quad (9f)$$

三、计算结果及讨论

1. 核结构因子

对 Po^{205} – Po^{217} 及 Pb^{201} – Pb^{213} 的基态单组态, 我们取的和 Mang^[2] 相同, Pb^{205} 的第一激发态取为 $(2p_{1/2})^{-1}(1f_{5/2})^{-2}$.

对关联常数 G 我们取的和(I)一样, 即 $G_N = 23/A$, $G_Z = 25/A$. 化学势 λ 和能隙 Δ 由下面方程解出.

(1) 不考虑阻塞效应, 则

$$\frac{G}{2} \sum_j \frac{Q_j}{E_j} = 1, \quad (12)$$

$$\sum_j Q_j \left(1 - \frac{\varepsilon_j - \lambda}{E_j} \right) = n, \quad (13)$$

$$E_j = \sqrt{(\varepsilon_j - \lambda)^2 + \Delta^2}. \quad (14)$$

(2) 考虑阻塞效应, 若 $j_0 m_0$ 能级被阻塞, 则

$$\frac{G}{2} \sum_j \frac{Q_j - \delta_{j j_0}}{E_j} = 1, \quad (15)$$

$$1 + \sum_j (\mathcal{Q}_j - \delta_{ij_0}) \left(1 - \frac{\varepsilon_j - \lambda}{E_j} \right) = n. \quad (16)$$

我们取了五条单中子空穴能级, 七条单中子能级, 所得的 λ , Δ 值见表 1, 质子的 λ , Δ 值见 (I) 的附录.

表 1 $Z \geq 84$, $119 \leq N \leq 133$, $G_N = 23/A$

单中子空穴能级 ¹⁾ :	$p_{1/2}$	$f_{5/2}$	$p_{3/2}$	$i_{13/2}$	$f_{7/2}$		
$\varepsilon_j(\text{Mev})$:	0	0.57	0.90	1.634	2.35		
单中子能级:	$g_{9/2}$	$i_{11/2}$	$f_{15/2}$	$d_{5/2}$	$s_{1/2}$	$g_{7/2}$	$d_{3/2}$
$\varepsilon_j(\text{Mev})$:	0	0.79	1.41	1.56	2.03	2.47	2.54

n		-7	-5	-3		3	5	7
不阻塞 ²⁾	$\lambda(\text{Mev})$	0.60	0.42	0.25		-0.513	-0.362	-0.211
	$\Delta(\text{Mev})$	0.55	0.48	0.34		0.608	0.760	0.874
阻塞	被阻塞能级 i_0	$f_{5/2}$	$f_{5/2}$	$f_{5/2}$	$p_{1/2}$	$g_{9/2}$	$g_{9/2}$	$g_{9/2}$
	$\lambda(\text{Mev})$	0.650	0.452	0.182	0.360	-0.465	-0.308	-0.150
	$\Delta(\text{Mev})$	0.458	0.374	0.173	0.336	0.469	0.644	0.768

2. α 约化宽度随 A 变化的相对趋势

在引言中已指出, 从 Po^{209} 基态到 Pb^{205} 基态附近能量为 4877 keV 的 α 跃迁是 $L=2$ 的不利跃迁和 $L=0$ 的有利跃迁的混合, 它们的能量仅相差 2.3 keV, 可以近似认为相等. 因此 α 宽度 Γ_α 实际上为二项贡献之和, $\Gamma_\alpha = 2kR_0(P_{L=2}\gamma_{a2}^2 + P_{L=0}\gamma_{a0}^2)$, k 为 α 粒子的波数, P_L 为穿透因子, Rasmussen^[14] 曾用光学位阱计算过. 由实验上测得的 Γ_α 及 Rasmussen 所计算的 P_L , 我们可定义一个有效的 α 约化宽度 $\gamma_{eff}^2 = \Gamma_\alpha / 2kR_0P_2$, 这一量应和理论上计算的 $\gamma_{a2}^2 + (P_0/P_2) \cdot \gamma_{a0}^2$ 相比较. P_L 和 P_0 之比可用下面近似公式^[14]:

$$P_0/P_L = \exp[2.207L(L+1)Z^{-1/2}A^{-1/6}],$$

这里 Z , A 均指母核的电荷数和质量数, 由此得到 $P_0/P_2 \approx 1.74$.

我们取的参数值是 $\beta = 0.44f^{-2}$, $b = 0.1715f^{-2}$, 在 (I) 中我们看到, 谐振子参数 b 取这样的值可使谐振子单粒子波函数在核表面区域和 Blomqvist 及 Wahlborn^[15] 用扩散边位阱所计算的值很相近, 因此比较合理. R_0 的范围是 $8f-9.5f$.

图 1(a) 给出 $R_0 = 9f$ 时(和 Mang^[2] 取的参数相同), 用四种波函数所计算的结果, 除 BCS 的结果以外, 理论曲线都以 Po^{209} 的实验点为归一化. 曲线 (a) 是不阻塞 PBCS 的结果, 与实验符合得最好; 曲线 (b) 是阻塞 PBCS 的结果, 与实验符合程度比曲线 (a) 稍差. 图 1(b) 中曲线 (a), (b) 分别是 $R_0 = 9.275f$ 时不阻塞 PBCS 和阻塞 PBCS 的结果, 可以看到也是前者较好, 对其它 R_0 值也如此. Landé^[16] 和 Mang 等^[17] 也曾指出, 对奇数粒子系统来说, 不考虑阻塞的 PBCS 比阻塞 PBCS 更接近真实解. 图 1(a) 中曲线 (c) 是不阻塞 BCS 给出的结果. 为了便于比较, 我们取质子部分仍为 PBCS, 仅中子部分用 BCS 波函数, 若质子部分也用 BCS, 则相对趋势基本上不变(因为这里质子数都是 84), 仅绝对值下

1) 单粒子能级取自 *Nuclear Data Sheets*, 5 (1963), No.3.

2) $N < 125$ 的不阻塞的 λ , Δ 值取自 Kisslinger 和 Sorenson 值^[13].

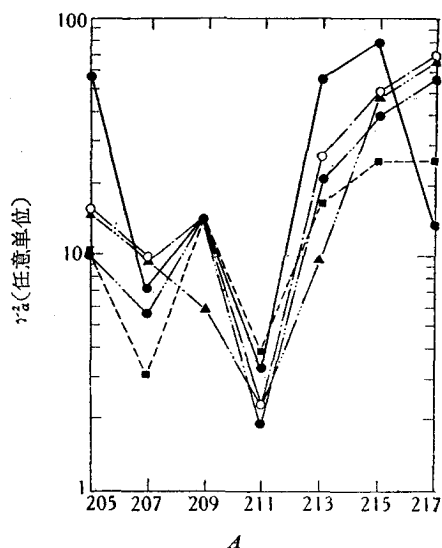


图 1(a) Po 奇 A 同位素的 α 约化宽度和核波函数的关系 理论值以某一点作归一化.

$$\beta = 0.44f^{-2}, b = 0.1715f^{-2}, R_0 = 9f.$$

(a) $\circ$ ——不阻塞 PBCS; (b) $\bullet$ ——阻塞 PBCS; (c) $\blacktriangle$ ——BCS, $\bullet$ ——实验值^[14]; (d) $\blacksquare$ ——单组态.

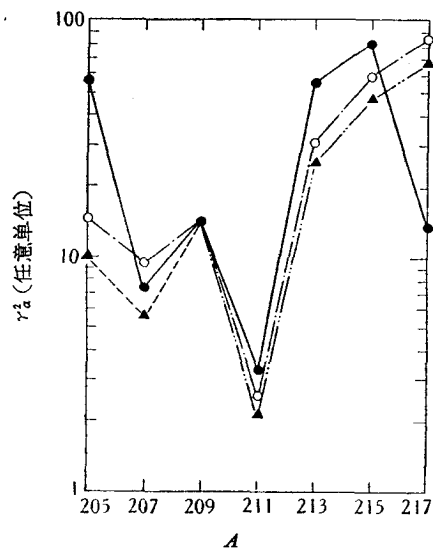


图 1(b)

(a) $\circ$ ——不阻塞 PBCS,
 $\bullet$ ——实验值;
 (b) $\blacktriangle$ ——阻塞 PBCS.

降一倍左右. 从图中看到, 对 Po^{209} 和 Po^{213} , BCS 给出的结果比 PBCS 的低, 因此相对趋势和实验上相差较大. 对其它核来说, 两者相差不大, 这表明满壳外粒子不多时, 对 α 衰变来

说 BCS 波函数的粒子数不守恒的缺点是严重的. 当满壳外粒子数较大时, BCS 结果与 PBCS 相差不大. 曲线 (d) 是单组态给出的结果, 由于对 $Po^{209} \rightarrow Pb^{205}$ 跃迁考虑了混有有利跃迁, 因此 Po^{209} 的 γ_α^2 值提高了, 所以结果比 Mang^[2] 原来给的差, 与实验符合不好.

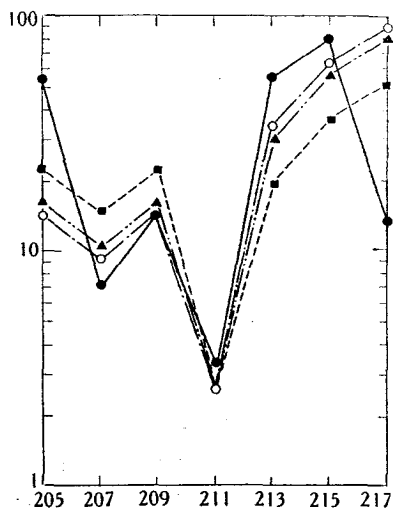


图 2 Po 奇 A 同位素的 α 约化宽度和 R_0 的关系 理论值是用不阻塞 PBCS 计算的, 理论曲线以某一点作归一化.

$$\beta = 0.44f^{-2}, b = 0.1715f^{-2}.$$

$\circ$ —— $R_0 = 9.507f$; $\blacktriangle$ —— $R_0 = 9f$;
 $\blacksquare$ —— $R_0 = 8.008f$; $\bullet$ ——实验值.

从实验核质量^[18]的分析中, 得到前者的 n - p 关联能较

图 2 中曲线 (a), (b) 和 (c) 分别是 $R_0 = 9.507f$, $9.000f$ 和 $8.008f$ 时用不阻塞 PBCS 所计算的结果. 曲线 (c) 的绝对值比曲线 (a) 大三个数量级, 而相对趋势的变化则不算太大, 这表明相对趋势对参数 R_0 的依赖不太灵敏. 从图中看到, R_0 愈大, 相对趋势与实验符合愈好, R_0 减小时, 绝对值迅速增加, 但相对趋势变差, 使得 Po^{211} 左边的理论曲线太高, 右边的理论曲线太低, 这和 (I) 中的情况类似, 因此这种差异必同属于一个根源. (I) 中曾指出, 一个可能的原因是我们忽略了 n - p 关联, 考虑 n - p 关联, 可使 α 约化宽度增加, 而 Po^{211} 以上 n - p 关联是粒子-粒子关联, Po^{211} 以下是空穴-粒子关联. 从实验核质量^[18]的分析中, 得到前者的 n - p 关联能较

大, 因此考虑了 n - p 关联以后, 可使 Po^{211} 右边的曲线抬高, 使左边的曲线相应地压低, 从而使整个曲线能与实验更好地相符合。此外, Po^{205} 和 Po^{217} 两点与实验相差较大, Po^{205} 的理论值太低, Belyayev 等和 Forsling 等^[19] 都曾指出, $\text{Po}^{205} \rightarrow \text{Pb}^{201}$ 的 α 跃迁可能不是一条线, 而是一群线, 因此实验上的 γ_a^2 很大。对 Po^{217} 则是理论值太高, 实验值太低, 根据对关联波函数, Po^{217} 的 γ_a^2 在任何参数下都肯定要比 Po^{215} 的高, 而实验上却刚好相反, Po^{217} 的 γ_a^2 比 Po^{215} 的小很多, 其原因尚不清楚。

以上讨论的是 Po 的各个奇 A 同位素之间的 α 约化宽度的相对比例, 现在我们来讨论一下 Po 奇 A 同位素和 Po 偶 A 同位素之间的 α 约化宽度的比, 我们以 Po^{210} 和 Po^{211} 的 γ_a^2 之比为代表。表 2 列出了五组不同参数下的比 $\gamma_{a0}^2(\text{Po}^{210})/\gamma_{a5}^2(\text{Po}^{211})$, R_0 从 $8f$ 增加到 $9.5f$ 时, γ_a^2 的绝对值减小了三个数量级, 而此比值却变化不大, 在 20% 的误差范围内与实验上的比值一致。在 (I) 中我们计算的 $\gamma_{a0}^2(\text{Po}^{210})/\gamma_{a0}^2(\text{At}^{211})$ 也和实验结果很相近, 因此我们可以得出结论: PBCS 波函数不但能基本上说明同一类同位素之间的 γ_a^2 的相对趋势, 而且也能说明不同同位素之间的 γ_a^2 的比。

表 2 Po^{211} 的 γ_{a5}^2 绝对值及 $\gamma_{a0}^2(\text{Po}^{210})/\gamma_{a5}^2(\text{Po}^{211})$ 和参数 R_0 的关系

$R_0(f)$	8.008	8.539	9.000	9.275	9.507	实验值
$\gamma_{a5}^2(\text{Po}^{211})(\text{ev})$	15.8	1.50	0.108	1.69×10^{-2}	4.29×10^{-3}	24.2 ⁽¹⁾
$\gamma_{a0}^2(\text{Po}^{210})/\gamma_{a5}^2(\text{Po}^{211})$	2.8	2.5	2.2	2.1	2.0	2.4

3. γ_a^2 的绝对值

表 2 列出了 Po^{211} 的 α 约化宽度和 R_0 的关系, 从表中可以看到, 绝对值对参数 R_0 的依赖十分灵敏。 Po^{211} 的 γ_a^2 实验值为 24.2 ev, 因此取 R_0 为 $8f$ 左右时, 理论值可达到实验值的大小。这一 R_0 值和 Igo^[20] 从 α 非弹性散射及 Soloviev^[21] 等从超铀元素 α 衰变的分析中得到的结果基本上是一致的。

表 3 给出了四种核波函数所计算的 γ_a^2 绝对值之比, 从表 3 的第一行可看到, 不阻塞 PBCS 使 γ_a^2 的绝对值比单组态增强了 6—30 倍, Po^{211} 的增加倍数最少, 只有 6.75 倍。因为它是单中子 $\rightarrow$ 单中子空穴的跃迁, 中子对关联不起作用。对 Po^{211} , Zeh 和 Mang^[4] 曾用组态混合波函数计算过, 他们得到的 γ_a^2 的增加倍数 (相对于单组态结果来说) 为 5。

表 3 四种核波函数所计算的 γ_a^2 绝对值的比较 ($R_0 = 9f$)

	Po^{205}	Po^{207}	Po^{209}	Po^{211}	Po^{213}	Po^{215}	Po^{217}
γ_a^2 (不阻塞 PBCS)/ γ_a^2 (单组态)	16.5	35.6	11.6	6.75	18.5	23.0	32.9
γ_a^2 (BCS) ⁽²⁾ / γ_a^2 (单组态)	16.4	36.5	4.73	6.75	6.72	23.2	32.6
γ_a^2 (不阻塞 PBCS)/ γ_a^2 (阻塞 PBCS)	1.21	1.42	0.83	1	1.06	1.05	1.07

1) 我们用的 γ_a^2 和 Rasmussen^[14] 定义的 δ_a^2 的关系为: $\gamma_a^2 = \frac{\delta_a^2}{4\pi k R}$ 。

2) 质子部分用 PBCS, 中子部分用不阻塞 BCS。

表中第二行给出质子部分用 PBCS, 而中子部分用不阻塞 BCS 计算的结果, 可以看到, 它与不阻塞 PBCS 结果的主要差别在于它给出的 Po^{209} 和 Po^{213} 的 γ_a^2 太小, 这也是和 (I) 中的结果一致的, 即满壳外粒子数较少时, PBCS 给出的 γ_a^2 比 BCS 的大, 满壳外粒子数较多时, 两者给出的结果相差不大. 这里 BCS 给出的 Po^{209} 和 Po^{213} 的 γ_a^2 小, 其原因是显见的. 因为 ${}_{84}\text{Po}_{125}^{209} \rightarrow {}_{82}\text{Pb}_{123}^{205}$ 跃迁中, 初态是单中子空穴态, 而 ${}_{84}\text{Po}_{129}^{213} \rightarrow {}_{82}\text{Pb}_{127}^{209}$ 跃迁中, 终态是单中子态, 因此这两个状态都是粒子数守恒的态. 我们又知道 BCS 波函数可以展开为粒子数守恒的 PBCS 波函数的线性组合, 即 $\psi(\text{BCS}) = \sum_n C_n \phi_{\text{PBCS}}(n)$, 因为上两跃迁

中的初(末)态是粒子数守恒的态. 因此在用 BCS 波函数来计算约化矩阵元 $\langle i \| A_L^\dagger(j_{if}) \| f \rangle$ 时, BCS 波函数中只有粒子数等于 3 的一项才起贡献, 而 $|C_n|^2$ 又都是小于 1 的数, 所以 BCS 给出的 γ_a^2 就比 PBCS 的小了 $|C_{n=3}|^2$ 倍. 吴崇试等^[22]和 Mang 等^[17] 从对形变区的相对 α 约化宽度的计算中得到的结论却是 BCS 给出的 γ_a^2 比 PBCS 的大, 这一结论在我们的情形下显然是不适合的.

表 3 第三行给出的是不阻塞 PBCS 和阻塞 PBCS 的 γ_a^2 之比, 可以看到, 考虑阻塞后一般都使 γ_a^2 减小, 这是因为考虑阻塞后, 一般将使对关联作用减弱, 使费米面尖锐化. 从表中还可以看到, 阻塞效应对 Po^{209} 以下的核影响较大, 对 Po^{213} 以上的核影响较小, 因为前者被阻塞的能级是 $p_{1/2}$ 或 $f_{5/2}$. Q_i 较小, 一阻塞后影响较大, 而后者被阻塞能级是 $g_{9/2}$, $Q_i = 5$, 被阻塞了一条能级后, 影响不大. 这里也有一例外情形, 对 Po^{209} 来说, 阻塞 PBCS 的结果反而比不阻塞 PBCS 的大, 这一反常的原因是由于对 $\text{Po}^{209}(2p_{1/2}) \rightarrow \text{Pb}^{205}(1f_{5/2})$ 不利跃迁来说, 终态 $1f_{5/2}$ 能级被阻塞后, 使费米面尖锐化, 因此使得比它低的 $2p_{1/2}$ 能级的占据几率增加, 而不利跃迁的约化矩阵元 $\langle i \| A_L^\dagger(j_{if}) \| f \rangle$ 比例于 $v_{1/2}(-3)/u_{1/2}(-3)$, 所以考虑阻塞将使 γ_a^2 增加. 另一方面, 对 $\text{Po}^{209}(2p_{1/2}) \rightarrow \text{Pb}^{205}(2p_{1/2})$ 有利跃迁来说, 终态是 $2p_{1/2}$ 能级被阻塞, 在不考虑阻塞效应时, 这一能级的占据几率很大, 平均有 1.6 个核子占据着, 而当考虑了阻塞效应后, 这一能级上只能占据一个核子了, 因此使 $2p_{1/2}$ 以上的能级的占据几率增加, 而有利跃迁的约化矩阵元 $\langle i \| A_0(j_{if}) \| f \rangle = \frac{Q_i - \delta_{ij_0} v_i(-3)}{\sqrt{Q_i} u_i(-3)} \frac{1}{\sqrt{A_f^{(1)}(0, \frac{1}{2})}}$, i_0 为被阻塞的能级, 在这里 $i_0 = \frac{1}{2}$, 因此对有利跃迁的 γ_{a0}^2 的贡献全部来自除 $2p_{1/2}$ 以外的所有能级, 因此 $2p_{1/2}$ 能级的占据几率减小使其它能级的占据几率增加的结果有利于 γ_{a0}^2 的增加. 总之, 对 Po^{209} 来说, 不管是不利跃迁还是有利跃迁, 都是阻塞 PBCS 给出的约化宽度大.

四、结 论

由以上分析, 我们可得出以下结论:

1. 不阻塞 PBCS 波函数给出的 α 约化宽度的相对趋势最好, 阻塞 PBCS 其次, BCS 和单组态波函数给出的结果与实验符合不好.

2. 用 PBCS 波函数不但能说明同一类同位素之间的 γ_a^2 的相对趋势, 且也能说明不同同位素(如 Po 奇 A 核, Po 偶 A 核和 At 奇 A 核)之间的 γ_a^2 的相对比值, 并且此比值和参数 R_0 关系不大.

3. 取 $R_0 = 8f$ 左右, 利用 PBCS 波函数, 可使 α 约化宽度的绝对值和相对趋势同时与实验结果有良好的符合, 因此只要在壳模型基础上适当地考虑剩余相互作用就能说明重核表面的结团现象, 而毋需引入额外的结团机构。

本文在 $\psi_{NL}(R_0)$ 中出现的缔合拉盖尔多项式是由陈佩佩等同志在南京大学 103 电子计算机上完成的, 作者谨向他们表示深切的谢意。作者同时也感谢施士元先生对本工作的关心和所作的有益讨论。

参 考 文 献

- [1] Mang, H. J., *Z. Physik*, **148** (1957), 582.
- [2] Mang, H. J., *Phys. Rev.*, **119** (1959), 1069.
- [3] Harada, K., *Prog. Theoret. Phys.*, **26** (1961), 667.
- [4] Zeh, H. D. and Mang, H. J., *Nuclear Physics*, **29** (1962), 529.
- [5] Zeh, H. D., *Z. Physik*, **175** (1963), 490.
- [6] 辛 羣, 南京大学学报 (自然科学), **9** (1965), 64.
- [7] 高美娟、陈金全、施士元, 物理学报, **21** (1965), 1725.
- [8] Wildermuth, K. and Kaunellopoulos, K., *Nuclear Physics*, **7** (1958), 150; **9** (1959), 449.
- [9] Джлепов, Б. С., Пекар, Л. К. и Серлеев, В. О., *Схемы распада радиоактивных ядер* (Москва, 1963), p. 824.
- [10] Eichler, J. and Mang, H. J., *Z. Physik*, **183** (1965), 321.
- [11] Talmi, I., *Helv. Phys. Acta*, **25** (1952), 185.
Smirnov, Yu. F., *Nuclear Physics*, **27** (1961), 177; **39** (1962), 346.
- [12] Bayman, B. F., *Nuclear Physics*, **15** (1959), 33.
- [13] Kisslinger, L. S. and Sorenson, R. A., *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.*, **32** (1960), No. 9.
- [14] Rasmussen, J. O., *Phys. Rev.*, **113** (1959), 1593; **115** (1959), 1675.
- [15] Blomqvist, J. and Wahlborn, S., *Arkiv Fysik*, **16** (1960), 46.
- [16] Landé, A., *Bull. Am. Phys. Soc.*, **9** (1964), 417. Paper CF8.
- [17] Mang, H. J., Poggenburg, J. K. and Rasmussen, J. O., *Nuclear Physics*, **64** (1965), 353.
- [18] König, L. A., Mattauch, J. H. E. and Wapstra, A. H., *Nuclear Physics*, **31** (1962), 18.
- [19] Belyayev, B. N., Kalyamin, A. V. and Murin, A. N., *JETF*, **44** (1963), 10, Forsling, W. and Alväger, T., *Ark. Fys.*, **19** (1961), 353.
- [20] Igo, G., *Phys. Rev.*, **115** (1959), 1665.
- [21] Soloviev, V. G., *Selected Topics in Nuclear Theory* (Janouch 编, Vienna, 1963), 897.
Верещ, Т., *Изв. АН СССР, сер. физ.*, **27** (1963), 891.
- [22] 吴崇斌、曾谨言, 物理学报, **21** (1965), 915.

THE EFFECT OF PAIR CORRELATION ON α DECAY IN THE
NEIGHBORHOOD OF Pb^{208} (II)—THE ALPHA
REDUCED WIDTH OF Po ODD A ISOTOPES

CHEN CHIN-CHUAN KAO MAY-CHAUN CHEN HSUAN-KEN

(Nanking University)

ABSTRACT

The dependence of absolute values and the relative behavior of α reduced width of Po odd isotopes upon nuclear model wave functions and the radius R_0 are investigated, the radius R_0 ranging from $8f$ to $9.5f$. The results of calculation show that the single configuration wave function and BCS wave function are unsatisfactory, the projected wave function with blocking is better, while the projected wave function without blocking is best. The ratio of the α reduced width of Po^{211} and the neighboring even A isotope Po^{210} is insensitive to R_0 , and is in agreement with the experimental value within $\pm 20\%$. Compared with experimental data, absolute values of α reduced width and their variation versus mass number A can be satisfactorily described by the projected wave function without blocking, if R_0 is taken to be about $8f$.