

原子核的对相互作用对裂变碎块角分布的影响*

卓益忠 李泽清 李明寿

提 要

我们把 Migdal 的关于基态原子核转动惯量的半经典近似的推导,推广到激发态($T \approx 0$)情形;并由此计算了裂变碎块角分布参数 K_0^2 。与实验数据比较的结果表明:在现有近似下,原子核的对相互作用能解释 U 区裂变核在低激发能($E_{\text{exc}} \lesssim 15 \text{ MeV}$)时, K_0^2 “反常”小的现象,同时利用对相互作用与角动量的依赖关系,可以定性地解释 Pb 附近裂变核并没有这种“反常”现象。

一、引 言

在快粒子引起裂变时,对碎块角分布进行了分析,发现有一个很突出的现象,即对于 U 区裂变核来说,决定碎块角分布各向异性的参数 K_0^2 ,在低激发能($E_{\text{exc}} \lesssim 15 \text{ MeV}$)“反常”地小,比刚体的计算结果小几倍^[1,2];而对于 Pb 附近的裂变核,则没有这种“反常”现象。

为了解释 U 区裂变核的这种“反常”现象, Halpern 和 Strutinski^[1] 首先提出可以用对相互作用来解释;以后 Griffin^[3] 和 Гринь^[4] 在定量上做了粗略计算,看来在定量上也大体能够解释。在此基础上我们作了如下的改进:

(1) 我们把 Migdal 关于基态原子核转动惯量的半经典近似推导,推广到激发态($T \approx 0$)情形,从而得到激发态转动惯量的一般公式。在此基础上,我们比较严格的计算了裂变碎块角分布参数 K_0^2 。

(2) 在理论计算与实验结果比较中,我们发现不仅在 $E_{\text{exc}} \lesssim 15 \text{ MeV}$ 时, K_0^2 的实验值与刚体的结果相差很多,而且在 $E_{\text{exc}} > 15 \text{ MeV}$ 时,它们之间也并不一致。所以我们不仅在低激发能区,而且在高激发能区也考虑了对相互作用效应。下面将看到,对相互作用不仅对低激发能,而且对高激发能的 K_0^2 也有影响,从而改善了高激发能区理论和实验的符合情况。

(3) 我们对几个影响 K_0^2 计算值的参数进行了较细致的分析,希望由此得到一些裂变核在鞍点处的核结构知识。

(4) 关于在 Pb 区附近裂变核, K_0^2 没有象 U 区那样“反常”小的现象,我们也应用计算结果,做了定性的说明。提出与 Chandhry 等人^[6]不同的看法。

二、基本公式

1. $T \approx 0$ 时原子核的转动惯量

由于裂变核在鞍点上的激发能足够高(本文仅限于讨论快粒子引起裂变的情形,即裂

* 1965年5月27日收到。

变碎块角分布统计理论适用区域), 按照 Bohr^[12] 模型, 裂变核在鞍点上具有准定态, 且裂变后期的行为完全决定于裂变核在鞍点上所处的状态(对于裂变碎块角分布而言, 这个模型得到了实验的支持). 这样求鞍点上的物理量就变得比较简单, 可以用平衡态统计力学来处理. 在这个工作里, 我们将计算决定裂变碎块角分布的参数 K_0^2 .

$$K_0^2 = \frac{T}{\hbar^2} \frac{J_{\parallel} J_{\perp}}{J_{\perp} - J_{\parallel}}, \quad (1)$$

其中 $J_{\parallel}$, $J_{\perp}$ 分别为平行与垂直于核对称轴的转动惯量, T 为核温度.

可见, 为了计算 K_0^2 , 只需要计算 $J_{\parallel}$ 和 $J_{\perp}$. 我们将通过求体系的温度格林函数来推出 $J_{\parallel}$ 和 $J_{\perp}$. Migdal^[1] 在零温度情况下, 用格林函数方法, 考虑了对相互作用, 在半经典近似情况下推出了原子核的转动惯量, 并且和实验相当符合. 我们把它的方法推广到有限温度情形, 由于方法类似, 所用的近似程度几乎一样(也用准经典近似), 只是推导过程更复杂, 没有原则上的困难, 所以繁琐的中间推导过程从略, 只写出最后结果.

零级哈密顿包括单粒子平均场和对相互作用, 把转动当作微扰, 即体系的哈密顿为

$$\left. \begin{aligned} H &= H_0 + V, \\ H_0 &= H_s + H_{\text{pair}}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中 H_s 为单粒子哈密顿, H_{pair} 为对相互作用, V 为转动微扰. 通过格林函数方程组, 解出格林函数后, 我们随即得到密度矩阵

$$\begin{aligned} \rho_{vv'} &= [u_v^2 n(E_v) + v_v^2 (1 - n(E_v))] \delta_{vv'} + \\ &+ \left[-\frac{1}{2} \left(1 - \frac{\varepsilon_v \varepsilon_{v'}}{E_v E_{v'}} \right) V_{vv'} + \frac{\Delta^2}{2 E_v E_{v'}} \left(-V_{vv'}^* + \frac{\varepsilon_v \Delta'_{vv'}}{\Delta} + \frac{\varepsilon_{v'} \Delta'^*_{vv'}}{\Delta} \right) \right] \times \\ &\times \frac{1 - n(E_v) - n(E_{v'})}{E_v + E_{v'}} + \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{\varepsilon_v \varepsilon_{v'}}{E_v E_{v'}} \right) V_{vv'} + \right. \\ &\left. + \frac{\Delta^2}{2 E_v E_{v'}} \left(-V_{vv'}^* + \frac{\varepsilon_v \Delta'_{vv'}}{\Delta} + \frac{\varepsilon_{v'} \Delta'^*_{vv'}}{\Delta} \right) \right] \frac{n(E_{v'}) - n(E_v)}{E_{v'} - E_v}, \end{aligned}$$

其中

$$u_v^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\varepsilon_v}{E_v} \right);$$

$$v_v^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\varepsilon_v}{E_v} \right);$$

$E_v = \sqrt{\varepsilon_v^2 + \Delta^2}$, 为准粒子能量;

ε_v 为 v 态的单粒子能量(从费米面算起);

$\Delta \equiv \Delta(T)$, 为能隙;

$\Delta' \equiv \Delta'(T)$, 为转动微扰引起能隙的改变;

$V = -\mathbf{Q} \cdot \mathbf{M}$ ($\mathbf{Q}$ 为角速度, $\mathbf{M}$ 为角动量算符);

$n(E_v) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E_v}{T}}}$ 为准粒子费米分布.

由公式(2)看到, 与 Migdal 零温度结果的差别, 正是出现了由于准粒子分布 $n(E_v)$ 所引起的项.

由此得到在 i 轴上的转动惯量为

$$\begin{aligned}
 J_i &= \frac{T_r(M^i \rho)}{\Omega_i} = \\
 &= \frac{1}{\Omega_i} \left[\sum_{\nu\nu'} \left\{ \frac{-1}{2E_\nu E_{\nu'}} (\Delta^2 - E_\nu E_{\nu'} - \varepsilon_\nu \varepsilon_{\nu'}) |M_{\nu\nu'}^i|^2 \frac{\text{th} \frac{E_\nu}{2T} + \text{th} \frac{E_{\nu'}}{2T}}{2(E_\nu + E_{\nu'})} + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{1}{2E_\nu E_{\nu'}} (\Delta^2 + E_\nu E_{\nu'} + \varepsilon_\nu \varepsilon_{\nu'}) |M_{\nu\nu'}^i|^2 \frac{\text{th} \frac{E_{\nu'}}{2T} - \text{th} \frac{E_\nu}{2T}}{2(E_{\nu'} - E_\nu)} \right\} + \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{\nu\nu'} \left\{ \frac{\Delta}{2E_\nu E_{\nu'}} (\varepsilon_{\nu'} \Delta'_{\nu\nu} + \varepsilon_\nu \Delta'^*_{\nu\nu}) M_{\nu\nu'}^i \frac{\text{th} \frac{E_\nu}{2T} + \text{th} \frac{E_{\nu'}}{2T}}{2(E_\nu + E_{\nu'})} + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{\Delta}{2E_\nu E_{\nu'}} (\varepsilon_{\nu'} \Delta'_{\nu\nu} + \varepsilon_\nu \Delta'^*_{\nu\nu}) M_{\nu\nu'}^i \frac{\text{th} \frac{E_{\nu'}}{2T} - \text{th} \frac{E_\nu}{2T}}{2(E_{\nu'} - E_\nu)} \right\} \right]. \quad (3)
 \end{aligned}$$

对 ν, ν' 的求和, 我们仿照 Migdal 的办法作出, 即:

- (i) 考虑到费米面附近的项有极大值¹⁾;
- (ii) 假定矩阵元在费米面附近变化缓慢, 同时单粒子能级足够密, 这样我们有

$$\begin{aligned}
 J_{||} &\cong \frac{1}{4T} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{\cosh^2 \frac{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2}}{2T}} \left(\sum_{\nu} |M_{\nu\nu}^*|^2 \delta(\varepsilon_\nu) \right) \\
 &= \frac{2\Delta}{T} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{m+1} m K_1 \left(\frac{m\Delta}{T} \right) J_{||}^0, \\
 J_{||}^0 &= \sum_{\nu} |M_{\nu\nu}^*|^2 \delta(\varepsilon_\nu),
 \end{aligned} \quad (4)$$

是沿着对称轴的刚体转动惯量^[5]. $K_1(x)$ 为第二类修正贝塞尔函数.

引入 $\Delta' = if(r)\Omega$, 我们有

$$\begin{aligned}
 J_{\perp} &= J_{\perp}^{(1)} + J_{\perp}^{(2)}, \\
 J_{\perp}^{(1)} &= \sum_{\nu\nu'} \left\{ 1 - g \left(\frac{d}{2\Delta} \right) \text{th} \frac{\sqrt{\Delta^2 + d^2/4}}{2T} \right\} |M_{\nu\nu'}^z|^2 \delta(\varepsilon_\nu), \\
 J_{\perp}^{(2)} &= \sum_{\nu\nu'} \left(\frac{d}{2\Delta} \right)^2 g \left(\frac{d}{2\Delta} \right) \text{th} \frac{\sqrt{\Delta^2 + d^2/4}}{2T} \left\{ |f_{\nu\nu'}|^2 \delta(\varepsilon_\nu) \right\},
 \end{aligned} \quad (5)$$

1) 这实际上很容易看出, 例如

$$J_{||} = \frac{E_\nu}{4T} \sum_{\nu} |M_{\nu\nu}^z|^2 \frac{1}{\cosh^2 \frac{E_\nu}{2T}} = \frac{E_\nu}{4T} \sum_{\nu} |M_{\nu\nu}^z|^2 (1 - n(E_\nu)) n(E_\nu),$$

是角动量对一个粒子和一个空穴态平均, 所以粒子成对的态对 $J_{||}$ 无贡献, 这样在费米面附近的项贡献最大.

$$g(x) = \frac{\sinh^{-1} x}{x\sqrt{1+x^2}},$$

$$d = \varepsilon_\nu - \varepsilon_{\nu'}.$$

$J_\perp^{(2)}$ 是考虑到转动对于对相互作用的影响而来的.

$$\text{令} \quad T \rightarrow 0,$$

$$J_\parallel \rightarrow 0,$$

则

$$J_\perp \rightarrow \sum_{\nu\nu'} \left\{ 1 - g\left(\frac{d}{2\Delta_0}\right) \right\} |M_{\nu\nu'}^x|^2 \delta(\varepsilon_\nu) + \sum_{\nu\nu'} \left(\frac{d}{2\Delta_0}\right)^2 g\left(\frac{d}{2\Delta_0}\right) |f_{\nu\nu'}|^2 \delta(\varepsilon_\nu). \quad (6)$$

和 Migdal 的结果一致.

从上面公式可以看到, $J_\parallel$ 与单粒子模型无关, 而 $J_\perp$ 与具体模型有关. 为了进一步得到具体数值, 我们分别取谐振子势阱和矩形势阱模型来进行计算¹⁾, 和 Migdal 在零温度情形一样, 用半经典近似, 最后得到:

(i) 谐振子势阱

$$\left. \begin{aligned} J_\perp^{(1)} &= \left\{ 1 - \frac{1}{d_1^2 + d_2^2} \left[d_1^2 g\left(\frac{d_1}{2\Delta}\right) \text{th} \frac{\sqrt{\Delta^2 + d_1^2/4}}{2T} + d_2^2 g\left(\frac{d_2}{2\Delta}\right) \text{th} \frac{\sqrt{\Delta^2 + d_2^2/4}}{2T} \right] \right\} J_\perp^0, \\ J_\perp^{(2)} &= \frac{\left[g\left(\frac{d_1}{2\Delta}\right) \text{th} \frac{\sqrt{\Delta^2 + d_1^2/4}}{2T} + g\left(\frac{d_2}{2\Delta}\right) \text{th} \frac{\sqrt{\Delta^2 + d_2^2/4}}{2T} \right]^2 \left(\frac{d_1}{2\Delta}\right)^2 \left(\frac{d_2}{2\Delta}\right)^2}{\left(\frac{d_1}{2\Delta}\right)^2 g\left(\frac{d_1}{2\Delta}\right) \text{th} \frac{\sqrt{\Delta^2 + d_1^2/4}}{2T} + \left(\frac{d_2}{2\Delta}\right)^2 g\left(\frac{d_2}{2\Delta}\right) \text{th} \frac{\sqrt{\Delta^2 + d_2^2/4}}{2T} \left(\frac{d_1}{2\Delta}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2\Delta}\right)^2} J_\perp^0, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

其中

$$d_1 = \hbar(\omega_x - \omega_z),$$

$$d_2 = \hbar(\omega_x + \omega_z),$$

$J_\perp^0 = \sum_{\nu\nu'} |M_{\nu\nu'}^x|^2 \delta(\varepsilon_\nu)$ 为垂直于对称轴的刚体转动惯量.

(ii) 矩形势阱近似

由于 $J_\perp^{(2)}$ 比 $J_\perp^{(1)}$ 小得多, 因此我们近似的有

$$\begin{aligned} J_\perp &\cong J_\perp^{(1)} \\ &= \left\{ 1 - \frac{45}{4} \int_0^1 d\xi \xi^3 \sqrt{1 - \xi^2} \int_0^1 d\eta (1 - \eta^2) g\left(\frac{x\eta}{\xi}\right) \times \right. \\ &\quad \left. \times \text{th} \frac{\Delta}{2T} \sqrt{1 + \left(\frac{x\eta}{\xi}\right)^2} \right\} J_\perp^0, \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$x = 27 \left[\frac{\beta}{\left(1 + \frac{1}{3}\beta\right) \Delta A^{1/3}} \right],$$

β 为核变形参数

1) Migdal 对基态转动惯量的计算结果表明, 实验值落在矩形势阱和谐振子势阱之间.

令

$$T \rightarrow 0,$$

则对谐振子近似有

$$J_{\perp} \rightarrow J_{\perp}^0 \left\{ 1 - \frac{1}{d_1^2 + d_2^2} \left[d_2^2 g\left(\frac{d_1}{2\Delta_0}\right) + d_1^2 g\left(\frac{d_2}{2\Delta_0}\right) \right] + \frac{\left[g\left(\frac{d_1}{2\Delta_0}\right) + g\left(\frac{d_2}{2\Delta_0}\right) \right]^2 \left(\frac{d_1}{2\Delta_0}\right)^2 \left(\frac{d_2}{2\Delta_0}\right)^2}{\left[\left(\frac{d_1}{2\Delta_0}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2\Delta_0}\right)^2 \right] \left[\left(\frac{d_1}{2\Delta_0}\right)^2 g\left(\frac{d_1}{2\Delta_0}\right) + \left(\frac{d_2}{2\Delta_0}\right)^2 g\left(\frac{d_2}{2\Delta_0}\right) \right]} \right\}; \quad (9)$$

对矩形势阱近似有

$$J_{\perp} \rightarrow J_{\perp}^0 \left\{ 1 - \frac{45}{4} \int_0^1 d\xi \xi^3 \sqrt{1 - \xi^2} \int_0^1 d\eta (1 - \eta^2) g\left(\frac{x\eta}{\xi}\right) \sqrt{1 + \left(\frac{x\eta}{\xi}\right)^2} \right\}. \quad (10)$$

这正是 Migdal 的结果.

2. $\Delta(T)$ 的表达式

在 $J_{\perp}$, $J_{\parallel}$ 中都有 $\Delta(T)$, 它是由考虑到对相互作用对转动惯量的影响而来的. 利用决定能隙的公式, 不难得到,

$$\ln \frac{\Delta(T)}{\Delta_0} = -2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} K_0\left(\frac{n\Delta}{T}\right). \quad (11)$$

在 T 很小时, 即 $\Delta \sim \Delta_0$, $\frac{T}{\Delta} \ll 1$,

$$\Delta \cong \Delta_0 - \sqrt{2\pi T \Delta_0} \left(1 - \frac{T}{8\Delta_0}\right) e^{-\frac{\Delta_0}{T}}; \quad (12)$$

在 $T \sim T_c$, $\frac{\Delta}{T} \ll 1$ 时,

$$\frac{\Delta}{T_c} \cong 3.06 \sqrt{1 - \frac{T}{T_c}}, \quad (13)$$

$$T_c = \frac{1}{1.75} \Delta_0, \quad (14)$$

$\Delta_0 = \Delta(T=0)$, 为零温度时的能隙, T_c 为转变温度, 当 $T > T_c$, $\Delta(T) = 0$.

3. T 与激发能 E_{exc} 的关系

由于实验上测量的 K_0^2 是裂变鞍点处激发能的函数, 而不是温度的函数, 所以必须求出 T 与 E_{exc} 的关系.

(1) 基态能量

$$E_s(0) = \sum_m (\varepsilon_m + \lambda) \left(1 - \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{\varepsilon_m^2 + \Delta^2}}\right) - \frac{1}{2} \sum_m \frac{\Delta_0^2}{\sqrt{\Delta_0^2 + \varepsilon_m^2}}, \quad (15)$$

若认为在费米面附近单粒子能级足够密, 可以用积分代替求和, 则

$$E_s(0) \cong E_N^0 - \rho \frac{\Delta_0^2}{2},$$

其中 ρ 为费米面附近能级密度, E_N^0 为没有对相互作用时的基态能量.

(2) 激发态能量

$$\begin{aligned}
 E_{\text{exc}} &= E_s(T) - E_s(0) \\
 &= \sum_m \left[(\varepsilon_m + \lambda) \left(1 - \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{\Delta^2 + \varepsilon_m^2}} \operatorname{th} \frac{E_m}{2T} \right) - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\Delta^2}{2E_m} \operatorname{th} \frac{E_m}{2T} \right] - \left[E_N^0 - \rho \frac{\Delta_0^2}{2} \right]. \quad (16)
 \end{aligned}$$

和处理基态能量一样,把求和变成积分,我们得到:

(i) 当 $T > T_c$, $\Delta(T) = 0$ 时,

$$E_{\text{exc}} = \frac{\pi^2}{3} \rho T^2 + \frac{1}{2} \rho \Delta_0^2. \quad (17)$$

(ii) 当 $T = T_c$ 时,

$$E_{\text{exc}} = E_c = 1.57 \rho \Delta_0^2. \quad (18)$$

(iii) 当 $T < T_c$ 时,

$$E_{\text{exc}} = 2\rho \Delta^2(T) \left(\sum_m (-1)^{m+1} K_2 \left(\frac{m\Delta}{T} \right) + \frac{1}{2} \rho (\Delta_0^2 - \Delta^2(T)) \right). \quad (19)$$

在 T 很小时, $\frac{T}{\Delta} \ll 1$, $\Delta \sim \Delta_0$,

$$E_{\text{exc}} = 2\rho \sqrt{2\pi T \Delta_0^3} \left(1 + \frac{7}{8} \frac{T}{\Delta_0} \right) e^{-\frac{\Delta_0}{T}}. \quad (20)$$

在 $T \sim T_c$ 时, $\frac{\Delta(T)}{T} \ll 1$,

$$E_{\text{exc}} = \frac{\pi^2}{3} \rho T^2 \left[1 - \frac{3}{2\pi^2} \left(\frac{\Delta}{T} \right)^2 + \frac{3q}{8\pi^2} \left(\frac{\Delta}{T} \right)^4 \right] + \frac{1}{2} \rho \Delta_0^2, \quad (21)$$

其中

$$q = \frac{1}{2} \int_0^\infty \frac{\operatorname{th}^2 x}{x^2} dx \cong 0.8.$$

这里必须指出,由公式(17)看到,在 $T > T_c$ ($E_{\text{exc}} > E_c$) 时,和不存在对相互作用的情况很类似,只是在激发能与温度关系的表示式中增加一个代表对效应的项.这一项是考虑了对相互作用以后很自然出现的,它不是一般奇偶效应.下面我们将看到,这一项的出现,使得在 $E_{\text{exc}} > E_c$ 时,理论计算的 K_0^2 与实验符合的更好一些.

三、理論計算結果与实验結果的比較

给定单粒子模型,就可以计算出 $J_\perp$ 和 $J_\parallel$, 因而 K_0^2 与激发能的关系也就推得.但是在 K_0^2 的公式中包含有三个参数,即核变形参数 δ^{11} , 费米面附近单粒子能级密度 ρ (或 a , $\rho = \frac{\pi^2}{3} a$) 以及零温度时能隙 Δ_0 (或 T_c). 由于我们要研究的是低能区域 K_0^2 的“反常”问题,所以我们可以用高能区域 ($E_{\text{exc}} > E_c$) 的角分布实验数据来定出鞍点处核变形参数.在选取合理的单粒子能级密度参数后,我们就可以研究对相互作用能否解释 K_0^2 的“反常”

1) 和 Nilsson^[9] 的定义一致.

问题,同时也给出相应于裂变鞍点这样大变形核的能级参数 Δ_0 的值.

我们根据 Vandenbosch 等人^[7] 的 $\text{Np}^{237}(\alpha, f)$ 的角分布实验数据,由 $E_{\text{exc}} = 32\text{MeV}$ ($E_a = 43\text{MeV}$) 那一点 K_0^2 值定出鞍点变形参数 $\delta = 0.62$. 而能级密度参数 a , 按照一般经验值^[8], 取在 $\frac{A}{8} \leq a \leq \frac{A}{10}$ 范围中. Δ_0 则看作可以任意调节的参数. (目前还没有其他实验能给出相应于这么大变形的 Δ_0 的经验值,在“小”¹⁾变形情况下的 Δ_0 已经有较好的经验值.)

计算结果表明,对相互作用使 $J_{\parallel}$ 大大变小. 而 $J_{\perp}$ 不论用谐振子势阱或矩形势阱模型,在这么大变形情况下($\delta \approx 0.62$),和刚体转动惯量都很接近²⁾. 所以对相互作用一方面使 $J_{\parallel}$ 变小,从而使 K_0^2 下降(由式(1)可看出). 另一方面,在给定 $J_{\parallel}$ 和 $J_{\perp}$ 以后,一个 T 值对应一个 K_0^2 值,由 E_{exc} 与 T 的关系式,我们看到,考虑对相互作用后,将使与 T 所对应的 E_{exc} 增大,这就使得 K_0^2 与较大的 E_{exc} 对应. 所以可以认为,对相互作用的这两方面效应使得低能区的 K_0^2 “反常”地小. 图 1 给出一组用不同模型的理论计算结果与实验的比较.

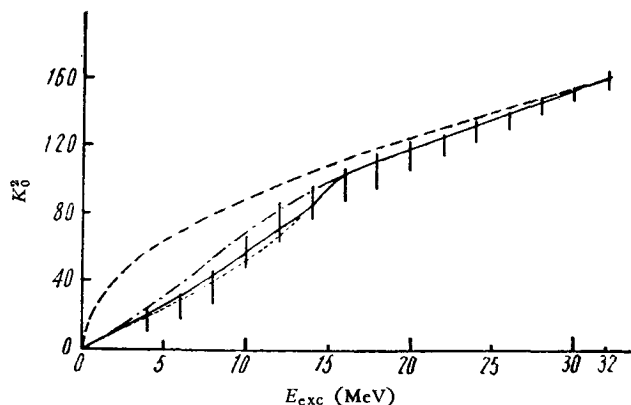


图 1 用不同模型计算的 K_0^2 与 E_{exc} 的关系. 所取的参数为

$$\delta = 0.62, a = A/8, \Delta_0 = 1.0\text{MeV}.$$

—— $J_{\perp}$ 用谐振子势阱 - - - - $J_{\perp}$ 用刚体近似
 - · - · - $J_{\perp}$ 用矩形势阱 · · · · · 用刚体转动惯量计算
 | 代表实验结果,取自文献^[7]

从图上可以看到,两者符合的不坏. 同时还应当指出,对相互作用不仅能解释低能区 K_0^2 与刚体结果巨大偏离的“反常”现象,并且也能解释在能区 ($E_{\text{exc}} > E_c$) 微小偏离的现象.

对于 Pb 区附近,低激发能的 K_0^2 值没有“反常”小的现象. Chandhry 等人^[6]曾提出一种解释,他们认为,根据液滴模型结果,对于 Pb 区裂变率较小的核,在鞍点处核变形形状已相似于两个相接触的椭球体,这时 $J_{\perp}$ 主要来自相应于把转动轴从通过单个椭球中心,平移到两个椭球接触点上来的那一项 mr^2 ,所以对相互作用只影响 $J_{\parallel}$ 以及温度与激发能

1) 这里所谓“小”变形与通常核结构中的理解不一样,我们这里是指通常的变形核,把它与鞍点那么大变形相比而言.

2) 在矩形势阱情况下,和 Migdal 一样,我们也忽略了转动微扰引起能隙改变而引起 $J_{\perp}$ 改变的那一部分 $J_{\perp}^{(2)}$. 如果考虑这一部分, $J_{\perp}$ 还会增大 10% 左右,则矩形势阱算出的 K_0^2 还会更靠近谐振矩形势阱的结果.

的依赖关系,而对 $J_{\perp}$ 影响不大. $J_{\perp}$ 应当接近刚体转动惯量,所以对裂变率较小的核, K_0^2 在低能区应当比重核下降的小. 但是,前面我们已经说过,根据对 U 区的计算 ($\delta \approx 0.62$), $J_{\perp}$ 也是接近刚体转动惯量 $J_{\perp}^0$,而在低激发能, K_0^2 的“反常”小恰恰是由于对相互作用对 $J_{\parallel}$ 以及激发能与温度依赖关系的影响而来的. 由此可见,上述 Chandhry 等人的解释很难认为是合理的.

我们认为,在 Pb 区对相互作用之所以没有显示出来,是因为对这些裂变率较低的核,裂变阈能 E_f 都很高 (~ 20 MeV),入射粒子的能量必须很高,于是相应地必然带进很大的角动量,把对效应破坏了. Mottelson 等人^[10]指出,转动对于原子核对关联的破坏作用,正如磁场对超导体的破坏作用类似. 而且相当于临界磁场,也存在有临界角动量 I_c . 当体系的角动量超过 I_c 时,对关联完全被破坏. 他们估计出希土区的 $I_c = 12$, U 区的 $I_c = 18$. 根据这个观点,我们来分析一下实验情况. 到目前为止,在 Pb 附近由裂变碎块角分布实验测出 K_0^2 与激发能关系的只有 $\text{Au}^{197}(\alpha, f)$ 和 $\text{Bi}^{209}(\alpha, f)$, 结果如图 2 所示. 由图上看到, K_0^2 在低激发能并不下降,而与刚体的 K_0^2 大致符合. 但必须注意到,即使相应于低激发能,入射 α 粒子能量已经超过 30 MeV¹⁾. 根据简单估计^[11],在 $E_{\alpha} = 30$ MeV 时,平均角动量 $\bar{I} \approx 12$. 同时由超导理论知道,临界磁场 H_c 与温度 T 有关,随着 T 的增大, H_c 减小. 而 Mottelson 等人^[10]所估计的 I_c 是基态 ($T = 0$) 的结果,随着 T 的增大, I_c 有可能还要减小,因此,这么大的角动量很可能把对效应破坏了.

从上面的计算结果和讨论,我们得到以下几点结论:

(1) U 区在低激发能 K_0^2 “反常”小的现象,可以用对相互作用来解释. 我们从比较严格的公式出发,用不同模型计算,结果与 Griffin^[3] 和 Гринь^[4] 的结论一致. 在高激发能区,我们考虑对相互作用后,使理论结果与实验符合的更好一些. K_0^2 的计算值与单粒子模型关系不大,只与几个参数关系比较大.

(2) 能隙参数 Δ_0 的可能范围.

K_0^2 是由变形参数 δ , 能级密度参数 a 和能隙参数 Δ_0 决定的. δ 是由高激发能实验数据推出,由于这时实验误差小,所以 δ 的误差不大, $\delta = 0.62 \pm 0.05$; 对低激发能区, K_0^2 计算值的影响在 5% 左右,对决定 Δ_0 的值影响不大. 能级密度参数 a 对 K_0^2 的影响甚大,它主要是通过激发能与温度的关系对 K_0^2 起作用. 在这方面的影响几乎等效于 Δ_0 (当然 Δ_0 还影响 $J_{\parallel}$ 和 $J_{\perp}$ 的计算值). 所以为了和实验符合,我们固定 δ , 用各种不同 a 和 Δ_0 进行计算. 我们发现用下面几组结果,理论和实验符合都很好.

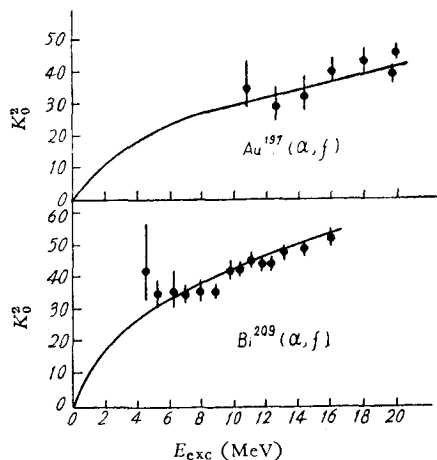


图 2 K_0^2 与激发能 E_{exc} 的依赖关系.

♦ 为实验值,实线为费米气体模型的理论值,本图取自文献[6].

1) $\alpha + \text{Au}^{197} = \text{Tl}^{201}$, $Q_{\alpha} = -2.3$ MeV, $E_f = 19.9 \pm 2.0$ MeV; $\alpha + \text{Bi}^{209} = \text{At}^{213}$, $Q_{\alpha} = -10.2$ MeV, $E_f = 15.8 \pm 2.0$ MeV.

$$(i) \quad a = \frac{A}{8}, \quad \Delta_0 = 1.0 \text{ MeV};$$

$$(ii) \quad a = \frac{A}{9}, \quad \Delta_0 = 1.1 \text{ MeV};$$

$$(iii) \quad a = \frac{A}{10}, \quad \Delta_0 = 1.2 \text{ MeV},$$

即 a 愈小就要求 Δ_0 愈大. 所以在 a 的经验值为 $\frac{A}{8} - \frac{A}{10}$ 范围内, Δ_0 可以是 1.0—1.2 MeV¹⁾.

必须指出, Δ_0 的这个范围比“小”变形时要大得多, 例如 U 区“小”变形时, $\Delta_0 = 0.75 \text{ MeV}$. 我们这里得到的、由于变形很大而使 Δ_0 增大很多的结果, 与 Kennedy 等人^[11]用平板模型 (Slab Model) 计算的能隙随变形的增加而增加的结论, 在定性上是一致的. 他们的结果对变形核

$$\Delta = CA^{-1/2} \left[1 + \frac{3}{4\pi} \beta^2 \right],$$

其中 β 为变形参数, $\Delta_s = CA^{-1/2}$ 为球形核的结果, $C = 12.8 \text{ MeV}$. 这个公式定量上与我们的结果并不符合, 当然这个公式并没有考虑壳效应. Δ_0 随变形的变化规律是一个未解决的问题, 希望通过裂变鞍点结构的研究, 对这个问题能提供一些了解²⁾.

(3) 关于 Pb 区 (裂变率较小的核), 在低激发能, K_0^2 无“反常”现象, 这很可能是因为入射 α 粒子带进很高角动量, 引起对效应的破坏. Mottelson 等人只是对通常“小”变形基态核的临界角动量 I_c 做了估计, 而对于相应裂变核鞍点这样大的变形, 在高激发态情况下, I_c 值还没有定量的结果, 这也是一个有兴趣的问题, 裂变现象的进一步研究, 有可能给出这方面资料.

于敏先生仔细阅读并修改了原稿, 张波、牛永成同志帮助进行了若干数值计算, 作者在此一并表示感谢.

参 考 文 献

- [1] Halpern, I. and Strutinski, V. M., Proc. Second Intern. Conf. Peaceful Uses Atomic Energy, Geneva, 15 (1958), 408.
- [2] Blumberg, L. and Leachman, R. B., *Phys. Rev.*, **116** (1960), 102.
- [3] Griffin, J. J., Proc. Intern. Conf. Nuclear Structure, Kingston, Canada, 1960, p. 843.
- [4] Гринь, Ю. Т., *ЖЭТФ*, **43** (1962), 1880.
- [5] Migdal, A. B., *Nucl. Phys.*, **13** (1959), 655.
- [6] Chaudhry, R., Vandenbosch, R. and Huizenga, J. R., *Phys. Rev.*, **126** (1962), 220.
- [7] Vandenbosch, R., Warhanek, H. and Huizenga, J. R., *Phys. Rev.*, **124** (1961), 846.
- [8] Vandenbosch, R., Huizenga, J. R., Miller, W. F. and Keberle, E. M., *Nucl. Phys.*, **25** (1961), 511.
- [9] Nilsson, S. G., *Dan. Mat. Fys. Medd.*, **29** No. 16 (1955).
- [10] Mottelson, B. R. and Valatin, J. G., *Phys. Rev. Letters*, **5** (1960), 511.
- [11] Kennedy, R. C., Wilets, L. and Henley, E. M., *Phys. Rev. Letters*, **12** (1964), 36.
- [12] Bohr, A., Proc. Intern. Conf. Peaceful Uses Atomic Energy, Geneva, **2** (1955), 151.

1) 由于能级密度参数经验值是在“小”变形时得到的. 象鞍点这样大变形的情况还不知道, 所以 Δ_0 参数的范围不能认为是可靠的. 但 Δ_0 这时会变大, 看来是可能的, 比较合理的可能是 a 与 Δ_0 都比“小”变形时增大.

2) 当我们这个工作即将结束时, 我们看到了 Griffin 的最近一个与我们相似的工作 [见 *Phys. Rev.*, **132** (1963), 2204]. 但他的工作主要集中在从实验结果分析出 Δ_0 , 且他的鞍点变形参数比我们用碎块角分布实验得出的大得多. 他得出的 $\Delta_0 = 1.36 \text{ MeV}$ (在 *Phys. Rev.*, **135** (1964), A2. 上更正为 $\Delta_0 = 1.16 \text{ MeV}$).

THE PAIRING EFFECTS OF NUCLEI ON THE ANGULAR DISTRIBUTION OF THE FISSION FRAGMENTS

ZHU YEI-ZHUNG LEE TSE-CHING LEE MING-SHOU

ABSTRACT

The derivation of the moment of inertia for the ground state nucleus given by Migdal in the quasi-classical approximation has been extended to the excited state case, i.e. $T \neq 0$. We have calculated K_0^2 , the parameter of the angular distribution of the fission fragments. The results are compared with the experimental data. This shows that under the present approximation the “anomalously” small K_0^2 of fissioning nuclei in the uranium region at low excitation energy ($E_{\text{exc}} \lesssim 15$ MeV) can be explained by introduction of the pairing effects in nuclei. Furthermore, the absence of the “anomalous” phenomena for fissioning nuclei near the lead region may be qualitatively interpreted by means of the dependence of pairing effects on angular momentum.