

正弦式注入下半导体中过剩载流子的相移寿命*

王 启 明

提 要

本文用单能级复合中心模型,分析了半导体中正弦式注入下过剩载流子的相移寿命与复合中心参数的关系,由此得出了相移寿命与稳态寿命和瞬态寿命的异同:(1)相移寿命与注入频率有关,随频率的增高而减小。(2)低频注入下电子空穴相移寿命相同,并等于瞬态寿命。文中同时讨论了低频注入的条件。

一、引 言

目前有许多种测量半导体中非平衡过剩载流子寿命的方法,按其注入的方式可以分为三类,即稳态注入(以定态光电导光磁效应法为代表)、瞬态注入(以光电导衰退法为代表)以及正弦式注入(以光电导相移法为代表)。

显然,在这三种不同形态注入下,复合中心的填充情况是不同的,因而寿命这一参数也就有所不同。

稳态寿命表征了非平衡载流子的净复合率,瞬态寿命则表征了通过复合中心复合时过剩载流子的衰减时间常数,而正弦态相移寿命表征了由复合所引起的注入信号与输出信号间的位相滞后。

若以角频率为 ω 的正弦光(或电注入)注入于半导体中,由于过剩载流子的注入所引起的电导改变 $\Delta\sigma$ 在位相上落后 $\Delta\varphi$,它与 ω 存在着一个简单的关系 $\tan\Delta\varphi = -\omega\tau^p$, τ^p 即为过剩载流子的相移寿命。

基于此原理,曾广泛地发展了一种简单的测量寿命的方法,即相移法。这种方法的优点是:(1)直接简单、易于测量,(2)只要适当提高注入频率 ω ,则在足够灵敏的范围内,可以测量很短的寿命(如 10^{-9} — 10^{-10} sec)。

到目前为止,对于正弦态相移寿命与稳态寿命及瞬态寿命的差异以及它与复合中心参数的关系了解尚很少。本文以最简单的单能级复合中心模型,从连续性方程出发,分析了相移寿命与复合中心参数的统计关系,得出了一些与稳态寿命及瞬态寿命有所不同的结果。

二、分 析

1. 单能级模型电子空穴相移寿命

为简单起见,仅考虑单能级复合中心模型。从连续性方程出发,过剩载流子的时间变

* 1965年7月8日收到。

化率为

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \delta n &= g_n - u_n + \frac{1}{e} \operatorname{div} \mathbf{i}_n, \\ \frac{d}{dt} \delta p &= g_p - u_p - \frac{1}{e} \operatorname{div} \mathbf{i}_p. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$\delta n, \delta p$ 分别为过剩电子、空穴浓度; g 为外部激发率, 如为通常所采用的本征激发的情况, 则有 $g = g_n = g_p$. 若考虑激发为纯正弦式均匀激发, 则

$$g = g_0 \exp i\omega t, \quad (2)$$

g_0 是一项与时间及空间无关的常数. u_n, u_p 为复合中心对电子及空穴的俘获率

$$\left. \begin{aligned} u_n &= \gamma_n n (N_t - n_t) - \gamma_n n_1 n_t, \\ u_p &= \gamma_p p n_t - \gamma_p p_1 (N_t - n_t), \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

γ_n, γ_p 为复合中心对电子及空穴的俘获系数, N_t 为复合中心密度, n_t 为被电子占据的复合中心密度, n_1, p_1 分别为当费米能级处于中心能级位置时, 导带底及价带顶相应的电子及空穴浓度; $n_1 = N_- \exp\left(-\frac{E_- - E_t}{kT}\right)$, $p_1 = N_+ \exp\left(-\frac{E_t - E_+}{kT}\right)$ (N_-, N_+ 分别为导带底和价带顶的状态密度).

(1)式最后一项表示由于空间激发的不均匀性所引起的过剩载流子的积累率, 如前所述, 对于均匀激发情况, 该项可以不计.

当偏离热平衡时,

$$\left. \begin{aligned} n_t &= n_t^0 + \delta n_t, \\ n &= n_0 + \delta n, \\ p &= p_0 + \delta p, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

n_t^0, n_0, p_0 分别为热平衡值.

将(4)代入(3)式, 考虑小注入条件, 因而略去与 $\delta n, \delta p, \delta n_t$ 有关的二级项后, 得

$$\left. \begin{aligned} u_n &= \gamma_n \{ (N_t - n_t^0) \delta n - (n_0 + n_1) \delta n_t \}, \\ u_p &= \gamma_p \{ n_t^0 \delta p + (p_0 + p_1) \delta n_t \}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

利用电中性条件 $\delta p = \delta n + \delta n_t$, 并将(5)式代入(1)式后, 即得

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \delta n &= g - a_{nn} \delta n + a_{np} \delta p, \\ \frac{d}{dt} \delta p &= g + a_{pn} \delta n - a_{pp} \delta p. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

这里

$$\begin{aligned} a_{nn} &= \gamma_n [(N_t - n_t^0) + (n_0 + n_1)], \\ a_{np} &= \gamma_n (n_0 + n_1), \\ a_{pn} &= \gamma_p (p_0 + p_1), \\ a_{pp} &= \gamma_p [n_t^0 + (p_0 + p_1)]. \end{aligned}$$

由(6)式解得非平衡电子及空穴浓度的时间变化方程式为

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2} \delta n + (a_{nn} + a_{pp}) \frac{d}{dt} \delta n + (a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn}) \delta n \\ = \frac{d}{dt} g + (a_{np} + a_{pp})g, \\ \frac{d^2}{dt^2} \delta p + (a_{nn} + a_{pp}) \frac{d}{dt} \delta p + (a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn}) \delta p \\ = \frac{d}{dt} g + (a_{pn} + a_{nn})g. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

显然,(7)式是一以时间 t 为自变量的线性微分方程,此方程的齐次解即反映了当外部激发停止后($g = 0$),过剩载流子的时间行为,这种情况常称为瞬态,而过剩载流子衰退时间常数即为瞬态寿命。

我们考虑以正弦式激发注入的情况, $g \neq 0$ 。对此情况,我们所感兴趣的是方程(7)的特解部分。从物理意义上来看不难理解,特解应具有以下的形式:

$$\delta n' = Ag_0 \exp i\omega t,$$

$$\delta p' = Bg_0 \exp i\omega t,$$

A, B 为待定系数。将特解代入方程(7),确定系数后得出

$$\left. \begin{aligned} \delta n' &= g_0 \exp i\omega t \\ &\times \{[(a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn})(a_{np} + a_{pp}) + (a_{nn} - a_{np})\omega^2] + i\omega[(a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn}) - (a_{nn} + a_{pp})(a_{np} + a_{pp}) - \omega^2]\} / \{[(a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn}) - \omega^2]^2 + \omega^2[a_{nn} + a_{pp}]^2\}, \\ \delta p' &= g_0 \exp i\omega t \\ &\times \{[(a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn})(a_{pn} + a_{nn}) + (a_{pp} - a_{pn})\omega^2] + i\omega[(a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn}) - (a_{nn} + a_{pp})(a_{pn} + a_{nn}) - \omega^2]\} / \{[(a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn}) - \omega^2]^2 + \omega^2[a_{nn} + a_{pp}]^2\}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

显然, $\delta n'$, $\delta p'$ 的系数均为复量,这意味着激发注入信号与电子空穴浓度之间存在着一定的位相滞后,若以 τ_n^φ , τ_p^φ 分别表示电子及空穴正弦态相移寿命,则由 $\tan \Delta\varphi = -\omega\tau^\varphi$ 的基本关系式得出,对电子(少数载流子)有

$$\begin{aligned} \tan \Delta\varphi &= -\omega\tau_n^\varphi \\ &= -\omega \frac{a_{nn} + a_{pp}}{a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn}} \left\{ \frac{(a_{pp} + a_{np}) - \frac{a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn}}{a_{nn} + a_{pp}} + \frac{\omega^2}{a_{nn} + a_{pp}}}{(a_{pp} + a_{np}) + \omega^2 \frac{a_{nn} - a_{np}}{a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn}}} \right\}, \\ \tau_n^\varphi &= \tau_- \left\{ \frac{(a_{pp} + a_{np}) - \frac{a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn}}{a_{nn} + a_{pp}} + \frac{\omega^2}{a_{nn} + a_{pp}}}{(a_{pp} + a_{np}) + \omega^2 \frac{a_{nn} - a_{np}}{a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn}}} \right\}; \end{aligned}$$

对空穴(多数载流子)有

$$\begin{aligned} \tan \Delta\varphi &= -\omega\tau_p^\varphi \\ &= -\omega \frac{a_{nn} + a_{pp}}{a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn}} \left\{ \frac{(a_{nn} + a_{pn}) - \frac{a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn}}{a_{nn} + a_{pp}} + \frac{\omega^2}{a_{nn} + a_{pp}}}{(a_{nn} + a_{pn}) + \omega^2 \frac{a_{pp} - a_{pn}}{a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn}}} \right\}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\tau_p^\varphi = \tau_- \left\{ \frac{(a_{nn} + a_{pn}) - \frac{a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn}}{a_{nn} + a_{pp}} + \frac{\omega^2}{a_{nn} + a_{pp}}}{(a_{nn} + a_{pn}) + \omega^2 \frac{a_{pp} - a_{pn}}{a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn}}} \right\}.$$

这里

$$\tau_- = \frac{a_{nn} + a_{pp}}{a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn}}.$$

由(9)式可见,电子及空穴相移寿命与激发频率有关,只有当频率低至(9)式中的 ω^2 项与其相邻项比较可以略去时,它们才与频率无关,这时

$$\left. \begin{aligned} \tau_n^\varphi &= \tau_- \left\{ \frac{(a_{pp} + a_{np}) - \frac{a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn}}{a_{nn} + a_{pp}}}{a_{pp} + a_{np}} \right\}, \\ \tau_p^\varphi &= \tau_- \left\{ \frac{(a_{nn} + a_{pn}) - \frac{a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn}}{a_{nn} + a_{pp}}}{a_{nn} + a_{pn}} \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

2. 光电导相移寿命

对于稳态情况, Zitter^[1] 曾经求得光电导寿命(实际上即为用电导调制法测量所得的寿命)与电子空穴寿命间存在下面关系:

$$\tau_\sigma^0 = \frac{\tau_p^0 + b\tau_n^0}{1 + b},$$

b 为迁移率比.

光电导相移法是目前最为普遍采用的一种相移寿命测量方法, 正弦式注入下光电导可以表示为

$$\Delta\sigma = e[\mu_n\delta n^s + \mu_p\delta p^s].$$

将 $\delta n^s, \delta p^s$ 代入后得

$$\begin{aligned} \Delta\sigma &= e g_0 \exp i\omega t \times \frac{1}{K} \\ &\times \{ \{ \mu_n[(a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn})(a_{np} + a_{pp}) + (a_{nn} - a_{np})\omega^2] \\ &+ \mu_p[(a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn})(a_{nn} + a_{pp}) + (a_{pp} - a_{pn})\omega^2] \} \\ &+ i\omega \{ \mu_n[(a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn}) - (a_{nn} + a_{pp})(a_{np} + a_{pp}) \\ &- \omega^2] + \mu_p[(a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn}) - (a_{nn} + a_{pp})(a_{nn} + a_{pp}) - \omega^2] \} \}, \end{aligned} \quad (11)$$

这里

$$K \equiv [(a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn}) - \omega^2]^2 + \omega^2[a_{nn} + a_{pp}]^2.$$

光电导相移 $\Delta\varphi$ 有如下关系:

$$\begin{aligned} \tan \Delta\varphi &= -\omega\tau_\sigma^\varphi \\ &= \omega \{ \mu_n[(a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn}) - (a_{nn} + a_{pp})(a_{np} + a_{pp}) - \omega^2] \\ &\quad + \mu_p[(a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn}) - (a_{nn} + a_{pp})(a_{nn} + a_{pp}) - \omega^2] \} / \\ &\quad \{ \mu_n[(a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn})(a_{np} + a_{pp}) + (a_{nn} - a_{np})\omega^2 \\ &\quad + \mu_p[(a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn})(a_{nn} + a_{pp}) + (a_{pp} - a_{pn})\omega^2] \}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{\sigma}^{\varphi} = -\{ & [(a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn}) \\ & - (a_{nn} + a_{pn})(a_{nn} + a_{pp}) - \omega^2] + b[(a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn}) \\ & - (a_{nn} + a_{pp})(a_{np} + a_{pp}) - \omega^2]\} / \{ [b(a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn})(a_{nn} + a_{pn}) + (a_{pp} \\ & - a_{pn})\omega^2] + b[(a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn})(a_{np} + a_{pp}) + (a_{nn} - a_{np})\omega^2] \}. \end{aligned}$$

将(9)式代入后有

$$\tau_{\sigma}^{\varphi} = \frac{\tau_p^{\varphi} + bM\tau_n^{\varphi}}{1 + bM}, \quad (12)$$

$$M \equiv \frac{(a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn})(a_{np} + a_{pp}) + (a_{nn} - a_{np})\omega^2}{(a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn})(a_{nn} + a_{pp}) + (a_{pp} - a_{pn})\omega^2}.$$

由此可见, 正弦态电导相移寿命与电子及空穴寿命形式上都满足一个类似 Zitter 的关系式, 只不过这里多了一个 M 因子.

三、讨 论

1. 低频注入下寿命

从(9),(12)式中我们看到, 相移寿命与注入频率密切相关. 在一般情况下, 随着注入频率的增高寿命将变短, 如果注入频率足够低以致(9)式中分子、分母内的 ω^2 项与其相邻诸项比较时可被略去, 那么, 就得到了(10)式的低频寿命. 不难证明, (10) 式分子中的第二项远比第一项小, 可以略去, 因而在低频情况下, 电子及空穴的相移寿命都等于 τ_- . 由(12)式可以看到, 电导相移寿命也等于 τ_- , 即

$$\begin{aligned} \tau_{\sigma}^{\varphi} &= \tau_n^{\varphi} = \tau_p^{\varphi} = \tau_-, \\ \tau_- &= \frac{a_{nn} + a_{pp}}{a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn}} = \frac{\tau_{n0} \left[(p_0 + p_1) + N_t \frac{p_1}{p_0 + p_1} \right] + \tau_{p0} \left[(n_0 + n_1) + N_t \frac{n_1}{n_0 + n_1} \right]}{(n_0 + p_0) + N_t \frac{n_0 n_1}{(n_0 + n_1)^2}}, \end{aligned}$$

这里 $\tau_{n0} \equiv \frac{1}{N_t \gamma_n}$, $\tau_{p0} \equiv \frac{1}{N_t \gamma_p}$. 由此可见, 实际上 τ_- 即为 Werthein^[2,3] 所得出的过剩电子空穴的瞬态寿命, 从数值来看, 显然 τ_- 更接近于稳态注入下过剩多数载流子寿命^[4]. 在一般情况下, 我们所测量到的寿命即为低频寿命.

2. 高频注入下寿命

若激发光频率足够高, 使得(9)式中 ω^2 项远比其相邻项为大, 于是得

$$\begin{aligned} \tau_n^{\varphi} &= \frac{1}{a_{nn} - a_{np}} = \frac{1}{\gamma_n(N_t - n_t^0)} = \tau_n^t, \\ \tau_p^{\varphi} &= \frac{1}{a_{pp} - a_{pn}} = \frac{1}{\gamma_p n_t^0} = \tau_p^t. \end{aligned}$$

这就是说, 当注入频率足够高时, 电子空穴寿命实际上体现为复合中心对电子空穴的各别俘获时间, 这是因为 ω 如此之快, 以致复合中心上的复合过程还来不及进行. 不难看出, 高频注入下的寿命比低频注入情况减小了. 同时在这种情况下, 电导相移寿命为

$$\tau_{\sigma}^{\varphi} = \tau_p^{\varphi} \frac{1 + b}{1 + b \frac{\tau_p^{\varphi}}{\tau_n^{\varphi}}}.$$

初看起来,此情况似乎是有趣的。如果我们在高频条件下进行 $\tau_n^{\circ}, \tau_p^{\circ}$ 的测量,就能够非常简便地用来确定某些复合参数,然而从测量技术方面来看,实际上是不易实现的。当 ω 很大时, $\Delta\varphi$ 很接近于 $\pi/2$, 因而测量 τ 的灵敏度很差;另一方面,在这种情况下,信号幅度变得很弱,因而也是难以观察的。因此,有实际意义的测量还是对低频注入的情况。

3. 低频注入条件的讨论

既然有实际意义的测量只是对于低频注入的情况,于是就必须了解满足低频注入的条件。下面我们将以对电子(少数载流子)为例进行讨论。由(9)式,当低频注入条件得到满足时, ω 必须分别满足以下二个条件:

$$\begin{aligned}\omega^2 &\ll (a_{pp} + a_{np})(a_{nn} + a_{pp}), \\ \omega^2 &\ll (a_{pp} + a_{np})(a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn})/(a_{nn} - a_{np}).\end{aligned}$$

由于

$$\frac{(a_{pp} + a_{np})(a_{nn}a_{pp} - a_{np}a_{pn})/(a_{nn} - a_{np})}{(a_{pp} + a_{np})(a_{nn} + a_{pp})} = \frac{\tau_n^t}{\tau_-} < 1,$$

因此,只要 ω 满足后一条件,前一条件必能满足,所以有

$$\omega^2 \ll (a_{pp} + a_{np})(a_{nn} + a_{pp}) \frac{\tau_n^t}{\tau_-}.$$

如果复合中心密度不太大,而满足

$$\gamma_n N_t \leq \gamma_p p_0,$$

则有 $(a_{nn} - a_{np}) < (a_{pp} + a_{np})$, 于是可令

$$\omega^2 \ll (a_{nn} - a_{np})(a_{nn} + a_{pp}) \frac{\tau_n^t}{\tau_-}.$$

已知 $\tau_n^t = \frac{1}{a_{nn} - a_{np}}$, 若令 $\tau_+ = \frac{1}{a_{nn} + a_{pp}}$, 则有

$$\text{或} \quad \left. \begin{aligned} \omega^2 &\ll \frac{1}{\tau_+ \tau_-}, \\ \omega \tau_- &\ll \sqrt{\frac{\tau_-}{\tau_+}}. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

实际上, τ_+ 即相当于瞬态注入情况复合中心上电荷调整时间^[2]。显然, 它比 τ_- 要小得多, $\tau_+ \ll \tau_-$, 因此, 即使在 $\omega \tau_- \ll 1$ 的情况下, 低频注入条件实际也是满足的。当然, 若取 $\omega \tau_- \leq 1$ 作为低频注入条件, 就更为充分了, 这就是相移寿命测量时经常满足的条件。

同样可以证明, (13)式对于空穴(多数载流子)相移寿命也是正确的。

四、结 束 语

由以上结果我们认为: 正弦式注入下的过剩电子空穴的复合行为, 不同于熟知的稳态注入或瞬时态注入情况, 表征这一弛豫过程的时间常数 τ° 的最大特点, 是与注入频率有着密切关系, 由于通常相移寿命的测量都远在低频注入的范围, 因而这是无关紧要的; 然而, 在某些涉及这一参数的高频器件的设计中, 也许就成为需要注意的一个方面。

通常由光电导相移法所测量得的寿命, 我们称之为正弦态相移寿命。这一寿命值是

与瞬态寿命相当的,而在数值上接近稳定注入下多数载流子寿命,只有当复合中心密度很小而且电子空穴俘获截面没有显著悬殊差异的情况下,正弦态相移寿命才等于稳态寿命。因此,在进行若干种寿命测量方法比较时,我们就必须充分地注意到这点。

以上分析仅限于最简单的单一中心能级情况,对于多重荷电及多种中心情况同样可以进行分析,不过更为繁杂,然而,单能级复合统计关系对于一般复合参数的实验分析常常是很实用的。

最后,作者谨对王守武先生的指导和洪坚同志参予热心讨论表示感谢。

参 考 文 献

- [1] Zitter, R. N., *Phys. Rev.*, **112** (1958), 852.
- [2] Werthein, G. K., *Phys. Rev.*, **109** (1958), 1086.
- [3] 王守武,中国科学技术大学半导体物理讲稿.
- [4] Shockley, W., Read, W. T., *Phys. Rev.*, **87** (1952), 835.

THE PHASE-SHIFT LIFETIME OF EXCESS CARRIERS IN SEMICONDUCTORS UNDER SINUSOIDAL INJECTION

WANG CHI-MING

ABSTRACT

This paper analyzes, with single energy-level recombination-centre model, the phase-shift lifetime of excess carriers in semiconductors under sinusoidal injection. Hence are obtained the difference and sameness between phase-shift lifetime and static state lifetime as well as transient state lifetime:

1. The phase-shift lifetime in relation with the injection frequency decreases as the frequency increases.

2. Under low frequency injection, the phase-shift lifetimes of electrons and holes are the same and equal to transient state lifetime.

The conditions of low frequency injection are discussed in this paper.