

論反常作用、輕子結構和 μ - e 質量差*

羅遼復 陸 燦 楊國琛
(內蒙古大學) (天津工學院)

提 要

本文提出了反常作用的 μ 荷觀點, μ 荷不僅是一種反映 μ - e 禁戒性的量子數,而且是反常作用的承擔者。在此觀點下,討論了輕子結構和 μ - e 質量差,得到了關於輕子結構的一些普遍定理。例如,證明了電子的反常作用和電磁作用形狀因子相同等。在討論輕子結構的基礎上,得到了將 μ - e 質量差和輕子的電磁結構相聯系的公式,證明了主要由於電磁作用干涉產生的 μ 荷- μ 矩作用是反常作用自能的主要部分,它是負值,故是電子參與反常作用。利用電子的電磁結構數據能合理地解釋 μ - e 質量差,而後者也提供了有關電子電磁結構的進一步知識。

一、反常作用的基本觀點

μ 介子和電子十分相似,然而其質量遠大於電子。為了解釋這個令人困惑的事實,一系列作者^[1-4]提出了反常作用理論。反常作用的可能形式和物理意義,首先依賴於對反常作用所持的觀點。已有文獻未對此深入分析,一般沿用^[1]最初提出的概念。這個概念提出時, μ - e 禁戒性尚未被普遍討論, μ 中微子不同於 e 中微子尚未被深入分析^[5]。因此,現在對反常作用概念重作進一步的分析是有必要的。通常,引入一個守恆的量子數(μ 數)來表述 μ - e 禁戒性^[6]。通過 μ 數的適當定義,總可認為 μ 數不為零的粒子(μ, ν_μ 或 e, ν_e)參與反常作用。但是,這個新量子數是一個象重子數一樣的單純的加性量子數呢?還是具有更深的內容,象電荷一樣,根據文獻^[7]的分析,電荷除了作為一個反應中守恆的數外,它還是電磁作用的度量。相應地,反常作用也有兩種引入法。第一種,將反常作用和強作用類比,將 μ 數和重子數相比擬,担负反常作用的 σ 介子則和 π, K 介子相當,凡是具有 μ 數的粒子都能和 σ 介子作用。我們把反常作用的這種觀點稱為 μ 數觀點;第二種,將反常作用和電磁作用類比,將 μ 數看作與電荷類似的某種物理實在,它不只是一個加性量子數,而且是反常作用的度量。我們把如此理解的 μ 數稱為 μ 荷(或反常荷),同時把這個觀點稱為反常作用的 μ 荷觀點,在此觀點下, σ 介子和光子相當,與具有 μ 荷的粒子相互作用。為了區別 μ 荷觀點和 μ 數觀點,可給 μ 荷觀點加一些物理條件:

(i) 由於 μ 荷不僅是加性量子數,而且是一種類似於電荷的物理實在,它必須滿足流的微分守恆律。

(ii) 鑑於同樣理由,正反粒子的 μ 荷流須反號。

(iii) 反常作用由 μ 荷流和 σ 介子耦合而成。

* 1965年1月5日收到;1965年5月13日收到修改稿。

根据这些和电磁作用很相似的条件, 可以确定在 μ 荷观点下反常作用的形式. 根据不变性的考虑, 反常作用的形式一般设为^[1-4]

$$H_a = f_a \sum_{\mu} \bar{\psi}(\mu) O_A \psi(\mu) \varphi_A \quad (A = S, P, V, A). \quad (1)$$

φ_A 为 σ 介子场算符, $\psi(\mu)$ 为 μ 数不为零的费米子场算符, 求和对各种可能的费米子场进行. (1) 式表示的各种反常作用中, 矢量型作用能在 μ 荷观点下理解, 因为 μ 数守恒表明

$$\frac{\partial}{\partial x_0} \int \sum_i \psi_i^* \psi_i d\tau = 0 \quad (i = \mu\nu_{\mu} \text{ 或 } e\nu_e), \quad (2)$$

故相应地有

$$\frac{\partial}{\partial x_{\mu}} \sum_i \bar{\psi}_i \gamma_{\mu} \psi_i = 0, \quad (3)$$

此即 μ 荷矢流微分守恒律. 若取反常作用为此守恒矢流与矢量 σ 介子耦合而成, 则自然能满足 μ 荷观点的第一和第三两个条件. 另外由于^[9]

$$C \left(\sum_i \bar{\psi}_i \gamma_{\mu} \psi_i \right) C^{-1} = - \sum_i \bar{\psi}_i \gamma_{\mu} \psi_i, \quad (4)$$

C 为正反粒子共轭变换, 故第二条件亦满足. 不难进一步证明, (1) 式所示的各种作用中, 矢量型以外的作用都不能满足 μ 荷观点的要求. 标量和赝标量双线型不能有流的意义, 故不必考虑. 至于赝矢流, 因为^[9]

$$C \left(\sum_i \bar{\psi}_i \gamma_{\mu} \gamma_5 \psi_i \right) C^{-1} = \sum_i \bar{\psi}_i \gamma_{\mu} \gamma_5 \psi_i, \quad (5)$$

故不满足条件(ii). 综上所述可见, 在(1)式所示的反常作用中, 只有矢量型作用可取 μ 荷观点, 而标量、赝标量和赝矢量型作用, 只能取 μ 数观点. 文献[8] 讨论了 γ_5 非不变的标量和赝标量反常作用, 分析了这种反常作用对弱作用的影响. 作为文献[8]的继续, 本文将着重研究 γ_5 不变的矢量型作用, 并在 μ 荷观点下进行讨论. 鉴于 μ 荷观点的物理兴趣 (近来规范理论的研究就是根据相似的思想进行的^[10]), 这一讨论看来是很有意义的.

二、轻子的结构

轻子参与弱作用、电磁作用和反常作用, 相应地有三种结构. 本节将用微扰论求出这三种结构的联系. 为明确起见, 假定中性矢量 σ 介子和 $(\bar{l}l)$ 流, $(\bar{\nu}\nu)$ 流有矢量型耦合, 即轻子中 l 和 ν (l, ν 可为 μ, ν_{μ} 或 e, ν_e , 视求出的反常作用自能是正或负而定) 参与反常作用

$$H_a = f(l\gamma_a l)\varphi_a + f(\bar{\nu}\gamma_a \nu)\varphi_a, \quad (6)$$

由此不难得到几个普遍定理.

定理 I 轻子 l 的反常作用结构和电磁结构完全相同. 这个结论在低次微扰下严格成立, 在任意高阶微扰下, 只要略去与 l 以外其它粒子-反粒子对有关的真空极化效应, 并假定 σ 介子不存在自耦合, 此结论亦成立.

证 轻子 l 的电磁结构决定于图 1

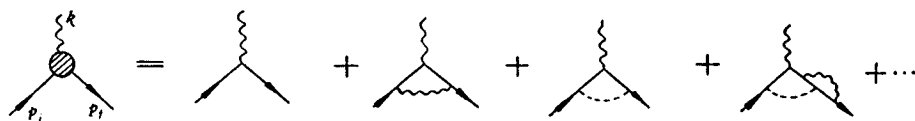


图 1

图中实线代表 l , 波纹线代表光子, 虚线代表 σ 介子. 相应图 1 的矩阵元为

$$e\bar{u}_f\Gamma_a u_i a_a^{(g)}(k), \quad (7)$$

其中

$$\Gamma_a = f_1(k^2)\gamma_a + \frac{\mu}{4m}f_2(k^2)(\hat{k}\gamma_a - \gamma_a\hat{k}), \quad (8)$$

μ 为反常磁矩值, f_1 和 f_2 为电磁形状因子.

轻子 l 的反常作用结构 (μ 荷流结构) 的图, 在定理所设条件下, 与图 1 完全相同, 只要将图 1 的外部光子线换成 σ 介子线即可. 因此, 反常作用结构的矩阵元为

$$f\bar{u}_f\Gamma_a u_i a_a^{(g)}(k), \quad (9)$$

Γ_a 仍具 (8) 的形式, 但 f_1 和 f_2 须解释为反常作用形状因子, 而 μ 则为类似于反常磁矩的“反常 μ 矩”. 显然, μ 矩和磁矩数值相等, 反常作用形状因子和电磁作用形状因子相等. 亦即反常作用结构和电磁结构完全相同.

定理 II 略去 l, ν 的质量差并取低次微扰时, ν 的反常作用形状因子等于 l 的电磁作用形状因子和它的纯量子电动力学理论值之差.

证 ν 的反常作用结构由图 2 决定

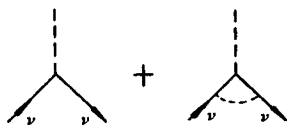


图 2

相应的矩阵元为

$$f\bar{u}_f\Gamma_a^{(g)} u_i a_a^{(g)}(k), \quad (10)$$

l 的电磁结构图为



图 3

相应的矩阵元为

$$e\bar{u}_f\Gamma_a^{(e)} u_i a_a^{(e)}(k),$$

与 l 的电磁结构的纯量子电动力学理论值相应的图可在图 3 中除去包含 σ 介子线的图而得, 其矩阵元为

$$e\bar{u}_f\Gamma_a^{(e)} u_i a_a^{(e)}(k). \quad (11)$$

若引入 f_1 和 f_2 , 并略去 l, ν 质量差(以下将证明 $l = e$, 故此近似合理), 则显然有

$$\left. \begin{aligned} f_1^{(f)} &= f_1^{(e)} - f_1^{(e)} + 1; \\ f_2^{(f)} &= f_2^{(e)} - f_2^{(e)}. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

此即定理 II.

定理 III 略去 l, ν 质量差并取最低次微扰时, l, ν 的弱作用矢流结构和 ν 的反常作用结构相等.

证 弱矢流结构决定于图 4

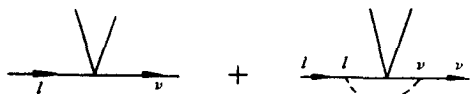


图 4

图中 $\vee$ 线表示和 (l, ν) 耦合的弱流. 将图 4 和图 2 比较, 即可证明此定理.

三、 μ - e 质量差

用(1)式给出的反常作用自能来解释 μ - e 质量差的讨论^[1-4], 都未考虑轻子的结构, 往往借助于人为地、任意地引进截断动量, 来符合质量差的实验数据, 而且有时定出的截断动量不甚合理. 与此相关, 亦未考虑电磁作用的干涉效应. 实际上, 电磁作用产生附加的 μ 荷分布和反常 μ 矩, 对反常作用自能有很大影响.

考虑自能图 5^[11]

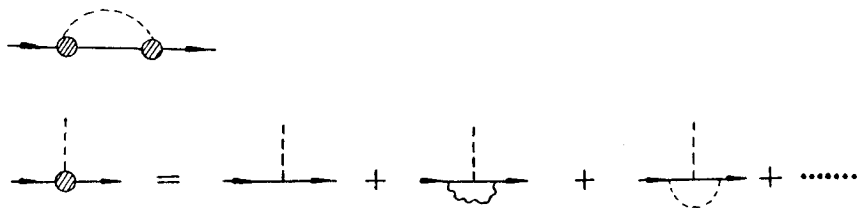


图 5

它所贡献的质量差可表成

$$\Delta m = \frac{i}{(2\pi)^4} f_{\bar{u}}(l) \int d^4k \frac{\delta_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu}{m_\sigma^2}}{k^2 + m_\sigma^2} \Gamma_\mu \frac{i(\not{p} - \not{k}) - m}{(p - k)^2 + m^2} \Gamma_\nu^+ u(l), \quad (13)$$

其中 Γ_μ 的表式见(8), 此处略去了二个以上虚介子的图 6

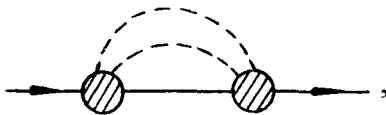


图 6

这种图可由前面的图挂上 σ 介子线而得, 其贡献小 f^2 倍, 故可略去. 将(8)式代入(13)式, 经化简得

$$\left. \begin{aligned}
 \Delta m &= \bar{u}(l)(\Delta m_a + \Delta m_b + \Delta m_c)u(l), \\
 \Delta m_a &= -\frac{2i}{(2\pi)^4} f^2 \int d^4 k f_1^2 \frac{m - i\hat{k}}{(k^2 + m_\sigma^2)[(p-k)^2 + m^2]}, \\
 \Delta m_b &= \frac{3i}{(2\pi)^4} \frac{f^2}{m} \int d^4 k f_1 f_2 \frac{\mu k^2}{(k^2 + m_\sigma^2)[(p-k)^2 + m^2]}, \\
 \Delta m_c &= \frac{i}{(2\pi)^4} \frac{f^2}{m^2} \int d^4 k f_2^2 \mu^2 \frac{mk^2 + ik \cdot p\hat{k} + i\frac{3}{4}k^2\hat{k}}{(k^2 + m_\sigma^2)[(p-k)^2 + m^2]},
 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

这里 Δm_a 、 Δm_b 、 Δm_c 分别代表荷-荷、荷-矩、矩-矩作用的自能， f_1 、 f_2 和 μ 为代表反常作用结构的量。但由定理 I 可知，它们等于电磁结构形状因子和反常磁矩。于是，我们将 μ - e 质量差用电子（或 μ 介子）的电磁结构参数表出，这些参数是在理论中自动出现的。

目前，关于电子的电磁结构实验数据有^[12]

$$\left. \begin{aligned}
 \mu &= 0.001162 \pm 0.00005 \sim \frac{\alpha}{2\pi}, \\
 \sqrt{\langle r^2 \rangle} &\leq 0.35 \times 10^{-13} \text{cm} \sim \frac{1}{4m_\pi},
 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

μ 介子的数据也十分接近，下面用此数据进行粗略估计。设 f_1 和 f_2 在 0 和 K 间为常数，并近似用 $f_1(0) = f_2(0) = 1$ 代表。取

$$K > 4m_\pi, \quad (16)$$

则不难求得（令 $i\hat{p} + m = 0$ ）

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\Delta m_a}{m} &= \frac{f^2}{8\pi^2} \log \frac{K^2 + m_\sigma^2}{m_\sigma^2}, \\
 \frac{\Delta m_b}{m} &= -\frac{3f^2\mu}{16\pi^2} \left(\frac{K^2}{m^2} - \frac{m_\sigma^2}{m^2} \log \frac{m_\sigma^2 + K^2}{m_\sigma^2} \right), \\
 \frac{\Delta m_c}{m} &= -\frac{3f^2\mu^2}{64\pi^2} \left(\frac{K^2}{m^2} - \frac{m_\sigma^2}{m^2} \log \frac{m_\sigma^2 + K^2}{m_\sigma^2} \right).
 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

由(15)和(17)式知 $|\Delta m_c| \ll |\Delta m_b|$ ，可略去。 Δm_a 和 Δm_b 有相反的符号，若 Δm_a 起主要作用，自能为正，表明 μ 介子有反常作用而电子没有；反之，若 Δm_b 起主要作用，则表明电子参与反常作用而 μ 介子没有。但是，只有当

$$\frac{K^2}{m^2} \lesssim 8\pi/3\alpha \quad (18)$$

时，才有 $|\Delta m_a| > |\Delta m_b|$ 。此时，据(17)和(18)式，有自能

$$\frac{\Delta m}{m} \sim \frac{f^2}{8\pi^2} \frac{K^2}{m_\sigma^2} < \frac{f^2}{3\pi\alpha} \frac{m^2}{m_\sigma^2} \quad (m = m_\mu). \quad (19)$$

为使 $\Delta m/m \sim 1$ ， m_σ 须很小。（例如，在 $\frac{f^2}{4\pi} = 1$ 时， $m_\sigma \lesssim 12m_\mu$ ）。但是， σ 介子迄今未发，说明 m_σ 不能很小。看来 μ 介子参与反常作用的可能性似应排除。如果电子参与反常

作用^[13], 考虑到(16)式, 并在(17)式中取 $m = m_e$, 易见到 Δm_a 和 Δm_c 皆可略去, 于是有

$$207 = \frac{3}{2} \cdot \frac{e^2}{8\pi^2} \cdot \frac{f^2}{8\pi^2} \left(1 - c^2 \log \frac{c^2 + 1}{c^2} \right) \frac{K^2}{m_e^2} \left(c^2 = \frac{m_e^2}{K^2} \right). \quad (20)$$

若 $f \sim e$, c 小于1, (20)式给出的 K 值约为 $10^4 m_e$; 若 c 大于1, K 值略增. 这是 μ - e 质量差提供的关于电子电磁结构的一项知识. 看来此结果尚合理, 若将目前关于电子电荷半径测量精确度提高一个(到二个)数量级, 电子的这种结构效应可能被发现.

上述讨论表明, 决定 μ - e 质量差的是反常 μ 矩和 μ 荷的作用, 而一个不太小的反常 μ 矩之产生是由于电磁干涉效应. 因此过去的工作^[4]不考虑这种效应是有问题的.

如果电子有反常作用, 则 ν_e 亦须参与此作用, 用定理 II 的(12)式代入(14)式, 采用当 $k^2 < K^2$ 时, $f_{1,2}^{(e)} \sim f_{1,2}^{(e)}$ 及当 $k^2 > K^2$ 时, $f_1^{(f)} = f_2^{(f)} = 0$ 的近似, 则直接积分得

$$\Delta m = \frac{mf^2}{8\pi^2} \log \frac{K^2 + m_e^2}{m_e^2} \geq 0 \quad (m = m_{\nu_e}), \quad (21)$$

故若 $m_{\nu_e} = 0$, 则 $m_{\nu_\mu} = 0$; 若 $m_{\nu_e} > 0$, 则 m_{ν_μ} 略小于 m_{ν_e} ($m_{\nu_e} - m_{\nu_\mu} \sim \frac{1}{1000} m_{\nu_e}$, 当 $f \sim e$). 这和现有实验是相符的. 实验上, ν_e 的质量上限为 $5 \times 10^{-4} m_e$, 至于 ν_μ , 由于测量其质量的实验不敏感, 定出的 m_{ν_μ} 的上限大到 $5 m_e$ ^[14], 但 ν_μ 的质量远小于此是完全可能的.

参 考 文 献

- [1] Schwinger, J., *Ann. of Phys.*, **2** (1957), 407.
- [2] Cowland, W., *Nucl. Phys.*, **8** (1958), 397.
- [3] Jovet, B., *Nuovo Cimento*, **18** (1960), 702.
- [4] Кобзарев, И. Ю., Окунь, Л. Б., *ЖЭТФ*, **41** (1961), 1205; *Nucl. Phys.*, **35** (1962), 311; Кобзарев, И. Ю., *Вопросы Физики Элементарных Частиц*, Под ред. А. И. Алиханяна, 244—249, Издат. АН Армянской ССР, 1962.
- [5] Okun, L. B., 1962 International Conference on High-Energy Physics at CERN, Geneva (1962), 843.
- [6] Feinberg, G., et al., *Phys. Rev. Letters*, **6** (1961), 381.
- [7] Wigner, E., *Proc. Natl. Acad. of Sci.*, **38** (1952), 449; J. Sanwrai, *Theoretical Physics* (edi. by Salam, 1963), 227.
- [8] 罗辽复、陆 埃、杨国琛, *物理学报*, **20** (1964), 1101.
- [9] Corinaldesi, E., *Nucl. Phys.*, **7** (1958), 306.
Mathews, P., *The Relativistic Quantum Theory of Elementary Particles Interactions*, 1957.
- [10] Schwinger, J., *Theoretical Physics* (edi. by Salam, 1963), 89.
- [11] Feynman, R., et al., *Phys. Rev.*, **94** (1954), 500;
黄克逊 (Huang Ker-son), *Phys. Rev.*, **101** (1956), 1173;
周光召, *物理学报*, **15** (1959), 269.
- [12] Charpak, G., et al., 1962. International Conference on High-Energy Physics at CERN, Geneva (1962), 476.
Feynman, R., Report at the Solvay Conference, 1961.
- [13] Tanaka, K., *Nuovo Cimento*, **21** (1961), 169.
- [14] Bahcall, J., Curtis, K., *Nuovo Cimento*, **21** (1961), 422.
Roos, M., *Phys. Letters*, **8** (1964), 1.
陆 埃、杨国琛、罗辽复, *物理学报*, **20** (1964), 19.

ON THE ANOMALOUS INTERACTION, LEPTON STRUCTURE, AND μ - e MASS-DIFFERENCE

LO LIAU-FU

LU TAN

YANG KUO-SHEN

*(Inner Mongolian University)**(Tientsin College of Engineering)*

ABSTRACT

In this paper, we discuss the lepton structure and the μ - e mass-difference on the basis of the "muonic charge" model. Some general theorems concerning the lepton structure are demonstrated. For example, it is shown that the form factors of "muonic charge" current and of electric current of charged lepton having anomalous interaction are equal. As a result, this lepton would possess a "muonic moment". It is shown that the anomalous interaction self-energy corresponding to "muonic-charge-muonic moment" interaction is the dominated term and the μ - e mass difference is consistent with the known experimental data of the electromagnetic structure of the electron.