

自旋波-声子耦合对反铁磁体 红外吸收谱的影响*

朱硯馨 王志强
(中国科学院)

提 要

由于交换作用常数受到磁离子间距离变化的影响是不可忽略的,在磁有序物质中存在自旋波和声子的耦合作用。本文探讨了非金属反铁磁体中自旋波-声子耦合在红外吸收谱上可能有的表现。辐射场的电偶极矩作用在激发一个光频支声子的同时,通过自旋波-声子耦合又激发两个自旋波和一个声子,这就在晶格吸收谱的高频边缘以外形成附加吸收带。当反铁磁体的 Néel 点足够高,并且自旋波态密度有尖锐的极大值时,附加吸收带就有超出晶格吸收边缘足够大的能量,且有明显的峰形,上述吸收峰就应在实验上观测到。把这一结果应用于 NiO,解释了它的红外光谱中 0.24 电子伏的附加吸收峰。计算得到与实验相符合的吸收能量和吸收强度,并指出这一吸收机构只能在反铁磁体中而不能在铁磁体中发生。本文最后指出, Mizuno 和 Koide 在企图解释同一现象的工作中,所探讨者相对于本文所考虑的跃迁机构,它只可能产生极其次要的贡献。

一、引 言

Newman 和 Chrenko^[1] 在观测 NiO 单晶的吸收谱时发现:当温度在 NiO 的 Néel 点以下,在晶格吸收带的短波边缘 0.24 电子伏处,出现一附加吸收峰,峰的中心位置随着温度的下降向高能方面移动,吸收强度和温度的关系与 NiO 中磁次点阵的自发磁化强度和温度的关系相同,温度高于 Néel 点后,这一附加吸收峰消失。在和 NiO 十分类似的 MnO 和 CoO 的单晶中,没有发现这种吸收^[1]。(对若干种 Co^{+2} 盐^[2] 的观测发现,在红外谱段有一吸收谱。但这一吸收谱在 Néel 点上下都出现,显然与反铁磁有序无关。因而,它与这里所讨论的吸收峰不属于同一类型。)

Sugano 和 Tanabe^[3] 认为, NiO 的 0.24 电子伏吸收峰是由光通过磁偶极作用,在某个 Ni^{+2} 上激发一个自旋偏离,与此同时,通过这一 Ni^{+2} 离子与它相邻的另一 Ni^{+2} 离子的交换作用激发两个自旋偏离,于是吸收光子的能量是 $3g\beta H_e$, g 是朗德因子, β 是玻尔磁矩, H_e 是有效分子场。显然易见,这是一个方法不正确并导致错误结论的陈述,在交换耦合作用较强的磁系统中,把自旋系统作整体处理是必要的。因而,完全没有根据来提到单个 Ni^{+2} 的单个自旋偏离。事实上,在温度趋于 T_N 时,吸收峰的中心趋于晶格吸收的边缘。如果按照 Sugano 的解释,则在温度尚未达 T_N 之前,吸收峰的中心就应该隐没到晶格吸收

* 1965 年 7 月 12 日收到。

的后面去了。

在本文中,我们将反铁磁体看成是一个自旋波和声子的耦合系统(大多数非金属反铁磁体是离子晶体,所以这里声子包括声频支和光频支声子),并且认为,通过交换作用常数受磁离子间距离改变的影响而形成的自旋波和声子之间的耦合,比声子和声子之间、自旋波和自旋波之间的耦合更强。我们正规地计算了与上述现象有关的辐射跃迁过程。辐射场通过电偶极作用激发一个光频支声子,同时由于自旋波-声子耦合又激发一个声子和两个自旋波。我们对 NiO 计算了由上述机构引起的吸收峰的位置和吸收系数,所得结果和实验相符。

二、自旋波-声子耦合

关于磁声子耦合方面最早的理论工作是, Akhieser^[4]将交换作用常数和磁偶极作用对晶格振动作展开来处理的。以后曾有过一些唯象的理论工作。最近 Sinha 和 Upadhyaya^[5]考虑晶格振动影响原子的轨道态而导致交换作用的改变,计算了在铁磁体和反铁磁体中磁声系统建立平衡的弛豫时间。我们在以下计算中,将采用 Sinha 等所用的相互作用机构。

设我们处理的反铁磁体可分为两个磁次点阵,并设交换作用能远大于各向异性性能,此时各向异性常数只影响长自旋波的能量,而以后我们的讨论主要涉及短自旋波,故不引入各向异性,也不引入外磁场。

体系的哈密顿量

$$H = H_S + H_L + H_I, \quad (1)$$

H_S 是自旋波的哈密顿量, H_L 是自由声子的哈密顿量, H_I 是相互作用。

$$H_L = \sum_{\mathbf{q}p} \hbar \omega_{\mathbf{q}p} \left(b_{\mathbf{q}p}^+ b_{\mathbf{q}p} + \frac{1}{2} \right), \quad (2)$$

$\hbar \omega_{\mathbf{q}p}$ 是波矢为 $\mathbf{q}$ 的第 p 支声子的能量。

$$H_S = \frac{1}{2} \sum_{l,m} J(\mathbf{R}_{lm}) \mathbf{S}_l \cdot \mathbf{S}_m, \quad (3)$$

$J(\mathbf{R}_{lm})$ 为交换作用常数,包括各种直接和间接的交换作用。作 Holstein-Puinakoff 近似并变换到自旋波表象,则

$$H_S = \sum_{\mathbf{k}} A(\mathbf{k})(a_{\mathbf{k}}^+ a_{\mathbf{k}} + b_{\mathbf{k}}^+ b_{\mathbf{k}}) + \sum_{\mathbf{k}} A'(\mathbf{k})(a_{\mathbf{k}}^+ b_{\mathbf{k}}^+ + a_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}}), \quad (4)$$

$a_{\mathbf{k}}^+$, $a_{\mathbf{k}}$ 是正向磁格子的自旋波的产生和消灭算符; $b_{\mathbf{k}}^+$, $b_{\mathbf{k}}$ 是反向磁格子的。 $A(\mathbf{k})$ 和 $A'(\mathbf{k})$ 的形式与磁格子的类型及考虑若干级近邻有关。

应用变换关系

$$\left. \begin{aligned} a_{\mathbf{k}} &= \alpha_{\mathbf{k}} \cosh \theta_{\mathbf{k}} + \beta_{\mathbf{k}}^+ \sinh \theta_{\mathbf{k}}, \\ a_{\mathbf{k}}^+ &= \alpha_{\mathbf{k}}^+ \cosh \theta_{\mathbf{k}} + \beta_{\mathbf{k}} \sinh \theta_{\mathbf{k}}, \\ b_{\mathbf{k}} &= \alpha_{\mathbf{k}}^+ \sinh \theta_{\mathbf{k}} + \beta_{\mathbf{k}} \cosh \theta_{\mathbf{k}}, \\ b_{\mathbf{k}}^+ &= \alpha_{\mathbf{k}} \sinh \theta_{\mathbf{k}} + \beta_{\mathbf{k}}^+ \cosh \theta_{\mathbf{k}}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

H_S 对角化为

$$H_S = \sum_{\mathbf{k}} \varepsilon(\mathbf{k})(\alpha_{\mathbf{k}}^+ \alpha_{\mathbf{k}} + \beta_{\mathbf{k}}^+ \beta_{\mathbf{k}} + 1), \quad (6)$$

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = \sqrt{A^2(\mathbf{k}) - A'^2(\mathbf{k})}, \quad (7)$$

$$\tanh 2\theta_{\mathbf{k}} = -\frac{A'(\mathbf{k})}{A(\mathbf{k})}, \quad (8)$$

α 自旋波产生的 $\Delta S_z = -1$, β 自旋波产生的 $\Delta S_z = +1$.

根据文献[5], 磁声子相互作用哈密顿量 H_I 为

$$H_I = 2 \sum_{l,m} [\mathbf{J}'(\mathbf{R}_{lm}) \cdot \delta \mathbf{R}_{lm}] (\mathbf{S}_l \cdot \mathbf{S}_m), \quad (9)$$

$$\mathbf{J}'(\mathbf{R}_{lm}) = \sum_i \langle \phi_l \phi_m | V_{12} | \phi_m \phi_l \rangle \langle \phi_l | \mathbf{V}^{lm} | \phi_l \rangle / (E_l - E_l), \quad (10)$$

$$\mathbf{V}^{lm} = \frac{\partial V}{\partial \mathbf{R}_{lm}}, \quad (11)$$

ϕ_l , $\phi_{l,m}$ 分别表示轨道的激发态和基态, V_{12} 为二电子的库仑势能, V 为周围离子对该电子的势能. $\mathbf{J}'$ 为由于离子间距的改变使电子轨道态受到微扰而引起交换作用的改变.

将 $\delta \mathbf{R}_{lm}$ 用声子算符展开

$$\delta \mathbf{R}_{lm} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{q}p} \mathbf{g}_{\mathbf{q}p} (b_{\mathbf{q}p}^+ - b_{-\mathbf{q}p}) (e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{R}_l} - e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{R}_m}), \quad (12)$$

$$\mathbf{g}_{\mathbf{q}p} = \mathbf{e}_{\mathbf{q}p} \sqrt{\frac{\hbar}{2\omega_{\mathbf{q}p}M_+}}, \quad (13)$$

$\mathbf{e}_{\mathbf{q}p}$ 是极化矢量, M_+ 是正离子质量. 经过以上用过的自旋波变换和对角化变换, (9) 式变为

$$H_I = \sum_{\mathbf{k}\mathbf{q}p} [B(\mathbf{k}, \mathbf{q}) \alpha_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^+ \alpha_{\mathbf{k}} + B'(\mathbf{k}, \mathbf{q}) \beta_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^+ \beta_{\mathbf{k}} + C(\mathbf{k}, \mathbf{q}) \alpha_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} \beta_{\mathbf{k}} + C'(\mathbf{k}, \mathbf{q}) \alpha_{\mathbf{k}}^+ \beta_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^+] (b_{\mathbf{q}p}^+ - b_{-\mathbf{q}p}), \quad (14)$$

$B(\mathbf{k}, \mathbf{q})$, $B'(\mathbf{k}, \mathbf{q})$, $C(\mathbf{k}, \mathbf{q})$ 和 $C'(\mathbf{k}, \mathbf{q})$ 等系数的形式与晶格和磁格子的排列有关.

三、自旋波-声子耦合系统的光吸收

在辐射场作用下, 体系的哈密顿量写为

$$H = H_L + H_S + H_I + H'. \quad (15)$$

因为电偶极作用比磁偶极作用大三个数量级, 我们略去后者, 只考虑电偶极作用. 对于离子晶体有

$$H' = \sum_{lj} \frac{e_j}{c} \mathbf{A}(\mathbf{R}_{lj}) \dot{\mathbf{R}}_{lj}, \quad (16)$$

$\mathbf{R}_l$ 为第 l 晶格原胞的位置, j 标志晶格原胞内不同的离子. 将 $\mathbf{A}$ 用光子算符, $\dot{\mathbf{R}}$ 用声子算符展开, 各为

$$\mathbf{A}(\mathbf{R}_{lj}) = \left(\frac{4\pi c^2}{V} \right)^{\frac{1}{2}} \sum_{\mathbf{f}\sigma} [\gamma_{\mathbf{f}\sigma} e^{-i\mathbf{f} \cdot \mathbf{R}_{lj}} + \gamma_{\mathbf{f}\sigma}^+ e^{i\mathbf{f} \cdot \mathbf{R}_{lj}}] \mathbf{e}_{\sigma}, \quad (17)$$

$$\dot{\mathbf{R}}_{lj} = -\frac{i}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{q}p} \mathbf{g}_{\mathbf{q}p} \omega_{\mathbf{q}p} e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{R}_l} (b_{\mathbf{q}p}^+ - b_{-\mathbf{q}p}), \quad (18)$$

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{\mathbf{f}}^+ |\cdots n_{\mathbf{f}} \cdots\rangle &= \sqrt{\frac{(n_{\mathbf{f}} + 1)\hbar}{2\nu}} |\cdots (n_{\mathbf{f}} + 1) \cdots\rangle, \\ \gamma_{\mathbf{f}} |\cdots n_{\mathbf{f}} \cdots\rangle &= \sqrt{\frac{n_{\mathbf{f}}\hbar}{2\nu}} |\cdots (n_{\mathbf{f}} - 1) \cdots\rangle. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

ϵ_{σ} 为光的极化矢量, σ 表不同的偏振态, $\nu = cf$ 为光的角频率, $n_{\mathbf{f}}$ 表示波矢为 $\mathbf{f}$ 的光子数.

$$H' = -i \left(\frac{4\pi N}{V} \right)^{\frac{1}{2}} \sum_{\mathbf{f}\mathbf{q}\sigma p} \delta(\mathbf{q} - \mathbf{f}) \left(\sum_j e^{-i\mathbf{f}\cdot(\mathbf{R}_{lj} - \mathbf{R}_l)} c_j \mathbf{g}_{\mathbf{q}pj} \cdot \epsilon_{\sigma} \right) \times \\ \times \omega_{\mathbf{q}p} (b_{\mathbf{q}p}^+ - b_{-\mathbf{q}p}) (\gamma_{\mathbf{f}\sigma}^+ - \gamma_{\mathbf{f}\sigma}). \quad (20)$$

由(20)看出, 只有横光频支声子能被光激发, 由于吸收的红外光, $q = f \ll \frac{1}{a}$, 故 $e^{i\mathbf{f}\cdot(\mathbf{R}_{lj} - \mathbf{R}_l)} \sim 1$. 立方晶体中当 q 不大时, 两个横光频支重合, 如正负离子质量相差较大, 光频支的频率随 q 变化很小, 这里以常值 ω_0 表之. 波矢 f 由所吸收光子的能量确定.

$$H' = -i \left(\frac{4\pi N}{V} \right)^{\frac{1}{2}} \omega_0 \sum_{\mathbf{f}\sigma p} \left(\sum_j c_j \mathbf{g}_{\mathbf{f}pj} \cdot \epsilon_{\sigma} \right) (b_{\mathbf{f}p}^+ - b_{-\mathbf{f}p}) (\gamma_{\mathbf{f}\sigma}^+ - \gamma_{\mathbf{f}\sigma}). \quad (21)$$

不需要讨论单个自旋波或单个声子的激发, 因为前者为反铁磁共振而后者为晶格吸收. 我们将讨论通过 H' 的耦合同时激发声子和自旋波的跃迁过程, 并将讨论限于低温. 注意到低温下光频支声子、短波的自旋波和短波的声频支声子都极少, 我们首先考虑在 H_l 中的 $b_{\mathbf{q}p}^+ \alpha_{\mathbf{k}}^+ \beta_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^+$ 和在 H' 中的 $b_{\mathbf{f}p}^+ \gamma_{\mathbf{f}\sigma}$ 项. 这一跃迁是吸收一个光子、激发两个声子、一个 α 自旋波和一个 β 自旋波. 跃迁矩阵元 M 为

$$M = i \left(\frac{4\pi N}{V} \right)^{\frac{1}{2}} \omega_0 \sum_{\mathbf{k}'\mathbf{q}'p''\sigma p p'} \left(\sum_j c_j \mathbf{g}_{\mathbf{q}pj} \cdot \epsilon_{\sigma} \right) C'(\mathbf{k}, \mathbf{q}) \times \\ \times \langle \cdots N_{\mathbf{f}p} + 1, N_{\mathbf{q}p} + 1, n_{\mathbf{k}} + 1, n'_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} + 1 \cdots | \langle n_{\mathbf{f}} - 1 | b_{\mathbf{f}p}^+ \gamma_{\mathbf{f}\sigma} | n_{\mathbf{f}} \rangle | \cdots \\ \cdots N_{\mathbf{f}p'}, N_{\mathbf{q}'p''} + 1, n_{\mathbf{k}'} + 1, n'_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} + 1 \cdots \rangle \langle \cdots N_{\mathbf{f}p'}, N_{\mathbf{q}'p''} + 1, n_{\mathbf{k}'} + 1, n'_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} + 1 \cdots | \\ b_{\mathbf{q}p}^+ \alpha_{\mathbf{k}}^+ \beta_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^+ | \cdots N_{\mathbf{f}p}, N_{\mathbf{q}p}, n_{\mathbf{k}}, n'_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} \cdots \rangle \frac{1}{\hbar\omega_{\mathbf{q}'p''} + \epsilon_{\mathbf{k}'} + \epsilon_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}'}} \\ = i \left(\frac{4\pi N}{V} \right)^{\frac{1}{2}} \omega_0 \sum_p \left(\sum_{\sigma j} c_j \mathbf{g}_{\mathbf{q}pj} \cdot \epsilon_{\sigma} \right) C'(\mathbf{k}, \mathbf{q}) \sqrt{N_{\mathbf{f}} + 1} \sqrt{\frac{n_{\mathbf{f}}\hbar}{2\nu}} \times \\ \times \sqrt{N_{\mathbf{q}p} + 1} \sqrt{n_{\mathbf{k}} + 1} \sqrt{n'_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} + 1} \frac{1}{\hbar\omega_{\mathbf{q}p} + \epsilon_{\mathbf{k}} + \epsilon_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}}, \quad (22)$$

$N_{\mathbf{f}}$ 是波矢为 $\mathbf{f}$ 的光频支声子数, $N_{\mathbf{q}p}$ 是波矢为 $\mathbf{q}$ 的第 p 支声子数, $n_{\mathbf{k}}$ 是波矢为 $\mathbf{k}$ 的 α 自旋波数, $n'_{\mathbf{k}}$ 是波矢为 $\mathbf{k}$ 的 β 自旋波数. 按照通常计算方法, 求得单位时间的跃迁几率

$$W = \frac{2\pi^2 N}{V} \frac{\hbar\omega_0}{\nu} \frac{e_+^2(M_+ + M_-)}{M_+ M_-} (N_{\mathbf{f}} + 1) n_{\mathbf{f}} \sum_{\mathbf{k}\mathbf{q}p} |C'(\mathbf{k}, \mathbf{q})|^2 \times \\ \times \frac{(N_{\mathbf{q}p} + 1)(n_{\mathbf{k}} + 1)(n'_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} + 1)}{(\hbar\omega_{\mathbf{q}p} + \epsilon_{\mathbf{k}} + \epsilon_{\mathbf{k}-\mathbf{q}})^2} \delta(\hbar\nu - \hbar\omega_0 - \hbar\omega_{\mathbf{q}p} - \epsilon_{\mathbf{k}} - \epsilon_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}). \quad (23)$$

当自旋波的能量落在态密度最大的位置时, 可形成吸收峰. 如果自旋波态密度峰值的位置接近布里渊区的边缘, 低温下短波自旋波极少, 因而由 $b_{\mathbf{q}p}^+ \alpha_{\mathbf{k}}^+ \alpha_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}$ 等项的贡献很小, $b_{\mathbf{q}p}^+ \alpha_{\mathbf{k}}^+ \beta_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}$ 项的贡献也较小于 $b_{\mathbf{q}p}^+ \alpha_{\mathbf{k}}^+ \beta_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^+$ 项的贡献, 因为光频支声子数也很少, 对于声频支声子当波矢 q 很小时, 两项的贡献相差不多. 这两种吸收的光子的能量相差两个长波声

频支声子的能量,也就是约为 kT 的能量,它影响吸收峰的宽度. $b_{\mathbf{q}\rho}^{\dagger}\alpha_{\mathbf{k}}^{\dagger}\alpha_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}$ 等项引起的吸收能量约为 $\hbar\omega_0 + \hbar\omega_{\mathbf{q}\rho}$, 它只能形成晶格吸收谱在短波方面的尾巴,而成为以上所讨论的吸收峰的背景. 随着温度的升高,这些项对吸收的贡献也由于自旋波的数目增多而增加. 所以温度愈高,晶格吸收的尾巴愈显著,当然其中也还有多声子吸收的贡献.

四、关于 NiO 中 0.24 电子伏的吸收峰

NiO 的晶体结构和磁结构已如文献[6]中所述. 选择适当的基本平移可分为两个磁

次点阵来处理. 以 $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ 作为基本平移

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{a}_1 &= a(1, 0, -1), \\ \mathbf{a}_2 &= a(0, 1, -1), \\ \mathbf{a}_3 &= 2a(1, 0, 1), \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

其中 a 为化学晶格的晶格常数. 由(24)式所定义的单胞比晶格原胞大一倍¹⁾. 每一单胞含两个磁离子, 一个属于正向磁格子, 一个属于反向磁格子. 每一磁离子有十二个近邻, 其中六个属于同一次点阵, 其位移以 $\delta_1, \dots, \delta_6$ 表之, 六个属于另一次点阵, 以 $\delta'_1, \dots, \delta'_6$ 表之.

而六个次近邻全属于另一点阵, 位移表为 $\xi_1, \dots, \xi_6$. 计算中若只考虑近邻和次近邻的交换作用, 并以 J_1, J_2 分别表近邻与次近邻的交换作用常数. 算得(4)式中

$$A(\mathbf{k}) = J_2 z_2 [1 + \eta \gamma_1(\mathbf{k})], \quad (25)$$

$$A'(\mathbf{k}) = J_2 z_2 [\gamma_2(\mathbf{k}) + \eta \gamma'_1(\mathbf{k})], \quad (26)$$

$$\eta = J_1/J_2, \quad (27)$$

$$\gamma_1(\mathbf{k}) = \frac{2}{z_1} \sum_{i=1}^6 e^{i\mathbf{k} \cdot \delta_i}, \quad (28)$$

$$\gamma'_1(\mathbf{k}) = \frac{2}{z_1} \sum_{i=1}^6 e^{i\mathbf{k} \cdot \delta'_i}, \quad (29)$$

$$\gamma_2(\mathbf{k}) = \frac{1}{z_2} \sum_{i=1}^6 e^{i\mathbf{k} \cdot \xi_i}, \quad (30)$$

z_1 为近邻数, z_2 为次近邻数. 在计算 H_I 时, 为简单起见, 只考虑了次近邻交换作用常数的改变, 则(14)式中

$$\begin{aligned} B(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = -B'(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = & \frac{2sz_2}{\sqrt{N}} \mathbf{J}_2 \cdot \mathbf{g}_{\mathbf{q}\rho} \{ [1 - \gamma_2(\mathbf{q})] \cosh(\theta_{\mathbf{k}} - \theta_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}) + \\ & + [\gamma_2(\mathbf{k}) - \gamma_2(\mathbf{k}-\mathbf{q})] \sinh(\theta_{\mathbf{k}} - \theta_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}) \}, \end{aligned} \quad (31)$$

1) 由于磁单胞比晶格原胞大一倍, 因而自旋波波矢的单位与声子波矢的单位有差别.

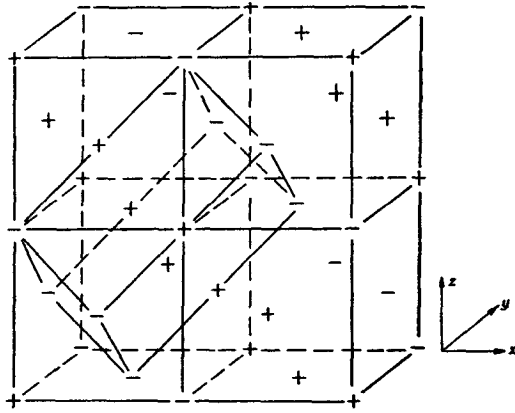


图1 NiO 的磁格子和磁单胞

$$C(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = -C'(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = \frac{2sz_2}{\sqrt{N}} \mathbf{J}_2' \cdot \mathbf{g}_{\mathbf{q}\rho} \{ [1 - \gamma_2(\mathbf{q})] \sinh(\theta_{\mathbf{k}} - \theta_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}) + \\ + [\gamma_2(\mathbf{k}) - \gamma_2(\mathbf{k}-\mathbf{q})] \cosh(\theta_{\mathbf{k}} - \theta_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}) \}. \quad (32)$$

如同时考虑 $\mathbf{J}_1'$, 只需在上二式中加入相似的含 $\mathbf{J}_1'$ 的项, 如 $\mathbf{J}_1'$ 和 $\mathbf{J}_2'$ 同数量级或更小, 则略去 $\mathbf{J}_1'$ 的贡献对结果不发生影响.

应用电子计算机作数字计算, 我们在自旋波的布里渊区内均匀地取 8000 个点, 计算落在一定能量范围内的点数, 这一分布可以近似地表现 $\rho(\epsilon)$ 的行为. 对不同的 η 值, 所得结果如图 2 所示. (图 2 中的 ΔN 是以总点数为 100 绘出的.) 可见当 η 的值较小时, 在布里渊区边缘态密度分布有单个陡峭的极大, 而随着 η 的增大分布趋于平坦, 极大值也不只一个.

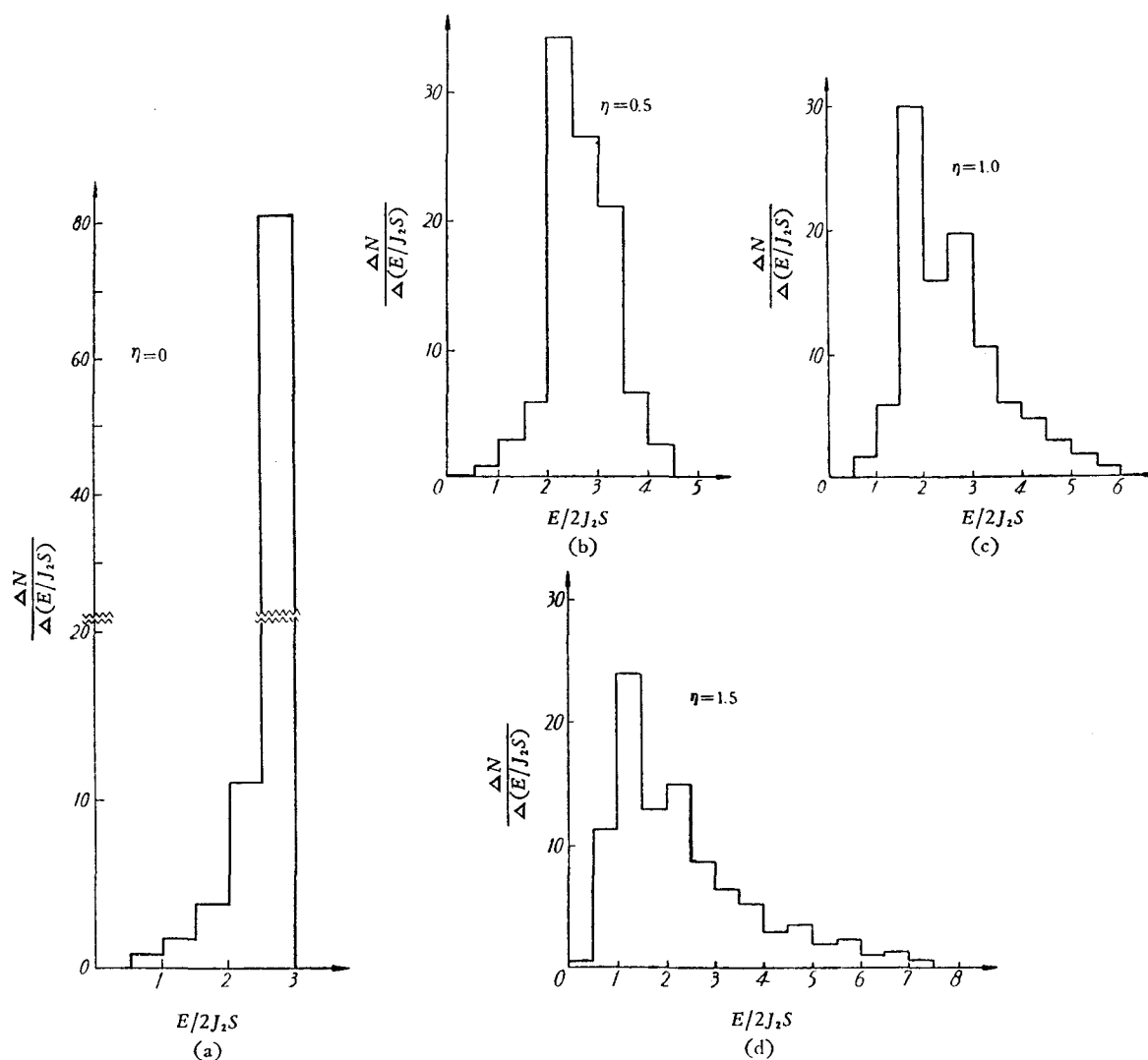


图 2

Smart^[7]分析 NiO 的磁化率的温度曲线^[8]得到它的 $\mathcal{J}_1, \mathcal{J}_2$ 的值是

$$\text{NiO: } \mathcal{J}_1 = 50^\circ\text{K}, \quad \mathcal{J}_2 = 85^\circ\text{K}, \quad \eta \simeq 0.6;$$

$$\text{MnO: } \mathcal{J}_1 = 7.2^\circ\text{K}, \quad \mathcal{J}_2 = 3.5^\circ\text{K}, \quad \eta \simeq 2;$$

$$\mathcal{J}'_1 = 14^\circ\text{K}, \quad \mathcal{J}'_2 = 14^\circ\text{K}, \quad \eta' = 1.$$

为了比较我们也引了 MnO 的数据, MnO 的第一组数据是 Smart^[7] 根据磁化率的温度曲线^[9] 分析出来的, 而第二组数据是 Coles^[10] 等测量 Mn^{+2} 离子对的磁共振得到的. 我们可以认为 NiO 的自旋波态密度的分布近似于图 2 (b), 而 MnO 则近似于图 2(c) 或 2(d).

如自旋波能谱在布里渊区边缘附近某一能量 ε_0 处态密度有尖锐的极大值, 可将 $|C(\mathbf{k}, \mathbf{q})|^2$ 视为能量的缓变函数, 并要求 q 很小以至 $\varepsilon_{\mathbf{k}} \approx \varepsilon_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}$, 两个自旋波可同时落在态密度最大处, 将 (23) 式中对 $\mathbf{k}$ 求和化为对能量的积分, 并注意到 $N_{\mathbf{k}} \ll 1$, $\mathfrak{N}'_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} \sim \mathfrak{N}_{\mathbf{k}} \ll 1$, 得

$$\begin{aligned} W &= \frac{2\pi^2 N}{V} \frac{\hbar\omega_0}{\nu} \frac{e_+^2(M_+ + M_-)}{M_+ M_-} n_{\mathbf{k}} \frac{4s^2 z_2^2}{N} |\mathbf{J}_2|^2 \frac{\hbar}{2M_+} |C''(\mathbf{k}, \mathbf{q})|^2_{\varepsilon(\mathbf{k})=\varepsilon_0} \times \\ &\times \sum_{\mathbf{q}p} \left[(1 + N_{\mathbf{q}p}) \frac{1}{\omega_{\mathbf{q}p}} \int \frac{\rho(\varepsilon)}{(\hbar\omega_{\mathbf{q}p} + 2\varepsilon)^2} \delta(\hbar\nu - \hbar\omega_0 - \hbar\omega_{\mathbf{q}p} - 2\varepsilon) d\varepsilon \right] \\ &= \frac{4\pi^2 s^2 z_2^2}{V} \frac{\hbar^2\omega_0}{\nu} \frac{e_+^2(M_+ + M_-)}{M_+^2 M_-} n_{\mathbf{k}} |\mathbf{J}_2|^2 |C''(\mathbf{k}, \mathbf{q})|^2_{\varepsilon(\mathbf{k})=\varepsilon_0} \times \\ &\times \sum_{\mathbf{q}p} (1 + N_{\mathbf{q}p}) \frac{1}{\omega_{\mathbf{q}p}} \frac{1}{(\hbar\nu - \hbar\omega_0)^2} \rho((\hbar\nu - \hbar\omega_0 - \hbar\omega_{\mathbf{q}p})/2), \end{aligned} \quad (34)$$

$C''(\mathbf{k}, \mathbf{q})$ 是 (32) 式 $C(\mathbf{k}, \mathbf{q})$ 的曲括号部分, $\rho(\varepsilon)$ 是自旋波态密度. 将 q 限在 $0 \rightarrow \Delta q$ 的范围内, 取 $\Delta q \sim q_m/10$, 同时考虑声频支和光频支, 对光频支取 $\omega_{\mathbf{q}p} = \omega_0$, $N_{\mathbf{q}p} \ll 1$, 对声频支 q 限在 $0 \rightarrow \Delta q$, $\omega_{\mathbf{q}}$ 限在 $0 \rightarrow \Delta\omega$, 取 $\Delta\omega \sim \omega_0/100$, 则

$$\sum_{\mathbf{q}p} (1 + N_{\mathbf{q}p}) \frac{1}{\omega_{\mathbf{q}p}} \simeq \frac{N}{\omega_0} \left(\frac{\Delta q}{q_m} \right)^3 + \frac{3V}{2\pi^2 v_0^3} \left[\frac{1}{2} (\Delta\omega)^2 + \zeta(2) \left(\frac{kT}{\hbar} \right)^2 \right],$$

v_0 是声速, ζ 是 Zeta 函数.

吸收系数

$$\begin{aligned} \kappa &= \frac{4\pi^2 s^2 z_2^2 \hbar^2 \omega_0}{V C \nu \Delta\nu} \frac{e_+^2(M_+ + M_-)}{M_+^2 M_-} |\mathbf{J}_2|^2 |C''(\mathbf{k}, \mathbf{q})|^2 \frac{1}{(\hbar\nu - \hbar\omega_0)^2} \times \\ &\times \left\{ \frac{N}{\omega_0} \left(\frac{\Delta q}{q_m} \right)^3 + \frac{3V}{2\pi^2 v_0^3} \left[\frac{1}{2} (\Delta\omega)^2 + \zeta(2) \left(\frac{kT}{\hbar} \right)^2 \right] \right\} \rho((\hbar\nu - \hbar\omega_0 - \hbar\omega_{\mathbf{q}p})/2), \end{aligned} \quad (35)$$

ρ 中 $\hbar\omega_{\mathbf{q}p} \sim \frac{1}{2} \hbar\omega_0$, 是长波光频支声子和声频支声子能量的平均. $\Delta\nu$ 是自旋波能级的宽度, 在 95°K 测得 NiO 的反铁磁共振^[11] 的峰宽约 2cm^{-1} , 估计得 $\Delta\nu \approx 10^{12}/\text{秒}$, 在低温下声子的能级宽度也不会超出这一数值. $\hbar\omega_0 \sim \hbar\nu \sim 10^{-13}$ 尔格, $e_+ = 2 \times 4.8 \times 10^{-10}$ 静电单位, $NM_+ = 59$ 克, $NM_- = 16$ 克. Nettleton^[12] 曾用 Sinha 等方法计算反铁磁体中自旋波对热导的影响, 并用以符合 Slack 的实验曲线, 由此他估计出 MnO 的 J' 值是 4.28×10^{-7} 达因, 由于 NiO 和 MnO 相近, 我们取 $J'_2 \sim 10^{-7}$ 达因. 因 $q \ll k$, $\sinh(\theta_{\mathbf{k}} - \theta_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}) \sim 0$,

1) 我们所使用的 J_1, J_2 是相应的 $\mathcal{J}_1, \mathcal{J}_2$ 的两倍.

$\cosh(\theta_{\mathbf{k}} - \theta_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}) \sim 1$, $C''(\mathbf{k}, \mathbf{q})|_{\epsilon(\mathbf{k})=\epsilon_0} \approx [\cos \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\xi} - \cos(\mathbf{k}-\mathbf{q}) \cdot \boldsymbol{\xi}]_{\mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\xi} \approx \frac{\pi}{2}} \approx \boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{q} \approx \frac{\Delta q}{q_m} \sim \frac{1}{10}$, $\rho(\epsilon_0) \sim 10^{24}$, 将以上数据代入得

$$\kappa \approx 10-10^2 \text{ cm}^{-1},$$

与实验测得的 30 cm^{-1} 的数量级相符合.

由图 2(b) 估计 NiO 的态密度极大值在 ϵ_0 处,

$$\epsilon_0 \approx 2.7 \times 2J_2S = 2.7 \times 2 \times 2 \times \mathcal{J}_2 \approx 0.08 \text{ 电子伏},$$

NiO 的光频支声子能量 $\hbar\omega_0 \approx 0.06$ 电子伏,

$$\hbar\nu = \hbar\omega_0 + 2\epsilon_0 + \hbar\bar{\omega}_{\mathbf{q}\beta} \approx 0.25 \text{ 电子伏},$$

这一粗略估计和 0.24 电子伏的实验值大致相符.

五、讨 论

1. 对于反铁磁系统当引入各向异性场后, S^2 不再是描述系统的好量子数, 而 S_z 仍是好量子数, 电偶极辐射跃迁要满足 $\Delta S_z = 0$ 的选择定则. 以上讨论的跃迁是同时激发一个 α 自旋波和一个 β 自旋波, 前者 $\Delta S_z = -1$, 后者 $\Delta S_z = +1$, 满足 $\Delta S_z = 0$. 这种跃迁不可能在铁磁体中发生, 而是反铁磁体中所特有的跃迁机构.

根据我们所提出的机构来推论, 能在实验上观察到这一类型的红外附加吸收峰的反铁磁体应具备下列两个条件: (i) 它的自旋波态密度有一尖锐的极大值, (ii) 它的 Néel 点要足够高, 因而有相当多的自旋波有较大的能量. 否则自旋波-声子耦合所产生的吸收就不能从晶格吸收分离出来, 或者只是一个颇不显著的成为晶格吸收谱的尾巴的连续带. 从这里可以了解为什么在 MnO 和一些 Co^{+2} 盐中都未观察到与 NiO 的 0.24 电子伏相当的吸收峰. (Co^{+2} 的轨道矩不为 0, 问题还要复杂些.)

2. 考虑到自旋波能带的宽度是与次点阵的磁化强度成比例的, 温度上升, 能带变窄, ϵ_0 也就逐渐下降而使吸收峰中心的能量降低. 另外在我们的计算中是以低温下自旋波激发较少作为初态的, 当温度升高后, 自旋波增多, 考虑到每个磁离子不能有多于 $2s+1$ 个磁自由度, 上述由基态被激发的几率下降, 相反由其他状态被激发的几率上升, 但后一吸收只能形成背景, 这已在第三节中说明.

3. 由自旋波-声子耦合的系数 $B(\mathbf{k}, \mathbf{q})$ 和 $C(\mathbf{k}, \mathbf{q})$ 看出, q 愈小它们的值愈小, 即长波声子与自旋波的耦合较小于短波声子. 从物理上来看很易理解, 因为我们认为交换积分 $J(\mathbf{R}_{lm})$ 只与二磁离子间的相对距离有关, 而长波声子对于相邻近的磁离子间的相对位移贡献是不大的, 如果我们考虑到作为反铁磁中的主要交换作用是间接交换作用, 则 O^{-2} 离子与 Ni^{+2} 离子间的相对位移对 J 的影响并不小于 Ni^{+2} 离子间相对位移的影响. 这时对于光频支声子来说, 无论是长波或短波对自旋波-声子耦合都有差不多的贡献.

这一工作是在李荫远先生的授意和具体指导下完成的, 在数值计算方面, 得到霍崇儒同志的帮助, 在此谨表谢意.

附 录

我们曾选用立方对称的单胞, 如图 3 所示. 这样选的单胞每一个包含八个磁离子, 是

图 1 单胞的四倍。应用这一单胞将磁离子分成八个次点阵，这样算得自旋波的能谱有八支。因为布里渊区体积是两个次点阵情况的四分之一，这八支能谱和两个次点阵的两支能谱是相当的。它们的表示式如下：

$$\omega_{\mathbf{k}}^{\pm}(1) = 2s[(K_1 + K_2 - 3J_2 - J_1 \cos \mathbf{k} \cdot \mathbf{u}_1 - J_1 \cos \mathbf{k} \cdot \mathbf{u}_2 - J_1 \cos \mathbf{k} \cdot \mathbf{u}_3)^2 - (J_2 \cos \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\eta}_1 + J_2 \cos \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\eta}_2 + J_2 \cos \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\eta}_3 \pm K_1 \mp K_2 + J_1 \cos \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_1 + J_1 \cos \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_2 + J_1 \cos \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_3)^2]^{\frac{1}{2}}, \quad (\text{B1})$$

$$\omega_{\mathbf{k}}^{\pm}(2) = 2s[(K_1 + K_2 - 3J_2 - J_1 \cos \mathbf{k} \cdot \mathbf{u}_1 + J_1 \cos \mathbf{k} \cdot \mathbf{u}_2 + J_1 \cos \mathbf{k} \cdot \mathbf{u}_3)^2 - (J_2 \cos \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\eta}_1 + J_2 \cos \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\eta}_2 + J_2 \cos \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\eta}_3 \pm K_1 \mp K_2 + J_1 \cos \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_1 - J_1 \cos \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_2 - J_1 \cos \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_3)^2]^{\frac{1}{2}}, \quad (\text{B2})$$

$$\omega_{\mathbf{k}}^{\pm}(3) = 2s[(K_1 + K_2 - 3J_2 + J_1 \cos \mathbf{k} \cdot \mathbf{u}_1 - J_1 \cos \mathbf{k} \cdot \mathbf{u}_2 + J_1 \cos \mathbf{k} \cdot \mathbf{u}_3)^2 - (J_2 \cos \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\eta}_1 + J_2 \cos \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\eta}_2 + J_2 \cos \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\eta}_3 \pm K_1 \mp K_2 - J_1 \cos \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_1 + J_1 \cos \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_2 - J_1 \cos \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_3)^2]^{\frac{1}{2}}, \quad (\text{B3})$$

$$\omega_{\mathbf{k}}^{\pm}(4) = 2s[(K_1 + K_2 - 3J_2 + J_1 \cos \mathbf{k} \cdot \mathbf{u}_1 + J_1 \cos \mathbf{k} \cdot \mathbf{u}_2 - J_1 \cos \mathbf{k} \cdot \mathbf{u}_3)^2 - (J_2 \cos \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\eta}_1 + J_2 \cos \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\eta}_2 + J_2 \cos \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\eta}_3 \pm K_1 \mp K_2 - J_1 \cos \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_1 - J_1 \cos \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_2 + J_1 \cos \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_3)^2]^{\frac{1}{2}}, \quad (\text{B4})$$

其中 $\mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i, \boldsymbol{\eta}_i$ 如图 3 所示。 K_1 是垂直(111)面方向的， K_2 是(111)面内的各向异性常数。

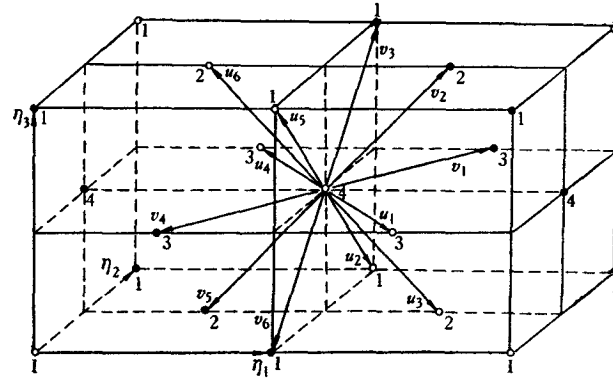


图 3

○代表正向离子 ●代表反向离子

这里得出的能谱表达式完整地表现了晶体的对称性。但是，比正文选用较小单胞的处理方式显得繁复了许多。

后记 在本文完成之后，我们读到 Mizuno 和 Koide^[13]处理同一问题的文章。他们所用的跃迁机构和我们的不同。他们应用了二级微扰项，而我们是通过两个一级微扰项的间接跃迁。这两个一级微扰项就是文献[13]公式(2c)中的第二项和公式(2d)。他们在计算中引用了分子场近似。为了比较，我们应用他们的二级微扰项用自旋波计算，并估计它和我们以上所算吸收强度的比。

微扰哈密顿量

$$H'' = \frac{1}{2} \sum_{ij} \mathbf{E} \cdot \left(\frac{\partial^2 J}{\partial \mathbf{E} \partial \mathbf{R}_{ij}} \right)_0 \cdot \delta \mathbf{R}_{ij} (\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j), \quad (\text{A1})$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{R}_i) = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{R}_i)}{\partial t} = i \left(\frac{4\pi}{V} \right)^{\frac{1}{2}} \sum_{\mathbf{f}\sigma} \nu \epsilon_{\sigma} (\gamma_{\mathbf{f}\sigma} e^{-i\mathbf{f}\cdot\mathbf{R}_i} - \gamma_{\mathbf{f}\sigma}^+ e^{i\mathbf{f}\cdot\mathbf{R}_i}), \quad (\text{A2})$$

应用正文中用过的自旋波变换, 抛去无关的常数项后, 由于 $f \ll \frac{1}{a}$, 得

$$\begin{aligned} H'' = & -i \left(\frac{4\pi}{NV} \right)^{\frac{1}{2}} s z_2 \sum_{\mathbf{q}\mathbf{k}\mathbf{p}\sigma} \nu \left(\epsilon_{\sigma} \frac{\partial J'_2}{\partial \mathbf{E}} \cdot \mathbf{g}_{\mathbf{q}\mathbf{p}} \right) (\gamma_{\mathbf{f}\sigma} + \gamma_{\mathbf{f}\sigma}^+) (b_{\mathbf{q}\mathbf{p}}^+ - b_{-\mathbf{q}\mathbf{p}}) \times \\ & \times \{ [(1 - \gamma(\mathbf{q})) \cosh(\theta_{\mathbf{k}} - \theta_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}) + (\gamma(\mathbf{k}-\mathbf{q}) - \gamma(\mathbf{k})) \sinh(\theta_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} - \theta_{\mathbf{k}})] \times \\ & \times [\alpha_{\mathbf{k}}^+ \alpha_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} - \beta_{\mathbf{k}}^+ \beta_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}] + [(1 - \gamma(\mathbf{q})) \sinh(\theta_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} - \theta_{\mathbf{k}}) + \\ & + (\gamma(\mathbf{k}-\mathbf{q}) - \gamma(\mathbf{k})) \cosh(\theta_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} - \theta_{\mathbf{k}})] [\alpha_{\mathbf{k}}^+ \beta_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^+ - \alpha_{\mathbf{k}} \beta_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}] \}. \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

我们只考虑同时激发一个光频支声子和一个 α 自旋波一个 β 自旋波的过程, 得到单位时间的跃迁几率

$$\begin{aligned} W' = & \frac{2\pi}{\hbar} \frac{4\pi}{NV} s^2 z_2^2 \sum_{\mathbf{q}\mathbf{k}\mathbf{p}\sigma} \nu^2 \frac{n_f \hbar}{2\nu} \left| \epsilon_{\sigma} \cdot \frac{\partial J'_2}{\partial \mathbf{E}} \mathbf{g}_{\mathbf{q}\mathbf{p}} \right|^2 (1 + N_{\mathbf{q}\mathbf{p}}) \times \\ & \times (1 + \mathfrak{N}_{\mathbf{k}})(1 + \mathfrak{N}'_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}) |C''(\mathbf{k}, \mathbf{q})|^2 \delta(\hbar\nu - \hbar\omega_{\mathbf{q}\mathbf{p}} - \varepsilon_{\mathbf{k}} - \varepsilon_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}), \end{aligned} \quad (\text{A4})$$

它和正文中跃迁几率之比是

$$\frac{W'}{W} \simeq \frac{M_+ M_- \nu^2 (\hbar\nu - \hbar\omega_0)^2}{2N\hbar\omega_0 e^2 (M_+ + M_-)} \frac{\left| \frac{\partial J'_2}{\partial \mathbf{E}} \right|^2}{|J'_2|^2} \approx 10^{-14} \frac{\left| \frac{\partial J'_2}{\partial \mathbf{E}} \right|^2}{|J'_2|^2}. \quad (\text{A5})$$

如果 $\frac{W'}{W} \sim 1$, 则要求 $\left| \frac{\partial J'_2}{\partial \mathbf{E}} \right| \sim 10^7 |J'_2| \sim 1$, 显然 $\left| \frac{\partial J'_2}{\partial \mathbf{E}} \right|$ 不可能达到这样高的值。由此

可见, Mizuno 和 Koide 的跃迁过程只可能是一个附加的极次要的因素。

参 考 文 献

- [1] Newman, R. and Chrenko, R. M., *Phys. Rev.*, **114** (1959), 1507.
- [2] Newman, R. and Chrenko, R. M., *Phys. Rev.*, **115** (1959), 1147.
- [3] Sugano, S. and Tanabe, Y., *Magnetism* (Edited by G. T. Rado and H. Suhl, Academic Press, 1963), Vol. 1, pp. 243—267.
- [4] Akhiezer, A., *J. Phys. U.S.S.R.*, **10** (1946), 217.
- [5] Sinha, K. P. and Upadhyaya, U. N., *Phys. Rev.*, **127** (1962), 432; **130** (1963), 939.
- [6] Shull, C. G., Strauser, W. A. and Wollan, E. O., *Phys. Rev.*, **83** (1951), 333.
- [7] Smart, J. S., *Magnetism* (Edited by G. T. Rado and H. Suhl, Academic Press, 1963), Vol. 3, pp. 63—112.
- [8] Perakis, N., Wucher, J., Serres, A. and Panavano, G., *Collog. Nad. de Magnetisme commemoratif de l'oeuvre de Pierre Weiss.*, Paris, 1957. p. 159 (1958).
- [9] Foex, M., *Compt. rend. acad. Sci. (Paris)*, **227** (1948), 193.
- [10] Coles, B. A., Orten, J. W. and Owen, J., *Phys. Rev. Letters*, **4** (1960), 116.
- [11] Kondoh, H., *J. Phys. Soc. Japan*, **15** (1960), 1970.
- [12] Nettleton, R. E., *Phys. Rev.*, **135** (1964), 1023.
- [13] Mizuno, Y. and Koide, S., *Phys. Kondens. Materie.*, **2** (1964), 166.

INFLUENCE OF PHONON-MAGNON COUPLING ON THE INFRARED ABSORPTION IN ANTIFERROMAGNETS

ZHU YAN-QING WANG ZHI-QIANG

(*Academia Sinica*)

ABSTRACT

In ferromagnets and antiferromagnets, the coupling between phonons and magnons cannot be overlooked, because of the exchange interaction changing with the distance between the magnetic ions. In this article, the possible effect of this coupling on the infrared absorption in magnetic insulators has been considered. The transition involved consists of the excitation of an optical phonon by the interaction with radiation field and simultaneously that of two magnons and a phonon due to the perturbation of the phonon-magnon coupling. It produces an absorption band with frequencies higher than the edge of the lattice absorption. Since the total spin component S_z must be conserved, this effect should not be found in ferromagnetic insulators. If the Néel temperature of an antiferromagnet is high enough and the distribution of spin wave states vs. energy has a sharp maximum the predicted absorption band becomes observable. Our treatment is aimed at the 0.24 eV absorption band of NiO. Its peak energy and absorption constant are calculated. The results appear in fair agreement with the experimental findings. Finally, it is pointed out that the transition process adopted by Mizuno and Koide for explaining the same phenomenon can only offer a secondly effect in comparison with ours.