

用高能核子非弹性散射 研究核力有效势*

刘炳东 何国柱
(南开大学)

提 要

本文用扭曲波玻恩近似法及多体高能近似法,处理了原子核对高能核子的非弹性散射现象。在具有可靠的靶核激发态波函数的情况下,可利用这些理论处理方法研究核内两核子间的有效势。本文具体就碳核对185 MeV入射核子的非弹性散射进行了计算。

在计算中利用了粒子-空穴模型核波函数。在采用了具有各种交换性质并包含自旋轨道耦合项的有效势后,用一组合理的位阱参数,由多体高能近似法计算的理论值可与几个微分截面及极化实验曲线同时符合。

一、引 言

自从1957年 Tyrén 和 Maris^[1]系统地测量了高能(155—185 MeV)质子对轻核(C^{12} , O^{16} , Ca^{40})的非弹性散射的能量分布、角分布和极化度以来,对许多核对应于不同能级激发的非弹性散射都已经积累了很多实验数据^[2-4]。这些实验数据对研究核激发态结构提供了重要线索,例如在 Tyrén 和 Maris 的185 MeV质子对碳核的非弹性散射质子的能量分布中,对应剩余核激发能22 MeV和19 MeV附近出现了两个巨型共振中心,正象光核反应中众所周知的巨型共振现象一样,这种巨型共振在很多核中都出现:对较重核(铍)共振峰出现在17 MeV附近,对较轻核(氟)出现在19 MeV附近;这说明高能入射核子也能引起核内集体共振效应。

在理论分析方面也已经进行了很多系统的细致工作。初期 Kawai 和 Terasawa^[5]把高能质子非弹性散射引起的巨型共振看做是库仑二级激发,计算结果比观测值小几倍。以后很多理论工作者把核力作用考虑了进去,进行了更为深入细致的分析,知道在非弹性散射过程中,入射核子与核内核子间的核力一般起主要作用。关于碳靶对高能核子的非弹性散射,在对应于各个 C^{12} 激发态的角分布、极化度等方面,理论与实验都得到了相当好的符合^[6-11]。

以上这些理论工作大都是根据直接核反应机构利用了冲量近似方法,亦即是把入射核子与核内核子的直接作用用两自由核子散射的散射振幅来代替。这种冲量近似方法虽然能够很好地说明实验结果,并能够获得很多关于激发态的自旋宇称等重要数据或是检

* 1965年6月22日收到。

验各种核模型,但是这种方法却不适于研究在核内两核子之间的有效势。

正如 Weisskopf^[12] 曾经提出的,核内两核子之间的核力应当与二自由核子之间的核力有所不同。核物质内核子之间的平均距离与核子直径几乎同样大小,入射核子与某一核子作用时不可能不受周围核子的影响,因此研究核内两体有效势已经被广泛地重视了。例如, Bloom^[13,14] 等人曾利用两镜核的 (p, n) 反应角分布来研究核内核力有效势。Meshkov^[15] 曾根据 C¹² 的能谱来研究核内核子间的有效势。根据直接核反应机构,利用高能非弹性散射研究核内核子间有效势应当也是有可能的。经过近年来在核结构研究方面的迅速进展,对封闭轻核的能级结构用各种模型已经研究得相当细致可靠了,这就使得有可能根据可靠的核激发能级结构,在直接核反应的机构下,利用非弹性散射来研究核内两核子之间的有效势的问题了。这一点也曾由 Wilkinson^[16] 在 1960 年 Kingston 国际核结构会议上强调过。

如欲达到上述利用高能非弹性散射研究核内两体有效势的目的,过去大家在这方面一般用的冲量近似方法自然就不适用了。在处理入射粒子与核内核子的直接作用时,不能仅用两自由核子的散射振幅代替,而应从直接假设核内两体有效势为某种形式出发进行推导。在本文中,试用了两种推导方法:一种是扭曲波玻恩近似法;另一种是多体高能近似法。企图用理论结果与对应于靶核各个激发能级的非弹性散射微分截面及极化角分布实验曲线进行比较,从而判断所假设的核内两体有效势形式是否正确,并确定出其中的位阱参数。

初步对碳靶的 9.6 MeV 和 22.3 MeV 两个激发态所对应的微分截面和极化度进行了计算,知道位阱参数对微分截面和极化度形状的变更相当灵敏。从理论结果看出多体高能近似法对处理轻核对高能核子散射问题是一个相当有效而简便的方法。在选择合理的位阱形状及一组参数情况下,计算结果可以对四个实验曲线同时都能符合得相当好。当然,目前这工作还只是初步的尝试,如欲得到更肯定或定量的结论还得对各种核的各个能级的激发进行系统的研究。另外,目前的实验数据还不够多,精确度还不够高,也限制了现在更进一步去做定量分析。

二、扭曲波玻恩近似法

根据直接核反应机构,非弹性散射的矩阵元应为

$$T_{fi} = \langle \Psi_f \phi^{(-)}(\mathbf{k}_f, \mathbf{r}_0) | V_f | \phi^{(+)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{r}_0) \Psi_i \rangle; \quad (1)$$

式中 Ψ_i 和 Ψ_f 分别为靶核始态和末态的波函数, $\phi^{(+)}$ 和 $\phi^{(-)}$ 分别为入射和出射核子的波函数, V_f 为剩余力。设相互作用为二体力,则

$$V_f = \sum_j V(|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_j|) = \sum_j V(r_{0j}). \quad (2)$$

在高能半经典近似下

$$\phi^{(-)*}(\mathbf{k}_f, \mathbf{r}_0) \phi^{(+)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{r}_0) \approx e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_0} e^{-i\frac{E}{k} \int_{-\infty}^{\infty} V(r_0) dz_0} = e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_0} \Gamma(b_0),$$

其中 $\mathbf{q} = \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_f$, $\mathbf{b}_0 = \mathbf{r}_0 - \mathbf{z}_0$ 为入射粒子的瞄准距离,令 z 轴为粒子入射方向。

在冲量近似方法中,例如 Sanderson^[7] 曾假定 $\Gamma(b_0)$ 在核子-核子相互作用力程的距离上变化很小,近似地用 $\Gamma(b_i)$ 代替了 $\Gamma(b_0)$, 于是得

$$T_{f_0} = \sum_{j=1}^A V_j(q) \int \Psi_f^*(\mathbf{r}_1 \cdots \mathbf{r}_j \cdots \mathbf{r}_A) e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_j} T(b_j) \Psi_0(\mathbf{r}_1 \cdots \mathbf{r}_j \cdots \mathbf{r}_A) \prod_{i=1}^A d\mathbf{r}_i, \quad (3)$$

其中

$$V_j(q) = \int d(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_j) e^{i\mathbf{q} \cdot (\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_j)} V(|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_j|). \quad (4)$$

根据冲量近似,把 $V_j(q)$ 用自由核子与核子散射矩阵 $t_j(q)$ 代替:

$$t_j(q) = A + B\sigma_{\hat{n}}\sigma_{\hat{n}_j} + C(\sigma_{\hat{n}} + \sigma_{\hat{n}_j}) + E\sigma_{\hat{s}}\sigma_{\hat{s}_j} + F\sigma_{\hat{p}}\sigma_{\hat{p}_j},$$

系数 A, B, \dots 等是由两自由核子散射实验数据定出^[17]的.

从描写被散射核子运动的(4)式来看,它与核子位阱弹性散射的平面波玻恩近似法所得公式完全相似. 在弹性散射平面波玻恩近似中,如果仅考虑实数位阱,则给出的出射核子的极化度为零^[18]. 这种冲量近似的处理方法之所以能说明非弹性散射的极化现象,主要是由于 t 矩阵中的系数选为复数的缘故.

现在不用冲量近似法,直接假设一种在核内核子间的有效势形式进行推导. 将(2)式中的 $V(r_{0j})$ 展开成

$$V(r_{0j}) = \sum_{\lambda} \sum_{\mu} 4\pi V_{\lambda}(r_0, r_j) Y_{\lambda\mu}^*(\theta_0\varphi_0) Y_{\lambda\mu}(\theta_j\varphi_j).$$

式中

$$V_{\lambda}(r_0, r_j) = -\frac{1}{2} \int_0^{\pi} V(r_{0j}) P_{\lambda}(\cos\theta) \sin\theta d\theta.$$

为了简单起见,假定了作用势为 Gauss 型的 Serber 力,即

$$V(r_{0j}) = -V e^{-\beta r_{0j}^2} \frac{1}{2} (1 + P^M),$$

其中

$$\frac{1}{2} (1 + P^M) = \frac{1}{8} [3 - \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\sigma}_j - \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\tau}_j - (\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\sigma}_j)(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\tau}_j)],$$

得

$$V_{\lambda}(r_0, r_j) = -V i^{\lambda} e^{-\beta(r_0^2 + r_j^2)} j_{\lambda}(-2i\beta r_0 r_j) \frac{1}{2} (1 + P^M),$$

其中 j_{λ} 为 λ 阶球贝塞尔函数.

由于 Batty^[19] 对高能核子被碳核的弹性散射作了相当详尽的分析,我们在选取扭曲波光学位阱时选用了他的位阱形式和参数. 光学位阱为

$$V(r_0) = -(V_0 + iW_0)\rho(r_0) + V_s \left(\frac{\hbar}{\mu c} \right)^2 \frac{1}{r_0} \frac{d}{dr_0} \rho(r_0) \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{l} = V_c(r_0) + V_s(r_0) \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{l}, \quad (5)$$

其中

$$\rho(r_0) = \left(1 + \frac{4}{3} \alpha r_0^2 \right) e^{-\alpha r_0^2}.$$

在入射核子能量为 155—185 MeV 情况下,散射是集中在小角度上的. 满足 $ka \gg 1$, 于是在高能近似下^[19]

$$\begin{aligned} \psi^{(+)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{r}_0) &= e^{i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}_0} e^{i[S_1(b_0) + \sigma_{m_i} S_2(b_0)]}, \\ \psi^{(-)}(\mathbf{k}_f, \mathbf{r}_0) &= e^{-i\mathbf{k}_f \cdot \mathbf{r}_0} e^{i[S_3(b_0) + \sigma_{m_f} S_4(b_0)]}, \end{aligned}$$

其中 σ_m 为 $\boldsymbol{\sigma}$ 在 $\hat{m} = \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{k}}{|\mathbf{r} \times \mathbf{k}|}$ 方向上的投影.

$$\left. \begin{aligned} S_1(b_0) &= -\frac{E_i}{k_i} \int_{-\infty}^{r_0 \cdot \hat{k}_i} V_c(r_0) dz, & S_2(b_0) &= -E_i b_0 \int_{-\infty}^{r_0 \cdot \hat{k}_i} V_s(r_0) dz, \\ S_3(b_0) &= -\frac{E_f}{k_f} \int_{r_0 \cdot \hat{k}_f}^{+\infty} V_c(r_0) dz, & S_4(b_0) &= -E_f b_0 \int_{r_0 \cdot \hat{k}_f}^{+\infty} V_s(r_0) dz. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

\hat{k}_i 和 \hat{k}_f 分别是沿初末态动量 \mathbf{k}_i 和 \mathbf{k}_f 方向的单位矢量, E 为相对论核子能量. 当入射能量相当高时, 散射后的核子能量损失不多, $k_f \approx k_i$, 同时散射主要集中在小角度, \hat{k}_f 几乎与 \hat{k}_i 平行. 于是在(6)式中的 E_i, E_f, k_i, k_f 可以用平均值 E 和 k 代替, 并近似地令 $z_0 = \mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{k}_i = \mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{k}_f$, 则

$$\begin{aligned} M_j &= \psi^{(-)*}(\mathbf{k}_f, \mathbf{r}_0) V_\lambda(r_0, r_i) \psi^{(+)}(\mathbf{k}_i, \mathbf{r}_0) \\ &= e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_0} e^{iS(b_0)} \left\{ (\cos Q + i\sigma_m \sin Q) V_\lambda + \frac{i}{2} [\sin Q + \sin P - \right. \\ &\quad \left. - i\sigma_m (\cos Q - \cos P)] [V_\lambda, \sigma_m] \right\}; \end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned} Q &= S_2 + S_4 = -\eta b_0 (1 + 4\alpha b_0^2) e^{-\alpha b_0^2}, \\ P &= S_2 - S_4 = \eta b_0 \left[(1 + 4\alpha b_0^2) \Phi(\sqrt{\alpha} z_0) - 4 \sqrt{\frac{\alpha}{\pi}} z_0 e^{-\alpha z_0^2} \right] e^{-\alpha b_0^2}, \end{aligned}$$

其中 $\Phi(\sqrt{\alpha} z_0)$ 为几率积分,

$$\eta = \frac{2}{3} \sqrt{\pi \alpha} E V_s \left(\frac{\hbar}{\mu c} \right)^2,$$

$$S(b_0) = S_1 + S_3 = \frac{E}{k} (V_0 + iW_0) \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} e^{-\alpha b_0^2} \left(\frac{5}{3} + \frac{4}{3} \alpha b_0^2 \right).$$

由于 P 和 Q 皆为小值 (极值小于 0.33), 可近似地令 $\cos Q \approx \cos P \approx 1$, $\sin Q \approx Q$, $\sin P \approx P$, 将 $e^{iS(b_0)}$ 近似地展开为

$$e^{iS(b_0)} \approx \mathcal{E} + i\mathcal{F} - \mathcal{A} e^{-\mathcal{B} b_0^2} + i\mathcal{C} e^{-\mathcal{D} b_0^2},$$

可调整 $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}, \mathcal{E}$ 和 \mathcal{F} 等系数使之满足上式, 这个近似带来的误差最大不超过 10%, 最后得

$$\begin{aligned} M_j &= (\mathcal{E} + i\mathcal{F}) V_\lambda e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_0} + (-\mathcal{A} e^{-\mathcal{B} b_0^2} + i\mathcal{C} e^{-\mathcal{D} b_0^2}) V_\lambda e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_0} + \\ &\quad + \frac{i}{2} \eta b_0^2 e^{-\alpha b_0^2} (\mathcal{E} + i\mathcal{F} - \mathcal{A} e^{-\mathcal{B} b_0^2} + i\mathcal{C} e^{-\mathcal{D} b_0^2}) \left\{ (1 + 4\alpha b_0^2) \times \right. \\ &\quad \times (\sigma_m V_\lambda + V_\lambda \sigma_m) + \left[(1 + 4\alpha b_0^2) \Phi(\sqrt{\alpha} z_0) - 4 \sqrt{\frac{\alpha}{\pi}} z_0 e^{-\alpha z_0^2} \right] \times \\ &\quad \left. \times (V_\lambda \sigma_m - \sigma_m V_\lambda) \right\} e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_0}. \end{aligned} \quad (7)$$

(7)式右边第一项对应于平面波近似, 第二项对应于中心扭曲位阱 $V_c(r_0)$ 的贡献, 第三项对应于扭曲位阱中自旋轨道耦合势 $V_s(r_0)$ 的贡献.

1. 靶核波函数

已经知道碳核在非弹性散射激发过程中, 核子关联现象是很强的. 近年来用粒子-空穴模型的各种近似方法研究核子关联是很成功的. 例如 Gillet 和 Vinh Mau^[20] 即用粒

子-空穴模型详细地说明了封闭核 (C^{12} , O^{16} , Ca^{40}) 的各个激发态。也有人用这种模型计算了 γ 衰变比率和 α 粒子对 Ca^{40} 的非弹性散射截面等也都得到了很好的结果, 因为电子与核作用势可以准确地知道。Gillet 和 Melkanoff^[21] 最近又用粒子-空穴模型分析了 C^{12} 等封闭核对高能电子的非弹性散射, 检验了各种近似方法处理核子关联的效果, 发现用无相位相近似法得到的结果有更好的符合。Vinh Mau^[22] 曾用粒子-空穴模型和冲量近似法研究了 C^{12} 对 155 MeV 质子的非弹性散射。在本文中也采用了这种对碳核激发能级研究得比较细致的模型。

按照粒子-空穴模型, 粒子和空穴之间的相互作用被看成是附加在壳模型的哈密顿量 H_0 上的微扰, 激发态可以表示为^[22]

$$|JMTT_x\rangle = \sum_{ii'} \chi_{ii'} |ii'JMTT_x\rangle,$$

$\chi_{ii'}$ 为由粒子和空穴的相互作用而引起的耦合系数, 在以下的计算中采用了 Vinh Mau 所得到的数据。 $|ii'JMTT_x\rangle$ 为未受微扰下的 H_0 的本征态。取 jj 耦合:

$$\begin{aligned} |ii'JMTT_x\rangle &= \sum_{LSM_L} (-1)^{i_i'+1/2} \hat{j}_{ii'} \hat{L} \hat{S} \begin{Bmatrix} l_i & \frac{1}{2} & j_i \\ l_{i'} & \frac{1}{2} & j_{i'} \\ L & S & J \end{Bmatrix} (LSM_L M - M_L | JM) \times \\ &\times \sum_{\lambda_i \lambda_{i'}} (l_i l_{i'} \lambda_i - \lambda_{i'} | LM_L) \sum_{\sigma_i \sigma_{i'}} \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} \sigma_i - \sigma_{i'} | SM - M_L \right) \times \\ &\times \sum_{\tau_{xi} \tau_{xi'}} \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} \tau_{xi} - \tau_{xi'} | TT_x \right) (-1)^{l_i - \lambda_i + 1 - \sigma_i - \tau_{xi'}} (a_{i_i \lambda_i \sigma_i \tau_{xi}}^+ | 0) (a_{i_{i'} \lambda_{i'} \sigma_{i'} \tau_{xi'}}^+ | 0)^* \\ &= \omega_{ii'} |p_i\rangle |h_{i'}\rangle, \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} \hat{j}_i &= \sqrt{2j_i + 1}, \\ |p_i\rangle &= a_{i_i \lambda_i \sigma_i \tau_{xi}}^+ |0\rangle, \quad |h_{i'}\rangle = (a_{i_{i'} \lambda_{i'} \sigma_{i'} \tau_{xi'}}^+ |0\rangle)^*. \end{aligned}$$

在二次量子化符号中,

$$\sum_j M_j \rightarrow \sum_{r,s} \langle r | M | s \rangle a_r^+ a_s,$$

其中

$$\langle r | M | s \rangle = \int \varphi_r^+(x_j) M_j \varphi_s(x_j) dx_j;$$

$\varphi(x_j)$ 为单粒子波函数, 其径向部分采用谐振子波函数; x_j 表示空间、自旋同位旋等的坐标。于是跃迁矩阵元可写成

$$\begin{aligned} T_{fi} &= \langle \sigma_f | \langle \tau_f | \sum_{ii'} \chi_{ii'} \langle ii'JMTT_x | \sum_{r,s} \langle r | M | s \rangle a_r^+ a_s | 0 \rangle | \tau_i \rangle | \sigma_i \rangle \\ &= \sum_{ii'} \chi_{ii'} \omega_{ii'} \langle \sigma_f | \langle \tau_f | \langle p_i | M | h_{i'} \rangle | \tau_i \rangle | \sigma_i \rangle. \end{aligned}$$

经过整理得

$$T_{fi} = -V \sqrt{\frac{\pi}{4}} \sum_{ii'} \sum_{LM_S} X_{ii'}^{LSJM} \left\{ A_{ii'}^{LM_L} \left[\left(-3\delta_{S0} + \sum_{\mu} (-1)^{\mu} \sigma_{-\mu} \delta_{M,\mu} \delta_{S1} \right) \delta_{T0} + \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\delta_{s_0} + \sum_{\mu} (-1)^{\mu} \sigma_{-\mu} \delta_{M_{S\mu}} \right) \delta_{T_1} \Big] + (B_{ii'L}^{LM}(0)\sigma_1 + B_{ii'L_1}^{LM}(0)\sigma_{-1}) \times \\
& \times (-3\delta_{s_0}\delta_{T_0} + \delta_{s_0}\delta_{T_1}) + B_{ii'L^M S}^{LM}(1)(\delta_{s_1}\delta_{T_0} + \delta_{s_1}\delta_{T_1}) + \\
& + C_{ii'L^M S}^{LM}(1)(\delta_{T_0} + \delta_{T_1})\delta_{s_1}\sigma_0 + C_{ii'L^0}^{LM}(1)(\delta_{T_0} + \delta_{T_1})\delta_{s_1}\sigma_1 + \\
& + C_{ii'L_1^0}^{LM}(1)(\delta_{T_0} + \delta_{T_1})\delta_{s_1}\sigma_{-1} \Big\}, \tag{9}
\end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned}
X_{ii'}^{LSJM} &= \chi_{ii'} (-1)^{i_{i'}+l_{i'}+1/2} (l_i l_{i'} 00 | L 0) \begin{Bmatrix} l_i & \frac{1}{2} & i_i \\ l_{i'} & \frac{1}{2} & i_{i'} \\ L & S & J \end{Bmatrix} \times \\
&\times i^{l_i} \hat{l}_i \hat{l}_{i'} \hat{l}_{i'} \hat{S} (LSM_L M - M_L | JM),
\end{aligned}$$

其中 $A_{ii'}^{LM}$, $B_{ii'L}^{LM}(0)$ 等为含单粒子函数的积分, 具体形式见附录. 在(9)式中带有 δ_{T_0} 的项对 $\Delta T = 0$ 的跃迁有贡献, 带有 δ_{T_1} 的项对 $\Delta T = 1$ 的跃迁有贡献.

2. 扭曲波玻恩近似法的计算结果和讨论

具体计算了 185 MeV 中子对碳核的非弹性散射截面. 微分截面的结果如图 1 和图 2 所示. 图中的半实线分别为对应于碳核激发态 9.6 MeV (3^- , $T = 0$) 和 22.3 MeV (1^+ , $T = 1$) 的微分截面理论曲线, 虚线为实验曲线^[4]. 图 1 中的实验曲线是对应质子入射能量为 155 MeV 的, 因为碳核电荷很少, 在高能情况下库仑效应可忽略不计, 它的值与 185 MeV 入射能量的测量值差不多, 但较为精确. 我们采用它与计算结果相比较. 在计算图 1 和图 2 的理论曲线时, 有效势深度分别采用了 $V = 33.6$ MeV 和 $V = 60.8$ MeV, 如都用同一常用的值 $V = 42$ MeV, 则对应于 9.6 MeV 的微分截面理论值将要减小 1.37 倍. 但是现在的实验误差还很大, 图 1 的实验误差约为 20%, 图 2 的误差约为 50%. 总的来说, 理论值在误差范围内, 从数量级及形状来看, 如用常用的两自由核子间的位阱强度与实验比较, 还是符合的, 但尚不能得出定量的结论.

因为在推导中考虑了扭曲效应, 并且在光学位阱中考虑了自旋轨道耦合项, 所以出

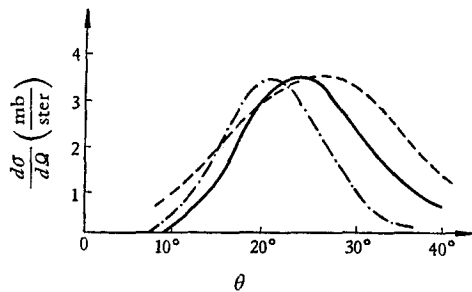


图 1 185 MeV 中子对碳核 C^{12} 对应于 9.6 MeV 能级的非弹性散射微分截面

图中虚线为 155 MeV 中子对 C^{12} 的实验曲线, 半虚线为扭曲波玻恩近似理论曲线, 实线为多体高能近似理论曲线.

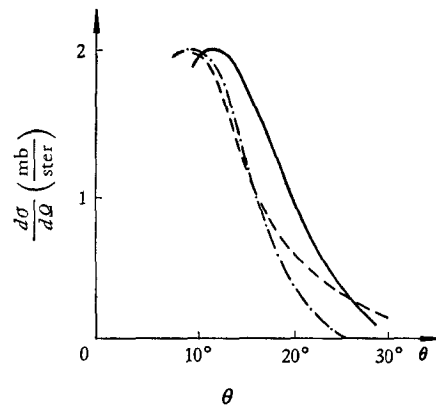


图 2 185 MeV 中子对 C^{12} 对应于 22.3 MeV 能级的非弹性散射微分截面

射粒子的极化度应不为零。我们具体计算了相应的极化度,如图 3 与图 4 的半实线所示,对应激发能为 22.3 MeV 的极化度,部分地与实验符合;对应于 9.6 MeV 的极化度则理论值太小,这也是在预料之中的,因为在上面的推导中,仅仅光学位阱上考虑了自旋轨道耦合项,在入射粒子与核内核子的直接作用中没有计入自旋轨道耦合项。根据 Haybron^[11]等人的分析知道,两核子间的直接作用常常起主要的极化作用,仅靠光学位阱中的自旋轨道耦合部分的贡献是得不到与实验所测得的极化度相符合的结果的,因此必须在两核子的有效势中添加自旋轨道耦合才行。

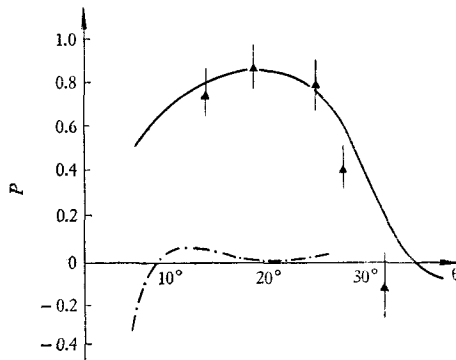


图 3 185 MeV 中子对 C^{12} 对应于 9.6 MeV 能级的非弹性散射极化角分布

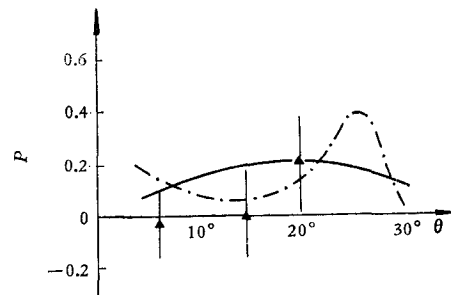


图 4 185 MeV 中子对 C^{12} 对应于 22.3 MeV 能级的非弹性散射极化角分布

此外,在上面这种扭曲波玻恩近似法中,假设入射核子仅与核中某一核子直接作用,其他核子与入射粒子的作用则用光学位阱唯象地描述。用这种扭曲波近似机构研究核内两核子间的有效势,似嫌不够理想。这种反应机构似乎也没有完全反映出用粒子-空穴模型描写核子关联集体效应的观点。

如用 Glauber^[23]的多体高能近似法,不引入扭曲光学位阱,直接考虑入射粒子与核内多数核子相互作用,来处理高能核子被轻核非弹性散射问题可能更为合适一些。Köhler^[24]也曾用 Watson^[25]的多次散射 t 矩阵理论把高能非弹性散射问题用多体问题来处理,不过他基本上用的是冲量近似方法,即把在核内的直接作用用两自由核子的散射振幅来描写。

三、多体高能近似法

在入射核子能量高于一百 MeV 的情况下, Glauber^[23]的“高能近似方法”可以应用。根据这个处理方法,核子被一个多体系统非弹性散射的跃迁矩阵元应为

$$T_{fi} = \int \Psi_f^*(\mathbf{r}_1 \cdots \mathbf{r}_j \cdots \mathbf{r}_A) e^{-ik_f \cdot \mathbf{r}_0} \sum_j V(r_{0j}) e^{ik_i \cdot \mathbf{r}_0} e^{-i \frac{E_i}{k_i} \sum_j \int_{-\infty}^{z_0} V(r_{0j}) dz} \times \\ \times \Psi_i(\mathbf{r}_1 \cdots \mathbf{r}_j \cdots \mathbf{r}_A) d\mathbf{r}_0 \prod_{i=1}^A d\mathbf{r}_i,$$

式中 $V(r_{0j})$ 为核子-核子有效势。将上式积分改写为

$$T_{fi} = \int \Psi_f^* e^{-ik_f \cdot \mathbf{r}_0} e^{-ik_f \cdot \mathbf{r}_j} \sum_j V(r_{0j}) e^{ik_i \cdot \mathbf{r}_0} e^{ik_i \cdot \mathbf{r}_j} \times$$

$$\times e^{-i\frac{E_i}{k_i} \sum_j \int_{-\infty}^{z_0} V(r_{0j}) dz} \Psi_0 d\mathbf{r}_0 \prod_{i=1}^A d\mathbf{r}_i,$$

式中 $\mathbf{r}_{0j} = \mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_j$. 在能近近似下, $k_f \approx k_i$, 于是可令 $e^{ik_i \cdot \mathbf{r}_{0j}} \approx e^{ik_i \cdot \mathbf{b}_{0j}}$, $e^{-ik_j \cdot \mathbf{r}_{0j}} \approx e^{-ik_j \cdot \mathbf{b}_{0j}}$ (其中 $\mathbf{b}_{0j} = \mathbf{r}_{0j} - \mathbf{z}_{0j}$, \mathbf{z}_{0j} 沿核子入射方向). 对 z_{0j} 积分后可得

$$T_{fi} = i \frac{2\pi k_i}{E_i} \int \Psi_f^* e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_i} U_j(q) \Psi_i \prod_{i=1}^A d\mathbf{r}_i, \quad (10)$$

式中

$$U_j(q) = \int e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{b}_{0j}} [e^{-i \sum_j x_j(b_{0j})} - 1] b_{0j} db_{0j} d\varphi_{0j}, \quad (10a)$$

$$x_j(b_{0j}) = \frac{E_i}{k_i} \int_{-\infty}^{\infty} V(r_{0j}) dz_{0j}. \quad (10b)$$

令

$$\Gamma_j(b_{0j}) = 1 - e^{-ix_j(b_{0j})},$$

则

$$e^{-i \sum_j x_j(b_{0j})} = \prod_{j=1}^A (1 - \Gamma_j) = 1 - \sum_j \Gamma_j + \sum_{j \neq l} \Gamma_j \Gamma_l - \cdots (-1)^A \prod_{j=1}^A \Gamma_j,$$

于是

$$U_j(q) = \sum_i U_j^{(1)}(q) + \sum_{i \neq l} U_{il}^{(2)}(q) + \cdots,$$

其中

$$\begin{aligned} U_j^{(1)}(q) &= - \int e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{b}_{0j}} \Gamma_j b_{0j} db_{0j} d\varphi_{0j}, \\ U_{il}^{(2)}(q) &= \int e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{b}_{0j}} \Gamma_j \Gamma_l b_{0j} db_{0j} d\varphi_{0j}. \end{aligned} \quad (11)$$

现靶核波函数仍采用粒子-空穴模型波函数, 在二次量子化表象中 $\sum_j e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_i} U_j(q)$ 应改写为

$$\sum_{r,s} \langle r | e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_i} U_j^{(1)}(q) | s \rangle a_r^+ a_s + \sum_{r,s,t,u} \langle r, t | e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_i} U_{il}^{(2)}(q) | s, u \rangle a_r^+ a_t^+ a_s a_u + \cdots.$$

上式中第一项对应一对粒子-空穴的激发, 第二项对应两对粒子-空穴的激发...等等. 对于碳核的 9.6 MeV 和 22.3 MeV 的激发态, 只考虑一对粒子-空穴激发就足够了; 对于 4.4 MeV 的激发态, 可能就要进一步考虑两对粒子-空穴的激发^[22]. 因此, 在我们考虑的两个能级情况, 只取第一项, 以下各项忽略不计.

现采取普遍的带有各种交换性质的核子-核子有效势, 并且包含自旋轨道耦合项如下面的形式

$$V(r_{0j}) = V(a + mP^M + bP^B + hP^H) \rho(r_{0j}) + V_s \mathbf{s} \cdot \mathbf{l} \rho_s(r_{0j}) (1 + cP^T), \quad (12)$$

式中 P^M , P^B 和 P^H 分别为 Majorana, Bartlett 和 Heisenberg 交换算符: $\mathbf{s} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\sigma}_j)$, $\mathbf{l} = \mathbf{r}_{0j} \times \mathbf{p}_{0j}$ 和 $\mathbf{p}_{0j} = \frac{1}{2}(\mathbf{p} - \mathbf{p}_i)$; $\boldsymbol{\sigma}$, $\boldsymbol{\sigma}_j$, \mathbf{p} , \mathbf{p}_i 分别是入射粒子和靶核内核子的自旋和动量算符; \mathbf{p}_{0j} 的绝对值不好估计, 我们把它归并在可调参数 V_s 中. 将(12)式代入(11)式经过整理可得

$$U_j^{(j)}(q) = A + B\sigma \cdot \sigma_j + \frac{1}{\sqrt{2}} C(\sigma_1 + \sigma_{-1} + \sigma_{1j} + \sigma_{-1j}) + \\ + \frac{1}{2} D_1(\sigma_1\sigma_{-1j} + \sigma_{-1}\sigma_{1j}) + \frac{1}{2} D_2(\sigma_1\sigma_{1j} + \sigma_{-1}\sigma_{-1j}), \quad (13)$$

式中

$$A = 2\pi \int A' J_0(qb_{0j}) b_{0j} db_{0j}, \quad B = 2\pi \int B' J_0(qb_{0j}) b_{0j} db_{0j}, \\ C = 2\pi \int C' J_1(qb_{0j}) b_{0j} db_{0j}, \quad D_1 = 2\pi \int D' J_1(qb_{0j}) b_{0j} db_{0j}, \\ D_2 = 2\pi \int D' J_2(qb_{0j}) b_{0j} db_{0j},$$

$A', B' \dots$ 等为 b_{0j} 和 $\tau \cdot \tau_j$ 的函数, 具体形式不写在这里了. 将(13)式代入(10)式, 经过整理可得

$$T_{fi} = i \frac{k_i}{E_i} 4 \sqrt{\pi} \sum_{ii'} \sum_{LM_L S} X_{ii'}^{LSJM} \left\{ A \delta_{s_0} + \frac{C}{\sqrt{2}} (\delta_{M_s 1} + \delta_{M_s -1}) \delta_{s_1} + \right. \\ + B \delta_{s_1} \sum_{\mu} (-1)^{\mu} \sigma_{-\mu} S_{M_s \mu} + \frac{1}{\sqrt{2}} C \delta_{s_0} (\sigma_1 + \sigma_{-1}) + \\ \left. + \frac{1}{2} D_1 (\sigma_1 \delta_{M_s -1} + \sigma_{-1} \delta_{M_s 1}) \delta_{s_1} + \frac{1}{2} D_2 (\sigma_1 \delta_{M_s 1} + \sigma_{-1} \delta_{M_s -2}) \right\} R_{ii'}^L Y_{LM_L}^* (\theta_q, \varphi_q); \quad (14)$$

式中

$$R_{ii'}^L = \int R_{n_j l_j}^*(r) R_{n_j' l_j'}(r) j_L(qr) dr,$$

$R_{n_j l_j}(r)$ 为谐振子波函数.

根据(14)式重新计算了 185 MeV 质子对碳核对应于 9.6 MeV 和 22.3 MeV 激发能的非弹性散射截面和极化度, 结果如图 1, 2, 3, 4 中的实线所示. 核子-核子有效势采用了 Gauss 形状, 即 $\rho(r_{0j}) = e^{-\beta r_{0j}^2}$, $\rho_s(r_{0j}) = (1 - 2\beta r_{0j}^2) e^{-\beta r_{0j}^2}$. 所用参数为 $V = -40$ MeV, $a = 0.44$, $m = 0.60$, $h = -0.40$, $b = -0.72$, $c = 0.18$, $V_s = 2.2$ MeV 和 $\beta = 0.346 f^{-2}$. 因为实验误差比较大, 我们没有细致地调节位阱参数使理论与实验符合得更好些.

用多体高能近似法计算的结果, 特别是在极化度方面, 比前面由直接作用扭曲波玻恩近似法所得到的结果与实验符合得好的多了. 这主要是因为在这两体直接作用中考虑了自旋轨道耦合项. 用同一组参数可同时与四个实验曲线符合得比较好, 都在误差范围之内. 这种多体高能近似方法计算起来相当简便, 是一个比较有效的处理方法.

当然根据 Glauber 这种多体高能近似法, 也可以把核内核子分为两类: 一类与入射粒子直接作用, 剩余的一类用光学扭曲势描述, 可用类似于 Köhler^[24] 的处理方法把扭曲效应考虑进去. 对轻核而言, 例如碳核, 与高能入射核子作用时, 由于不直接参加作用的核子数目不多, 扭曲效应应当很小. 对碳靶, 很多人曾用扭曲波玻恩近似法详细研究了光学位阱对各种能量入射粒子的扭曲作用^[11, 26-28], 知道虽然在低能入射情况 (~ 20 MeV) 扭曲波效应相当重要, 可是在高能时 (~ 200 MeV) 扭曲波影响很小. 因此在我们研究的能量 (185 MeV) 下, 对碳核似乎没有必要再考虑扭曲效应了. 在我们的多体问题处理中, 没有考虑多次散射效应, 特别如果应用于比较重的核时, 这方面值得进一步研究.

上面的一些理论计算当然只是初步的尝试,只计算了碳核的两个激发态所对应的微分截面及极化度。如欲得到可靠的核内两核子有效势,应当系统地对各种核对应于各个激发态的实验数据进行计算和分析,才能逐渐了解在核内两核子有效势的形式,并确定其中的位阱参数,判断出与两自由核子的有效势之间有何不同。但目前的实验数据还不多,精确度也还不高,对应于 9.6 MeV 的实验误差约 20%,对应于 22.3 MeV 的误差约 50%。本文目的只企图能找出可以利用高能非弹性散射,研究核内两核子间有效势的比较有效的理论处理方法,还没有进一步做定量的分析。

四、附 录

$$A_{ii'L}^{LM} = (-i)^{M_L} \sqrt{2} \int_0^\pi d\theta_0 \sin \theta_0 \int_0^\infty dr_0 r_0^2 \int_0^\infty dr r^2 f(r_0, \theta_0, r) J_{M_L}(qr_0 \sin \theta_0);$$

$$B_{ii'L}^{LM}(\pm 1) = (-i)^{M_L \pm 1} \eta \int_0^\pi d\theta_0 \sin^2 \theta_0 \int_0^\infty dr_0 r_0^3 \int_0^\infty dr r^2 f(r_0, \theta_0, r) e^{-ar_0^2 \sin^2 \theta_0} \times \\ \times (1 + 4\alpha r_0^2 \sin^2 \theta_0) J_{M_L \pm 1}(qr_0 \sin \theta_0);$$

$$B_{ii'L}^{LM}(\pm 1) = B_{ii'+1}^{LM}(\pm 1) \delta_{M_L} + B_{ii'-1}^{LM}(\pm 1) \delta_{M_L - 1};$$

$$C_{ii'L}^{LM,0}(\pm 1) = \pm (-i)^{M_L \pm 1} \eta \int_0^\pi d\theta_0 \sin^2 \theta_0 \int_0^\infty dr_0 r_0^3 \int_0^\infty dr r^2 f(r_0, \theta_0, r) e^{-ar_0^2 \sin^2 \theta_0} \times$$

$$\times \left[(1 + 4\alpha r_0^2 \sin^2 \theta_0) \Phi(\sqrt{\alpha} r_0 \cos \theta_0) - 4 \sqrt{\frac{\alpha}{\pi}} r_0 \cos \theta_0 e^{-ar_0^2 \cos^2 \theta_0} \right] \times$$

$$\times J_{M_L \pm 1}(qr_0 \sin \theta_0);$$

$$C_{ii'L}^{LM,0}(\pm 1) = -C_{ii'+1}^{LM,0}(\pm 1) \delta_{M_L} - C_{ii'-1}^{LM,0}(\pm 1) \delta_{M_L - 1};$$

$$f(r_0, \theta_0, r) = \sqrt{\frac{(2L+1)(L+M_L)! \pi}{2(L-M_L)!}} R_{n_i l_i}^*(r) R_{n_i' l_i'}(r) e^{-\beta(r_0^2 + r^2)} j_L(-2i\beta r_0 r) \times$$

$$\times P_{L-M_L}(\cos \theta_0) (\mathcal{E} + i\mathcal{F} - \mathcal{A} e^{-\alpha r_0^2 \sin^2 \theta_0} + i\mathcal{C} e^{-\alpha r_0^2 \sin^2 \theta_0}),$$

式中 $R_{n_i l_i}(r)$ 为谐振子波函数。

参 考 文 献

- [1] Maris, T. A. J. and Tyrén, H., *Nucl. Phys.*, **3** (1957), 52; **4** (1957), 637, 662; **6** (1958), 446; **7** (1958), 24.
- [2] Hillman, P., Johansson, A. and Tyrén, H., *Nucl. Phys.*, **4** (1957), 648.
- [3] Garson, J. P. et al., *Jour. de Phys. et Rad.*, **21** (1960), 317.
- [4] de Bouard, X. et al., *Jour. de Phys. et Rad.*, **24** (1963), 1059.
- [5] Kawai, M. and Terasawa, T., *Prog. Theor. Phys.*, **22** (1959), 513.
- [6] Sakamoto, Y., *Prog. Theor. Phys.*, **23** (1960), 183, 1025; **24** (1960), 81.
- [7] Sanderson, E. A., *Nucl. Phys.*, **26** (1961), 420; **35** (1962), 557.
- [8] Nishida, Y., *Nucl. Phys.*, **43** (1963), 598.
- [9] Hooton, D. J. and Allcock, G. R., *Proc. Phys. Soc.*, **73** (1960), 881.
- [10] Hooton, D. J. and Ashcroft, N. W., *Proc. Phys. Soc.*, **81** (1963), 193.
- [11] Haybron, R. M. et al., *Phys. Rev. Letters*, **12** (1964), 245; *Phys. Rev.*, **136** (1964), B1730.
- [12] Weisskopf, V. C., *Revs. Mod. Phys.*, **29** (1957), 174.
- [13] Bloom, S. D., Glendenning, N. K. and Moszkowski, S. A., *Phys. Rev. Letters*, **3** (1959), 98.
- [14] Albert, R. D., Bloom, S. D. and Glendenning, N. K., *Phys. Rev.*, **122** (1961), 862.
- [15] Meshkov, S., *Nuclear Force and the Few Nucleons Problems*, p. 653.

- [16] Wilkinson, D. H., Proc. Intern. Conf. on Nuclear Structures (Kingston, 1960), p. 59.
[17] Kerman, A. K., McManus, H. and Thaler, R. M., *Annals of Phys.*, **8** (1959), 551.
[18] 吴大猷 and Ohmura, T., *The Quantum Theory of Scattering* (1962), p. 165.
[19] Batty, C. J., *Nucl. Phys.*, **23** (1960), 562.
[20] Gillet, V. and Mau, N. V., *Nucl. Phys.*, **54** (1964), 321.
[21] Gillet, V. and Malkanoff, M. A., *Phys. Rev.*, **133** (1964), 1190.
[22] Mau, N. V., *Annales de Phys.*, **8** (1963), 1.
[23] Glauber, R. J., *Lectures in Theoretical Physics*, Vol. 1 (Ed. by Brittin, Interscience, 1958), 315.
[24] Köhler, H. S., *Nucl. Phys.*, **9** (1958), 49.
[25] Francis, N. C. and Watson, K. M., *Phys. Rev.*, **92** (1953), 291.
[26] Squires, S. J., *Nucl. Phys.*, **6** (1958), 504.
[27] Levinson, C. A. and Banerjee, M. K., *Annals of Phys.*, **2** (1957), 471, 499; **3** (1958), 67.
[28] Glendenning, N. K., *Phys. Rev.*, **114** (1959), 1297.

THE STUDY OF TWO-NUCLEON POTENTIAL IN NUCLEI BY MEANS OF INELASTIC SCATTERING

LIU BING-TUNG HO KUO-CHU
(Nankai University)

ABSTRACT

It is proposed that the effective two-nucleon potential in nuclei may be investigated through the direct reaction process in high energy nucleon inelastic scattering. Both DWBA and Glauber's manybody high energy approximation are used in treating the inelastic scattering problem. The effective potential between nucleons within the nucleus has been assumed to have various exchange properties and the spin-orbit term in the derivation.

The differential cross sections and polarization angular distribution for the inelastic scattering of 185 MeV nucleons by C^{12} with excitation energies 9.6 and 22.3 MeV are calculated. Particle hole model wave functions are used for the nuclear states. All these experimental curves of differential cross section and polarization can be fitted very well with a reasonable set of potential parameters.