

调制气流声源的原理*

马 大 猷

(中国科学院物理研究所)

提 要

利用气流调制以产生声音是一个比较有效的方法。人的发声器官^[1]、旋笛^[2]、电动气流扬声器^[3]以及一般哨子等^[4]都是根据这个原理。气流声源的特点是效率高,功率可以很大,有实用价值。关于气流声源的发声原理,过去已有一些讨论,但有的是过分简化^[5],有的比较细致,但又过于繁复^[6],不便计算。本文从气体动力学的基本原理出发,求得气流声源的气流-压力特性,并用图解法求得在给定气室压力和气流喷口面积比的条件下声辐射特性的方法。考虑到气流声源的气流特性和辐射关系都是非线性的,但是辐射声功率主要由基频决定,从而用近似理论求得了声功率、气流产额和气流效率的简单表达式,和严格理论的结果相比,误差不到1分贝。文中把结果画成图表以便计算,并讨论了最佳设计的问题。

一、气流的分析

气流声源的构造可以多种多样,如图1所示。但概括起来,都可以看做是由气室,喷口和喇叭组成[图1(e)]。气流由气室经过喷口,进入喇叭喉,形成声波,由喇叭辐射出去,调制在喷口处进行。设 P_1, ρ_1, c_1 分别为气室内的气体压力,密度和声速; P_A, ρ_A, c_A, U_A 分别为喷口处气流的压力,密度,声速和流速; 喷口面积为 A ; P, ρ, c, U 分别为喇叭喉处气流的压力,密度,声速和流速; 喇叭喉的面积为 S 。这些数量的关系可以根据气体动力学的基本公式^[7]求得如下。

喷口气流满足能量守恒方程

$$\frac{U_A^2}{2} + \frac{c_A^2}{\gamma - 1} = \frac{c_1^2}{\gamma - 1}, \quad (1)$$

式中 γ 为气体的比热比,在空气中为 1.4,

$$c_A^2 = \frac{\gamma P_A}{\rho_A}, \quad (2)$$

$$c_1^2 = \frac{\gamma P_1}{\rho_1}. \quad (3)$$

当气室压力增加时, U_A 随之增加,最后到达极限,与局部声速 c_A 相等,由 (1) 式可求得

$$U_A = c_A = U_* = \sqrt{\frac{2}{\gamma + 1}} c_1. \quad (4)$$

* 1972年8月21日收到。

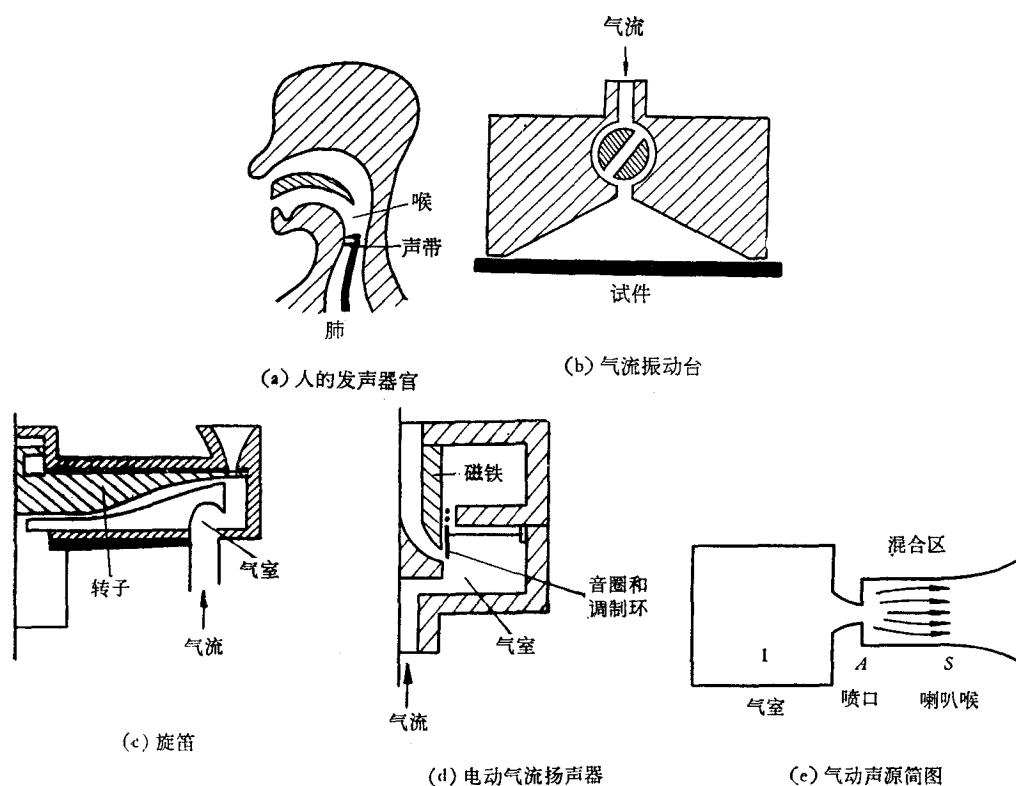


图 1 各类气流声源和等效简图

U_* 称为临界速度, 代入 $\gamma = 1.4$, 可得

$$U_*/c_1 = 0.913, \quad (5)$$

与此相应的临界压力, 临界密度值满足以下两式:

$$P_*/P_1 = \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} = 0.528, \quad (6)$$

$$\rho_*/\rho_1 = \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}} = 0.634, \quad (7)$$

这些是声速喷口的情况。在亚声速 ($U_A < U_*$, $P_A > P_*$) 时, 出流速度 U_A 可由(1), (2) 和 (3) 式以及绝热过程条件 ($P/\rho^\gamma = \text{常数}$) 求得:

$$\begin{aligned} \frac{U_A}{U_*} &= \sqrt{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}} \left[1 - \left(\frac{P_A}{P_1} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= \sqrt{6} \left[1 - \left(\frac{P_A}{P_1} \right)^{\frac{1}{3.5}} \right]^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (8)$$

根据能量守恒定律, 喇叭喉处的气流满足和 (1) 式相似的方程:

$$\frac{U^2}{2} + \frac{\gamma P}{(\gamma - 1)\rho} = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \frac{U_*^2}{2}. \quad (9)$$

按质量守恒定律,

$$\rho US = \rho_A U_A A, \quad (10)$$

代入上式, 并利用(2)式, 可得

$$\left(\frac{U}{U_*}\right)^2 + \frac{2}{\gamma-1} \cdot \frac{P}{P_1} \cdot \frac{U}{U_*} \cdot \frac{S}{A} \cdot \frac{1}{M_A^2} \cdot \frac{P_1}{P_A} \cdot \frac{U_A}{U_*} = \frac{\gamma+1}{\gamma-1}, \quad (11)$$

式中

$$M_A = \frac{U_A}{c_A}$$

为喷口处的马赫数. 在声速喷口的情况, $M_A = 1$, $P_1/P_A = P_1/P_*$, $U_A/U_* = 1$, 代入 $\gamma = 1.4$, 上式变为

$$\left(\frac{U}{U_*}\right)^2 + \frac{6}{0.634} \cdot \frac{P}{P_1} \cdot \frac{U}{U_*} \cdot \frac{S}{A} = 6. \quad (12)$$

给定 P/P_1 和 A/S 的值就可以算出 U/U_* 值. 但在亚声速喷口的情况, 就只能用(11)式计算, 这时未知量过多, 还需要其它关系式才能算出. 这就是动量守恒定律:

$$P_A S + \rho_A U_A^2 A = P S + \rho U^2 S. \quad (13)$$

把(10)式代入, 并利用声速公式如上, 可得

$$\frac{P}{P_A} = 1 + \gamma M_A^2 \cdot \frac{A}{S} - \gamma M_A^2 \frac{A}{S} \cdot \frac{U}{U_A}. \quad (14)$$

把这个式子代入(11)式, 消去 P/P_A , 可得

$$1 + \left(\frac{U}{U_*}\right)^2 = \frac{2\gamma}{\gamma+1} \left(1 + \frac{1}{\gamma M_A^2} \cdot \frac{S}{A}\right) \frac{U_A}{U_*} \cdot \frac{U}{U_*}. \quad (15)$$

由(1)式可求得

$$\frac{U_A}{U_*} = \sqrt{\frac{\gamma+1}{2}} M_A \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M_A^2\right]^{-\frac{1}{2}}, \quad (16)$$

和

$$\frac{P_A}{P_1} = \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M_A^2\right]^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}}. \quad (17)$$

给定 A/S 和 M_A 值, 可由(16)式求得 U_A/U_* 值, 再由(15)式求得 U/U_* 值, 又由(14)和(17)式求得 P/P_1 值, 因而可得 U/U_* , P/P_1 , A/S 关系曲线. 再加上声速喷口部分的(12)式, 就可画出全部气流特性曲线图2. 这个结果和文献[6]中所得是相同的, 但表达形式完全不同. 用这个图可以更直接地求得气流声源的声辐射特性.

二、声 幅 射

在调制气流时, A 随时间变化, 引致 P 和 U 也随时间变化, 通过喇叭辐射声能. 设

$$A = A_0 + a, \quad (18)$$

式中 A_0 为静态喷口面积, a 为变化部分, 压力和流速也可以分解为静态值和变值部分, 如下式所示:

$$P = P_0 + p, \quad (19)$$

$$U = U_0 + u, \quad (20)$$

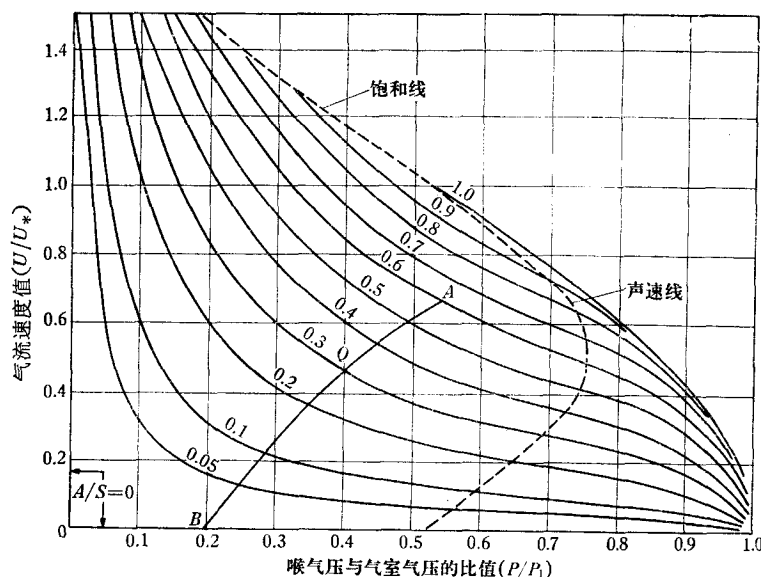


图2 气流声源的气流-压力特性曲线图

p 和 u 的关系决定于喇叭喉处的辐射条件。在喇叭喉处形成平面行波的情况下,关系是^[6]

$$\frac{u}{c_0} = \frac{2}{\gamma - 1} \left[\left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} - 1 \right], \quad (21)$$

这个式子在小信号的情况下,就简化为常用的 $u = p/\rho_0 c_0$ 的样子, ρ_0 和 c_0 为自由大气中的密度和声速。

解 (21) 和 (12) 式或 (21) 和 (14) — (17) 式, 可以求得气流声源的声辐射特性。但这些式子大都是非线性的, 显式的解是困难的。取得严格解, 可采取一般处理大信号非线性过程的方法, 这就是图解法。步骤如下: (1) 根据给定的气室压力比 P_0/P_1 和喷口面积比 A_0/S , 在图 2 的气流特性曲线系中定出静态工作点, 即相当于 P_0/P_1 和 A_0/S 给定值的点 Q , 这点给出喉面积不加调制时的气流状态; (2) 以 Q 点为原点画出 (21) 式的曲线, 这就是气动声源的动态工作线, 或负载线; (3) 在动态工作线上读出相应于不同 a 值的声压瞬时值, 画出喷口面积受调制时所获得的声压波形。知道了声压波形, 就可以求得声压级、谐波、功率以及效率等。图 2 的纵坐标是 U/U_* , (21) 式是用 u/c_0 , 为了使这两方面一致, 需要 c_0/U_* 的比值, 由 (4) 式可求出

$$\frac{c_0}{U_*} = \sqrt{\frac{\gamma+1}{2}} \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}}. \quad (22)$$

这个值画在图 3 上。由 (21) 和 (22) 式也可以求出 (代入 $\gamma = 1.4$)

$$\frac{u}{U_*} = 5\sqrt{1.2} \left[\left(\frac{P}{P_1} \right)^{\frac{1}{7}} - \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{\frac{1}{7}} \right]. \quad (23)$$

由于图 3 上所画的是 $\frac{c_0}{U_*} = \sqrt{1.2} \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{\frac{1}{7}}$, 可以看出, 只要在图 3 上读出相应于 P/P_1 和 P_0/P_1 两个值的纵坐标, 相减乘以 5 就是 u/U_* 或 $(U - U_0)/U_*$ 了。所以动态工作线

是很容易画出来的,横坐标已折合为对 P_1 的比。

现在举一例说明这个步骤。设气室压力(表压)为 1.5 大气压 ($P_1/P_0 = 2.5$),喇叭喉处的静态压力为大气压, $P_0/P_1 = 0.4$ 。设喷口面积的静止值为喇叭喉的 30%, $A_0/S = 0.3$ 。在图 2 上可找到静态工作点 Q ,以 Q 为原点画出 (23) 式所代表的动态工作线 AQB 。气流声源在动态工作线上工作的范围由调制范围决定。如果调制是 100%, a/S 的最大值是 0.3, A/S 在 0 到 0.6 之间变化,动态工作线就是在 $A/S = 0$ (水平坐标轴) 和 $A/S = 0.6$ 二曲线间的线段。可以看到,动态工作线是向下弯的曲线,只有在 Q 点附近的部分满足 $p/u = \rho_0 c_0$ 的小信号线性关系。现在求喷口面积按正弦式变化调制 100% 时产生声场的情况,即

$$\frac{a}{A_0} = \cos \omega t,$$

或

$$\frac{A}{S} = \frac{A_0}{S} (1 + \cos \omega t) = 0.3(1 + \cos \omega t).$$

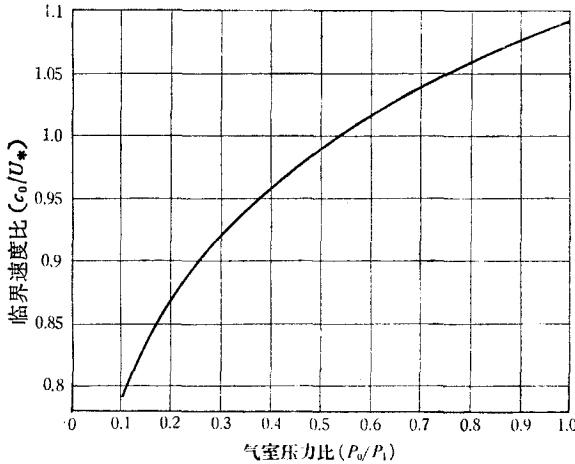


图 3 临界速度比作为气室压力的函数

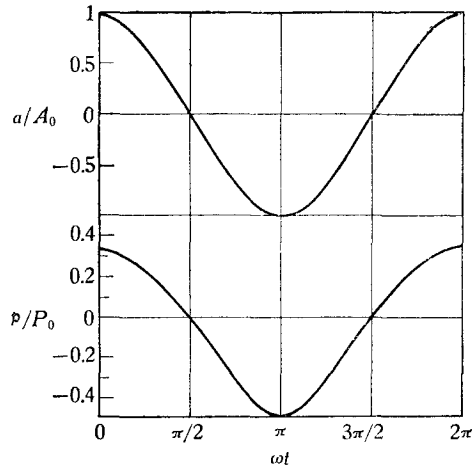


图 4 喷口调制所产生的声压波形图

时间变化时,每一瞬间有一 A/S 值,从图 2 上画出的动态工作线 AQB 上可读出相应的 $P/P_1 = (P_0 + p)/P_1$ 值,由此可求得 p/P_0 值,喷口面积变化和声压的波形都画在图 4 中,声波畸变的情况很明显。对声压波形进行数值傅里叶分析,可求得

$$\begin{aligned} \frac{p}{P_0} = & -0.035 + 0.406 \cos \omega t - 0.033 \cos 2\omega t \\ & + 0.014 \cos 3\omega t - 0.003 \cos 4\omega t + \dots \end{aligned}$$

由此可求得声压有效值为 $2.8(10)^4$ 牛顿/米², 声压级为 183 分贝 [以 $2(10)^{-5}$ 牛顿/米² 为零分贝,这个基准声压相应于强度 10^{-12} 瓦/米²], 声强为 $2(10)^6$ 瓦/米²。声源的总声功率就等于喉处声强乘以喉面积 S ,如果 S 为 10 厘米²,总声功率就等于 2000 瓦。上式的常数项表示喉处的平均压力在有声输出时要低于环境大气压。二倍、三倍频率等项表示畸变。可以算出,在这个例子里,谐波比为

$$(\sqrt{0.033^2 + 0.014^2 + 0.003^2 + \dots})/0.406 = 8.9\%.$$

可以看到谐波中主要的是第二谐波, 高阶谐波都很小, 谐波比虽然可观, 但是谐波对总声功率的贡献却是有限的。

三、近似理论

由上节典型例子可以看到, 气流声源的特性虽然可以严格地计算, 但计算是很繁的, 也不容易看出一般规律。另一方面, 虽然气流特性、辐射关系等都是非线性的, 但是辐射功率主要由基频决定, 谐波是以第二谐波为主, 考虑到这些情况, 用近似方法计算, 问题就简单了。如果 $(U/U_*)^2 \ll \sqrt{6}$, 在 (9) 式中就可略去 $(U/U_*)^2$ 项, 得

$$\frac{P}{\rho} = \frac{P_1}{\rho_1}$$

结合质量守恒定律 (10), 得

$$\frac{P}{P_1} \cdot \frac{U}{U_*} \cdot \frac{S}{A} = \frac{\rho_A}{\rho_1} \cdot \frac{U_A}{U_*} \quad (24)$$

在声速喷口, 上式右方等于 0.634, 在亚声速喷口 (大约 $P_0/P_1 > 0.8$ 时), 这个值要小些。在气流声源动态工作过程中, 上式右方接近为常数, 动态量的关系可求得为

$$\left(1 + \frac{u}{U_0}\right) \left(1 + \frac{p}{P_0}\right) \approx 1 + \frac{a}{A_0} \quad (25)$$

与 (21) 式消去 u , 只取二阶量, 可得

$$\frac{p}{P_0} \approx \frac{1}{1+K} \cdot \frac{a}{A_0} - \frac{4}{7} \cdot \frac{K}{(1+K)^3} \cdot \left(\frac{a}{A_0}\right)^2, \quad (26)$$

式中

$$K = \frac{c_0}{1.4U_0}, \quad (27)$$

U_0/c_0 值可从图 2 读出 U_0/U_* , 由图 3 读出 c_0/U_* 相除而求得。如果

$$\frac{a}{A_0} = \alpha \cos \omega t, \quad (28)$$

α 为调制比, 代入 (26) 式, 就可以求得

$$\frac{p}{P_0} \approx \frac{\alpha}{1+K} \cos \omega t - \frac{2}{7} \cdot \frac{K\alpha^2}{(1+K)^3} \cos 2\omega t, \quad (29)$$

常数项已略去。取上节的例子, $\alpha = 1$, $P_0/P_1 = 0.4$, $A_0/S = 0.3$ 。从图 2 和 3 可读出 $U_0/c_0 = 0.485$, 因而算得 $K = 1.475$, 代入上式, 得

$$\frac{p}{P_0} \approx 0.405 \cos \omega t - 0.029 \cos 2\omega t.$$

和上节所得结果相比, 基频几乎相等, 谐波比为 7%, 比上节算得的稍低。由此可见, 所得近似式 (29) 是比较好的。用这个式子可以更好地研究气流声源的特性。

略去谐波, 喇叭喉处的声强为

$$W/S = \frac{\alpha^2 P_0^2}{2\rho_0 c_0 (1+K)^2} \quad (30)$$

声压级或声强级[二者相等, 分别以 $2(10)^{-5}$ 牛顿/米²和 10^{-12} 瓦/米²为零分贝]为

$$\begin{aligned} L &= 10 \log [(W/S)/10^{-12}] \\ &= 191 + 20 \log_{10} \alpha - 20 \log_{10} (1 + K) \quad \text{分贝.} \end{aligned} \quad (31)$$

在 100% 调制时, $\alpha = 1$, 最大输出为

$$L_m = 191 - 20 \log_{10} (1 + K) \quad \text{分贝.} \quad (32)$$

气动声源的特性由 K 值决定, K 值越小, 或 U_0/c_0 值越大, 功率输出也越大. 这个式子画在图 5 中. 从图上可以读出, 在上节例子中, $P_0/P_1 = 0.4$, $A_0/S = 0.3$, 最大声压级 $L_m = 183.2$ 分贝, 比上节的计算结果高 0.2 分贝. 还可以再检查一个比较极端的例子, 设 $P_0/P_1 = 0.2$, $A_0/S = 0.4$, 用图解法可以求得在 100% 调制时, 喉中声压级为 186.4 分贝, 从图 5 读得为 187 分贝, 高 0.6 分贝, 可见在一般情况, (31) 和 (32) 式以及图 5 虽然是近

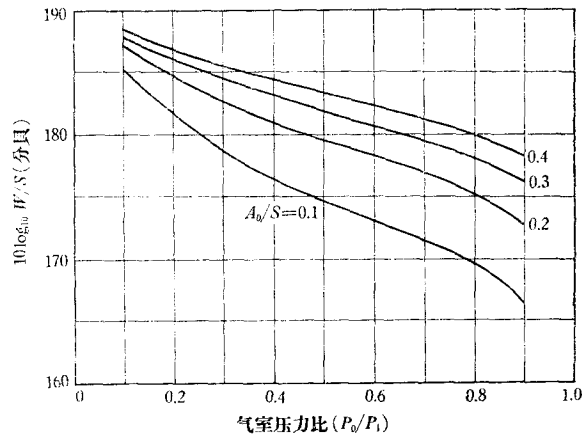


图 5 气流声源输出功率特性图(零分贝 = 10^{-12} 瓦/米²)

似关系, 但误差都不大, 使用时则比图解法简单得多. 在另一方面, 谐波比的近似计算就有较大误差, 在后一个例子里, 准确值是 16%, 近似值为 6.7%, 相差很大, 因此近似值意义不大.

气流声源在工作时所用的气流流量, 折合标准大气, 为

$$V_0 = \frac{1}{\rho_0} \rho_* U_* A_0 \approx 200 \left(\frac{P_1}{P_0} \right)^{\frac{6}{7}} A_0. \quad (33)$$

气流功率

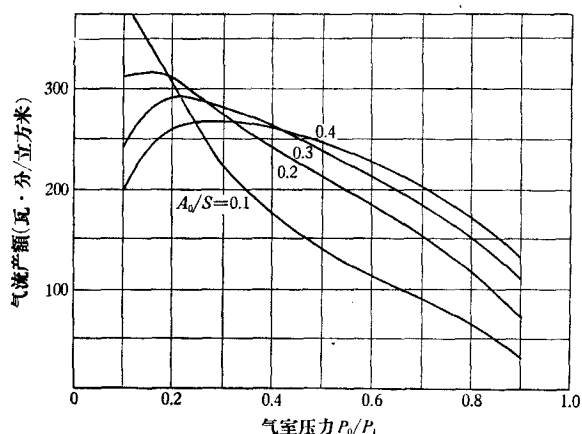
$$W_0 = \frac{\gamma}{\gamma - 1} P_0 V_0 \left[\left(\frac{P_1}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]$$

或

$$W_0/A_0 \approx 7(10)^7 \left(\frac{P_1}{P_0} \right)^{\frac{6}{7}} \left[\left(\frac{P_1}{P_0} \right)^{\frac{2}{7}} - 1 \right]. \quad (34)$$

由 (30) 和 (33) 式可求得气动声源的最大气流产额(每米³/秒气流产生的声功率, $\alpha = 1$)

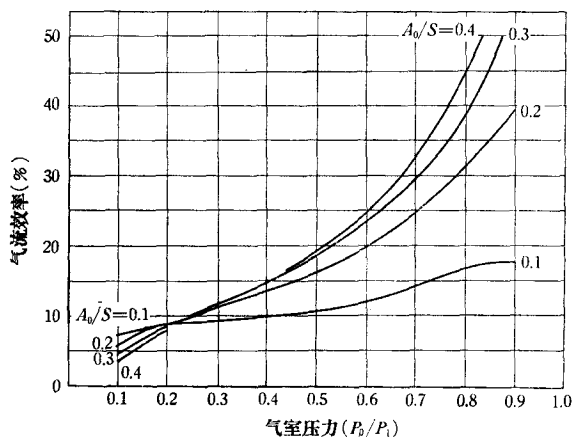
$$Y = W/V_0 \approx \frac{10^6}{16(1 + K)^2} \cdot \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{\frac{6}{7}} \cdot \frac{S}{A_0}. \quad (35)$$

图6 气流声源的气流产额 [$Y = W/V_0$ 瓦/(米³/分)]

这个关系画在图6中,可以读出在 $P_0/P_1 = 0.4$, $A_0/S = 0.3$ 的例子里,每米³/分气流可以产生 264 瓦声功率[图中已把 Y 的单位折合为瓦/(米³/分)]. 由(30)和(34)式可求得气动声源的最大气流效率

$$\eta = W/W_0 = \frac{1}{5.6} (1 + K)^{-2} \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{\frac{6}{7}} \left[\left(\frac{P_1}{P_0} \right)^{\frac{2}{7}} - 1 \right]^{-1} \frac{S}{A_0}. \quad (36)$$

气流效率值画在图7中,在上述例子中可读得效率为 15%.

图7 气流声源的气流效率 [$\eta = 100W/W_0$ (%)]

四、讨 论

从图5、6和7可以看到气流声源的一些特性,作为设计时的参考.

气动声源的输出功率(或喉声压)随气室压力 P_1 及喷口面积比 A_0/S 增加,但增加率都是渐减的,气室压力增加到4个大气压(气压表读数)即 $P_0/P_1 < 0.2$ 或面积比增加到 $A_0/S > 0.3$ 以上,功率增加就有限了,这也可以从图2的气流特性曲线的非线性情况看出来,还可以看到这时谐波很快增加.

这种关系从气流产额 Y 和效率 η 的变化关系(图 6 和 7) 更看得清楚. 在一般情况, 气流产额随气室压力 P_1 的增加而增加, 而效率则随 P_1 增加而降低. 因此使用高压或低压各有其优缺点. 低压声源(如旋笛, 大约 $P_0/P_1 > 0.5$) 的特点是效率高(不难达到 50% 以上)而需要流量大, 因而声源构造比较庞大. 高压声源(如电动气流扬声器, $P_0/P_1 < 0.5$) 的气流产额高, 需要流量小, 因而构造小巧, 但效率则较低. 在一般情况, A_0/S 增加时, Y 和 η 都增加, 但超过 $A_0/S = 0.3$ 后, 增加就慢了, 超过 $A_0/S = 0.4$ 就出现饱和现象, 输出功率不甚增加, 而谐波畸变则迅速增加. 在气室压力过高时(比如说, $P_0/P_1 < 0.2$ 左右), 有一反转现象值得注意. 这时, 由于声强度变化不大, 而 V_0 和 W_0 则与 A_0 成正比, 因而 A_0/S 增加时, Y 和 η 不但不增加, 反而降低. 当然也不是 A_0/S 越小越好, 可以看到 Y 和 η 都是和

$$(1 + K)^2 \frac{A_0}{S}$$

成反比, K 小于 1 时, 因数 A_0/S 就可能起主导作用, 但 A_0/S 太小时, K 又加大, 因此在给定 P_0/P_1 值下, A_0/S 有一最佳值. 例如, $P_0/P_1 = 0.2$ 时, 最佳值 $A_0/S = 0.16$, 而 $P_0/P_1 = 0.1$ 时, 最佳值约为 $A_0/S = 0.07$. 利用这些最佳条件的好处是可用极小的调制获得较大声功率输出. 当然, 高压下的低效率情况是依然存在的 ($P_0/P_1 = 0.2$ 时, 最佳效率 9.3%; $P_0/P_1 = 0.1$ 时, 最佳效率 8%).

以上所用的面积 A 和 S 都应是有效面积, 特别是在 A 的情况, 由于喷口形状很难设计得符合流线的要求, 气流出喷口后, 面积要收缩. 根据一些测量^[7], 在声速喷口的情况, 收缩因数(有效面积与实际面积的比)达 0.8 左右, 对亚声速喷口, 这个因数还要小.

文中所讨论的声波畸变情况, 都是在喇叭喉处出现的, 因为声压很高(对于 183 分贝的正弦波, 极大值接近半个大气压), 声波在喇叭中传播时还要产生更为大量的谐波, 这需要进一步研究.

本文内容曾在物理研究所 910 组讨论过, 文稿经沈嶷和李沛滋二同志提出重要意见. 图是陈定楚同志画的. 关于气流声源的实验部分将另文发表^[8].

参 考 文 献

- [1] 里查逊编, “声学技术概要”(上册), 科学出版社, 1961.
- [2] C. H. Allen *et al.*, *J. Acoust. Soc. Am.*, **19** (1947), 857.
- [3] W. R. Miller, Development of a Wideband Ten Kilowatt Acoustic Noise Source, *IEC* 1967 Proc., II, 473.
- [4] O. Bschorr *et al.*, Generation of High Intensity Noise, *Sixth ICA* (1968), VI, K-5-10.
- [5] R. Clark Jones, *J. Acoust. Soc. Am.*, **18** (1946), 371.
M. H. Hieken, Methods For Generation of High Intensity Sound, *Fourth ICA* (1962), L33.
- [6] W. A. Meyer, *J. Acoust. Soc. Am.*, **45** (1969), 957.
- [7] 朗道、栗弗席兹, “连续介质力学”(第一册), 人民教育出版社, 1961.
- [8] 沈 嶷, 物理学报, 本期 27 页.

THEORY OF MODULATED AIR STREAM SOUND SOURCES

MAA DAH-YOU

(Institute of Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

Modulation of air stream is an efficient method of sound production. Man's speech organs, sirens, electro-pneumatic loudspeakers as well as common whistles are all based on this principle. The features of air stream sound sources are their high efficiency and possibility of high power outputs, which afford them practical value. The sound production by modulating air streams were discussed by previous authors and theories given, but some were oversimplified and others too involved to allow practical computations. In this paper, air flow *vs* pressure characteristics of air stream sources are derived from the basic theory of gasdynamics and graphical method is presented for the estimation of sound radiation under given conditions of plenum pressure and nozzle-to-horn throat area ratio. It is established that although the air flow characteristics as well as the radiation relations are nonlinear, the radiated sound power is determined mainly by the radiation of the fundamental, and approximations give rise to simple expressions for the radiated sound power, the air stream yield and efficiency, with an error less than 1 dB from exact results. Charts are given to facilitate design and question of optimum condition is discussed.