

非线性偏置条件下隧道二极管 中的触发振荡*

易 明 铎

提 要

本文提出了一类在非线性偏置条件下,由 N-型负阻器件构成的具有三个奇点(其中有两个奇点在负阻区)的触发振荡电路。借助于点变换方法研究了该电路的工作特性。分析表明,所提出的电路具有足够宽的触发振荡工作区。用隧道二极管进行了实验,实验结果与理论有较好的符合。

一、引 言

1960 年驹宫等人在研究隧道二极管(以下记为 TD)开关电路时曾发现,经过触发之后,某些开关电路中产生了稳定的张弛振荡。稍后,河本等人对这种现象进行了理论分析^[1-3],证明了开关电路中,存在触发张弛振荡的可能性。同时,志村和南云等人曾严格分析过具有 TD 的传输线中的自激振荡^[4, 5]。此后, Tuel^[6] 研究了用传输线的 TD 开关电路中,存在触发张弛振荡的条件。但是,这些工作都只限于现象本身的分析和解释,而未涉及它的技术应用问题。

与此相反,在准正弦振荡方面,有一些关于 TD 触发振荡的工作则着眼于技术应用。夏培肃等^[7]研究过单奇点和三奇点情形下,TD 中的触发振荡。Нейман, земов^[8] 和有住、和田等人^[9]也曾不同形式下,讨论过 TD 谷流区的触发振荡。但是,所有这些工作都是在线性偏置条件下进行研究的,因而触发振荡的工作区很窄,实际应用还很困难。本文目的即是分析非线性偏置条件下 TD 中的触发振荡。分析结果表明,它的工作区很宽,可以满足实用需要。

二、基本电路和方程式

本文研究图 1 所示的基本电路,非线性偏置元件用结型半导体二极管 D; C 是 TD 的结电容; C₀ 是旁路电容,包括二极管 D 的结电容。C₀ 及电感 L 的数值可以在相当宽的范围内变化(参见图 29 到图 38 的图注中给出的数值)。电路的方程为

$$C \frac{dv}{dt} = i_L - i, \quad L \frac{di_L}{dt} = u - v, \quad C_0 \frac{du}{dt} = I_0 - i_D - i_L, \quad (1)$$

* 1973 年 5 月 4 日收到。

其中 $i = f(v)$, $i_D = \varphi(u)$ 分别是 TD 和偏置二极管 D 的伏安特性. 方程(1)的奇点坐标决定于下述方程组:

$$i_L = f(v), \quad u = v, \quad I_0 = \varphi(u) + f(v). \quad (2)$$

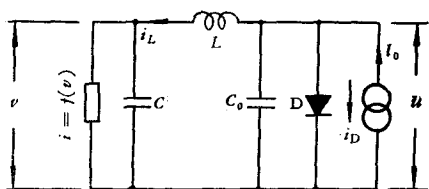


图 1

我们要研究的是方程(2)有三个解,即有三个奇点的情形,TD的第一个正阻区有一个奇点,负阻区有两个奇点,而在第二个正阻区没有奇点(参看图6和图7).因为这种情形对于触发振荡最有意义.

方程(1)是三阶,且含有两个非线性函数,要进行普遍分析,显然是相当困难的.何况,我们感兴趣的又是存在三个奇点的情形.因此,只讨论两种特殊情形:

第一, C_0 可以忽略,记为 A 型电路;第二,退化模型^[10], C 可以忽略,记为 B 型电路.

由方程(1)得到 A 型和 B 型电路的方程如下:

A 型:

$$C \frac{dv}{dt} = I_0 - i_D - f(v), \quad L \frac{d(I_0 - i_D)}{dt} = \Phi(i_D) - v, \quad (3)$$

其中 $\Phi(i_D) = u$ 是 $i_D = \varphi(u)$ 的反函数.

B 型:

$$L \frac{di}{dt} = u - F(i), \quad C_0 \frac{du}{dt} = I_0 - \varphi(u) - i, \quad (4)$$

其中 $F(i) = v$ 是 $i = f(v)$ 的反函数.

将方程(3)与(4)化成便于分析的形式.

A 型:

$$\dot{y} = \Phi\left(I_0 - \frac{y}{\rho}\right) - x, \quad \dot{x} = y - \rho f(x), \quad (5)$$

其中 $y = \rho(I_0 - i_D) = \rho i_L$, $x = v$, $\rho = \sqrt{L/C}$, $\tau = t/\sqrt{LC}$. “ $\cdot$ ”表示对 τ 求微商.

B 型:

$$\dot{y} = x - F(y/\rho), \quad \dot{x} = \rho[I_0 - \varphi(x)] - y, \quad (6)$$

其中 $y = \rho i$, $x = u$, $\rho = \sqrt{L/C_0}$, $\tau = t/\sqrt{LC_0}$.

方程(5)和(6)比(1)降了一阶,但非线性元件及奇点的数目不减少,仍难分析.我们采用分区线性化近似,借助于点变换方法^[11]来进行研究.式(5)和(6)中,非线性项与 x , y 都有关,须作二维分区.这样,分区线性化以后,方程具有如下形式:

$$\dot{y} = a_{ij}y + b_{ij}x + c_{ij}, \quad \dot{x} = \alpha_{ij}y + \beta_{ij}x + \gamma_{ij}, \quad (7)$$

其中系数的下标 (i, j) 代表线性分区的编号.为简便计,在不致引起误解时,将省去下标.方程(7)的奇点坐标为 (X_0, Y_0)

$$X_0 = \frac{\alpha c - a \gamma}{a \beta - \alpha b}, \quad Y_0 = \frac{b \gamma - \beta c}{a \beta - \alpha b}. \quad (8)$$

设初始条件是 $\tau = 0$, $x = x_0$, $y = y_0$, 则(7)式的解答如下:

在椭圆点区,

$$\begin{aligned} x' &= e^{h\tau} \left[x'_0 \cos \omega\tau + \frac{(h-a)x'_0 + \alpha y'_0}{\omega} \sin \omega\tau \right], \\ y' &= e^{h\tau} \left[y'_0 \cos \omega\tau + \frac{bx'_0 - (h-a)y'_0}{\omega} \sin \omega\tau \right], \end{aligned} \quad (9)$$

其中 $h = \frac{a+\beta}{2}$, $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - h^2}$, $\omega_0^2 = a\beta - \alpha b$, $x' = x - X_0$, $y' = y - Y_0$.

在结点区,

$$\begin{aligned} x' &= e^{h\tau} \left[x'_0 \operatorname{ch} \omega\tau + \frac{(h-a)x'_0 + \alpha y'_0}{\omega} \operatorname{sh} \omega\tau \right], \\ y' &= e^{h\tau} \left[y'_0 \operatorname{ch} \omega\tau + \frac{bx'_0 - (h-a)y'_0}{\omega} \operatorname{sh} \omega\tau \right], \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $\omega = \sqrt{h^2 - \omega_0^2}$.

现在具体研究方程(6)的分区. 至于方程(5), 我们仅在下面给出一些图解结果. 在(6)式中, $F(y/\rho)$ 是 TD 伏安特性 $i = f(v)$ 的反函数. 因而当 i 处于峰流和谷流之间时, $F(y/\rho)$ 是三值函数(两个正阻区及位于其间的负阻区). 但是, (6)式是在退化模型下获得的, 这就意味着, 相点在相平面 (x, y) 上的运动明显地分成快区和慢区. 相点经过快区(即负阻区所属的相平面)的运动满足 Mandelstam 条件^[12], 从而点变换的操作只需在慢区(两个正阻区所属的相平面)内进行. 因此, 将 $F(y/\rho)$ 的两个正阻区线性化就够了, 如图 2 所示. 在第一个正阻区,

$$v = Ri, \quad \text{即} \quad F = \frac{R}{\rho} y; \quad (11)$$

在第二个正阻区,

$$v = V_v + Ri, \quad \text{即} \quad F = V_v + \frac{R}{\rho} y. \quad (12)$$

为了计算方便, 将伏安特性的原点 O' 移到 O 点. 在新坐标系中, $I_p = I'_p - I'_v$, $I_v = 0$; 但 V_p 和 V_v 在新旧坐标中的值近似相等.

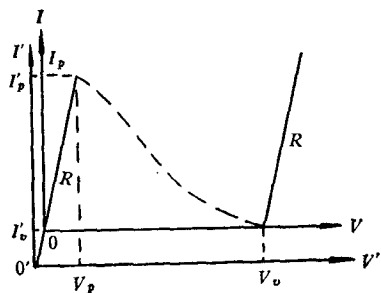


图 2

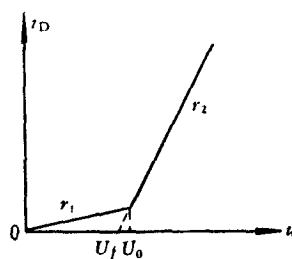


图 3

偏置二极管的伏安特性分做两个线性分区, 如图 3 所示. 在高阻区,

$$i_D = \frac{u}{r_1}, \quad \text{即} \quad \varphi(x) = \frac{x}{r_1}; \quad (13)$$

在高导区,

$$i_D = \frac{u - U_I}{r_2}, \quad \text{即} \quad \varphi(x) = \frac{x - U_I}{r_2}. \quad (14)$$

既然相点在快区的运动不需考虑,故 $F(y/\rho)$ 的负阻区也无需计及. 因此,在峰流和谷流之间, $F(y/\rho)$ 成为双值函数,方程 (6) 的相平面由交迭的两叶构成^[2]. 相平面的分

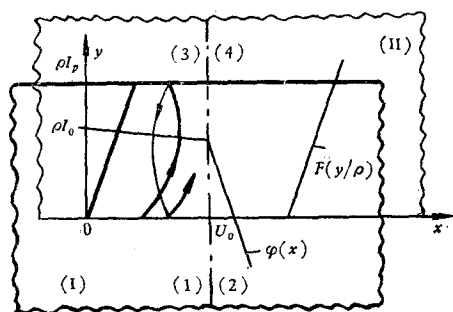


图 4

区结构如图 4 所示,共有四部分. $F(y/\rho)$ 的第一个正阻区所属的相平面记为第 (I) 叶,它以 $y = \rho I_p$ 为上边界,且被 $x = U_0$ 的直线划分为两部分 [(1) 与 (2)]; $F(y/\rho)$ 的第二个正阻区所属的相平面记为第 (II) 叶,它以 $y = 0$ 为下边界,且被 $x = U_0$ 的直线分为两部分 [(3) 与 (4)]. 当第 (I) 叶相平面中的相轨(粗线)达到上边界 $y = \rho I_p$ 时,相点将根据 Mandelstam 条件跃入第 (II) 叶. 同样,当第 (II) 叶相平面中的相轨(细线)达到下边界 $y = 0$ 时,相点又跃入第 (I) 叶.

现在,定义点变换 π 和它的两组成部分. 第一部分, $\pi_{(I)}$, 是在第 (I) 叶相平面中,将下边界 $y = 0$ 的点映入上边界 $y = \rho I_p$ 的点变换;第二部分, $\pi_{(II)}$, 是在第 (II) 叶相平面中,将上边界上的点映入下边界的点变换. 全点变换 $\pi = \pi_{(I)} \cdot \pi_{(II)}$. 但是,第 (I) 和第 (II) 叶相平面各自又分成两区,故 $\pi_{(I)}$ 和 $\pi_{(II)}$ 也可能由几个点变换组成. 这些点变换都由 (9) 和 (10) 式确定,但各区中参数不同.

第 (I) 叶第 1 区:

$$\begin{aligned} a &= -R/\rho, & b &= 1, & c &= 0, \\ \alpha &= -1, & \beta &= -\rho/r_1, & \gamma &= \rho I_0; \end{aligned} \quad (15)$$

第 (I) 叶第 2 区:

$$\begin{aligned} a &= -R/\rho, & b &= 1, & c &= 0, \\ \alpha &= -1, & \beta &= -\rho/r_2, & \gamma &= \rho \left(I_0 + \frac{U_I}{r_2} \right); \end{aligned} \quad (16)$$

第 (II) 叶第 3 区:

$$\begin{aligned} a &= -R/\rho, & b &= 1, & c &= -V_v, \\ \alpha &= -1, & \beta &= -\rho/r_1, & \gamma &= \rho I_0; \end{aligned} \quad (17)$$

第 (II) 叶第 4 区:

$$\begin{aligned} a &= -R/\rho, & b &= 1, & c &= -V_v, \\ \alpha &= -1, & \beta &= -\rho/r_2, & \gamma &= \rho I_0. \end{aligned} \quad (18)$$

根据 (9), (10) 和 (15)–(18) 等式,用接合法,原则上,可能依照通常途径去研究点变换 $\pi = \pi_{(I)} \cdot \pi_{(II)}$,但实际上有困难. 不妨先看一看变换 $\pi_{(I)}$ 有多少可能的构成方式. 如图 5 所示, $\pi_{(I)}$ 可能仅在第 1 区或第 2 区内完成;或者从第 1 区出发,经过第 2 区,再回到第 1 区;也可能是从第 1 区出发,进入第 2 区后完成,或者相反. 考虑到 $\pi_{(II)}$, 那么 π 的构成方式就更多了. 此外,根据 ρ 值的不同,1, 3 区和 2, 4 区还可以是结点区或椭圆点区.

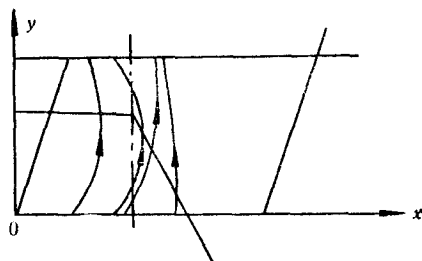


图 5

因此,很显然,若按通常途径去进行分析将极为繁冗。为避免繁琐起见,本文将不去严格论证变换 π 的不动点的存在性和稳定性,而直接用点变换方法去研究电路的一些重要的工作特性。

三、图解法

用点变换方法分析电路的工作特性之前,先用图解法来研究一下方程(5)和(6)的积分曲线。因为,在具体给定参数的情况下,图解法对(5)和(6)式是简单而有效的;另一方面,图解的结果对后面的分析很有启示。

将(5)和(6)式化为等价的一阶方程, A 型:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\Phi(I_0 - y/\rho) - x}{y - \rho f(x)}; \quad (19)$$

B 型:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x - F(y/\rho)}{\rho[I_0 - \varphi(x)] - y}. \quad (20)$$

(19) 与 (20) 式都和文献[13]中的方程(2)同形。文献[13]对这类方程提出了一种图解法,但程序较繁。其实,对于这类方程,可以用更简单而直接的折线图解法。以(19)式为例,令

$$\Phi\left(I_0 - \frac{y}{\rho}\right) - x = \Delta x, \quad y - \rho f(x) = \Delta y, \quad (21)$$

则

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\Delta x}{\Delta y}. \quad (22)$$

Δx 和 Δy 可以从相平面上直接得到,因而能确定任意相点的积分曲线的斜率,从而能逐步地作出折线段,用以逼近真实的积分曲线。作图方法如图 6 所示。

方程(20)的图解法完全类似。差别在于 Δx 与 Δy 恰与(21)式相反,

$$\begin{aligned} \Delta x &= x - F(y/\rho), \\ \Delta y &= \rho[I_0 - \varphi(x)] - y. \end{aligned} \quad (23)$$

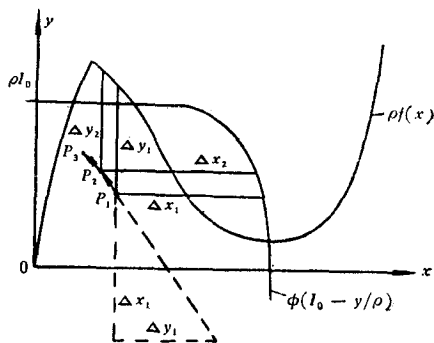


图 6

(21)式与(23)式间的差异导致了A型和B型电路行为上的重大差别. 方程(20)的图解步骤如图7所示. 在这里, 应注意的是, 相平面由交迭的两叶构成. 第(I)叶中作图时, 使用 $F(y/\rho)$ 的第1个正阻支; 第(II)叶中作图时, 使用 $F(y/\rho)$ 的第2个正阻支.

图8与图9是A型电路的两个图解例子. 图10到图12是B型电路的例子. 图中所用的隧道管是TD16*, 二极管是D65#a (见第五部分). 图11与图12中的极限环转移到 $u-v$ 平面上后, 得到如图13、14所示的形状.

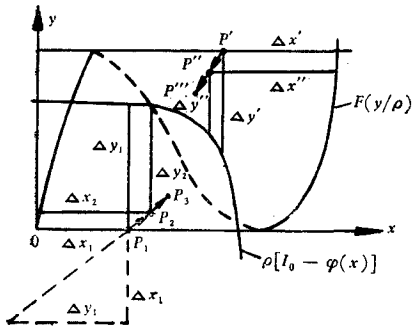


图 7

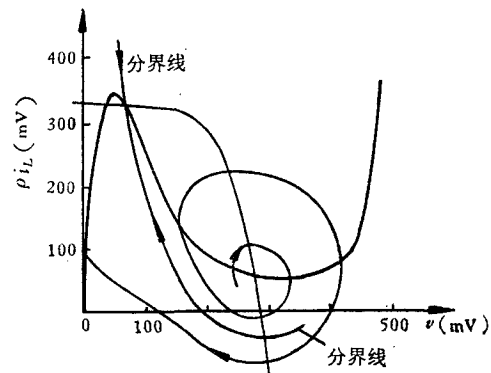


图 8

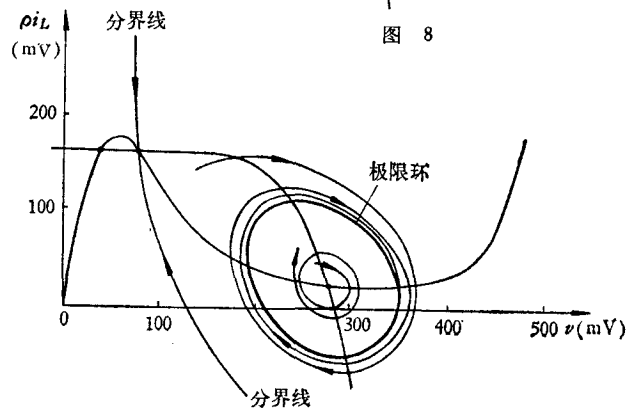


图 9

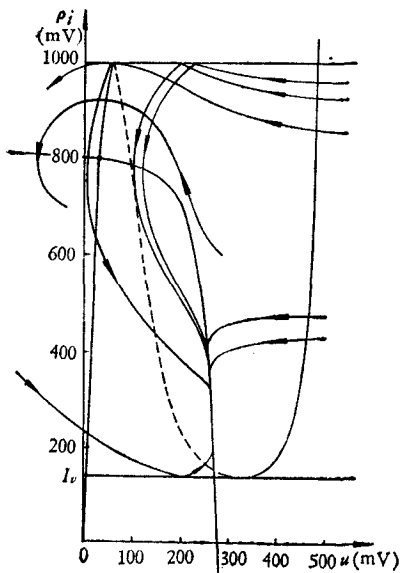


图 10

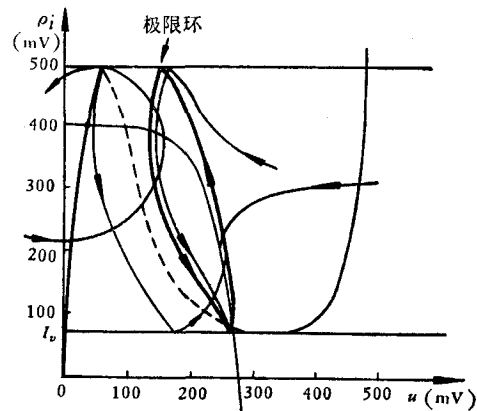


图 11

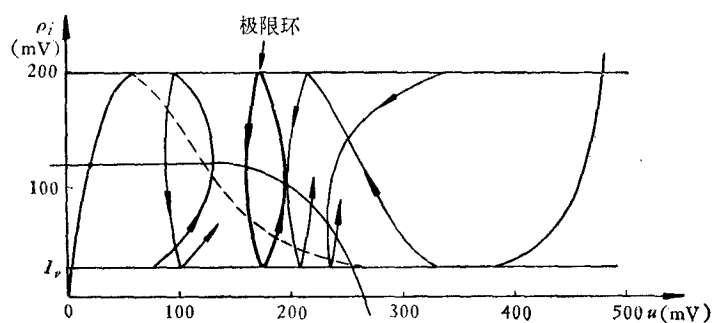


图 12

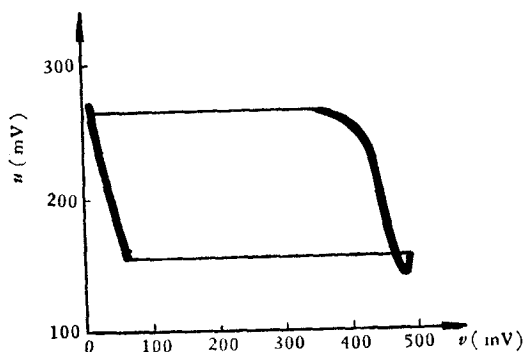


图 13

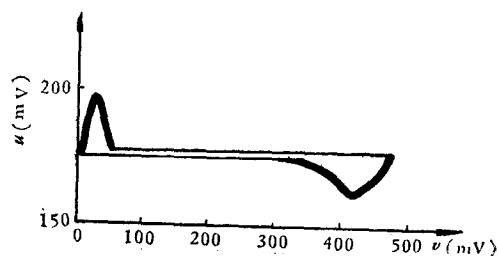


图 14

比较两类电路的图解结果可以看出, 对于 A 型电路, 当 $I_0 < I_p$ 时, 可能存在包围一个奇点的极限环, 但不存在包围三个奇点的极限环; 而在 B 型电路中, 这样的极限环容易出现. 物理上, 这不难解释, 因为在 B 型电路中, 可以由 C_0 的放电电流来补足 I_0 与 I_p 的差额, 故不难产生自持振荡.

四、B 型电路触发振荡的工作特性

本节任务是研究 B 型电路的触发振荡工作区宽度, 触发特性, 以及振荡周期等等.

1. 触发振荡工作区的宽度

在第二部分中已指出, 要用接合法来详尽地研究点变换 π 很困难. 为不致使分析过分繁难, 我们设 $r_1 = \infty$ (从而 $U_0 = U_I$), 且 $r_2 = 0$. 这样, 在直线 $x = U_I$ 右侧的点变换完全退化, 而与 $x = U_I$ 相重合. 因此, $\pi_{(I)}$ 和 $\pi_{(II)}$ 的研究只需在 $x = U_I$ 的左侧进行, 如图 15 所示.

记下边界 $y = 0$ 上点的横坐标为 S . 上边界 $y = \rho I_p$ 上点的横坐标为 S_1 . 另外, 以 V_p 作为电压的单位, 并注意到 $I_p = V_p/R$, 则变换 $\pi_{(I)}$ 的始点 (x_0, y_0) 和终点 (x, y) 的坐标成为

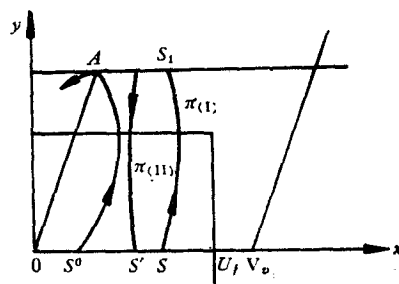


图 15

$$\begin{aligned} x_0 &= S, & x &= S_1, & (X_0 &= \theta); \\ y_0 &= 0, & y &= \frac{\rho}{R}, & \left(Y_0 &= \frac{\rho}{R} \theta\right). \end{aligned} \quad (24)$$

其中 $\theta = I_0/I_p$, 由 (9) 式¹⁾及 (24) 式得变换 $\pi_{(I)}$:

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} \frac{1}{\mu \sin \varphi_I} [(1 - \theta) \exp(\mu \varphi_I) + \theta \cos \varphi_I] + \frac{\theta}{2}, \\ S_1 &= \frac{1}{2} \frac{1}{\mu \sin \varphi_I} [\theta \exp(-\mu \varphi_I) + (1 - \theta) \cos \varphi_I] + \frac{1 + \theta}{2}, \end{aligned} \quad (25)$$

其中 $\mu = \frac{\sigma/2}{\omega}$, $\sigma = R/\rho$, $\omega = \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma}{2}\right)^2}$, $\varphi_I = \omega \tau_I$, τ_I 是在点变换 $\pi_{(I)}$ 中, 相点从下边界 $y = 0$ 到上边界 $y = \rho/R$ 的渡越时间.

对于 $\pi_{(II)}$:

$$\begin{aligned} x_0 &= S_1, & x &= S', & (X_0 &= \theta + V_V), \\ y_0 &= \frac{\rho}{R}, & y &= 0, & \left(Y_0 &= \frac{\rho}{R} \theta\right), \end{aligned} \quad (26)$$

其中 $V_V = V_o/V_p$. 由 (9) 式及 (26) 式得到 $\pi_{(II)}$:

$$\begin{aligned} S_1 &= -\frac{1}{2\mu \sin \varphi_{II}} [\theta \exp(\mu \varphi_{II}) + (1 - \theta) \cos \varphi_{II}] + \frac{1 + \theta}{2} + V_V, \\ S' &= -\frac{1}{2\mu \sin \varphi_{II}} [(1 - \theta) \exp(-\mu \varphi_{II}) + \theta \cos \varphi_{II}] + \frac{\theta}{2} + V_V. \end{aligned} \quad (27)$$

现在研究变换 $\pi_{(I)}$ 和 $\pi_{(II)}$ 的对应函数 $S_1(S)$ 及 $S'(S_1)$.

对应函数的存在域 如图 15 中所示, A 点是第 (I) 叶相平面中, 相轨与上边界的切点. 设 $\pi_{(I)}$ 将下边界上的一点 $S = S^0$ 映射到 A 点, $S_1 = 1$, 很显然, 若 $S < S^0$, 则 $\pi_{(I)}$ 不存在. 至于 $\pi_{(II)}$, 在 $x = U_F (< V_V)$ 的左侧, 总是存在的. 这里, $U_F = U_I/V_p$.

对应函数的渐近行为 对于 $\pi_{(I)}$, 令 $\varphi_I \rightarrow 0$, 由 (25) 式得对应函数 $S_1(S)$ 的渐近线,

$$S_1 = S = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\mu \varphi_I}\right). \quad (28)$$

对于 $\pi_{(II)}$, 类似地得到对应函数 $S'(S_1)$ 的渐近线,

$$S' = S_1 = V_V + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\mu \varphi_{II}}\right). \quad (29)$$

渐近线 (28) 与 (29) 相同, 但 $S'(S_1)$ 与 $S_1(S)$ 对渐近线的趋向相反.

对应函数的转向 同一叶相平面上, 相轨不能彼此相交, 故 $S'(S_1)$ 与 $S_1(S)$ 都是单调函数. 且已知, 当 $\varphi_I \rightarrow 0$, $\varphi_{II} \rightarrow 0$ 时, $S_1(S)$ 与 $S'(S_1)$ 趋向各自的渐近线. 进一步讨论, 随着 φ_I , φ_{II} 增加时, $S_1(S)$ 与 $S'(S_1)$ 变化的转向. 由 (25) 式及 (27) 式得对应函数的微商,

$$\pi_{(I)}: \quad \frac{dS_1}{dS} = \frac{(1 - \theta) + \theta(\cos \varphi_I + \mu \sin \varphi_I) \exp(-\mu \varphi_I)}{\theta + (1 - \theta)(\cos \varphi_I - \mu \sin \varphi_I) \exp(\mu \varphi_I)}, \quad (30)$$

1) 在 $r_1 = \infty$ 的条件下, 第 1 和第 3 区通常是椭圆点区, 故用 (9) 式.

$$\pi_{(II)}: \quad \frac{dS_1}{dS'} = \frac{(1-\theta) + \theta(\cos \varphi_{II} - \mu \sin \varphi_{II}) \exp(\mu \varphi_{II})}{\theta + (1-\theta)(\cos \varphi_{II} + \mu \sin \varphi_{II}) \exp(-\mu \varphi_{II})}. \quad (31)$$

当 $\varphi_I, \varphi_{II} \rightarrow 0$ 时, (30) 及 (31) 式近似为

$$\pi_{(I)}: \quad \frac{dS_1}{dS} \simeq 1 + (1 + \mu^2) \left(\frac{1}{2} - \theta \right) \varphi_I^2, \quad (32)$$

$$\pi_{(II)}: \quad \frac{dS_1}{dS'} \simeq 1 + (1 + \mu^2) \left(\frac{1}{2} - \theta \right) \varphi_{II}^2. \quad (33)$$

根据 (28), (32) 与 (29), (33) 诸式, 可以大致作出 $S_1(S)$ 与 $S'(S)$ 的图形 (见图 16). 看来, 似乎无论 $\theta > \frac{1}{2}$, 还是小于 $1/2$, 变换 π 都不存在不动点. 实际上不是这样, 因为, 若考虑到 $\varphi(x)$ 的高导支 ($r_2 = 0$) 对 $\pi_{(I)}$ 和 $\pi_{(II)}$ 的影响, 则 $S_1(S)$ 与 $S'(S_1)$ 具有微商不连续点 S_0 与 S_1^0 (见图 17).

$$\pi_{(I)}: \quad S_1(S_0) = S_{10},$$

$$\pi_{(II)}: \quad S'(S_1^0) = U_F.$$

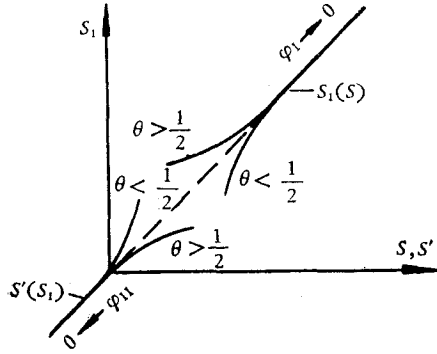


图 16

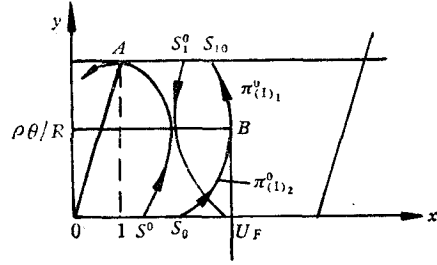


图 17

S_0 到 S_{10} 的相轨在 B 点与 $\varphi(x)$ 的高导支相切. 定义 S_0 到 S_{10} 的变换 $\pi_{(I)}$ 为临界变换 $\pi_{(I)}^0$, 它分成两部分: $\pi_{(I)}^0$ 和 $\pi_{(I)}^0$. 前者将 B 点映射到 S_{10} , 后者将 S_0 映射到 B 点. B 点的坐标是 $(U_F, \frac{\rho}{R} \theta)$. 因此, 可以得到变换 $\pi_{(I)}^0$ 和 $\pi_{(I)}^0$.

$$\pi_{(I)}^0:$$

$$U_F = \frac{1-\theta}{2} \frac{\exp(\mu \varphi_{I_1}^0)}{\mu \sin \varphi_{I_1}^0} + \theta, \quad S_{10} = \frac{1-\theta}{2} \frac{1}{\mu} \cot \varphi_{I_1}^0 + \frac{1+\theta}{2}. \quad (34)$$

$$\pi_{(I)}^0:$$

$$S_0 = \frac{\theta}{2} \left(1 + \frac{1}{\mu} \cot \varphi_{I_2}^0 \right), \quad U_F = \theta \left(1 + \frac{1}{2\mu} \frac{\exp(-\mu \varphi_{I_2}^0)}{\sin \varphi_{I_2}^0} \right). \quad (35)$$

综合上面的结果, 从 (28), (29), (32—35) 诸式, 可以得如下结论:

- 1) 若 $\theta < 1/2$, 点变换 π 不存在不动点 (图 18);
- 2) 若 $\theta > 1/2$, 点变换 π 可能存在不动点 (图 19).

但是, 在 $\theta > 1/2$ 时, 若变换 $\pi_{(I)}$ 本身不存在, 自然也就没有不动点存在. 利用 $\pi_{(I)}^0$ 的存在条件, 可以找到在 $\theta > 1/2$ 时, 不动点尚能存在的最小偏流 $\theta_{\min} = I_{\min}/I_p$. 为此, 只需在

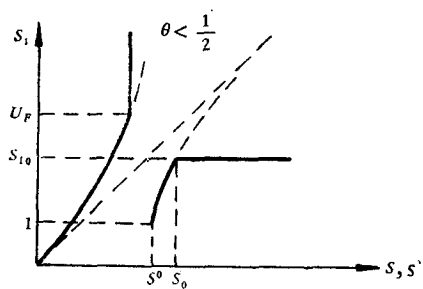


图 18

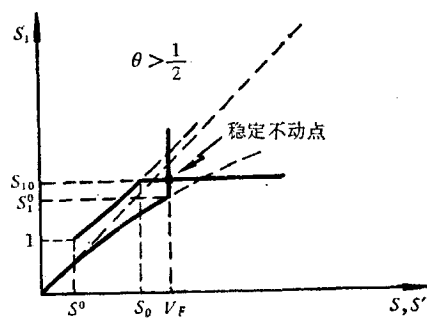


图 19

变换 $\pi_{(1)}^0$ 中, 令 $S_{10} = 1$, 由 (34) 式得

$$S_{10} = 1 = \frac{1 - \theta_{\min}}{2} \frac{1}{\mu} \cot \varphi_{1i}^0 + \frac{1 + \theta_{\min}}{2},$$

$$U_F = \frac{1 - \theta_{\min}}{2} \frac{1}{\mu} \frac{\exp(\mu \varphi_{1i}^0)}{\sin \varphi_{1i}^0} + \theta_{\min}. \quad (36)$$

消去 φ_{1i}^0 , 得

$$\frac{U_F - \theta_{\min}}{1 - \theta_{\min}} = \frac{\exp(\mu \cot^{-1} \mu)}{2\mu \sin(\cot^{-1} \mu)} = \frac{\sqrt{1 + \mu^2}}{2\mu} \exp(\mu \cot^{-1} \mu).$$

令

$$F(\mu) = \frac{\sqrt{1 + \mu^2}}{2\mu} \exp(\mu \cot^{-1} \mu), \quad (37)$$

则得

$$\theta_{\min} = \frac{F(\mu) - U_F}{F(\mu) - 1} \approx 1 - 2(U_F - 1)\mu. \quad (38)$$

函数 $F(\mu)$ 如图 20 所示. 按 (38) 式计算, $\theta_{\min}$ 可能小于 $1/2$, 但上面已经指出, $\theta < 1/2$ 时, 变换 π 不存在不动点, 故 (38) 式仅在 $\theta > 1/2$ 时适用. 图 21 给出了 $\theta_{\min}$ 对 μ 的关系. 图中的曲线表明, 触发振荡的工作区宽度 $(1 - \theta_{\min})$ 随着 U_F 的增加或 $\rho (= \sqrt{L/C_0})$ 的减小而增加, 最宽达到 50% (在高频下, 甚至宽达 80% 以上. 参看第五部分及图 50). 毋庸置疑, 这是由于采用了非线性偏置的结果. 从物理上看, 当振荡频率比较高, 或旁

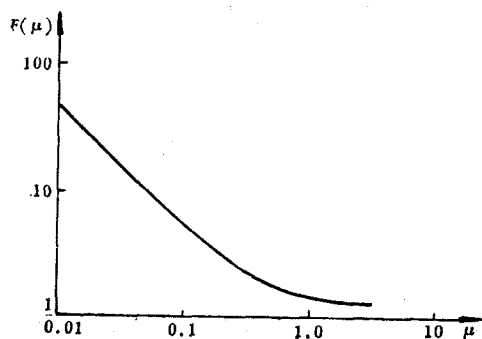


图 20

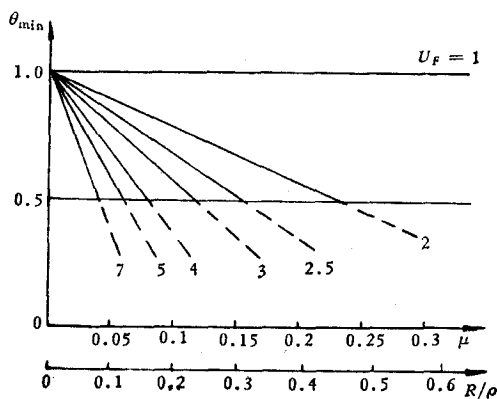


图 21

路电容 C_0 比较大时, 偏置二极管两端的电压 u 将围绕其平均值 (位于 TD 的负阻区中) 作幅度不大的变化 (参看图 14). 若振荡频率或 C_0 进一步增加, 则在实际上可以视 u 为常值. 因此, 在触发振荡一旦建立之后, 图 1 所示的电路将与恒压偏置的自激系统相似, 偏置元件是具有线性特性, 抑或非线性特性, 其影响并不表现出质的差别. 但是, 由于二极管 D 的伏-安特性中高阻区的存在, 为了建立起位于 TD 负阻区的偏置电压 u , 流过 D 的电流可以是 I_0 中相当小的一部分, 从而偏置电流 I_0 主要是供给振荡过程所需要的能量. 因此, I_0 可以远低于 TD 的峰流 I_p , 而触发振荡仍能维持. 在线性偏置条件下, 偏置电阻将消耗掉 I_0 中较大的部分. 如果为了减少消耗而增大偏置电阻, 又将使位于负阻区的两个奇点中的一个越出负阻区, 从而振荡难于被触发. 试想负阻器件具有理想 N 型特性, 即负阻区具有直线特性, 那么, 在线性偏置情况下, 在负阻区内决不可能获得两个奇点, 而在二极管偏置时, 由于其伏-安特性的高导支的存在, 却是不难实现的.

2. 触发特性

1) 电流触发

(a) 正触发 设在偏流 I_0 上迭加一幅度为 I_t 的正极性矩形电流脉冲 (图 22), 则负载线随即升高, 达到图 23 中虚线所示的位置. 然后系统将从原来的平衡点 Q 出发, 沿一螺线相轨运动, 收敛于新的平衡点 Q_1 . 若 I_t 大于某一临界值 $I_{t_{cl}}$, 则相点将达到上边界 $y = \rho/R$, 从而产生振荡. 显然, 临界触发电流 $I_{t_{cl}}$ 是由以 Q_1 为奇点 ($X_0 = \theta + \theta_{t_{cl}}$, $Y_0 = \rho(\theta + \theta_{t_{cl}})/R$), 将 Q 点映射到 A 点的点变换所决定的. 从 (9) 式得到所要求的点变换为

$$-\frac{1}{2}\theta_{t_{cl}} = \frac{\rho}{R} [(1 - \theta - \theta_{t_{cl}})\omega \exp(\mu\varphi^0) + \theta_{t_{cl}}\omega \cos \varphi^0] / \sin \varphi^0,$$

$$\frac{1}{2}(1 - \theta - \theta_{t_{cl}}) = \frac{\rho}{R} [(1 - \theta - \theta_{t_{cl}})\omega \cos \varphi^0 + \theta_{t_{cl}}\omega \exp(-\mu\varphi^0)] / \sin \varphi^0, \quad (39)$$

其中 $\theta_{t_{cl}} = I_{t_{cl}}/I_p$, $\varphi^0 = \omega\tau^0$, τ^0 是相点从 Q 到 A 的渡越时间. 显然, $\varphi^0 = \pi$, 因此由 (39) 式消去 $\sin \varphi^0$, 得到

$$\theta_{t_{cl}} = (1 - \theta) \frac{\exp(\mu\pi)}{1 + \exp(\mu\pi)}, \quad (40)$$

临界触发脉冲宽度 $t^0 = \tau^0 \sqrt{LC_0} = 2\pi\mu \frac{L}{R}$.

(b) 负触发 若在偏流 I_0 上迭加一幅度为 I_t 的足够宽的负脉冲, 则负载线将移至图

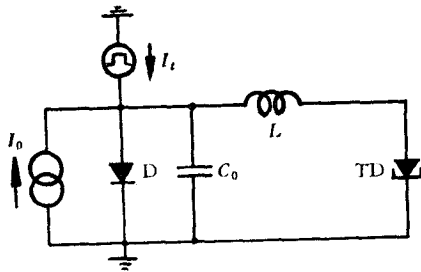


图 22

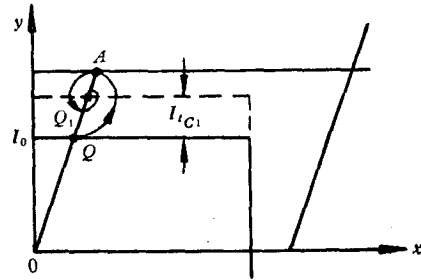


图 23

$$T_2 = \frac{L}{R} \int_{I_p}^0 \frac{di}{\frac{\bar{u} - V_v}{R} - i} = \frac{L}{R} \ln \left(1 + \frac{V_p}{V_v - \bar{u}} \right). \quad (46)$$

令

$$k_1 = \ln \left(\frac{U}{U-1} \right), \quad k_2 = \ln \left(1 + \frac{1}{V_v - U} \right), \quad (47)$$

则周期 T_0 可写为

$$T_0 = \frac{L}{R} (k_1 + k_2), \quad (48)$$

其中 $U = \frac{\bar{u}}{V_p}$, 图 25 中给出了 k_1 和 k_2 对 U 的函数关系. 如果必要, 可以进一步计算周期的一级近似值.

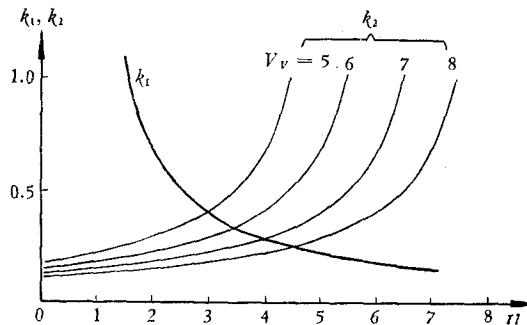


图 25

五、实 验

1. 触发振荡工作区宽度 $(1 - \theta_{\min})$ 的测量

测量 $\theta_{\min}$ 的线路如图 26. 实验用 TD 和 D 的伏-安特性如图 27, 28 所示. 实验结果见图 29—31. 实验与理论的符合较好. 但是, 当电感 L 不同时, 对同一个偏置二极管 D, 在计算中选取了不同的 U_f 值. 这一情况与隧道二极管的结电容 C 的影响有关. 图 29 中曲线 3 及图 30, 31 中曲线 2, 其理论同实验差别的主要原因在于 $\varphi(u)$ 的高阻区到高导区是逐渐过渡的, 并非一理想的直角. 因此, U_f 随 μ 稍有增加.

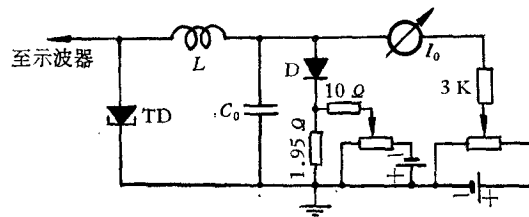


图 26

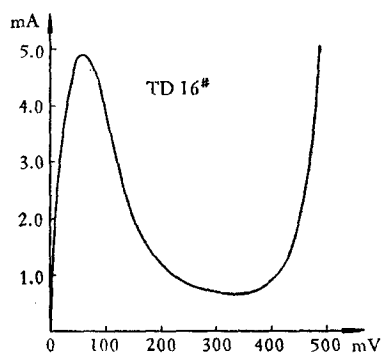


图 27 $I_p = 4.9$ 毫安, $I_v = 0.7$ 毫安,
 $V_p = 57$ 毫伏, $V_v = 340$ 毫伏

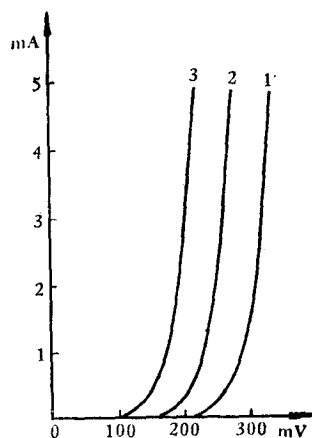


图 28 ① D65#; ② D65#a, 即①左移 57 毫伏;
③ D65#b, 即①左移 114 毫伏

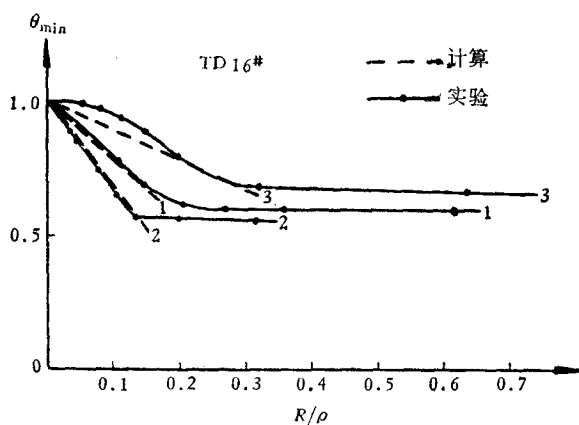


图 29 $L = 500$ 微亨
实验: ① D65#a, ② D65#, ③ D65#b;
计算: ① 取 $U_f = 173$ 毫伏, ② $U_f = 230$ 毫伏, ③ $U_f = 116$ 毫伏

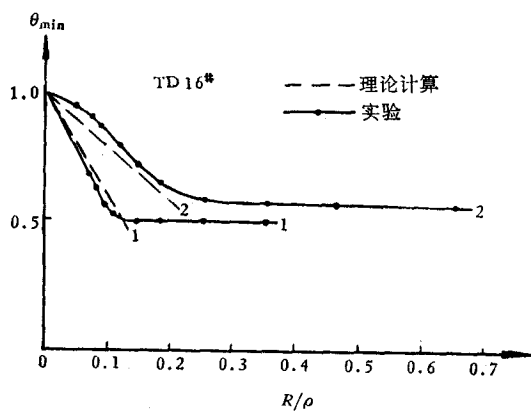


图 30 $L = 48$ 微亨
实验: ① D65#, ② D65#b;
计算: ① $U_f = 285$ 毫伏, ② $U_f = 171$ 毫伏

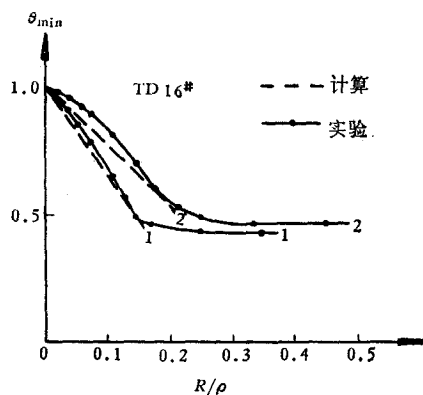


图 31 $L = 5.1$ 微亨
实验: ① D65#a, ② D65#b;
计算: ① $U_f = 243$ 毫伏, ② $U_f = 186$ 毫伏

2. 触发特性的测量

1) 电压触发

实验线路与图 26 相同。触发信号用正弦电压(理论分析中, 为了方便使用的是矩形脉冲)。实验结果见图 32—35。图中理论值按(43)式计算。当信号频率 f_s 远低于回路固有频率

$$f_0 = \frac{\sqrt{1 - (\sigma/2)^2}}{2\pi\sqrt{LC_0}}$$

时, 电感 L 的分流作用显著, 触发的性质由电压触发过渡到电流触发。 f_s 大约为 f_0 的 1.5

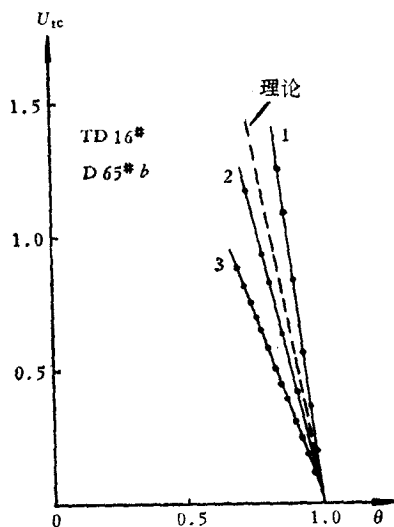


图 32 $L = 48$ 微亨, $C_0 = 10000$ 微微法
① $f_s = 500$ 千周; ② $f_s = 250$ 千周; ③ $f_s = 150$ 千周

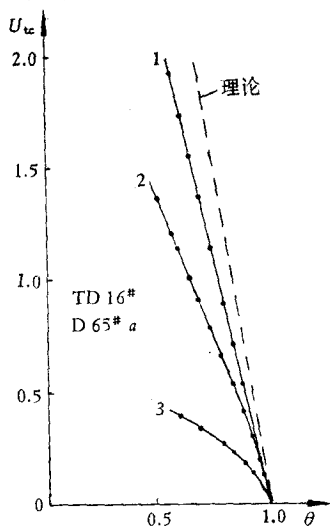


图 34 $L = 5.1$ 微亨, $C_0 = 1000$ 微微法
① $f_s = 2.2$ 兆周; ② $f_s = 1.0$ 兆周; ③ $f_s = 150$ 千周

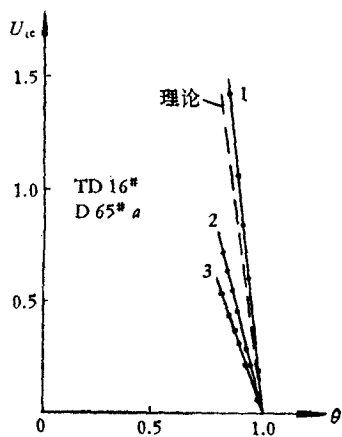


图 33 $L = 48$ 微亨, $C_0 = 5600$ 微微法
① $f_s = 500$ 千周; ② $f_s = 250$ 千周; ③ $f_s = 150$ 千周

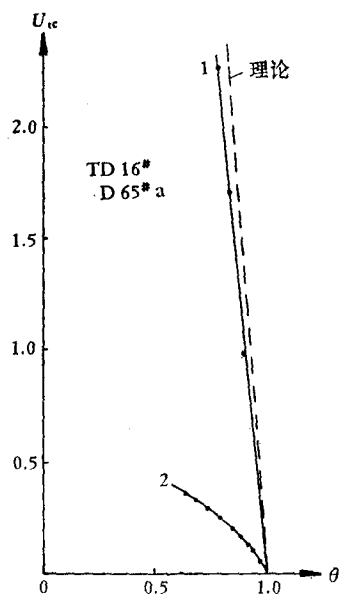


图 35 $L = 5.1$ 微亨, $C_0 = 200$ 微微法
① $f_s = 5$ 兆周; ② $f_s = 150$ 千周

倍时,实验值与理论值相合.

2) 临界电流负触发

实验线路如图 36, 在 $\theta_{c2} = \theta$ 这一特殊条件下, 测量的 θ 与 μ_0 的关系, 结果见图 37. 理论与实验符合较好. 二者之间还存在一些分歧的主要原因在于, TD 的实际特性 (第一正阻支) 高于直线段近似.

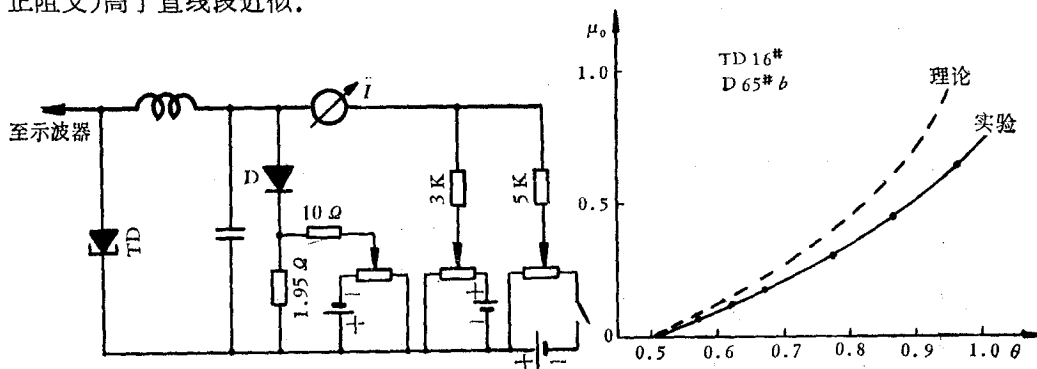


图 36

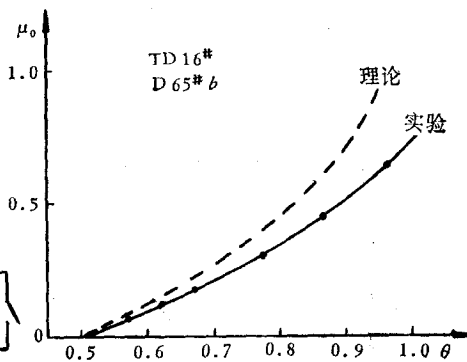


图 37 $L = 5.1$ 微亨

3. 周期

周期的测量结果如图 38 所示. 理论值按 (48) 式计算, 其中, 设 $\bar{u} = U_f = 200$ 毫伏, $V_e = 340$ 毫伏. 理论与实验符合较好. 从该图看到, L 较小时, 实验点偏离直线关系, 这表明退化模型已不太适用, 相点跳越“快区”的时间对周期已有显著贡献. 周期的理论值高于实验值, 主要原因在于 TD 的第二正阻支的电阻较第一正阻支的大.

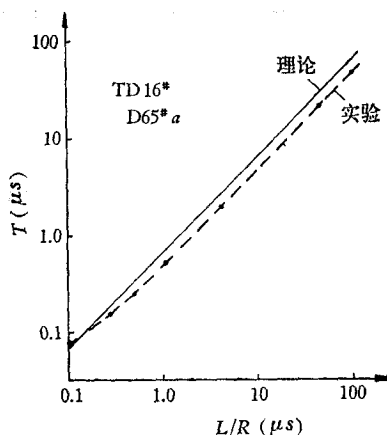


图 38 $C_0 = 0.025$ 微法, $L = 1.2 \div 1000$ 微亨

4. 极限环

图 39 与 40 是 $u-v$ 平面上的极限环波形. 照片中所给参数分别与图 11 和 12 相近. 将图 39, 40 与图 13, 14 比较, 可以看到, 图解结果与实验很吻合. 例如, 图 13 的极限环中, 左上角与右下角各有一凸出的扭曲的小“尾巴”, 在图 39 中确实存在.



图 39 TD16*, D65#a

 $L = 500$ 微亨; $C_0 = 0.05$ 微法; $I_0 = 4$ 毫安¹⁾

图 40 TD16*, D65#a

 $L = 500$ 微亨; $C_0 = 0.2$ 微法; $I_0 = 3.2$ 毫安

5. 触发振荡的建立时间

图 41, 42 分别是正负电流脉冲触发时, 振荡的建立过程. 图片表明, 振荡的建立时间不到一个周期.

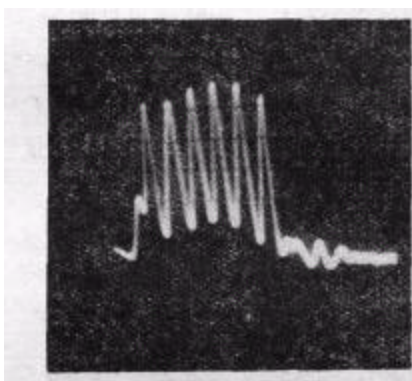


图 41 TD16*, D65#a

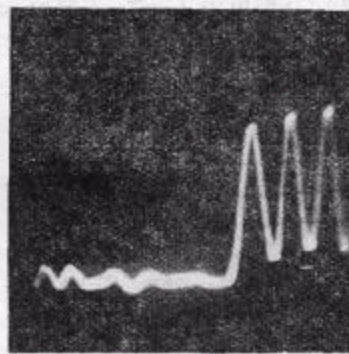
 $L = 2.9$ 微亨; $C_0 = 100$ 微微法; $I_0 = 2.4$ 毫安

图 42 TD16*, D65#a

 $L = 2.9$ 微亨; $C_0 = 100$ 微微法; $I_0 = 4.4$ 毫安

6. 用长线时的触发振荡

图 43, 44 是用一百米短路同轴电缆 PK-1 代替图 1 中电感 L 时, 观察到的触发振荡波形. 触发振荡是由外部信号来控制的, 因此, 比较自激振荡可能有更多的技术应用.

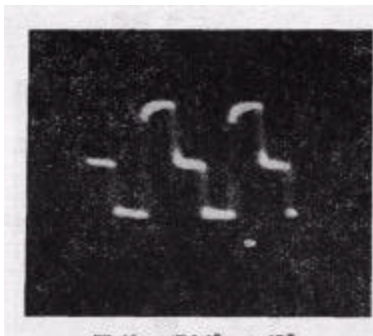


图 43 TD16*, D65#a

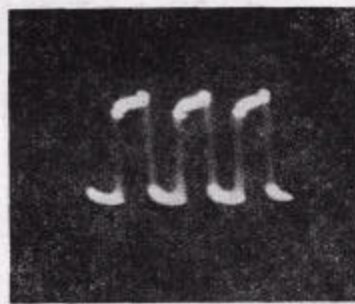
 $C_0 = 0.1$ 微法; $I_0 = 4.8$ 毫安

图 44 TD16*, D65#a

 $C_0 = 0.1$ 微法; $I_0 = 1.8$ 毫安

1) 第五部分的 4—7 节, 偏流 I_0 均指实际值, 没有从中减去谷值电流.

7. 在高频下的实验

图 45 是采用同轴线的高频实验线路。实验用 TD 比 TD16* 的优质更高, 其伏-安特

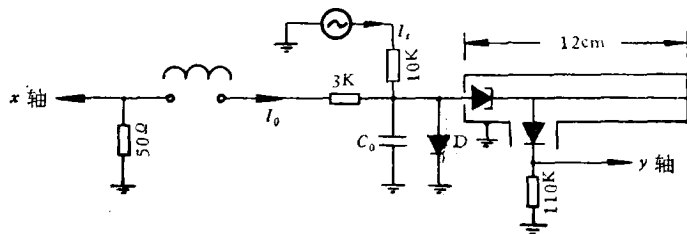


图 45

性见图 46, 谷值电容 $C_v \approx 22$ 微微法。偏置二极管仍用 D65*a。实验结果见图 47—51。其中横轴为偏置电流, 纵轴为输出电压幅度。图 47, 48 中, $C_0 \approx 40$ 微微法, 是 D65*a 本身的电容, 图 48—50 中, 已将纵坐标轴从原点移到 I_v 处, 因为在理论分析中已设 $I_v = 0$ 。图 51 是加有正弦触发信号的工作情形, 工作区的上、下边界发生移动, 表明了正弦信号

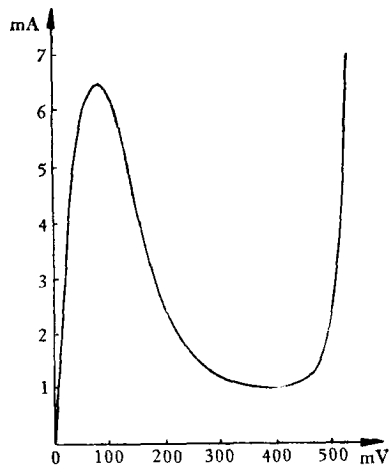


图 46 $I_p = 6.5$ 毫安; $V_p = 80$ 毫伏;
 $I_v = 1.05$ 毫安; $V = 390$ 毫伏

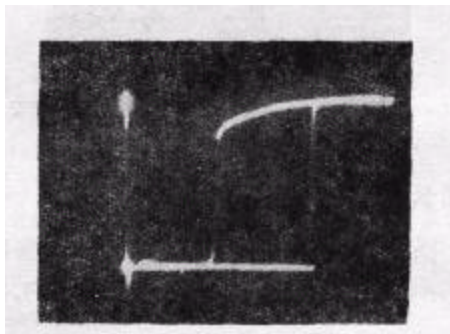


图 47 $C_0 \approx 40$ 微微法
(纵坐标轴在原点)

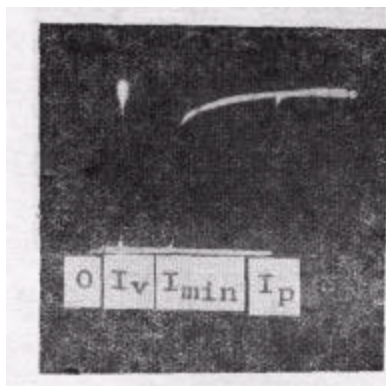


图 48 $C_0 \approx 40$ 微微法

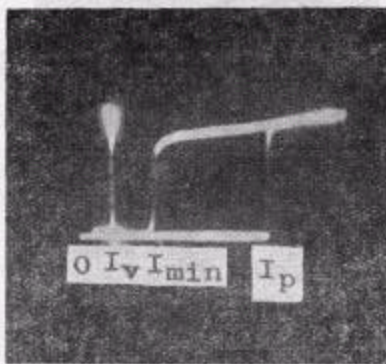
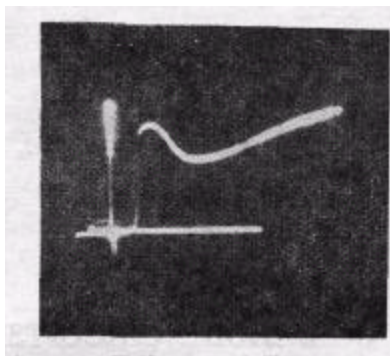
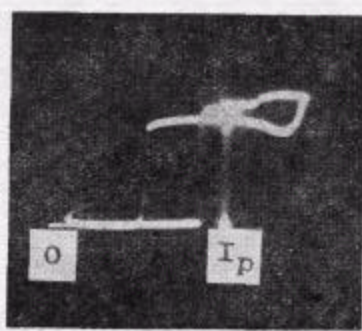


图 49 $C_0 = 60$ 微微法

图 50 $C_0 \approx 90$ 微微法图 51 $C_0 \approx 40$ 微微法(纵轴已移到峰流 I_p 处,并加有正弦触发电流 $I_t = 0.5$ 毫安(有效值),频率 1.5 兆周)

的触发和复位作用。触发振荡的频率在 100—150 兆周之间,随偏置电流而变化。必须指出,图 50 所示的情形中, $\theta \approx 0.19$, 触发振荡工作区的宽度达 81%。

六、应 用

B 型电路作为幅度触发器,可以在计算机中得到应用。由于 B 型电路触发振荡的工作区足够宽,因此它的实际应用已经成为可能。A 型电路作为单稳态触发器,可以用作脉冲数调制器、比较器等等。此外,在其它一些复杂的 TD 对电路中,用类似的非线性偏置技术,可获得一些新的触发振荡电路,图 52—54 例举了若干可能的这类电路。

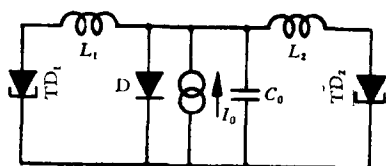


图 52

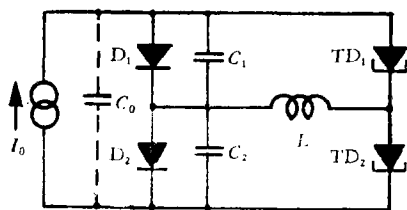


图 53

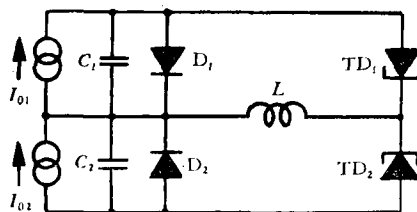


图 54

参 考 文 献

- [1] 河本琢本,河本佐和子,“エサキダイオード 2 安定回路における振動現象”,非直线理论研究专门委员会资料 (1961) 3, 17.
- [2] T. Kawamoto, et al., *IEEE Trans.*, **CT-10** (1963), 333.
- [3] T. Kawamoto, et al., *IEEE International Convention Record*, part 2 (1963), p. 91.
- [4] 志村,南云,“江崎ダイオードを用いた自励波動”,非直线理论研究专门委员会资料 (1960), 8, 29.
- [5] J. Nagumo, M. Shimura, *PIRE*, **49** (1961), 1281.
- [6] W. G. Tuel, *IEEE*, **51** (1963), 1265.

- [7] 夏培肃等, 电子计算机动态, 1963 年, 第 9 期, 第 1 页.
- [8] M. C. Нейман, Г. П. Земов, *Радиотехника*, **18** (1963), 40.
- [9] 有住, 和田, 吉田等, 应用物理, **32** (1963), 892.
- [10] N. Minorsky, *Nonlinear Oscillations*, N. Y. (1962), chap. 26.
- [11] A. A. Андронов, A. A. Витт, С. Э. Хайкин, теория колебаний, физматгиз, Москва (1959), Глава VIII.
- [12] 同[10], p. 614.
- [13] 吴锡九, 物理学报, **20** (1964), 731.

TRIGGERED OSCILLATION IN TUNNEL DIODE CIRCUITS WITH NON-LINEAR BIAS

YI MING-GUANG

ABSTRACT

In some switching circuits employing tunnel diodes, it is found that a stationary relaxation oscillation may be obtained by triggering methods^[1-3]. Triggered quasi-sinusoidal oscillations have been discussed by some authors^[4-5] for the development of digital computers, but the region of biasing currents in which the triggered oscillations occur is not wide enough for practical case.

The purpose of this paper is to solve the above mentioned problem: a triggered oscillation circuit utilizing tunnel diodes which is biased non-linearly is proposed. The working properties of such a tunnel diode circuit have been investigated by point transformation and graphical methods. It is found that the operating region in which bistable states exist is wide enough. A simple expression for the normalized minimum biasing current $\theta_{\min}$ of bistable operation is obtained;

$$\theta_{\min} = \frac{F(\mu) - U_F}{F(\mu) - 1} \simeq 1 - 2(U_F - 1)\mu.$$

The experimental results are in accord with the theoretical analyses. Some more complex circuits for triggered oscillation are also suggested.