

基本粒子的质量关系和层子相互作用*

陆 琰 罗 辽 复 杨 国 琛

(内蒙古大学物理系)

提 要

本文利用重子和介子的 $SU(6)$ 波函数, 讨论强子内部的层子作用, 分析各个质量关系的动力学根源, 建立重子和介子质量的联系, 并求得几个联系二者的新关系:

$$\begin{aligned}\frac{\rho - \pi}{K^* - K} &= \frac{\Delta - N}{\Sigma^* - \Sigma}, \\ 4(\Lambda - N) &= 3(K^* - \rho) + (K - \pi), \\ \frac{\rho - \pi}{\Delta - N} &= \frac{(\varphi - \rho) - 2(K - \pi)}{2(\Omega - \Delta) - \frac{3}{2}(K - \pi) - \frac{9}{4}(\varphi - \rho)}.\end{aligned}$$

研究了它们的成立与层子-层子力和层子-反层子力的对称性的联系。

北京的基本粒子理论工作者 1965—1966 年间曾提出了一个关于基本粒子结构的模型——层子模型^[1], 引进波函数描述层子在基本粒子内部的运动。我们基于基本粒子的结构概念, 分析了基本粒子的质量谱。从么正对称性的研究, 曾经得到了一系列重子和介子的质量关系, 但二者之间的关系尚很少研究。重子和介子具有不同的层子组成, 重子和介子间的质量关系必然更深刻地接触到基本粒子的结构问题, 接触到层子间作用力的性质。本文同时利用非相对论层子模型和北京层子模型两种方法, 分析了重子和介子的质量, 得到了重子和介子间的几个质量关系, 这些关系指出层子-层子力 ($q-q$ 力) 和层子-反层子力 ($q-\bar{q}$ 力) 之间具有一定的对称性。

首先, 用非相对论层子模型进行分析。因为在讨论质量谱问题时, 只牵涉到一个强子, 总可以在强子的质心系中处理, 考虑到层子在基本粒子内的动能不超过数百 MeV, 因此非相对论方法是合理的近似。

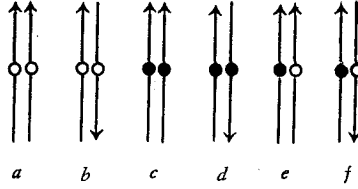
实验表明, 可以对基本粒子进行 $SU(6)$ 分类, $\frac{1}{2}^+$ 、 $\frac{3}{2}^+$ 重子属于表示 $\underline{56}$, O^- 、 I^- 介子属于表示 $\underline{35}$ 。因此, 我们可以引用这样的波函数作为零级波函数, 即它的空间部分是 $SU(6)$ 标量, 而么旋自旋部分构成 $SU(6)$ 群的 $\underline{56}$ 和 $\underline{35}$ 表示。

其次, 实验上还没有发现三体力和多体力。一些工作^[2]把基本粒子散射分解为一对对层子散射幅的叠加, 得到了较好的结果。因此不妨假设: 层子间的相互作用力为二体作用, 这种作用依赖于么旋和自旋, 具有空间转动、反演和同位旋的不变性。

显然, 在非相对论近似下, 基态中相互作用对自旋的依赖必取 $\sigma_1 \cdot \sigma_2$ 型; 同样, 对同

* 1972 年 4 月 25 日收到。

位旋的依赖必取 $\tau_1 \cdot \tau_2$ 型。但是, 矢介子 ρ 和 ω 的质量几乎相等(差别不到 3%), 表明同位旋依赖项 $\tau_1 \cdot \tau_2$ 可以略去。因此二体作用对自旋么旋的依赖可分为如下六种(分别用 $a, b, \dots, f$ 表示):



图中“○”表 p', n' ; “●”表 λ' ; a, c, e 为自旋三态, b, d, f 为自旋单态。对于 $q-\bar{q}$ 作用, 用相应的带撇的量 $a', b', \dots, f'$ 表示。应用单态算符 $S_{ij} = \frac{1}{4}(1 - \sigma_i \cdot \sigma_j)$ 和三态算符 $T_{ij} = \frac{1}{4}(3 + \sigma_i \cdot \sigma_j)$ 在 $SU(6)$ 波函数中求平均的办法, 就可得到相应于 $\uparrow\downarrow$ 和 $\uparrow\uparrow$ 情形的位能, 位能也用 $a, b, \dots, f$ 等去标志, 得到的基本粒子质量如下:

$$\begin{aligned}
 N &= 3n_0 + \frac{3}{2}a + \frac{3}{2}b, \\
 \Sigma &= 2n_0 + \lambda_0 + a + \frac{1}{2}e + \frac{3}{2}f, \\
 \Lambda &= 2n_0 + \lambda_0 + b + \frac{3}{2}e + \frac{1}{2}f, \\
 \Xi &= n_0 + 2\lambda_0 + c + \frac{1}{2}e + \frac{3}{2}f, \\
 \Delta &= 3n_0 + 3a, \\
 \Sigma^* &= 2n_0 + \lambda_0 + a + 2e, \\
 \Xi^* &= n_0 + 2\lambda_0 + c + 2e, \\
 \Omega &= 3\lambda_0 + 3c,
 \end{aligned} \tag{1}$$

式中 n_0 和 λ_0 分别代表层子 $n'(p')$ 和 λ' 的质量与动能之和。由于重子十重态的质谱具有等间距性, 故有

$$a + c = 2e. \tag{2}$$

容易证明, 在 (2) 式成立的条件下, 重子八重态遵守 GMO 关系:

$$\frac{1}{2}(N + \Xi) = \frac{1}{4}(3\Lambda + \Sigma).$$

并有八重态和十重态间的质量关系:

$$\Delta - N = \Sigma^* - \Sigma + \frac{3}{2}(\Sigma - \Lambda) = \Xi^* - \Xi + \frac{3}{2}(\Sigma - \Lambda).$$

可见 (2) 式概括了重子的各种质量关系, 此式的意义是 $q-q$ 三态力线性依赖于超荷。

同样可以求得介子质量如下:

$$\begin{aligned}
 \pi &= 2n'_0 + b', \\
 K &= n'_0 + \lambda'_0 + f',
 \end{aligned}$$

$$\eta = \frac{2}{3} n'_0 + \frac{4}{3} \lambda'_0 + \frac{1}{3} b' + \frac{2}{3} d', \quad (3)$$

$$\rho = \omega = 2n'_0 + a',$$

$$K^* = n'_0 + \lambda'_0 + e',$$

$$\phi = 2\lambda'_0 + c',$$

式中 n'_0 和 λ'_0 分别代表介子中 $n'(p')$ 和 λ' 的质量与动能之和. 一般说来, $n_0 \approx n'_0$, $\lambda_0 \approx \lambda'_0$. 这是由于可能存在的某种超强作用的重正化影响, 使得层子的质量在重子和介子中取不同值, 也因为重子和介子中层子动能的差异. (3) 式中 π , K 等介子的质量以一次方出现, 而不象通常假定那样以质量平方出现, 从结构的观点看, 介子和重子一样, 都是层子的复合系统, 因此自然形式相同. 从矢介子的质量关系

$$2K^* = \rho + \phi = \omega + \phi,$$

知有

$$a' + c' = 2e'. \quad (2')$$

其意义同 (2) 式, 表示 $q-\bar{q}$ 三态力亦线性依赖于超荷. 至于 O^- 介子的 GMO 关系:

$$4K = 3\eta + \pi,$$

在上面的理论中也可得到, 成立条件是

$$b' + d' = 2f'. \quad (4)$$

不过 O^- 介子的 GMO 关系与实验符合得不好, 表明如果不考虑 η - η' 混合, (4) 式与实验有较大偏离, $q-\bar{q}$ 单态力不是严格地线性依赖超荷的.

(1) 式和 (3) 式分别给出了重子和介子的质量, 但 $q-q$ 作用与 $q-\bar{q}$ 作用不是无关的, 其间存在对称性, 例如 (2) 和 (2') 式之相似就表明这种对称性之存在, 因此 $a' \cdots f'$ 和 $a \cdots f$ 间必有某种联系, 通过这些联系可以建立重子和介子间的质量关系. 实际上, 可把 $q-q$ 作用 $a \cdots f$ 分为二类, $3a + b$, $3c + d$, $3e + f$ 为自旋无关的, $a - b$, $c - d$, $e - f$ 为自旋相关的; 对 $q-\bar{q}$ 力也可作类似分解. 如果假定 $q-\bar{q}$ 和 $q-q$ 的自旋相关力具有如下的对称性:

$$\frac{a' - b'}{a - b} = \frac{c' - d'}{c - d} = \frac{e' - f'}{e - f} = x \quad (5)$$

[此假定和 (2), (2') 式协调], 则由 (1), (3) 式不难得到重子和介子的质量关系:

$$\frac{\rho - \pi}{K^* - K} = \frac{\Delta - N}{\Sigma^* - \Sigma}. \quad (6)$$

用实验值代入, 左方为 1.58, 右方为 1.55, 误差仅 2%. 可见, 假定 (5) 式是正确的, 其意义为 $q-\bar{q}$ 自旋相关力和 $q-q$ 自旋相关力的比例与超荷状态无关.

进一步研究层子的自旋无关力, 发现如果假定自旋无关力与超荷状态无关, 即

$$\begin{aligned} 3a + b &= 3e + f, \\ 3a' + b' &= 3e' + f', \end{aligned} \quad (7)$$

同时假定

$$n_0 - \lambda_0 = n'_0 - \lambda'_0, \quad (8)$$

则从 (1) 和 (3) 式可以得到另外两个联系重子和介子的质量关系:

$$4(\Lambda - N) = 3(K^* - \rho) + (K - \pi), \quad (9)$$

$$\frac{\rho - \pi}{\Delta - N} = \frac{(\varphi - \rho) - 2(K - \pi)}{2(\Omega - \Delta) - \frac{3}{2}(K - \pi) - \frac{9}{4}(\varphi - \rho)}. \quad (10)$$

两式和实验相比,误差皆小于5%[(9)式中若 ρ 用 $\frac{1}{2}(\rho + \omega)$ 代,左方为704MeV,右方为708MeV]。由此可见,假定(7)和(8)式是正确的,(7)式的意义是**层子自旋无关力不依赖于超荷状态**。

上面得到了联系重子和介子的质量关系式,这些关系是层子作用力具有一定对称性的反映。假设(5)式可推广为

$$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \dots = \frac{f'}{f} = x, \quad (11)$$

则把(11)式称为正比假设。提出这个假设的依据为由此能从(2)式导出(2')式,并由此能导出(5)式,此外也和(7)式协调。 x 的数值可从强子质量求得:

$$x = 3.2.$$

其次,用北京层子模型进行分析。设层子场哈密顿量为

$$\begin{aligned} \hat{H} &= \hat{H}_0 + \hat{H}_{\text{int}} + \hat{H}', \\ \hat{H}' &= \delta \cdot \bar{\psi} T_3^3 \psi, \\ T_3^3 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (12)$$

其中 $\hat{H}_0$ 为哈密顿量中的 $SU(6)$ 对称部分, $\hat{H}_{\text{int}}$ 取费米型点作用,

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{int}} &= A_1 \bar{\psi} \Gamma_1 \psi \cdot \bar{\psi} \Gamma_1 \psi + A_2 \bar{\psi} \Gamma_2 \psi \cdot \bar{\psi} \Gamma_2 \psi + A_3 \bar{\psi} T_3^3 \Gamma_1 \psi \cdot \bar{\psi} T_3^3 \Gamma_1 \psi \\ &\quad + A_4 \bar{\psi} T_3^3 \Gamma_2 \psi \cdot \bar{\psi} T_3^3 \Gamma_2 \psi + 2A_5 \bar{\psi} T_3^3 \Gamma_1 \psi \cdot \bar{\psi} \Gamma_1 \psi \\ &\quad + 2A_6 \bar{\psi} T_3^3 \Gamma_2 \psi \cdot \bar{\psi} \Gamma_2 \psi, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\Gamma_1 = 1 \text{ 或 } \gamma_\mu,$$

$$\Gamma_2 = -i\gamma_\mu \gamma_5 \text{ 或 } \sigma_{\mu\nu},$$

ψ 代表层子场算符。为了确定起见,设 $\Gamma_1 = 1$, $\Gamma_2 = -i\gamma_\mu \gamma_5$,其他情形可仿此,最后结果相同。对于介子情形,利用北京模型波函数^[3]

$$\begin{aligned} \phi(\vec{x}) \bar{\psi}(x) &= M(x, x) \\ &= \frac{1}{2i} \Psi(0) \sqrt{m_\nu} \left(1 - \frac{\hat{\partial}}{m_\nu} \right) \gamma_\mu V_\mu(x) + \frac{1}{2i} \Psi(0) \sqrt{m_p} \left(1 - \frac{\hat{\partial}}{m_p} \right) \gamma_5 \phi(x), \end{aligned} \quad (14)$$

式中 $\Psi(0)$ 为介子内部层子相对运动空间波函数的零点值,即可求得介子的等效哈密顿量,

$$\begin{aligned} \hat{H} &= \hat{H}_0 + \Psi^2(0) \left\{ 2m_\rho(A_1 + A_2)(\rho_\mu^+ \rho_\mu^- + \rho_\mu^0 \rho_\mu^0 + \rho_\mu^0 \rho_\mu^0) \right. \\ &\quad + 2m_{K^*}(A_1 + A_2 + A_5 + A_6)(K_\mu^+ K_\mu^- + K_\mu^- K_\mu^+ + K_\mu^0 \bar{K}_\mu^0 + \bar{K}_\mu^0 K_\mu^0) \\ &\quad + 2m_\phi(A_1 + A_2 + 2A_5 + 2A_6)\phi_\mu \phi_\mu + 2m_\omega(A_1 + A_2)\omega_\mu \omega_\mu \\ &\quad + 2m_\pi(A_1 - 3A_2)(\pi^+ \pi^- + \pi^- \pi^+ + \pi^0 \pi^0) \\ &\quad \left. + 2m_K(A_1 - 3A_2 + A_5 - 3A_6)(K^+ K^- + K^- K^+ + K^0 \bar{K}^0 + \bar{K}^0 K^0) \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 2m_\eta \left[A_1 - 3A_2 + \frac{2}{3}(A_3 - 3A_4) + \frac{4}{3}(A_5 - 3A_6) \right] \eta\eta \Big\} \\
& + \delta \left\{ 2m_K^*(K_\mu^+ K_\mu^- + K_\mu^- K_\mu^+ + K_\mu^0 \bar{K}_\mu^0 + \bar{K}_\mu^0 K_\mu^0) + 4m_\phi \phi_\mu \phi_\mu \right. \\
& \left. + 2m_K(K^+ K^- + K^- K^+ + K^0 \bar{K}^0 + \bar{K}^0 K^0) + \frac{8}{3} m_\eta \eta\eta \right\}. \quad (15)
\end{aligned}$$

由(15)式立即可求出介子质量。例如 $m_\rho = \langle \rho | \hat{H} | \rho \rangle |_{\mathbf{p}=0}$, 将

$$\rho_\mu^+(x) = \sum_{p\lambda} \left(a_\lambda(\mathbf{p}) \frac{1}{\sqrt{2E}} e^{ipx} + b_\lambda^+(\mathbf{p}) \frac{1}{\sqrt{2E}} e^{-ipx} \right) f_\mu^+ \quad (16)$$

代入(15)式,注意到质心系中 $\sqrt{2E} = \sqrt{2m_\rho}$, 因而 m_ρ 消去了。这是因为在质量谱问题中讨论的是物理强子, (14)式中的质量 m_ν , m_p 应当是物理质量, 而北京模型波函数的归一性要求(16)式中的 E 也必须相应是物理能量, 因此 m_ρ 的消去是必然的。于是有

$$\begin{aligned}
\rho \text{ (即 } m_\rho \text{)} (\text{余仿此}) &= m_0 + \Psi^2(0)(A_1 + A_2) = \omega, \\
K^* &= m_0 + \delta + \Psi^2(0)(A_1 + A_2 + A_5 + A_6), \\
\phi &= m_0 + 2\delta + \Psi^2(0)(A_1 + A_2 + 2A_5 + 2A_6 + A_3 + A_4), \\
\pi &= m_0 + \Psi^2(0)(A_1 - 3A_2), \\
K &= m_0 + \delta + \Psi^2(0)(A_1 - 3A_2 + A_5 - 3A_6), \\
\eta &= m_0 + \frac{4}{3}\delta + \Psi^2(0) \left(A_1 - 3A_2 + \frac{2}{3}A_3 - 2A_4 + \frac{4}{3}A_5 - 4A_6 \right). \quad (17)
\end{aligned}$$

这里求出的介子质量是线性质量而不是平方质量。

对于重子情形,利用北京模型波函数和计算方法,也可求得其质量如下:

$$\begin{aligned}
N &= M_0 + 3(A_1 - A_2)\Psi^2, \\
\Sigma &= M_0 + \delta + 3(A_1 - A_2)\Psi^2 + (2A_5 - 4A_6)\Psi^2, \\
\Lambda &= M_0 + \delta + 3(A_1 - A_2)\Psi^2 + 2A_5\Psi^2, \\
\Xi &= M_0 + 2\delta + 3(A_1 - A_2)\Psi^2 + (4A_5 - 2A_6)\Psi^2 + (A_3 + A_4)\Psi^2, \quad (18) \\
\Delta &= M_0 + 3(A_1 + A_2)\Psi^2, \\
\Sigma^* &= M_0 + \delta + 3(A_1 + A_2)\Psi^2 + 2(A_5 + A_6)\Psi^2, \\
\Xi^* &= M_0 + 2\delta + 3(A_1 + A_2)\Psi^2 + (A_3 + A_4)\Psi^2 + 4(A_5 + A_6)\Psi^2, \\
\Omega &= M_0 + 3\delta + 3(A_1 + A_2)\Psi^2 + 3(A_3 + A_4)\Psi^2 + 6(A_5 + A_6)\Psi^2,
\end{aligned}$$

式中 $\Psi^2 = \mu \int d^4x' \phi^*(0, x') \phi(0, x')$, $\phi(x, x')$ 为重子内部波函数。(17), (18)式和(1),

(3)式完全一致。由此可见,利用北京模型波函数,同样可以求得(6), (9)和(10)式等联系重子和介子质量的关系式¹⁾, 并且可以自然地得到(11)式的正比结果, 且比例系数 x 为

$$x = \Psi^2(0)/\Psi^2. \quad (19)$$

这个方法虽然具有相对论协变形式, 但却包含了层子作用为点作用的假设。虽然在电磁和弱作用方面(包括高能轻子-核子相互作用)表现出层子的点状作用, 但在强子-强子相互作用中还未见类似迹象^[4], 因此引入位场作用的非相对论处理方法仍有一定意义。

1) (9)成立的条件为 $A_5 = 0$ [相当于(7)], (10)成立的条件为 $A_3 + A_4 = 0$ [相当于(2)] 和 $A_6 = 0$ 。

参 考 文 献

- [1] 中国科学院原子能研究所基本粒子理论组, 原子能, **3** (1966), 137.
 [2] H. Lipkin *et al.*, *Phys. Rev.*, **152** (1966), 1375.
 [3] 中国科学院原子能研究所基本粒子理论组, 原子能, 7—8 (1966), 460.
 [4] Van Hove., *Phys. Reports*, **1** (1971), 349.

THE MASS-RELATIONS OF HADRONS AND THE PROPERTIES OF STRATON INTERACTIONS

LU TAN LO LIAU-FU YANG KUO-SHEN

(Department of Physics, Inner Mongolian University)

ABSTRACT

The dynamical origin of the mass relations and the interaction between straton inside the hadrons are discussed. Assuming that the wave functions describing the internal structures of the hadrons obey $SU(6)$ symmetry. We rederive the GMO relations and other well-known mass relations. Furthermore, three new relations among the masses of the baryons and the mesons are obtained, namely:

$$\frac{\rho - \pi}{K^* - K} = \frac{\Delta - N}{\Sigma^* - \Sigma},$$

$$4(\Lambda - N) = 3(K^* - \rho) + (K - \pi),$$

$$\frac{\rho - \pi}{\Delta - N} = \frac{(\varphi - \rho) - 2(K - \pi)}{2(\Omega - \Delta) - \frac{3}{2}(K - \pi) - \frac{9}{4}(\varphi - \rho)}.$$

The connection between these relations and the symmetry properties of the straton interaction is discussed.