

层子模型和高能电子深度非弹性散射*

何祚庥 张肇西 谢诒成

(中国科学院高能物理研究所)

提 要

本文用层子模型的观点探讨了高能电子深度非弹现象,只要层子有点电荷,就得到了和光锥代数相一致的结果。同时指出,为了解决理论和实验之间的矛盾,需要进一步发展新的理论。

一、引 言

自从实验上证实了 Bjorken 所预言的电子深度非弹现象的“标度”定律(Scaling)以来,理论上曾从多种途径进行了探讨。主要有以下三方面:第一种是 Bjorken 和 Paschos 所提出的部分子模型^[1],即认为由电子在点电荷部分子的弹性散射机制而形成了深度非弹现象的“标度”定律。第二种是 Gell-mann, Fritzsch^[2], Jackiw^[3], Wilson^[4], Brandt, Preparata^[5] 等人所倡导的光锥代数,认为深度非弹现象的“标度”性质主要由对易子在光锥上的奇异性所决定。第三种观点是由 Drell 和李政道^[6]所提出的,认为深度非弹的“标度”性质是略去质量奇异性后的量纲组合的结果,而在有束缚态的情况下,波函数能抑制这种奇异性,给出“标度”定律。这几种观点各自有它的成功和不足之处。从物理上看,以部分子模型的图象最为直观明确。光锥代数在表明“标度”性质和光锥奇异性的联系方面是理论上严格的结果,但是在光锥上对易子何以具有如 Jackiw 等人所假设的 $\varepsilon(x_0)\delta(x^2)$ 的奇异性,仍是值得深入探讨的问题。至于 Drell 和李政道,以一个具体的模型表明“标度”性质应和基本粒子的复合粒子性质相联系起来,并强调指出“标度”性质只是在一定能量尺度范围内的暂时现象。这一观点具有相当的重要性。本文则从层子模型的角度重新探讨这一问题。结果表明可以在一定程度上将上述三方面观点结合起来。

我们首先用层子模型计算方法,从最简单的费曼图入手,计算了虚光子与核子向前散射矩阵元。通过取虚部得到电子-核子深度非弹散射的两个结构函数 W_1, W_2 。然后研究其在光锥上的奇异性,得到“标度”定律,并给出

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} F_{1,2}(\omega) = 0,$$

同时指出从规范不变性和进一步定量地解释“标度”定律,要求我们必须对高级图进行研究。

本文将在第二节中首先计算深度非弹散射不变振幅,写出 Bjorken 极限下的“标度”

* 1973 年 2 月 16 日收到。

定律和 Callan-Gross 关系^[7]. 在第三节中讨论高次图对“标度”定律的贡献, 讨论用编时乘积的奇异性来代替光锥代数的可能性和本工作所获得的一些物理结论.

二、深度非弹散射过程的不变振幅和计算结果

关于深度非弹散射过程

$$e + N \rightarrow e + \dots$$

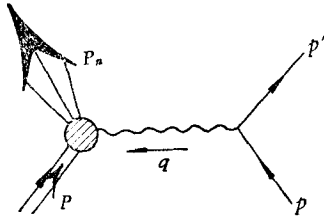


图 1

的微分截面, 可以写成如下的标准形式:

$$d\sigma = 2\alpha^2 \frac{d^3\vec{p}'}{2\varepsilon'} \frac{1}{q^4} W_{\mu\nu} N_{\mu\nu} \frac{1}{|(p \cdot P)^2 - m_e^2 m^2|^{\frac{1}{2}}}, \quad (1)$$

其中

$$N_{\mu\nu} = -\frac{1}{2} T_\mu \gamma_\mu (m_e - i\hat{p}) \gamma_\nu (m_e - i\hat{p}'), \quad (2)$$

p 和 p' 是初态和末态电子的四动量, m 是核子质量, m_e 是电子质量, 一般可略去和电子质量有关的项. 张量 $W_{\mu\nu}$ 的式子是

$$W_{\mu\nu} = (2\pi)^3 \Omega \sum_i \sum_h \delta^4(P_n - P - q) \langle P | J_\nu(0) | P_n \rangle \langle P_n | J_\mu(0) | P \rangle P_0, \quad (3)$$

Ω 是归一化体积 (以后取为 1), P_0 是靶的能量, $\sum_i$ 表示对初态核子取向求平均.

由规范不变性, $W_{\mu\nu}$ 具有下列形式:

$$W_{\mu\nu}(q^2, \nu) = W_1(\omega, q^2) \left(\delta_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) + W_2(\omega, q^2) \frac{1}{m^2} \left(P_\mu - \frac{P \cdot q}{q^2} q_\mu \right) \left(P_\nu - \frac{P \cdot q}{q^2} q_\nu \right), \quad (4)$$

其中

$$q = p - p', \quad \omega = \frac{2m\nu}{q^2} = -\frac{2(P \cdot q)}{q^2}, \quad \nu = -\frac{P \cdot q}{m},$$

$W_1(\omega, q^2), W_2(\omega, q^2)$ 是不变振幅. 由 (4) 式易证

$$W_1(\omega, q^2) = \frac{1}{2} \left(W_{\mu\mu} + \frac{P_\mu P_\nu W_{\mu\nu}}{m^2 + \frac{1}{4} \omega^2 q^2} \right), \quad (5)$$

$$W_2(\omega, q^2) = \frac{1}{2 \left(1 + \frac{\omega^2 q^2}{4m^2} \right)} \left(W_{\mu\mu} + \frac{3P_\mu P_\nu W_{\mu\nu}}{m^2 + \frac{1}{4} \omega^2 q^2} \right).$$

可以证明 $W_{\mu\nu}$ 实际上是如图 2 的虚光子向前康普顿散射物理振幅 $T_{\mu\nu}$ 的虚部, 即有

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu} &= i P_0 \sum_i \int d^4x e^{iqx} \langle P | T(J_\nu(0) J_\mu(x)) | P \rangle \\ &= \frac{i}{2} (2\pi)^4 P_0 \sum_i \sum_n [\delta^4(P_n - P - q) \langle P | J_\nu(0) | n \rangle \langle n | J_\mu(0) | P \rangle \\ &\quad + \delta^4(P_n - P + q) \langle P | J_\mu(0) | n \rangle \langle n | J_\nu(0) | P \rangle] \end{aligned}$$

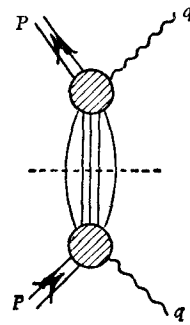


图 2

$$\begin{aligned}
& + (2\pi)^3 P_0 \sum_i \sum_n \left[\mathcal{D} \frac{1}{P_{n0} - q_0 - P_0} \delta^3(\vec{P}_n - \vec{P} - \vec{q}) \langle P | J_\nu(0) | n \rangle \langle n | J_\mu(0) | P \rangle \right. \\
& \left. + \mathcal{D} \frac{1}{P_{n0} + q_0 - P_0} \delta^3(\vec{P}_n + \vec{q} - \vec{P}) \langle P | J_\mu(0) | n \rangle \langle n | J_\nu(0) | P \rangle \right]. \quad (6)
\end{aligned}$$

比较(6)和(3)式,不难看出,在 $q^2 > 0$, $\nu > 0$ 的物理区域内,有

$$W_{\mu\nu} = \frac{1}{\pi} \mathcal{I}_m T_{\mu\nu} = \frac{1}{2\pi i} (T_{\mu\nu} - g^{\mu\mu'} g^{\nu\nu'} T_{\nu'\mu'}^*), \quad (7)$$

其中度规张量

$$(g^{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & -1 \end{pmatrix}.$$

由式(7)可以看出,问题的中心就在于设法求出散射振幅 $T_{\mu\nu}$,从而再找出相应的虚部 $W_{\mu\nu}$ 出来. 计算散射振幅的方法之一,是采用1965—1966年间我国基本粒子工作者所发展了的层子模型^[8]. 这一模型的基本精神是认为基本粒子由更深一层次的层子所组成,基本粒子的状态可以用由层子构成的协变的波函数来描述,由式(6)所表示的跃迁就归结为束缚态的跃迁. 关于相对论协变的束缚态跃迁的 S 矩阵元的计算方法,曾由 Mandelstam^[9] 所给出. 考虑到在这一计算过程中要取高能极限,因而我们首先考虑左边两个费曼图(图3). 在电磁流有式为

$$J_\mu(x) = ie\bar{\psi}(x)Q\gamma_\mu\psi(x) \quad (8)$$

的情况下(其中 Q 是电荷算符,如果取整数电荷三套三重态的方案,就有 $Q = Q^{GMZ} + Q^A$, 而

$$Q^{GMZ} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & & \\ & -1 & \\ & & -1 \end{pmatrix}, Q^A = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & -2 \end{pmatrix}.$$

当第二个 SU , 不激发只处于单态时,只有 Q^{GMZ} 有作用^[10].

考虑到近来我国原子能研究所云南站高山实验室在大磁云室中,发现了从宇宙线产生的、电荷为整数的、质量大于 10GeV 的粒子的事例^[11]. 看来层子的电荷可能更接近于整数,而不是分数(见文献[11]). 即认为层子是点电荷,矩阵元有¹⁾

$$\begin{aligned}
& \langle P | T(J_\nu(0)J_\mu(x)) | P \rangle \\
& = \frac{3}{2} M^2 \int dudu' \left[e^{-i\frac{1}{3}xp} \bar{\chi}(u, u' - x)_{a\beta\gamma}^{ijk} (\gamma_\mu)_{\gamma\omega} Q_k^l \left(\frac{\hat{\partial}}{\partial x} - M \right)_{\omega\eta} \Delta_l(x) (\gamma_\nu)_{\eta\tau} Q_l^{k'} \chi(u, u')_{a\beta\tau}^{ijk'} \right. \\
& \quad \left. + e^{i\frac{1}{3}xp} \bar{\chi}(u, u' + x)_{a\beta\gamma}^{ijk} (\gamma_\nu)_{\gamma\omega} Q_k^l \left(-\frac{\hat{\partial}}{\partial x} - M \right)_{\omega\eta} \Delta_l(-x) (\gamma_\mu)_{\eta\tau} Q_l^{k'} \chi(u, u')_{a\beta\tau}^{ijk'} \right], \quad (9)
\end{aligned}$$

其中 M 是层子质量,

$$\Delta_l(x) = \frac{-2i}{(2\pi)^4} \int d^4k \frac{e^{ikx}}{k^2 + M^2 - i\epsilon},$$

$\chi_{15}(u, u')_{a\beta\gamma}^{ijk}$ 是八重态重子内部波函数²⁾, 其定义是

1) 为了计算简单,略去了 S_F^l 中的 $\not{x}$ 项,只留了 M 项. 如果计及在内,不改变结果,仅计算要复杂一些.

2) X, x, x' 为雅可俾坐标: $X = \frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3)$, $x = x_1 - x_2$, $x' = \frac{x_1 + x_2}{2} - x_3$.

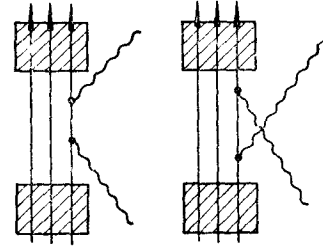


图 3

$$\langle 0 | T \{ \psi_a^i(x_1) \psi_b^j(x_2) \psi_c^k(x_3) \} | B \rangle = e^{iPX} \chi_B(x, x')_{a\beta\gamma}^{ijk}, \quad (10)$$

其共轭波函数的定义是

$$\langle B | T \{ \bar{\psi}_c^k(x_3) \bar{\psi}_b^j(x_2) \bar{\psi}_a^i(x_1) \} | 0 \rangle = e^{-iPX} \bar{\chi}_B(x, x')_{a\beta\gamma}^{ijk}. \quad (11)$$

按照层子模型,这一波函数可近似地表示为

$$\begin{aligned} \chi_B^{ijk}(x, x')_{a\beta\gamma}^{ijk} = & \frac{i}{6\sqrt{2}} \left\{ \varepsilon^{ijl} \delta_m^k \left[\left(1 - i \frac{\hat{P}}{m} \right) \gamma_5 c \right]_{a\beta} [u_\lambda(P)]_\gamma \right. \\ & + \varepsilon^{ikl} \delta_m^j \left[\left(1 - i \frac{\hat{P}}{m} \right) \gamma_5 c \right]_{\beta\gamma} [u_\lambda(P)]_a \\ & \left. + \varepsilon^{kil} \delta_m^j \left[\left(1 - i \frac{\hat{P}}{m} \right) \gamma_5 c \right]_{\gamma a} [u_\lambda(P)]_\beta \right\} \sqrt{\frac{m}{P_0}} \phi_B(x, x'), \quad (10A) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{\chi}_B^{ijk}(x, x')_{a\beta\gamma}^{ijk} = & \frac{i}{6\sqrt{2}} \left\{ \varepsilon^{ijl} \delta_m^k \left[c \gamma_5 \left(1 - i \frac{\hat{P}}{m} \right) \right]_{a\beta} [\bar{u}_\lambda(P)]_\gamma \right. \\ & + \varepsilon^{ikl} \delta_m^j \left[c \gamma_5 \left(1 - i \frac{\hat{P}}{m} \right) \right]_{\beta\gamma} [\bar{u}_\lambda(P)]_a \\ & \left. + \varepsilon^{kil} \delta_m^j \left[c \gamma_5 \left(1 - i \frac{\hat{P}}{m} \right) \right]_{\gamma a} [\bar{u}_\lambda(P)]_\beta \right\} \sqrt{\frac{m}{P_0}} \phi_B^*(x, x'). \quad (11A) \end{aligned}$$

进一步简化就有

$$\begin{aligned} & \langle P | T(J_\nu(0) J_\mu(x)) | P \rangle \\ &= -\frac{1}{2P_0} \sum_i Q_i^2 \left\{ f(x) \left[\left(Mm - iP \frac{\partial}{\partial x} \right) \delta_{\mu\nu} + i \left(P_\mu \frac{\partial}{\partial x_\nu} + P_\nu \frac{\partial}{\partial x_\mu} \right) \right] \Delta_f(x) \right. \\ & \quad \left. + f(-x) \left[\left(Mm + iP \frac{\partial}{\partial x} \right) \delta_{\mu\nu} - i \left(P_\mu \frac{\partial}{\partial x_\nu} + P_\nu \frac{\partial}{\partial x_\mu} \right) \right] \Delta_f(-x) \right\}, \quad (12) \end{aligned}$$

其中

$$f(x) = f'(x) e^{-i\frac{1}{3}xP}, \quad f'(x) = M^2 \int du du' \phi^*(u, u' - x) \phi(u, u'). \quad (13)$$

由式(13)有¹⁾

$$f(x) = f^*(-x). \quad (14)$$

进一步由(11)和(12)式可得

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu} = & \frac{\sum_i Q_i^2}{2\pi} \int d^4x e^{iqx} \left\{ f(x) \left[\left(-Mm - iP \frac{\partial}{\partial x} \right) \delta_{\mu\nu} + i \left(P_\mu \frac{\partial}{\partial x_\nu} + P_\nu \frac{\partial}{\partial x_\mu} \right) \right] \Delta^{(1)}(x) \right. \\ & \left. + f(-x) \left[\left(-Mm + iP \frac{\partial}{\partial x} \right) \delta_{\mu\nu} - i \left(P_\mu \frac{\partial}{\partial x_\nu} + P_\nu \frac{\partial}{\partial x_\mu} \right) \right] \Delta^{(1)}(-x) \right\}, \quad (15) \end{aligned}$$

其中

$$\Delta^{(1)}(x) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^4k e^{ikx} \delta(k^2 + M^2). \quad (16)$$

1) 根据定义(10)和(11)式可见,共轭波函数时对编时算符不取共轭。但在由么正性得出光学定理时,两图相接要做到衔接正确。

$W_{\mu\nu}$ 应有 $W_{\mu\nu}q_\nu = W_{\mu\nu}q_\mu = 0$. 因为规范不变只在严格理论或者同一级电磁相互作用的所有费曼图都加起来时,才自动给出来. 而我们这里的计算只限于研究图 3 的贡献,只有图 3 是不能自动保证规范不变性的,图 3 破坏规范的项应与其它图(电磁作用与图 3 同级、而使层子束缚起来的作用是高级的图)的破坏规范的项相抵消,因此在下面的计算我们只考虑有 $W_{\mu\nu}q_\nu = W_{\mu\nu}q_\mu = 0$ 的项¹⁾. 应用(5)式可得

$$\begin{aligned} W_1(\omega, q^2) = & \frac{\Sigma_i Q_i^2}{2(2\pi)} \int dx e^{iqx} \left\{ \Delta^{(1)}(x) \left[\left(2 + \frac{m^2}{m^2 + \frac{\omega^2 q^2}{4}} \right) (m\nu + iP \frac{\partial}{\partial x}) \right. \right. \\ & + \left(4 - \frac{m^2}{m^2 + \frac{\omega^2 q^2}{4}} \right) Mm \left. \right] f(x) + \Delta^{(1)}(-x) \left[\left(2 + \frac{m^2}{m^2 + \frac{\omega^2 q^2}{4}} \right) (-m\nu - iP \frac{\partial}{\partial x}) \right. \\ & \left. \left. + \left(4 - \frac{m^2}{m^2 + \frac{\omega^2 q^2}{4}} \right) Mm \right] f(-x) \right\}, \end{aligned} \quad (17)$$

和

$$\begin{aligned} W_2(\omega, q^2) = & \frac{\Sigma_i Q_i^2}{2(2\pi)} \frac{1}{1 + \frac{\omega^2 q^2}{4m^2}} \int dx e^{iqx} \left\{ \Delta^{(1)}(x) \left[\left(2 + \frac{3m^2}{m^2 + \frac{\omega^2 q^2}{4}} \right) (m\nu + iP \frac{\partial}{\partial x}) \right. \right. \\ & + \left(4 - \frac{3m^2}{m^2 + \frac{\omega^2 q^2}{4}} \right) Mm \left. \right] f(x) + \Delta^{(1)}(-x) \left[\left(2 + \frac{3m^2}{m^2 + \frac{\omega^2 q^2}{4}} \right) (-m\nu - iP \frac{\partial}{\partial x}) \right. \\ & \left. \left. + \left(4 - \frac{3m^2}{m^2 + \frac{\omega^2 q^2}{4}} \right) Mm \right] f(-x) \right\}, \end{aligned} \quad (18)$$

式(17), (18)中 $f(x)$ 实际上是 $x^2, (x \cdot P)$ 的函数. 但正如通常光锥代数的研究者所指出, 在 Bjorken 极限下, 即 $q^2 \rightarrow \infty, \nu \rightarrow \infty$ 的情形下, 上述积分中起重要作用的区域是 $|x^2| \leq \frac{1}{q^2}$, 因而可以将 $f(x)$ 在 $x^2 = 0$ 附近展开, 即有

$$f(x) = f(x^2, x \cdot P) = f_0(x \cdot P) + x^2 f_1(x \cdot P) + \dots \quad (19)$$

引进 f_0 和 f_1 的富氏变换,

$$f_{0,1}(x \cdot P) = \int e^{-i\xi(x \cdot P)} g_{0,1}(\xi) d\xi, \quad (20)$$

代入(17)、(18)式,利用(16)式 $\Delta^{(1)}(x)$ 的表达式,就有

$$\begin{aligned} W_1(\omega, q^2) = & \frac{\Sigma_i Q_i^2}{2} \int d\xi \left\{ \left(2 + \frac{m^2}{m^2 + \frac{\omega^2 q^2}{4}} \right) \left[(m\nu - \xi m^2) g_0(\xi) - 2g_1(\xi) \frac{d}{d\xi} \right] \right. \\ & + \left(4 - \frac{m^2}{m^2 + \frac{\omega^2 q^2}{4}} \right) Mm g_0(\xi) \left. \right\} \delta([q - \xi P]^2 + M^2) \\ & + \frac{\Sigma_i Q_i^2}{2} \int d\xi \left\{ \left(2 + \frac{m^2}{m^2 + \frac{\omega^2 q^2}{4}} \right) \left[(-m\nu - \xi m^2) g_0(\xi) - 2g_1(\xi) \frac{d}{d\xi} \right] \right. \end{aligned}$$

1) 在梯形近似下,在 Bjorken 极限时只有图 3 有贡献. 保证规范不变的高次图没贡献. 详见文献[6]的讨论.

$$+ \left(4 - \frac{m^2}{m^2 + \frac{\omega^2 q^2}{4}}\right) M m f_0(\xi) \} \delta([q + \xi P]^2 + M^2), \quad (21)$$

和

$$\begin{aligned} W_2(\omega, q^2) = & \frac{\Sigma_i Q_i^2}{2 \left(1 + \frac{\omega^2 q^2}{4m^2}\right)} \int d\xi \left\{ \left(2 + \frac{3m^2}{m^2 + \frac{\omega^2 q^2}{4}}\right) \left[(m\nu - \xi m^2) g_0(\xi) - 2g_1(\xi) \frac{d}{d\xi} \right] \right. \\ & + \left. \left(4 - \frac{3m^2}{m^2 + \frac{\omega^2 q^2}{4}}\right) M m g_0(\xi) \right\} \delta([q - \xi P]^2 + M^2) \\ & + \frac{\Sigma_i Q_i^2}{2 \left(1 + \frac{\omega^2 q^2}{4m^2}\right)} \int d\xi \left\{ \left(2 + \frac{3m^2}{m^2 + \frac{\omega^2 q^2}{4}}\right) \left[(-m\nu - \xi m^2) g_0(\xi) - 2g_1(\xi) \frac{d}{d\xi} \right] \right. \\ & + \left. \left(4 - \frac{3m^2}{m^2 + \frac{\omega^2 q^2}{4}}\right) M m g_0(\xi) \right\} \delta([q + \xi P]^2 + M^2), \quad (22) \end{aligned}$$

我们有

$$\begin{aligned} \delta([q - \xi P]^2 + M^2) = & \frac{1}{2m(\nu^2 + q^2 + M^2)^{1/2}} \left\{ \delta \left[\xi - \frac{\nu - (\nu^2 + q^2 + M^2)^{1/2}}{m} \right] \right. \\ & + \left. \delta \left[\xi - \frac{\nu + (\nu^2 + q^2 + M^2)^{1/2}}{m} \right] \right\}, \quad (23) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta([q + \xi P]^2 + M^2) = & \frac{1}{2m(\nu^2 + q^2 + M^2)^{1/2}} \left\{ \delta \left[\xi + \frac{\nu - (\nu^2 + q^2 + M^2)^{1/2}}{m} \right] \right. \\ & + \left. \delta \left[\xi + \frac{\nu + (\nu^2 + q^2 + M^2)^{1/2}}{m} \right] \right\}. \end{aligned}$$

在 Bjorken 极限下, 有 $\frac{q^2}{\nu^2} = \frac{2m}{\omega\nu} \rightarrow 0$, $\frac{M^2}{q^2} \rightarrow 0$, $\frac{M}{\nu} \rightarrow 0$, 因而

$$\delta([q - \xi P]^2 + M^2) = \frac{1}{2\nu m} \left[\delta \left(\xi + \frac{1}{\omega} \right) + \delta \left(\xi - \frac{2\nu}{m} \right) \right] \varepsilon(\omega), \quad (24)$$

$$\delta([q + \xi P]^2 + M^2) = \frac{1}{2\nu m} \left[\delta \left(\xi + \frac{2\nu}{m} \right) + \delta \left(\xi - \frac{1}{\omega} \right) \right] \varepsilon(\omega).$$

这时,

$$W_1(\omega, q^2) = \frac{\Sigma_i Q_i^2}{2} \left\{ g_0 \left(-\frac{1}{\omega} \right) - g_0 \left(\frac{2\nu}{m} \right) + g_0 \left(-\frac{2\nu}{m} \right) - g_0 \left(\frac{1}{\omega} \right) \right\} \varepsilon(\omega), \quad (25)$$

$$\nu W_2(\omega, q^2) = \frac{\Sigma_i Q_i^2 m}{\omega} \left\{ g_0 \left(-\frac{1}{\omega} \right) - g_0 \left(\frac{2\nu}{m} \right) + g_0 \left(-\frac{2\nu}{m} \right) - g_0 \left(\frac{1}{\omega} \right) \right\} \varepsilon(\omega).$$

由 $g_0(\xi)$ 的定义, 可知

$$g_0 \left(\frac{2\nu}{m} \right) = \frac{1}{2\pi} \int e^{2i\nu \frac{x \cdot P}{m}} f(x^2 = 0, x \cdot P) d(x \cdot P). \quad (26)$$

当 $\nu \rightarrow \infty$ 时, 函数 $e^{2i\nu \frac{x \cdot P}{m}}$ 是迅速振荡的函数, 式 (26) 中只要 $f_0(x \cdot P)$ 在 $x \cdot P = 0$ 邻近

区域的奇异性小于 $\frac{1}{xP}$, 就有

$$\lim_{\nu \rightarrow \infty} g_0 \left(\frac{2\nu}{m} \right) \rightarrow 0. \quad (27)$$

考虑到式(13)中 $x \rightarrow 0$ 时, 有 $f(0) = 1$ (即电荷归一化条件), 可知必有式(27)存在. 这样, 在 Bjorken 极限下, W_1 和 νW_2 就成为 ω 的函数, 也就是

$$W_1(\omega, q^2) = \frac{\sum_i Q_i^2}{2} \left\{ g_0 \left(-\frac{1}{\omega} \right) - g_0 \left(\frac{1}{\omega} \right) \right\} \varepsilon(\omega) = F_1(\omega), \quad (28)$$

$$\nu W_2(\omega, q^2) = \frac{m \sum_i Q_i^2}{\omega} \left\{ g_0 \left(-\frac{1}{\omega} \right) - g_0 \left(\frac{1}{\omega} \right) \right\} \varepsilon(\omega) = F_2(\omega). \quad (29)$$

将以上二式比较, 显然有 Callan-Gross 关系^[7],

$$W_1/\nu W_2 = \frac{\omega}{2m}.$$

由式(27)可得到

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} F_{1,2}(\omega) = 0, \quad (30)$$

由定义, 显然 $g_0(x)$ 在 $x = 0$ 处连续, 并由(28)和(29)式可得

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} F_{1,2}(\omega) = 0, \quad (31)$$

这是这一模型特有的结果.

三、关于高次图所引起的修正和由本工作所得的结论

我们从上述简单图象导出了深度非弹性散射现象的“标度”定律和 Callan-Gross 关系等, 由上述一些式子还能导出以下一些结论:

1. 层子的结构尽管我们不清楚, 但它必须有点电荷, 或至少有部分时间处在点电荷状态, 或至少在现有能量范围内可近似做为点电荷状态. 否则就会由于 $q^2 \rightarrow \infty$ 时, 由于电荷形状因子衰减至零, 因而使 $F_{1,2}(\omega)$ 不再依赖于 ω 而恒等于零. 考虑到在能量传递极高的情况下, 将很难认为层子电荷是一个数学点, 这也意味着“标度”定律只能是一定能量范围的现象.

2. 层子必须不具有点状的反常磁矩. 计算表明, 如果层子除具有点电荷外, 还有点状反常磁矩, 那末就会破坏“标度”定律. 而如果反常磁矩上有一个磁形状因子, 就仍然导出“标度”定律. 这意味着层子的原始电磁相互作用是“最小”的电磁相互作用.

3. 在现有计算的假定下, 层子质量 M 必须小于 1BeV, 或它的等效质量 M_{eff} 小于 1BeV. 由本文的推导, 可以看到, 只是当 $\frac{2M}{\omega\nu} \ll 1$, $\frac{M^2}{q^2} \ll 1$, $\frac{M}{\nu} \ll 1$ 时, 才可以认为是 $q^2 \rightarrow \infty$, $\nu \rightarrow \infty$. 而实验却在几个 BeV 到几十个 BeV 能量范围, 就发现有“标度”定律. 由实验^[12] $q^2 \sim 1\text{BeV}^2$, $\omega \sim 10$, 即有“标度”定律可导出 $M \sim 1\text{BeV}$, 也就是层子质量不能太大. 看来, 这将会和层子模型的原始假设, 层子质量大于 10BeV 的假设相矛盾. 产生这一矛盾可

能的原因有二:一是可能对“标度”定律起决定作用的层子是点电荷、质量不大的如 Drell 和李的模型^[6]中假设的裸粒子;另一种可能是如文献 [13] 所讨论的,由于存在某种机制,使在束缚状态下的层子场收缩中出现的质量是有效质量,因而有 $M_{\text{eff}} \sim 1\text{BeV}$. 这是今后必须探讨的一个问题.

4. 需要进一步分析高次图的贡献来探讨“标度”定律 我们虽然用上述图象导出“标度”定律,但这一图象并不能解释全部实验现象. 由式(29)可以看出,质子和中子深度非弹结构函数比值将是

$$\begin{aligned} \frac{F_2^p(\omega)}{F_2^n(\omega)} &= \frac{2}{3} \quad \text{当第二个 } SU_3 \text{ 不激发;} \\ &= \frac{4}{5} \quad \text{当考虑了第二个 } SU_3 \text{ 激发.} \end{aligned} \quad (32)$$

而实验上表明这一比值是小于 1 大于零的、但依赖于 ω 的函数. 由式(28),(29)又很难得到

$$F_{1,2}(\omega)|_{\omega=1} = 0, \quad (33)$$

除非波函数满足一些特殊性质. 但 $\omega = 1$ 时正好是弹性道时极限,在 Bjorken 极限下,这一弹性道的贡献将是零. 其原因是因为在现有近似下,当 $\omega \rightarrow 1$ 时,图 3 不能自动地蜕化成为中间态是单个核子的情形.

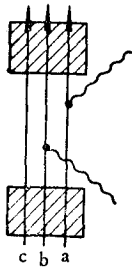


图 4

分析起来,这里只考虑图 3 的贡献的计算本质上类似于所谓自由“夸克”模型,而实际上基本粒子是在一定相互作用下的层子的复杂的组合. 要进一步解决上述理论和实验之间的矛盾,很容易想到需要对高次图形进行研究.

我们除了计算了图 3 外,还计算了图 4,即层子 b 吸收一个光子,然后通过波函数传给层子 a,使 a 放出同样能量的光子. 计算表明,这样的过程,在光锥上没有奇异性,因而在 Bjorken 极限下贡献为零. 然而对于另外一些图,如图 5、图 6 和图 7 等等,在光锥上有奇异性,因此它们除了会抵消

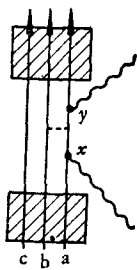


图 5

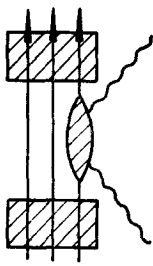


图 6

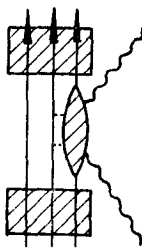


图 7

图 3 中不是规范不变的项,很可能对“标度”定律有贡献,或可能破坏“标度”定律. 所有这些理论和实验间的矛盾需要进一步进行研究.

5. 由本文所做计算,还可以做如下猜想,即对这类深度非弹性散射现象的“标度”定律同样可由编时乘积在光锥上奇异性所决定. 计算表明在本文中对“标度”定律起主要贡献

的机制是在光锥上有式如 $\mathcal{O} \frac{1}{x^2}$ 的奇异项, 而不是通常在光锥代数中所用的 $\varepsilon(x_0)\delta(x^2)$. 分析起来, 这里起主要作用的散射振幅 $T_{\mu\nu}$ 的虚部实际上是

$$W_{\mu\nu} = P_0 \int d^4x e^{iqx} \langle P | \{J_\nu(0), J_\mu(x)\} | P \rangle \quad (34)$$

(由式(6), (7)即可导出), 亦即这里起主要作用的是流的反对易子, 而不是如通常光锥代数中所假设的对易子. 因而这里所得到的奇异性就是 $\mathcal{O} \frac{1}{x^2}$, 而不是通常的 $\varepsilon(x_0) \cdot \delta(x^2)$. 但由于式(34)中的第二项在电子深度非弹散射物理区域中的贡献是零, 这里的反对易子就和对易子完全等价了. 但如果将光锥上奇异性的研究推广到其它物理过程, 那末应用编时乘积在光锥上的奇异性可能比光锥对易子有较为方便的地方. 首先, 编时乘积将在处理交叉对称时更为方便. 其次, 编时乘积还特别便于从微扰论来探讨光锥上奇异性关于“标度”定律的机制.

关于“标度”定律这在目前还是一个需要从多种角度来研究的问题, 从我们的观点出发, 这个问题可能需要从复合场场论的角度来加以研究. 我们知道, 通常的定域场论的微扰论往往要出现所谓质量奇异性项, 这就破坏了“标度”定律. 但如果质子是复合粒子, 这就增加如图7一类的费曼图, 并将引进束缚态的波函数, 这种波函数就有可能抑制某些质量奇异性项的出现^[6]. 但在引入了波函数后还需要引进那些机制, 才能完全消除这些质量奇异性项? 这也是要探讨的一个问题.

总之, 当前实验上发现的“标度”定律可以说是在这一时期的重要现象之一. 正是这一现象突出地集中了理论和实验间的矛盾. 我们将在今后工作中继续探讨这一问题.

参 考 文 献

- [1] J. D. Bjorken and E. A. Paschos, *Phys. Rev.*, **185** (1969), 1975.
- [2] H. Fritzsch and Gell-Mann, *Proceedings of the Coral Gables Conference on Fundamental Interactions at High Energy*, January (1971).
- [3] R. Jackiw, *et al.*, *Phys. Rev.*, **D4** (1971), 367.
- [4] K. G. Wilson, *Phys. Rev.*, **179** (1969), 1499.
- [5] R. A. Brandt and G. Preparata, *Nucl. Phys.*, **27B** (1971), 541.
- [6] S. D. Drell and T. D. Lee, *Phys. Rev.*, **D4** (1972), 1738.
- [7] C. Callan and D. J. Gross, *Phys. Rev. Lett.*, **22** (1969), 156.
- [8] 北京基本粒子理论组, 1966年北京物理讨论会关于层子模型报告.
- [9] S. Mandelstam, *Proc. Roy. Soc.*, **A233** (1955), 248.
- [10] H. J. Lipkin, *Phys. Rev. Lett.*, **28** (1972), 63.
- [11] 中国科学院原子能研究所云南站, *物理*, **1** (1972), 57.
- [12] W. Kendell, *Proceedings of International Symposium on Electron and Photon Interactions* (1971), 248.
- [13] 北京大学理论物理研究室基本粒子理论组, *北京大学学报*, **12** (1966), 245.