

# 对 $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ 衰变机制的讨论\*

朱重远

(中国科学院数学研究所)

## 提 要

本文用层子模型研究  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$  衰变的常见物理机制。在层子质量很大的假设下,对这些机制的贡献作了估计。

对  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$  衰变的机制,有许多不同的看法<sup>[1-7]</sup>: 有人认为只要考虑单个矢量介子中间态的贡献,有人只考虑二个矢量介子中间态的贡献,还有人则只考虑“夸克”三角图或核子三角图的贡献。究竟为什么只要考虑某一种机制的贡献而不需要考虑其他作者认为是主要的另外那些机制的贡献呢? 对此,没有见到令人信服的回答。

1965至1966年间,北京基本粒子理论组提出了强子结构的层子模型<sup>[8]</sup>。应用这个模型,在考虑强子的弱作用、电磁作用、强衰变及强反应方面,取得了一定的成功。

鉴于上面所述的各种  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$  衰变机制,在层子模型中均有对应的费曼图,所以,我们试图用层子模型来讨论这些机制的贡献。

先定义运动学因子。设决定  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$  的作用具有空间反演、时间反演及洛仑兹变换的不变性。于是,可以定义不变实函数  $\Gamma$  为

$$S_{fi} = \langle \gamma_1 \gamma_2 | S | \pi^0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{4q_{10}q_{20}}} \sqrt{\frac{m_\pi}{E_\pi}} (2\pi)^4 \delta^4(P - q_1 - q_2) \times \Gamma(P^2, q_1^2, q_2^2) \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} e_\mu^{*(1)}(q_1) e_\nu^{*(2)}(q_2) q_{1\rho} q_{2\sigma}, \quad (1)$$

其中,  $P, q_1, q_2$  分别为  $\pi, \gamma_1, \gamma_2$  的四度动量,  $e_\mu^{(1)}, e_\nu^{(2)}$  是光子  $\gamma_1, \gamma_2$  的极化矢量。  $|\gamma_1, \gamma_2\rangle$  是考虑全同性后的规一化双光子态矢。

由(1)式可以直接算出  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$  的衰变宽度为

$$\frac{m_\pi^4}{32\pi} \Gamma^2. \quad (2)$$

根据实验的宽度数值  $7.7 \pm 0.9 \text{ eV}^{[9]}$ , 可确定出  $\Gamma$  值应为

$$\Gamma_{\text{实}} = (1.53 \pm 0.09) \times 10^{-6} \text{ MeV}^{-\frac{3}{2}}. \quad (3)$$

我们下面将用层子模型来讨论各常见机制对  $\Gamma$  的贡献,并与这个实验值比较。

我们的出发点是下列基本假定:

1. 强子由层子及反层子构成,他们的波函数的定义、形式及得到这些形式所用的方法均见文献[8]。

\* 1973年7月13日收到; 1973年12月14日收到修改稿。

2. 强子的电磁作用由层子的电磁作用决定. 层子的电磁作用用一个考虑了重正化效应的等效作用描写, 其表达式在文献 [8] 以及层子模型的一系列文章中已经给出并广泛应用. 在这里, 我们要强调两点:

1) 这个层子与光子的等效作用, 已假定包括了一切有两根层子外线及一根光子外线的“顶角”图. 实际上, 在用核子的电磁性质去确定层子的等效电磁作用时, 已蕴含了此假定.

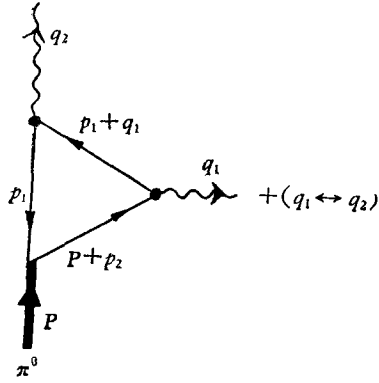


图 1

所以, 它应该自然地用到一切其它有关的计算中. 要特别注意不要把图形算重了.

2) 也已假定, 这个等效层子电磁作用对于离开质壳的束缚于强子内的层子也是对的. 实际上, 在层子模型已作过的计算中, 层子都不在质壳上. 不过, 光子应该离质壳不远. 这个要求在  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$  中是满足的, 因为衰变出来的两个光子都在质壳上.

除掉上述基本假定以外, 计算中还用了一些近似及假定, 这些将在用到时说明.

本文计算所用的方法是文献 [10] 中的结构模型的协变场论方法.

首先考虑图 1. 图中的黑点表示上面已提过的等效层子电磁顶角. 容易证明, 此图贡献之  $S$  矩阵元为

$$S_{fi}^{(1)} = \frac{(2\pi)^4}{\sqrt{2q_{10}q_{20}}} \delta^4(P - q_1 - q_2) e_\mu^{*(1)}(q_1) e_\nu^{*(2)}(q_2) \times \int d^4p_1 \text{Sp} [\mathcal{F}_\nu(q_2) S_F(p_1 + q_1) \mathcal{F}_\mu(q_1) \chi_{(P+p_1, p_1)}^{(\pi)}] \times \text{Sp} [Q^2 A(\pi^0)], \quad (4)$$

这里  $\mathcal{F}_\mu(q_1)$  为

$$\mathcal{F}_\mu(q_1) = \gamma_\mu + \mu_q \sigma_{\mu\nu} q_{1\nu}, \quad (5)$$

$Q$  是  $SU_3$  电荷矩阵,  $A(\pi^0)$  及  $\chi_{(P+p_1, p_1)}^{(\pi)}$  分别是  $\pi^0$  介子波函数的  $SU_3$  部分及旋量、空间部分:

$$A(\pi^0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

$$\chi_{(P+p_1, p_1)}^{(\pi)} = \frac{i}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{m_\pi}{E_\pi}} \left(1 - \frac{i\hat{P}}{m_\pi}\right) \gamma_5 (2\pi)^4 \phi_{P_1}^{(\pi)}. \quad (7)$$

把 (5), (6), (7) 式代入 (4) 式并与 (1) 式比较得:

$$\Gamma^{(1)} = \frac{2e^2}{3M} \mu_q^2 \left(1 + \frac{2}{\mu_q m_\pi}\right) \phi_{(0)}^{(\pi)} + O\left(\frac{1}{M^2}\right), \quad (8)$$

其中,  $M$  是层子质量,  $\phi_{(0)}^{(\pi)}$  是  $\pi^0$  介子零点波函数:

$$\phi_{(0)}^{(\pi)} = \int d^4p_1 \phi_{p_1}^{(\pi)}. \quad (9)$$

(8) 式中第一项  $\sim \frac{1}{M}$ , 第二项是  $\frac{1}{M^2}$  以上的项, 如果层子质量很大, 则第二项可以略去。此时, 相当于对层子传播子作了取为  $\sim \delta^4(x_1 - x_2)$  的近似。

如果  $\phi_{(0)}^{(\pi)}$  取由  $\pi \rightarrow \mu\nu$  定出的数值, 层子质量大到如文献 [8] 中所说的数百亿电子伏特, 则  $\Gamma^{(0)}$  比  $\Gamma_{\pi}$  要小 1—2 个数量级, 相应的宽度要小 2—3 个数量级, 这是很小的。

这里, 我们还要作一点讨论。根据假定 2, 图 1 中打黑点的层子-光子顶角已把一切有两条层子腿及一条光子腿的图包括进去 (如图 2 所示)。如果我们把图 1 中一个打黑点的顶角用图 2 代替, 就得到图 3。此图清楚地表明单个矢量介子中间态的图已包含在图 1 之中, 不要再单算。对于二个矢量介子中间态的图, 也可以作同样的讨论。

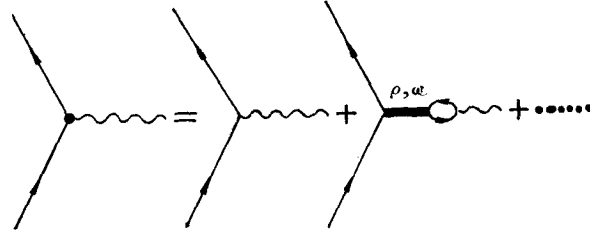


图 2

这里, 我们还要作一点讨论。根据假定 2, 图 1 中打黑点的层子-光子顶角已把一切有两条层子腿及一条光子腿的图包括进去 (如图 2 所示)。如果我们把图 1 中一个打黑点的顶角用图 2 代替, 就得到图 3。此图清楚地表明单个矢量介子中间态的图已包含在图 1 之中, 不要再单算。对于二个矢量介子中间态的图, 也可以作同样的讨论。

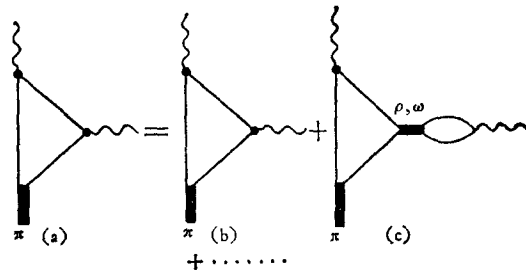


图 3

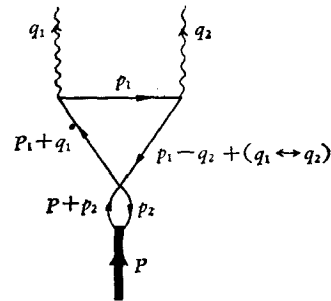


图 4

对于阿德勒 (S. L. Adler) 讨论过的夸克三角图, 在层子模型中, 对应于图 4。要计算这个图, 必须要用到层子与  $\pi^0$  介子的强作用。我们采用在计算重子及介子质量公式时曾用过的假定, 即这种作用由层子间的四费米型作用描写, 其形式是

$$\begin{aligned} & S_3 \bar{\psi}^{\alpha} \psi_{\beta} \bar{\psi}^{\beta} \psi_{\gamma} Y_a^{\gamma} + V_3 \bar{\psi}^{\alpha} \gamma_{\mu} \psi_{\beta} \bar{\psi}^{\beta} \gamma_{\mu} \psi_{\gamma} Y_a^{\gamma} + A_3 \bar{\psi}^{\alpha} \gamma_{\mu} \gamma_5 \psi_{\beta} \bar{\psi}^{\beta} \gamma_{\mu} \gamma_5 \psi_{\gamma} Y_a^{\gamma} \\ & + P_3 \bar{\psi}^{\alpha} \gamma_5 \psi_{\beta} \bar{\psi}^{\beta} \gamma_5 \psi_{\gamma} Y_a^{\gamma} + \frac{1}{2} T_3 \bar{\psi}^{\alpha} \sigma_{\mu\nu} \psi_{\beta} \bar{\psi}^{\beta} \sigma_{\mu\nu} \psi_{\gamma} Y_a^{\gamma} + S \bar{\psi} \psi \bar{\psi} \psi \\ & + P \bar{\psi} \gamma_5 \psi \bar{\psi} \gamma_5 \psi + A \bar{\psi} \gamma_{\mu} \gamma_5 \psi \bar{\psi} \gamma_{\mu} \gamma_5 \psi + V \bar{\psi} \gamma_{\mu} \psi \bar{\psi} \gamma_{\mu} \psi + \frac{1}{2} T \bar{\psi} \sigma_{\mu\nu} \psi \bar{\psi} \sigma_{\mu\nu} \psi, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\alpha, \beta, \gamma = 1, 2, 3; \quad \mu, \nu = 1, 2, 3, 4.$$

这里,  $\psi$  是层子场算子,  $\alpha\beta\gamma$  是  $SU_3$  指标,  $Y$  是超荷算子。为了估计 (10) 式中作用常数的数量级 (对于我们这里的定性估计, 这就够了), 可以要求由 (10) 式求得之核子- $\pi$  介子作用与赝标核子  $\pi$  介子点作用等效, 由此得到

$$\begin{aligned} & \sqrt{2m_{\pi}} \phi_{(0)}^{(\pi)} \left[ 4P_3 - \frac{8m_N}{m_{\pi}} A_3 - 3S \left( 1 + \frac{2m_N}{m_{\pi}} \right) - 3P \left( 1 - \frac{2m_N}{m_{\pi}} \right) \right. \\ & \left. - 3V \left( -4 + \frac{4m_N}{m_{\pi}} \right) - 3A \left( 4 - \frac{4m_N}{m_{\pi}} \right) - 18T \right] = 3.6 G_{NN\pi}. \end{aligned} \quad (11)$$

有了这些,我们就可以直接计算图 4 的贡献. 用阿德勒所用的方法<sup>[6]</sup>,可以算得

$$\Gamma^{(III)} = \frac{e^2}{72\pi^2 M} \phi_{(0)}^{(\pi^0)} \left[ 4P_3 - \frac{m_\pi}{12M} A_3 - 3S \left( 1 + \frac{m_\pi}{48M} \right) - 3P \left( 1 - \frac{m_\pi}{48M} \right) - 3V \left( -4 + \frac{m_\pi}{24M} \right) - 3A \left( 4 + \frac{m_\pi}{24M} \right) - 18T \right]. \quad (12)$$

这个式子由于它反比于层子质量  $M$ , 所以, 它的贡献也是小的, 与 (11) 式结合, 可以估计出它比  $\Gamma_{\text{实}}$  小一个数量级.

需要说明一下, 在这个图的计算中, 为了与阿德勒的结果比较, 我们也只算了层子电磁顶角的正常  $\gamma_\mu$  项. 所以, 图 4 中层子电磁顶角没有打黑点. 如果反常磁矩也考虑进去, 计算将复杂得多, 不过, 根据文献[11], 可以设想, 定性结论改变的可能性是不大的.

最后, 我们简短地讨论一下重子三角图的贡献, 在层子模型中, 它对应于图 5. 这个图没有被包含于图 1 及图 2 之中. 但是, 这个图的层子模型的计算涉及多个波函数的重迭积分, 目前无法仔细计算. 如果我们认为, 文献[12]中

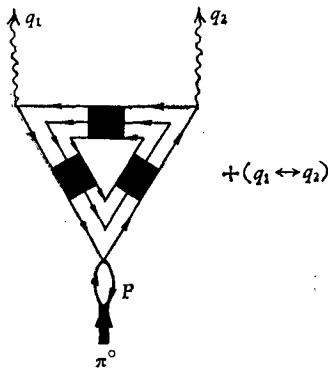


图 5

多次用过的等效哈密顿量方法可以用, 即每一个顶点都可以用一个等效的点相互作用哈密顿代替, 则重子三角图中的每个顶点都与点模型的一样, 计算也就完全与文献 [1, 11] 的一样, 如所周知, 这个结果与实验定性符合.

综上所述, 我们主要做的, 是用层子模型分析图 1 及图 2. 结果表明, 这两个图的贡献是小的. (文中已指出, 单矢量介子中间态及双矢量介子中间态等图形不应再单算). 所以, 常见的  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$  衰变机制中, 只有重子三角图的贡献可能仍是大的.

上面这些结果, 都依赖于层子电磁顶角以及层子质量大的假定. 如果这些假定中有一个不对, 情况就可能大变. 不过, 如果真是这样, 则不仅这里, 而且过去层子模型的许多工作也要改变, 这种情况, 这里不进行讨论.

### 参 考 文 献

- [1] J. Steinberg, *Phys. Rev.*, **76** (1949), 1180.
- [2] M. Gell-mann, D. Sharp and W. G. Wagner, *Phys. Rev. Letters*, **8** (1962), 261.
- [3] B. L. Young, *Phys. Rev.*, **161** (1967), 1615.
- [4] G. W. Barry, J. J. Sakurai, *Nuo. Cim.*, **55A** (1968), 326.
- [5] D. G. Sutherland, *Nucl. Phys.*, **B2** (1967), 433.
- [6] S. L. Adler, *Phys. Rev.*, **177** (1969), 2426.
- [7] J. C. Bell, R. Jackiw, *Nuo. Cim.*, **60A** (1969), 47.
- [8] 1966 年北京暑期物理讨论会上北京基本粒子理论组的论文; 中国科学院原子能研究所基本粒子理论组, 原子能, **3** (1966), 137; 北京大学理论物理研究室基本粒子理论组、中国科学院数学研究所理论物理研究室, 北京大学学报, **12** (1966), 103.
- [9] Particle Data Group, *Rev. Mod. Phys.*, **45** (1973), 51.
- [10] 中国科学院数学研究所理论物理研究室、北京大学理论物理研究室基本粒子理论组, 北京大学学报, **12** (1966), 113.
- [11] N. L. Goldberger, S. B. Treimann, *Nuo. Cim.*, **9** (1958), 451 (此文中计算了有反常磁矩的核子三角图对  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$  的贡献, 发现造成的改变是小的).
- [12] 例如, 见: 中国科学院原子能研究所基本粒子理论组, 原子能 **3** (1966), 157; 162; 167 .....