第 24 卷 第 5 期　　物 理 学 报　　Vol. 24, No. 5
1975 年 9 月　　ACTA PHYSICA SINICA　　Sept., 1975

$SU_6^{(1)} \times SU_3^{(2)}$ 模型及 SU_8 模型中强子的次强质量分裂和新粒子的质量关系*

朱 重 远
(中国科学院数学研究所)

提　要

新发现的 J(3100) 及 $\psi(3700)$ 粒子可能可以按 $SU_6^{(1)} \times SU_3^{(2)}$ 模型或 SU_8 模型分类．本文用引进等效层子次强作用的方法，研究这两个模型中多重态的次强质量分裂，得到了一系列有新自由度的粒子的质量关系．由于本文对等效层子作用的具体形式未作没有太大根据的取舍，所以，结果与模型的关系比较直接．本工作的结果还表明，完全可以用一个统一的等效层子作用去描写重子及介子的次强质量分裂，而不与现有的实验值冲突．

一、引　　言

最近，实验上新发现了两个窄共振粒子：J(3100) 及 $\psi(3700)$[1]．初步分析表明，它们很可能是强子．这两个粒子的量子数是 1^{--}，质量很大，宽度却很小．为了解释 J 和 ψ 的这些特性，可以尝试应用具有新自由度的强子结构模型． 基础粒子为三套三重态的模型[2]以及一套四重态的模型[3]就属于这类模型．

本文用层子模型的方法，引进了等效层子次强作用，探讨上述两个模型中强子基态及有关低激发态的质量分裂．本文的结果，有下列两个特点：

1. 由于我们对于等效层子次强作用的形式，除了一般对称性的考虑外，未作没有太大根据的取舍，而是由已知的粒子质量及质量关系来确定允许的等效作用的较一般形式，然后，在此基础上求粒子间的质量关系，因此，这些质量公式与模型的关系比较直接．从实验上检验这些质量关系，可以用来验证模型的正确性．

2. 1965 年，Harari 和 Lipkin 曾从对称性的角度讨论过重子和介子是否可以用同样的质量算子的问题[4]．他们发现：如果对重子和介子，用 SU_6 性质相同的算子，则导致

$$4\,\frac{(\rho^2-\pi^2)-(K^{*2}-K^2)}{\rho^2-2\pi^2-3\eta^2+2(\omega^2+\varphi^2)-8(K^{*2}-K^2)}=\frac{\Sigma-\lambda}{\Xi^*-\Xi},$$

此式左边实验上近似为零，右边却是 1 的数量级，与实验不符．因此，必须设法使质量算子的某些系数比是依赖于其它非 SU_6 自由度的算子．在本文中，用两种结构模型进行的分析表明，可以用统一的等效层子作用去描写强子的次强质量分裂，并指出了实现的方法，比较自然地解决了这个问题．

* 1975 年 5 月 16 日收到．

二、三套三重态层子模型中的质量关系

本文所用的三套三重态模型是 Han-Nambu 提出的 $SU_3^{(1)}\times SU_3^{(2)}$ 模型(把自旋包括进去后是 $SU_6^{(1)}\times SU_3^{(2)}$ 模型). 这个模型中, 九种层子形成 $SU_6^{(1)}\times SU_3^{(2)}$ 的 $(6, 3^*)$ 表示, 普通的重子及介子, 分别填入 (56, 1) 和 (35, 1) 表示. 对于新发现的 J(3100) 及 $\phi(3700)$, 可以有不同的填法. 为了保证 $SU_3^{(2)}$ 激发态粒子不能通过强作用及次强作用衰变为只有普通粒子的终态, 本文假设 $SU_3^{(2)}$ 是好对称性, 只有 $SU_6^{(1)}$ 有次强破坏. 这样, $SU_3^{(2)}$ 激发态 (35, 8) 中, 可以有两个由 e^+e^- 对撞单个产生的窄共振. 它们的变换性质, 在 $SU_6^{(1)}$ 中分别象 ω 和 φ, 在 $SU_3^{(2)}$ 中则是 $U^{(2)}=0$, $Y^{(2)}=0$ 的八重态成员. J 和 ϕ 正好可以填入这两个态[5].

在求这些粒子的质量关系时, 我们假定:

1. 与文献[6]同样, 重子及介子波函数的旋量结构取为 Bargmann-Wigner 型 (以下简称 B-W 型).

2. 次强作用破坏 $SU_6^{(1)}$, 但不破坏 $SU_3^{(2)}$. 它造成 $SU_6^{(1)}\times SU_3^{(2)}$ 多重态内的质量分裂. 这个效果可以用下列等效层子质量差及等效二体层子四费密型相互作用描写:

$$\begin{aligned} H(x) = (\Delta m)\bar{\phi}_i(x)Y\phi^i(x) &+ \sum_n G_n^{(1)}\bar{\phi}_i(x)\Gamma_n\phi^i(x)\bar{\phi}_j(x)\Gamma_n\phi^j(x) \\ &+ \sum_n G_n^{(2)}\bar{\phi}_i(x)\Gamma_n\phi^j(x)\bar{\phi}_j(x)\Gamma_n\phi^i(x) \\ &+ \sum_n H_n^{(1)}\bar{\phi}_i(x)Y\Gamma_n\phi^i(x)\bar{\phi}_j(x)\Gamma_n\phi^j(x) \\ &+ \sum_n H_n^{(2)}\bar{\phi}_i(x)Y\Gamma_n\phi^j(x)\bar{\phi}_j(x)\Gamma_n\phi^i(x), \end{aligned} \tag{1}$$

这里, $i, j = 1, 2, 3$, 是 $SU_3^{(2)}$ 脚标, 重复脚标求和. $SU_3^{(1)}$ 及旋量脚标未明显写出, 它们按惯例依次求和. Y 是 $SU_3^{(1)}$ 超荷算子. Γ_n 是

$$\Gamma_S = 1,\ \Gamma_V = \gamma_\mu,\ \Gamma_A = \gamma_\mu\gamma_5,\ \Gamma_T = \sigma_{\mu\nu},\ \Gamma_P = \gamma_5.$$

$\sum_n$ 是对 $n = S, V, P, T, A$ 求和. $G_n^{(1)}, G_n^{(2)}, H_n^{(1)}, H_n^{(2)}$ 是等效作用常数.

需要指出:

(1) 由唯象对称性理论中取 T_{33} 破坏的启示, 我们在 (1) 式中只保留 $SU_3^{(1)}$ 性质是 $\underline{1}$ 维及 $\underline{8}$ 维表示的部分.

(2) 由于我们采用的强子波函数是 B-W 型, 所以, 如果存在层子场的微商型耦合, 则作用在层子场上的微商算子在完成对波函数内部坐标的积分后, 都可以换成质量. 因此, 微商型耦合的效果可以等效地包含到 (1) 式中. 不过, 如果波函数不是 B-W 型, 则此点不成立.

在上述假定下, 利用文献[7]中的方法, 可以计算对应最低阶次强作用的束缚态强子自能图的矩阵元. 再注意到这个 S 矩阵元与质量移动的关系是:

对重子 $\quad S_{fi} = -i(2\pi)^4\delta^4(P_f - P_i)\delta M$;

对介子　$$S_{fi}=-i(2\pi)^4\delta^4(P_f-P_i)\frac{\delta m^2}{2m_0},\tag{2}$$

就可以得到各个强子的质量表达式．这些式子列于附录一中．用这些式子，可以得到各种质量关系．

(一)对于基态重子 (56, 1)，不管 (1) 式中各耦合常数取什么数值，总有

$$\begin{gathered}\Omega-\Xi^*=\Xi^*-\Sigma^*=\Sigma^*-\Delta=\Xi-\Sigma,\\2(\Xi+N)=3\Lambda+\Sigma.\end{gathered}\tag{3}$$

这里，我们已用粒子的名称代表其质量．(3) 式正好是著名的 SU_6 质量公式，它们在 10% 的范围内与实验很好符合．

利用附录一，还可以证明，为了不导致错误的质量关系，必要而充分的限制是：

$$\begin{aligned}&1)\ R'(-H_A^{(1)}+2H_T^{(1)}+H_A^{(2)}-2H_T^{(2)})=\frac{3}{2}(\Sigma-\Lambda)\sim 115\text{ MeV},\\&2)\ R'(-G_A^{(1)}+2G_T^{(1)}+G_A^{(2)}-2G_T^{(2)})=\frac{1}{4}(2\Sigma^*-\Sigma-\Lambda)\sim 114\text{ MeV},\\&3)\ -\left[\Delta m+\frac{1}{3}R'(H_S^{(1)}+H_V^{(1)}-H_S^{(2)}-H_V^{(2)})\right]=\Lambda-N\sim 178\text{ MeV},\\&4)\ M_0+R'(G_S^{(1)}+G_V^{(1)}-G_S^{(2)}-G_V^{(2)})^-=\frac{1}{4}(2\Sigma^*+\Sigma+\Lambda)\sim 1274\text{ MeV}.\end{aligned}\tag{4}$$

这里，M_0 和 R' 是参数，它们的意义及与波函数的关系见附录一．

由 (4) 式可知，我们不能过分任意地选取等效作用的形式．譬如说，如选的作用使得 $-H_A^{(1)}+2H_T^{(1)}+H_A^{(2)}-2H_T^{(2)}=0$，将导致 $\Sigma-\Lambda=0$，这与实际不符．这点在第四节还要提到．

反过来，如果选择一些特殊形式的等效作用，只要它不与 (4) 式冲突，就可以得到正确的质量，也可以得到新的正确的质量关系．譬如说，如果选择：

$$-G_A^{(1)}+2G_T^{(1)}+G_A^{(2)}-2G_T^{(2)}=-H_A^{(1)}+2H_T^{(1)}+H_A^{(2)}-2H_T^{(2)},\tag{5}$$

就可得到

$$\Sigma-\Lambda=\frac{1}{3}\Sigma^*-\frac{1}{6}(\Sigma+\Lambda).\tag{6}$$

这与实验是符合的．不过，选等效作用形式时，还应注意介子质量的实验值对等效作用形式的要求(见下面)．

(二)对基态 (35, 1) 介子，不管等效作用常数取什么数值，总有[1)]：

$$\pi^2+3\eta^2=4K^2.\tag{7}$$

除此之外，如不对作用常数加新的限制，就没有别的关系式．这与 SU_6 理论中作普遍考虑时的情形是类似的[8]．为了得到与实验符合的其它质量关系，在 SU_6 理论中，去掉了具有某些变换性质的质量算子，这只能认为是由于动力学的原因造成的．因此，在我们这里，应对 (1) 式中的作用常数加以限制．下面逐步讨论之．

1) 应当指出，原则上，属于 (1, 1) 表示的 0^- 介子 (X^0 或 E) 可能与 η 有混合，这时同样可以进行讨论．不过，由于 (1, 1) 和 (35, 1) 是 $SU_6^{(1)}\times SU_3^{(2)}$ 的不同表示，所以将出现新参数．这里对这种情况不再讨论．后面的 (23) 式也有类似情形．

首先，如果

$$3(H_V^{(1)}+2H_T^{(1)})+(H_V^{(2)}+2H_T^{(2)})=0, \tag{8}$$

则对物理的 ω 和 ϕ 介子，有

$$\omega^2\varphi^2=\rho^2(2K^{*2}-\rho^2)+\frac{1}{3}(\omega^2+\varphi^2-2K^{*2})(4K^{*2}-\rho^2). \tag{9}$$

此式与实验很好地符合.

其次，如果进一步有

$$3(G_V^{(1)}+2G_T^{(1)})+(G_V^{(2)}+2G_T^{(2)})=0, \tag{10}$$

则

$$\rho^2=\omega^2,\quad \varphi^2-K^{*2}=K^{*2}-\rho^2. \tag{11}$$

此外，如果取

$$H_A^{(1)}+2H_T^{(1)}+3(H_A^{(2)}+2H_T^{(2)})=0, \tag{12}$$

则得到

$$K^{*2}-\rho^2=K^2-\pi^2. \tag{13}$$

(9), (11) 和 (13) 式都是破缺 SU_6 理论中去掉某些质量算子后得到过的，它们与实验是符合的.

反之，如果要求(11)及(13)式成立，则等效作用常数必须满足(8)，(10)和(12)式.

为了不导致错误的质量公式，还必须要求：

$$\begin{aligned}
&1)\ -128m_0R[(G_A^{(1)}+2G_T^{(1)})+3(G_A^{(2)}+2G_T^{(2)})]=\rho^2-\pi^2\sim 0.59\ \mathrm{GeV}^2,\\
&2)\ -2m_0[\Delta m+8R(H_S^{(1)}-H_V^{(1)}+3H_S^{(2)}-3H_V^{(2)})]=K^2-\pi^2\sim 0.23\ \mathrm{GeV}^2,\\
&3)\ m_0^2+32m_0R(G_S^{(1)}-G_V^{(1)}+3G_S^{(2)}-3G_V^{(2)})=\frac{3}{4}\rho^2-\frac{5}{12}\pi^2+\frac{2}{3}K^2\sim 0.62\ \mathrm{GeV}^2.
\end{aligned} \tag{14}$$

比较 (8), (10), (12), (14) 与 (4) 式可知，基态介子质量对等效作用的要求与基态重子的是不矛盾的. 因此，用一个统一的等效层子作用来描写强子质量分裂是可能的.

(三)对于 (35, 8) 介子，如果定义 ϕ_ζ 为 $SU_6^{(1)}$ 性质与 ζ 介子一样的整个 $SU_3^{(2)}$ 八重态，并代表其质量，则由附录一可得

$$\phi_\pi^2+3\phi_\eta^2=4\phi_K^2. \tag{15}$$

如果如前所述，把 J(3100) 和 ϕ(3700) 填入 ϕ_ω 和 ϕ_φ 中 $U^{(2)}=0$, $Y^{(2)}=0$ 的态，并认为，ϕ(3700) 的宽度很小是由于 ϕ_φ 与通常的 φ 介子类似，不再与 ϕ_ω 进一步混合，则作用常数应满足：

$$6(G_V^{(2)}+2G_T^{(2)})-(H_V^{(2)}+2H_T^{(2)})=0. \tag{16}$$

此时有新质量公式：

$$\phi_\omega^2+\phi_\rho^2=4\phi_{K^*}^2-2\phi_\varphi^2. \tag{17}$$

从目前的实验知识，已不能再得到新的质量公式. 如果进一步假定，类似于 (8) 和 (10) 式，有

$$G_V^{(2)}+2G_T^{(2)}=0,\quad H_V^{(2)}+2H_T^{(2)}=0. \tag{18}$$

则得到

$$\phi_\rho^2=\phi_\omega^2,\quad \phi_\varphi^2-\phi_{K^*}^2=\phi_{K^*}^2-\phi_\rho^2. \tag{19}$$

以 $\phi_\omega = 3.095$ GeV, $\phi_\varphi = 3.684$ GeV 代入，得到

$$\phi_\rho = 3.095\ \text{GeV}, \quad \phi_{K^*} = 3.402\ \text{GeV}.$$

不过，应该强调，目前 (18) 式是没有实验根据的，所以这些数值不是很肯定的.

在文献[5]中，曾经指出，为了解释 J 和 ϕ 的稳定性，"需要假设其它的 $SU_3^{(2)}$ 八重态介子，例如 0^- 介子的能级不比 1^- 介子低得多". 从我们这里的计算，可以看到

$$\phi_\rho^2 - \phi_\pi^2 = -128 m_0' R_8[G_A^{(1)} + 2G_T^{(1)}]. \tag{20}$$

与(14)式中的第 1 式比较可知，尽管 π 介子质量比 ρ 介子小得多，却不能得出 ϕ_π 比 ϕ_ρ 小得多的结论. 实际上，如果 $G_A^{(1)} + 2G_T^{(1)}$ 的符号与 $G_A^{(2)} + 2G_T^{(2)}$ 的符号不同，ϕ_π 甚至可能比 ϕ_ρ 还大. 当然，实际情况究竟如何，这要由实验决定的.

三、四重态层子模型中的质量关系

如所周知，这个模型中基础粒子有四个[3]，对第四种粒子 (c 粒子)，各人所用的量子数不完全相同，但并没有实质性差别. 我们令 c 为[9] $Y = 0$, $Q = \frac{2}{3}$, $I = 0$, C 荷 $= +1$ 的 SU_3 单态1)，它与 SU_3 三重态 uds 一起构成 SU_4 的基础四重态.

SU_4 包括自旋的推广是 SU_8. 在 SU_8 模型中，基态介子填充 $\underline{63}$ 维表示，基态重子填充 $\underline{120}$ 维表示.

用与第二节同样的方法，假定波函数的旋量结构是 B-W 型，等效的层子次强作用为

$$\begin{aligned} H(x) = {} & \Delta m_Y \bar\phi(x) Y \phi(x) + \Delta m_c \bar\phi(x) C \phi(x) \\ & + \sum_n G_n \bar\phi(x)\Gamma_n\phi(x)\bar\phi(x)\Gamma_n\phi(x) \\ & + \sum_n H_n \bar\phi(x) Y\Gamma_n\phi(x)\bar\phi(x)\Gamma_n\phi(x) \\ & + \sum_n K_n \bar\phi(x) C\Gamma_n\phi(x)\bar\phi(x)\Gamma_n\phi(x), \end{aligned} \tag{21}$$

这里

$$Y = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & & & \\ & \frac{1}{3} & & \\ & & -\frac{2}{3} & \\ & & & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & & & \\ & 0 & & \\ & & 0 & \\ & & & 1 \end{pmatrix}.$$

用 (21) 式可以算出基态介子及重子的质量表达式，由此求质量关系.

(一)基态 $\underline{63}$ 维介子，包括一个 SU_4 性质是 $\underline{15}$ 维的 0^- 介子以及 $15 \oplus 1$ 维表示的 1^-

---

1) 这样取量子数，使 Y 算子是 SU_3 八维表示成员. 但带 C 荷的强子 Y 值可能为分数. 如果令 $Y' = Y + \frac{2}{3}C$ 代替 Y，则基态介子及重子的 Y' 都是整数，但 Y' 不是 SU_3 的生成元. 这两种取法在这里没有实质性差别. 但对 C 不守恒的过程，两种定义的表现可能不同.

介子多重态. 对这些介子,我们采用的记号与文献[3]相同:

$$0^-:\begin{pmatrix} \frac{\pi^0}{\sqrt{2}}+\frac{\eta^0}{\sqrt{6}}+\frac{\eta_c}{\sqrt{12}}, & \pi^+, & K^+, & \overline{D^0} \\ \pi^-, & -\frac{\pi^0}{\sqrt{2}}+\frac{\eta^0}{\sqrt{6}}+\frac{\eta_c}{\sqrt{12}}, & K^0, & D^- \\ K^-, & \bar{K}^0, & -\frac{2\eta^0}{\sqrt{6}}+\frac{\eta_c}{\sqrt{12}}, & F^- \\ D^0, & D^+, & F^+, & -\frac{3\eta_c}{\sqrt{12}} \end{pmatrix},$$

$$1^-:\begin{pmatrix} \frac{\rho^0}{\sqrt{2}}+\frac{\omega^0}{\sqrt{2}}, & \rho^+, & K^{+*}, & \overline{D}^{0*} \\ \rho^-, & -\frac{\rho^0}{\sqrt{2}}+\frac{\omega^0}{\sqrt{2}}, & K^{0*}, & D^{-*} \\ K^{-*}, & \bar{K}^{0*}, & \varphi, & F^{-*} \\ D^{0*}, & D^{+*}, & F^{+*}, & \varphi_c \end{pmatrix}.$$

这些粒子的质量分裂表达式见附录三.

容易看到,在没有对作用常数加限制时,有下列质量关系:

1) $F^{*2}-D^{*2}=K^{*2}-\rho^2$,

2) $F^2-D^2=K^2-\pi^2$,　　(22)

3) 物理的 η^P 介子及 η_c^P 介子应是 η 及 η_c 的混合. 命物理态为

$$|\eta^P\rangle=\cos\theta|\eta\rangle+\sin\theta|\eta_c\rangle,$$
$$|\eta_c^P\rangle=-\sin\theta|\eta\rangle+\cos\theta|\eta_c\rangle. \tag{23}$$

则有

$$(\eta^P)^2=\frac{3}{4}F^2+\frac{1}{4}\pi^2-\sqrt{\left(\frac{3}{4}F^2-\frac{4}{3}K^2+\frac{7}{12}\pi^2\right)^2+\frac{2}{9}(K^2-\pi^2)^2},$$

$$(\eta_c^P)^2=\frac{3}{4}F^2+\frac{1}{4}\pi^2+\sqrt{\left(\frac{3}{4}F^2-\frac{4}{3}K^2+\frac{7}{12}\pi^2\right)^2+\frac{2}{9}(K^2-\pi^2)^2}, \tag{24}$$

$$\operatorname{tg}\theta=\sqrt{2}(K^2-\pi^2)\Big/3\left[\frac{3}{4}F^2-\frac{4}{3}K^2+\frac{7}{12}\pi^2+\sqrt{\left(\frac{3}{4}F^2-\frac{4}{3}K^2+\frac{7}{12}\pi^2\right)^2+\frac{2}{9}(K^2-\pi^2)^2}\right].$$

(24) 式的前两式也可以写为

$$(\eta^P)^2+(\eta_c^P)^2=\frac{3}{2}F^2+\frac{1}{2}\pi^2,$$
$$\left(\eta^{P^2}-\frac{4}{3}K^2+\frac{1}{3}\pi^2\right)\left(\eta_c^{P^2}-\frac{4}{3}K^2+\frac{1}{3}\pi^2\right)=-\frac{2}{9}(K^2-\pi^2)^2. \tag{24'}$$

从形式上看,以 η^P, K, π 的实验值代入第二式可以算出 η_c^P 的质量,但实际上是不行的. 原因是: 一级次强破坏的质量公式本身只在 10% 的准确度范围内成立. 在(24′)式

的第二式中，左边第一个因子是 $\left(\eta^{P^2}-\frac{4}{3}K^2+\frac{1}{3}\pi^2\right)$，它不是次强破坏数量级的量．从次强自能有 10% 的不准性的角度看，它既可取为由 η^P，K^+，π 的实验质量值定出的 $(-0.018\ \mathrm{GeV}^2)$，也可取千分之几 GeV^2，甚至可取为零（如 SU_3 质量公式那样）．这个因子有一点变化，由 (24′) 式算出的 η_c^P 值就有很大的变化．譬如，如果它是 $(-0.018\ \mathrm{GeV}^2)$，则 η_c^P 是 0.97 GeV，但如果它取为零，则 η_c^P 是 ∞．所以，这样定 η_c^P 是不可靠的．不过，(24′) 式的第 2 式表明，如果 η_c^P 确实很重，则应有

$$\eta^{P^2}-\frac{4}{3}K^2+\frac{1}{3}\pi^2\approx 0. \qquad (24_1'')$$

这与实验是符合的．另外，此时有

$$\mathrm{tg}\,\theta\approx\frac{2\sqrt{2}\,(K^2-\pi^2)}{9F^2-16K^2+7\pi^2}. \qquad (24_2'')$$

这说明混合角是很小的．

以上就是在没有对等效作用常数加限制时，所能得到的全部质量关系．

与第二节类似，如要求实验上符合得很好的质量关系 (9)，(13) 式成立，而且要求 φ_c 就是 $c\bar{c}$ 态，则类似于 (8)，(10)，(12) 式，应有

$$\begin{aligned}&G_V+2G_T=0,\quad H_V+2H_T=0,\\&K_V+2K_T=0,\quad H_A+2H_T=0.\end{aligned} \qquad (25)$$

由 (25) 式，可以得到新质量关系：

$$\varphi_c^2-F^{*2}=F^{*2}-\varphi^2. \qquad (26)$$

由 $\varphi_c=3.095\ \mathrm{GeV}$，可以算出

$$F^*=2.30\ \mathrm{GeV},\quad D^*=2.25\ \mathrm{GeV}.$$

为了不导致错误的基态介子质量关系，各耦合常数应满足下列条件：

$$\begin{aligned}
&1)\ -128m_0R(G_A+2G_T)=\rho^2-\pi^2\sim 0.58\ \mathrm{GeV}^2,\\
&2)\ -2m_0[\Delta m_Y+8R(H_S-H_V)]=K^2-\pi^2\sim 0.23\ \mathrm{GeV}^2,\\
&3)\ m_0^2+32m_0R(G_S-G_V)=\frac{3}{4}\rho^2-\frac{5}{12}\pi^2+\frac{2}{3}K^2\sim 0.62\ \mathrm{GeV}^2,\\
&4)\ 2m_0[\Delta m_c+8R(K_S-K_V-K_A-2K_T)]=F^{*2}+\frac{1}{3}\rho^2-\frac{4}{3}K^{*2}\sim 4.4\ \mathrm{GeV}^2,\\
&5)\ 2m_0[\Delta m_c+8R(K_S-K_V+3K_A+6K_T)]=F^2+\frac{1}{3}\pi^2-\frac{4}{3}K^2.
\end{aligned} \qquad (27)$$

（二）SU_8 的基态 $\underline{120}$ 维重子，包括一个 SU_4 性质属于 $\underline{20}$ 维混合对称表示的 $\frac{1}{2}^+$ 多重态以及属于 $\underline{20}$ 维全对称表示的 $\frac{3}{2}^+$ 多重态．

在 $\frac{3}{2}^+$ 多重态中，除 C 荷 $=0$ 的 SU_3 十重态外，还有一个 $C=+1$ 的 SU_3 六重态（记作 $\Sigma_{c_1}^{0*}\Sigma_{c_1}^{+*}\Sigma_{c_1}^{++*}$；$\Xi_{c_1}^{0*}\Xi_{c_1}^{+*}$；$\Omega_{c_1}^{0*}$），一个 $C=+2$ 的 SU_3 三重态（记作 $\Xi_{c_2}^{+*}\Xi_{c_2}^{++*}$；$\Omega_{c_2}^{+*}$）以及一个 $C=+3$ 的 SU_3 单态（记作 $\Omega_{c_3}^{++*}$）．

在 $\frac{1}{2}^+$ 多重态中，除 $C=0$ 的 SU_3 八重态外，还有一个 $C=+2$ 的 SU_3 三重态（记作 $X_u^{++}X_d^+$；X_s^+），一个 $C=+1$ 的 SU_3 六重态（记作 $C_1^{++}C_1^+C_1^0$；S^+S^0；T^0），以及一个 $C=+1$ 的 3^* 态（记作 A^+A^0；C_0^+）．

这些粒子波函数的 SU_4 部分见附录二. 算出的各粒子质量表达式见附录三.

应用这些表达式,可以发现,不管耦合常数取什么数值,总有

$$\begin{aligned}&2(N+\Xi)=3\Lambda+\Sigma,\\&\Omega-\Xi^*=\Xi^*-\Sigma^*=\Sigma^*-\Delta=\Xi-\Sigma.\end{aligned}\tag{28}$$

$$\begin{aligned}&\Omega^*_{c_1}-\Xi^*_{c_1}=\Xi^*_{c_1}-\Sigma^*_{c_1}=\Omega^*_{c_2}-\Xi^*_{c_2}=\Omega-\Xi^*,\\&\Omega^*_{c_3}-\Omega^*_{c_2}=\Omega^*_{c_2}-\Omega^*_{c_1}=\Omega^*_{c_1}-\Omega=X_s-T_0,\\&C_1-T_0=N-\Xi,\\&X_s-X_{u,d}=\Sigma-N,\\&X_{u,d}+N=\frac{3}{2}C_0+\frac{1}{2}C_1.\end{aligned}\tag{29}$$

(28) 式是 SU_6 重子质量关系, (29) 式则是新的. 除掉 (28) 和 (29) 式外, 还有 S 和 A 粒子的质量关系. 注意到 S^+ 和 A^+, S^0 和 A^0 分别有同样的 C 荷及 T, T_3, Y 等量子数, 不同的只是 S 和 A 分属 SU_3 的 $\underline{6}$ 维及 $\underline{3}^*$ 维表示. 由于 SU_3 是破缺的, 它们一般将有混合. 如定义物理态为

$$\begin{aligned}&|S_P^{+,0}\rangle=\cos\theta^{+,0}|S^{+,0}\rangle+\sin\theta^{+,0}|A^{+,0}\rangle,\\&|A_P^{+,0}\rangle=-\sin\theta^{+,0}|S^{+,0}\rangle+\cos\theta^{+,0}|A^{+,0}\rangle,\end{aligned}\tag{30}$$

则有质量关系:

$$\begin{aligned}&S_P+A_P=C_1+C_0+2\Xi-2\Lambda,\\&\left(S_P-C_1-\frac{\Xi-N}{2}\right)\left(A_P-C_1-\frac{\Xi-N}{2}\right)=-\frac{3}{16}(\Sigma-\Lambda)^2,\end{aligned}\tag{31}$$

$$\operatorname{tg}\theta^+=\operatorname{tg}\theta^0=\frac{\sqrt{3}(\Sigma-\Lambda)}{2(C_1-C_0)+(\Lambda-\Sigma)+\sqrt{(2C_1-2C_0+\Lambda-\Sigma)^2+3(\Sigma-\Lambda)^2}}.$$

为了不导致错误的质量关系,作用常数应满足的条件是

$$\begin{aligned}&1)\ R'(-H_A+2H_T)=\frac{3}{2}(\Sigma-\Lambda)\sim 115\,\text{MeV},\\&2)\ R'(-G_A+2G_T)=\frac{1}{4}(2\Sigma^*-\Sigma-\Lambda)\sim 114\,\text{MeV},\\&3)\ -\left[\Delta m_Y+\frac{R'}{3}(H_S+H_V)\right]=\Lambda-N\sim 178\,\text{MeV},\\&4)\ M_0+R'(G_S+G_V)=\frac{1}{4}(2\Sigma^*+\Sigma+\Lambda)\sim 1274\,\text{MeV},\\&5)\ R'(K_A-2K_T)=\frac{3}{2}C_1-\frac{3}{2}C_0-\frac{1}{2}\Sigma+\frac{1}{2}\Lambda,\\&6)\ \Delta m_c+\frac{1}{3}R'(K_S+K_V)=C_0^+-\frac{1}{3}\Lambda-\frac{2}{3}N.\end{aligned}\tag{32}$$

我们再次看到,取

$$-H_A+2H_T=-G_A+2G_T\tag{33}$$

是合理的．这样取作用常数等价于质量公式：

$$\Sigma - \Lambda = \frac{1}{3}\Sigma^* - \frac{1}{6}(\Sigma + \Lambda). \tag{34}$$

也就是前面的 (6) 式，它与实验符合．

四、讨　　论

从上面各节的结果可以看到，我们已成功地用一个统一的等效层子次强作用去描写已知的重子及介子的质量分裂，同时求出了一些新粒子的质量关系．

引言中已经提过，Harari 和 Lipkin 指出，某些质量算子的系数比，应依赖于重子数或其它自由度．这个问题在本文中是怎样解决的呢？我们以 SU_8 模型为例，来说明这一点．

从 (32) 式可知，要分开 Σ 和 Λ 的质量，必须引进与奇异层子自旋有关的作用．即必须要求 $-H_A + 2H_T \neq 0$．应用同样的等效作用于介子，一般将会造成奇异的 K^* 和 K 介子质量平方差与非奇异的 ρ 和 π 介子的质量平方差不等距．但是，由于同样的等效作用对重子和介子的效果并不相同，例如，要求 $(\rho^2 - \pi^2) - (K^{*2} - K^2) = 0$，只要 $H_A + 2H_T = 0$ 即可，这与 $-H_A + 2H_T \neq 0$ 的要求并不冲突，因此完全可以选择 H_A 及 H_T，使它对基态介子不起作用，对重子却不可忽略．这种性质，相当于质量算子的系数是算子．在纯粹对称性理论中，这不容易自然地得到，但从结构模型看，却没有什么不自然的．

在文献 [10—12] 中，也曾讨论过结构模型中的质量关系．下面我们对这些工作进行一些讨论．

1966 年中国科学院数学研究所理论物理研究室有关质量公式的文章，对 SU_6 模型中的等效作用取了较普遍的形式，但是在计算四费密型作用 $\bar{\Phi}(x)Q\Gamma_n\phi(x)\bar{\Phi}(x)\Gamma_n\phi(x)$ 的矩阵元时，去掉了前面的 $\bar{\Phi}\phi$ 与后面的 $\bar{\Phi}\phi$ 分别进入初、末态介子的图的贡献，这样做理论上是不能令人满意的．在文献 [11, 12] 中，也有类似的情形．以文献 [11] 为例，他们取的等效作用是 V-A 型，相当于第三节中 $G_V = G_A = -f$, $G_S = G_P = G_T = 0$．由 (25) 式可知，如果该文中把扔掉的图补上，则由于 V-A 型作用不满足 $G_V + 2G_T = 0$ 的要求，就会造成 ω 和 φ 的混合角有相当大的改变，这与实验是不符合的．这正是该文扔掉上述图的贡献的原因．但是，按本文的分析，这些困难是由于等效作用选择不当造成的，只要等效作用选得合理，就不必扔图．

文献 [10] 所讨论的是 SU_8 模型，与本文第三节是相同的．在文献 [10] 中，取了一种特殊的相互作用，相当于本文 (21) 式中各常数取下列值：

$$G_A = \frac{1}{2}G_P = -G_S = f,\ H_S = 3f,$$

$$G_V = G_T = H_A = H_V = H_P = H_T = 0,$$

$$\Delta m_Y = \Delta m_c = 0,$$

$$K_S = g,\ K_P = K_V = K_A = K_T = 0.$$

从本文的分析可知，这样取作用常数，不符合 (32) 式的要求，因而会导致不正确的质量关

系．下面举几个例子：

理 论	实 验
$\Sigma-\Lambda=0$	$\Sigma-\Lambda=78$ MeV
$\Xi-\Lambda=\Sigma-N=\Omega-\Xi^*$	$\Xi-\Lambda=205$ MeV, $\Sigma-N=251$ MeV, $\Omega-\Xi^*=141$ MeV;
$2(\Sigma-N)=\Xi^*-\Xi=2(\Lambda-N)$	$2(\Sigma-N)=500$ MeV, $\Xi^*-\Xi=210$ MeV, $2(\Lambda-N)=360$ MeV.

显然，理论与实验不符合．即使波函数作了文献[10]那样的改动，也不能根本改变上述情况(前两个式子是不改变的)，所以文献[10]的等效作用是不合适的．

最后，再谈一个有兴趣的结果．

第二节中曾讲过，本来，这里的等效作用是用来处理基态及低激发态强子次强质量分裂的．但是，如果假设它也可以用来处理强衰变，则可以证明，对于 $\varphi\to\rho\pi$ 过程，在 $SU_6^{(1)}\times SU_3^{(2)}$ 模型中，等效 $\varphi\rho\pi$ 耦合常数正比于 $3\left(G_V^{(1)}+\frac{\rho+\pi}{\varphi}2G_T^{(1)}\right)+\left(G_V^{(2)}+\frac{\rho+\pi}{\varphi}2G_T^{(2)}\right)$ 以及 $3\left(H_V^{(1)}+\frac{\rho+\pi}{\varphi}2H_T^{(1)}\right)+\left(H_V^{(2)}+\frac{\rho+\pi}{\varphi}2H_T^{(2)}\right)$；在 SU_8 模型中，则正比于 $\left(G_V+\frac{\rho+\pi}{\varphi}2G_T\right)$ 及 $\left(H_V+\frac{\rho+\pi}{\varphi}2H_T\right)$．注意到 $\frac{\rho+\pi}{\varphi}\sim 0.9$，再根据(8)，(10)和(25)式，可以发现，这些等效耦合常数组合是比较小的，它们大约是 $0.1(2G_T)$ 的数量级．这可以说明 $\Gamma(\varphi\to 3\pi)$ 为什么只有 $\Gamma(\omega\to 3\pi)$ 的百分之几．

在 $SU_6^{(1)}\times SU_3^{(2)}$ 模型中，如果假设：

$$3G_n^{(1)}+G_n^{(2)}=0,\ 3H_n^{(1)}+H_n^{(2)}=0,$$

则对于(35, 1)介子，Zweig 规则成立．这种情况，与文献[13]的结果类似．

附 录 一

$SU_6^{(1)}\times SU_3^{(2)}$ 模型中强子的质量

1．(56, 1)重子的质量可写为

$$\begin{aligned}
\Delta &= A+B+C+D,\\
\Sigma^* &= A+B,\\
\Xi^* &= A+B-C-D,\\
\Omega &= A+B-2C-2D,\\
\Lambda &= A-B-D,\\
N &= A-B+C-D,\\
\Sigma &= A-B+D,\\
\Xi &= A-B-C,
\end{aligned}\tag{35}$$

其中各参数的定义是

$$A=M_0+R'(G_S^{(1)}+G_V^{(1)}-G_S^{(2)}-G_V^{(2)}),$$
$$B=R'(-G_A^{(1)}+2G_T^{(1)}+G_A^{(2)}-2G_T^{(2)}),$$

$$C=\Delta m+\frac{1}{3}R'(H_S^{(1)}+H_V^{(1)}-H_S^{(2)}-H_V^{(2)}),$$

$$D=-\frac{1}{3}R'(H_A^{(1)}-2H_T^{(1)}-H_A^{(2)}+2H_T^{(2)}),$$

M_0 是未考虑等效作用 (1) 式时，(56, 1) 重子的质量.

$$\begin{aligned}
&R'=i(2\pi)^4(MS'-2V'^{\mathscr{P}}),\quad M\ \text{是层子质量.}\\
&S'=\int d^4q_u'd^4q_v'd^4p_1\psi_B^*(q_u,q_u')\psi_B(q_v,q_v')\\
&V'^{\mathscr{P}}\frac{2P_\mu}{M_0}=\int d^4q_u'd^4q_v'd^4p_1\psi_B^*(q_u,q_u')\psi_B(q_v,q_v')p_{1\mu}\\
&q_u=-\frac{1}{3}P-\frac{1}{2}q_u'+p_1,\ q_v=-\frac{1}{3}P-\frac{1}{2}q_v'+p_1,
\end{aligned}\tag{36}$$

P 是重子质心动量，ψ_B^*, ψ_B 是重子波函数的空间部分，参见文献[6].

2. (35, 1) 介子的质量平方可写为

$$\begin{aligned}
&\pi^2=A'-3B'+\frac{2}{3}C',\\
&K^2=A'-3B'-\frac{1}{3}C',\\
&\eta^2=A'-3B'-\frac{2}{3}C',\\
&\rho^2=A'+B'+\frac{2}{3}D',\\
&K^{*2}=A'+B'-\frac{1}{3}D',\\
&\omega^2=A'+B'+\frac{2}{3}D'+2E'+4F',\\
&\varphi^2=A'+B'-\frac{4}{3}D'+E'-4F',\\
&m_{\omega\varphi}^2=\sqrt{2}(E'-F'),
\end{aligned}\tag{37}$$

其中各参数的定义是

$$\begin{aligned}
&A'=m_0^2+32m_0R(G_S^{(1)}-G_V^{(1)}+3G_S^{(2)}-3G_V^{(2)}),\\
&B'=32m_0R(-G_A^{(1)}-2G_T^{(1)}-3G_A^{(2)}-6G_T^{(2)}),\\
&C'=2m_0\Delta m+16m_0R(H_S^{(1)}-H_V^{(1)}+3H_A^{(1)}+6H_T^{(1)}+3H_S^{(2)}-3H_V^{(2)}+9H_A^{(2)}+18H_T^{(2)}),\\
&D'=2m_0\Delta m+16m_0R(H_S^{(1)}-H_V^{(1)}-H_A^{(1)}-2H_T^{(1)}+3H_S^{(2)}-3H_V^{(2)}-3H_A^{(2)}-6H_T^{(2)}),\\
&E'=64m_0R(-3G_V^{(1)}-6G_T^{(1)}-G_V^{(2)}-2G_T^{(2)}),\\
&F'=\frac{32}{3}m_0R(-3H_V^{(1)}-6H_T^{(1)}-H_V^{(2)}-2H_T^{(2)}),
\end{aligned}\tag{38}$$

$R=-\frac{1}{8}\psi^*(0)\psi(0)$, $\psi(0)$ 是介子零点波函数[6].

m_0 是未考虑等效作用 (1) 式时 (35, 1) 介子的质量.

3. (35, 8) 介子的质量

用 ψ_ζ 代表 $SU_6^{(1)}$ 性质与 ζ 一样的整个 $SU_3^{(2)}$ 八重态粒子的质量，则可以有

$$\psi_\pi^2=A''-3B''+\frac{2}{3}C'',$$

$$\psi_K^2=A''-3B''-\frac{1}{3}C'',$$

$$\psi_{\eta}^{2} = A'' - 3B'' - \frac{2}{3}C'',$$
$$\psi_{\rho}^{2} = A'' + B'' + \frac{2}{3}D'',$$
$$\psi_{K^*}^{2} = A'' + B'' - \frac{1}{3}D'', \tag{39}$$
$$\psi_{\omega}^{2} = A'' + B'' + \frac{2}{3}D'' + 2E'' + 4F'',$$
$$\psi_{\varphi}^{2} = A'' + B'' - \frac{4}{3}D'' + E'' - 4F'',$$
$$\psi_{\omega\varphi}^{2} = \sqrt{2}(E'' - F''),$$

其中

$$\begin{aligned}
A'' &= m_0'^2 + 32m_0'R_8(G_S^{(1)} - G_V^{(1)}),\\
B'' &= 32m_0'R_8(-G_A^{(1)} - 2G_T^{(1)}),\\
C'' &= 2m_0'\Delta m + 16m_0'R_8(H_S^{(1)} - H_V^{(1)} + 3H_A^{(1)} + 6H_T^{(1)}),\\
D'' &= 2m_0'\Delta m + 16m_0'R_8(H_S^{(1)} - H_V^{(1)} - H_A^{(1)} - 2H_T^{(1)}),\\
E'' &= 64m_0'R_8(-G_V^{(2)} - 2G_T^{(2)}),\\
F'' &= \frac{32}{3}m_0'R_8(-H_V^{(2)} - 2H_T^{(2)}),
\end{aligned} \tag{40}$$

$R_8 = -\frac{1}{8}\psi_8^*(0)\psi_8(0)$，$\psi_8(0)$ 是 (35, 8) 介子的零点波函数，m_0' 是未考虑次强作用时，(35, 8)介子的质量.

附 录 二

SU_8 模型中 <u>120</u> 维重子波函数的 SU_4 部分

1．SU_4 性质为全对称 <u>20</u> 维表示的 $\frac{3}{2}^+$ 重子

我们把各粒子用 (ijk) 三个字母标记如下：

SU_3 十重态：

$$(222) = \Delta^-,\ (122) = \Delta^0,\ (112) = \Delta^+,\ (111) = \Delta^{++};\ (223) = \Sigma^{-*},$$
$$(123) = \Sigma^{0*},\ (113) = \Sigma^{+*};\ (233) = \Xi^{-*},\ (133) = \Xi^{0*};\ (333) = \Omega^-;$$

SU_3 六重态：

$$(224) = \Sigma_{c_1}^{0*},\ (124) = \Sigma_{c_1}^{+*},\ (114) = \Sigma_{c_1}^{++*};$$
$$(234) = \Xi_{c_1}^{0*},\ (134) = \Xi_{c_1}^{+*};\ (334) = \Omega_{c_1}^{0*};$$

SU_3 三重态：

$$(244) = \Xi_{c_2}^{+*},\ (144) = \Xi_{c_2}^{++*};\ (344) = \Omega_{c_2}^{+*};$$

SU_3 单态：

$$(444) = \Omega_{c_3}^{++*}.$$

$\frac{3}{2}^+$ 粒子波函数的自旋部分及 SU_4 部分都是全对称的，可以完全分开写．对于 (ijk) 粒子，其波函数的 SU_4 部分为 $d_{abc}^{(ijk)}\varphi^{abc}$，

φ^{abc} 是 SU_4 直乘基.

$$d_{abc}^{(ijk)}=\begin{cases}0, & (ijk)\neq(abc)\ \text{时}\\ \dfrac{1}{\sqrt{6}}, & (ijk)=(abc),\ ijk\ \text{全不同时},\\ \dfrac{1}{\sqrt{3}}, & (ijk)=(abc),\ ijk\ \text{中有二个数字相同时},\\ 1, & i=j=k=a=b=c\ \text{时}.\end{cases}$$

2．SU_4 性质为 $\underline{20}$ 维混合对称表示的 $\frac{1}{2}^+$ 重子

各粒子用 $N_l^{[mn]}$ 标记如下：

SU_3 八重态：$(C=0)$

$$N_1^{[34]}=p,\ N_2^{[34]}=n;\ \frac{1}{\sqrt{6}}(N_1^{[14]}+N_2^{[24]}-2N_3^{[34]})=\Lambda^0;\ N_1^{[24]}=\Sigma^+,$$

$$N_2^{[14]}=\Sigma^-,\ \frac{1}{\sqrt{2}}(N_1^{[14]}-N_2^{[24]})=\Sigma^0;\ N_3^{[24]}=\Xi^0,\ N_3^{[14]}=\Xi^-;$$

SU_3 三重态：$(C=+2)$

$$N_4^{[23]}=X_u^{++},\ N_4^{[13]}=X_d^+;\ N_4^{[12]}=X_s^+;$$

SU_3 六重态：$(C=\pm1)$

$$N_1^{[23]}=C_1^{++},\ \frac{1}{\sqrt{2}}(N_1^{[13]}-N_2^{[23]})=C_1^+,\ N_2^{[13]}=C_1^0;$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(N_1^{[12]}-N_3^{[32]})=S^+,\ \frac{1}{\sqrt{2}}(N_2^{[12]}-N_3^{[13]})=S^0;\ N_3^{[12]}=T^0;$$

SU_3 3^* 态：$(C=+1)$

$$\frac{1}{\sqrt{6}}(N_1^{[12]}+N_3^{[32]}-2N_4^{[42]})=A^+,\ \frac{1}{\sqrt{6}}(N_2^{[12]}+N_3^{[13]}-2N_4^{[14]})=A^0;$$

$$\frac{1}{\sqrt{6}}(N_1^{[13]}+N_2^{[23]}-2N_4^{[43]})=C_0^+.$$

这些粒子的波函数，SU_4 部分是混合对称，自旋部分也是混合对称，乘在一起后全对称化．全对称化前与自旋部分相乘的 SU_4 部分可以写为

对 $N_l^{[mn]}$ 粒子：　$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\varepsilon_{mnab}\delta_{lc}\right)\varphi^{abc}$.

附　录　三

SU_8 模型中强子的质量

1．$\underline{63}$ 维介子质量平方可写为

$$\pi^2=A_2'-3B_2'+\frac{2}{3}C_2',$$

$$K^2=A_2'-3B_2'-\frac{1}{3}C_2',$$

$$\eta^2=A_2'-3B_2'-\frac{2}{3}C_2',$$

$$m_{\eta\eta_c}^2=\frac{\sqrt{2}}{3}C_2'.$$

$$\eta_c^2=A_2'-3B_2'+\frac{3}{2}J_2',$$

$$
\begin{aligned}
F^2 &= A_2' - 3B_2' - \frac{2}{3}C_2' + J_2', \\
D^2 &= A_2' - 3B_2' + \frac{1}{3}C_2' + J_2', \\
\rho^2 &= A_2' + B_2' + \frac{2}{3}D_2', \\
K^{*2} &= A_2' + B_2' - \frac{1}{3}D_2' \\
F^{*2} &= A_2' + B_2' - \frac{2}{3}D_2' + T_2', \\
D^{*2} &= A_2' + B_2' + \frac{1}{3}D_2' + T_2', \\
\omega^2 &= A_2' + B_2' + \frac{2}{3}D_2' + 2E_2' + 4F_2', \\
\varphi^2 &= A_2' + B_2' - \frac{4}{3}D_2' + E_2' - 4F_2', \\
\varphi_c^2 &= A_2' + B_2' + 2T_2' + E_2' + 2S_2', \\
m_{\omega\varphi}^2 &= \sqrt{2}(E_2' - F_2'), \\
m_{\omega\varphi_c}^2 &= \sqrt{2}(E_2' + S_2' + F_2'), \\
m_{\varphi\varphi_c}^2 &= E_2' + S_2' - 2F_2',
\end{aligned}
\tag{41}
$$

其中各参数定义为

$$
\begin{aligned}
A_2' &= m_0^2 + 32m_0R(G_S - G_V), \\
B_2' &= 32m_0R(-G_A - 2G_T), \\
C_2' &= 2m_0\Delta m_Y + 16m_0R(H_S - H_V + 3H_A + 6H_T), \\
D_2' &= 2m_0\Delta m_Y + 16m_0R(H_S - H_V - H_A - 2H_T), \\
E_2' &= 64m_0R(-G_V - 2G_T), \\
F_2' &= \frac{32}{3}m_0R(-H_V - 2H_T), \\
J_2' &= 2m_0\Delta m_c + 16m_0R(K_S - K_V + 3K_A + 6K_T), \\
T_2' &= 2m_0\Delta m_c + 16m_0R(K_S - K_V - K_A - 2K_T), \\
S_2' &= 32m_0R(-K_V - 2K_T).
\end{aligned}
\tag{42}
$$

m_0 与 R 的定义均与附录一相似．只是要把那里的各量理解为这里 63 维介子的对应参数．

2．120 维重子的质量可以写为

$$
\begin{aligned}
\Delta &= A_2 + B_2 + C_2 + D_2, \\
\Sigma^* &= A_2 + B_2, \\
\Xi^* &= A_2 + B_2 - C_2 - D_2, \\
\Omega &= A_2 + B_2 - 2C_2 - 2D_2, \\
\Sigma_{c_1}^* &= A_2 + B_2 + \frac{2}{3}C_2 + \frac{2}{3}D_2 + E_2 - F_2, \\
\Xi_{c_1}^* &= A_2 + B_2 - \frac{1}{3}C_2 - \frac{1}{3}D_2 + E_2 - F_2, \\
\Omega_{c_1}^* &= A_2 + B_2 - \frac{4}{3}C_2 - \frac{4}{3}D_2 + E_2 - F_2, \\
\Xi_{c_2}^* &= A_2 + B_2 + \frac{1}{3}C_2 + \frac{1}{3}D_2 + 2E_2 - 2F_2, \\
\Omega_{c_2}^* &= A_2 + B_2 - \frac{2}{3}C_2 - \frac{2}{3}D_2 + 2E_2 - 2F_2,
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\Omega^*_{c_3} = A_2 + B_2 + 3E_2 - 3F_2,\\
&N = A_2 - B_2 + C_2 - D_2,\\
&\Sigma = A_2 - B_2 + D_2,\\
&\Lambda = A_2 - B_2 - D_2,\\
&\Xi = A_2 - B_2 - C_2,\\
&X_{u,d} = A_2 - B_2 + \frac{1}{3} C_2 - \frac{2}{3} D_2 + 2E_2 + F_2,\\
&X_S = A_2 - B_2 - \frac{2}{3} C_2 + \frac{4}{3} D_2 + 2E_2 + F_2,\\
&C_1 = A_2 - B_2 + \frac{2}{3} C_2 - \frac{1}{3} D_2 + E_2 + 2F_2,\\
&C_0 = A_2 - B_2 + \frac{2}{3} C_2 - D_2 + E_2,\\
&T_0 = A_2 - B_2 - \frac{4}{3} C_2 + \frac{2}{3} D_2 + E_2 + 2F_2,\\
&S = A_2 - B_2 - \frac{1}{3} C_2 + \frac{1}{6} D_2 + E_2 + 2F_2,\\
&A = A_2 - B_2 - \frac{1}{3} C_2 + \frac{1}{2} D_2 + E_2,\\
&m_{SA} = \frac{\sqrt{3}}{2} D_2,
\end{aligned}
\tag{43}
$$

其中各参数定义为

$$
\begin{aligned}
&A_2 = M_0 + R'(G_S + G_V),\\
&B_2 = R'(-G_A + 2G_T),\\
&C_2 = \triangle m_Y + \frac{1}{3} R'(H_S + H_V),\\
&D_2 = -\frac{1}{3} R'(H_A - 2H_T),\\
&E_2 = \triangle m_c + \frac{1}{3} R'(K_S + K_V),\\
&F_2 = \frac{1}{3} R'(K_A - 2K_T).
\end{aligned}
\tag{44}
$$

这里 M_0, R' 的定义类似于附录一中(36)式,只是那里的各量在这里应理解为 120 维表示中的量.

参　考　文　献

[1] J. J. Aubert *et al.*, *Phys. Rev. Letters*, **33** (1974), 1404; J. E. Augustin *et al.*, *Phys. Rev. Letters*, **33** (1974), 1406, 1453; C. Bacci *et al.*, *Phys. Rev. Letters*, **33** (1975), 1408.
[2] M. Y. Han, Y. Nambu, *Phys. Rev.*, **139** (1965), B1006.
[3] M. K. Gailaid, *et al.*, Fermilab-Pub-74/86-THY.
[4] H. Harari, L. Lipkin, *Phys. Rev. Letters*,, **14** (1965), 570.
[5] 卞震等, 科学通报, **20** (1975), 35.
[6] 1966 年北京暑期物理讨论会上北京基本粒子理论组的论文.
[7] 中国科学院数学研究所理论物理研究室、北京大学理论物理研究室基本粒子理论组,北京大学学报,**12**(1965), 113.
[8] M. A. B. Beg, V. Singh, *Phys. Rev. Letters*, **13** (1964), 418.
[9] H. Harari, "ψ Chology" (1974).
[10] 柯分, 科学通报, **20** (1975), 84.
[11] 中国科学院原子能研究所基本粒子理论组, 原子能 (1966), 460.
[12] 陆埮等, 物理学报, **23** (1974), 63.
[13] H. Shimodaira, *Phys. Rev.*, **D1** (1970), 2696.