第 24 卷 第 6 期 物 理 学 报 Vol. 24, No. 6
1975 年 11 月 ACTA PHYSICA SINICA Nov., 1975

N 体散射——(II) 非耦合积分方程*

鲍 诚 光
(中国科学院高能物理研究所)

提 要

文中给出几种类型的关于 N 体散射进道跃迁算符的非耦合积分方程，它们各具不同的特点.

在文献 [1] 中，对描写总的散射过程的 T_{β}^{α} 按其中各基本项的连接度和连接序予以分解和归类，建立了耦合的、连接核的积分方程组. 本文的目的是建立非耦合的方程.

对于亏体系 $\widetilde{\alpha^{(\lambda m^P)}} \equiv \alpha_{\bar{\nu}}$，可定义进道跃迁算符

$$\begin{aligned} T_{ij}^{\alpha_{\bar{\nu}}} &\equiv G_0^-\{\cdots|\alpha_{ij}\}_{\alpha_{\bar{\nu}}}, \\ T^{\alpha_{\bar{\nu}}} &\equiv G_0^-\{|\cdots\}_{\alpha_{\bar{\nu}}}. \end{aligned} \qquad \text{(其中令 } \alpha_{ij} \in \alpha_{\bar{\nu}}\text{, 否则为零)} \tag{1}$$

这是因为文献[1]中谈到在一定条件下可认为

$$T_{ij}^{\alpha} = G_0^-\{\cdots|\alpha_{ij}\}_{\alpha}$$

收敛，因此，(1)式作为它的子序列，在同样条件下亦收敛.

在收敛条件满足的情况下，亦可定义

$$G_{\bar{\nu}} = G_0 + G_0 V_{\bar{\nu}} G_0 + \cdots = \frac{1}{E^+ - K^{(N)} - V_{\bar{\nu}}}, \tag{2}$$

并通过 $G_{\bar{\nu}}$ 来定义

$$T_{ij}^{\alpha_{\bar{\nu}}} = (1 + V_{\bar{\nu}} G_{\bar{\nu}}) V_{ij}, \tag{3}$$

可以证明(3)与(1)式等价.

以下令 γ 表示初态(两行体系)，由 $T^{\alpha\gamma}$ 和 $T^{\alpha_{\bar{\gamma}}}$ 的定义及由文献[1]的(5)式，可得

$$T_{\bar{\gamma}}^{\alpha} = T^{\alpha_{\bar{\gamma}}} + T^{\alpha\gamma} G_0 T^{\alpha_{\bar{\gamma}}} + T_{\bar{\gamma}}^{\alpha} G_0 T^{\alpha\gamma} G_0 T^{\alpha_{\bar{\gamma}}}. \tag{4}$$

(4)式亦可从附录一的引理 1 得到. 作为一个非耦合方程，它具有形式简单的优点. 其中需用到 $T^{\alpha\gamma}$, $T^{\alpha_{\bar{\gamma}}}$ 的知识，对于它们亦可相应地建立(4)式型的方程[2]. 这样，通过相继逐一求解一组(4)式型积分方程，就可利用子体系知识得到总体的知识. 但当 $N \geqslant 4$ 时，(4) 式的核中残余有不连接的成分，这时方程不能直接严格求解. 但可利用附录二的方法，把该方程拆成若干个具有连接核的积分方程，然后相继逐一严格求解. 从附录二可看出，这一方法是相当麻烦的. 因此当 $N \geqslant 4$ 时，(4)式较宜于用近似方法求解，可参见附录三.

从(4)式可得 $T_{\bar{\gamma}}^{\alpha}$ 的全连接部分 $T_{\bar{\gamma}}^{\alpha C}$ 所满足的方程:

* 1972 年 12 月 18 日收到; 1974 年 9 月 26 日收到修改稿.

$$T_{\gamma}^{\alpha C}=W+T_{\gamma}^{\alpha C}G_0T^{\alpha\gamma}G_0T^{\alpha\gamma},\quad W=T^{\alpha\gamma}+T^{\alpha\gamma}G_0T^{\alpha\gamma}+T_{\gamma}^{\alpha D}(G_0T^{\alpha\gamma}G_0T^{\alpha\gamma}-1). \tag{5}$$

显然(5)式的自由项是全连接的,因此若以(5)式作迭代展开,整个序列的每一项都是全连接的.

若对文献[1]的积分方程退耦,可得非耦合的连接核积分方程. 首先把文献[1]的(27.1)式在 α_γ 子集范围内求和,得

$$T_{\gamma}^{\alpha}=T_{\gamma}^{\alpha D}+\sum_{\sigma}T_{\sigma}^{\alpha}G_0T_{\sigma\cap\gamma}^{\alpha_\sigma C}, \tag{6}$$

其中

$$T_{\sigma\cap\gamma}^{\alpha_\sigma C}=\sum_{\substack{i<j\\(\alpha_{ij}\in\alpha_\sigma\cap\alpha_\gamma)}}T_{ij}^{\alpha_\sigma C},$$

其余类推.

利用文献[1]的(13)式,可得两个两体道的 T_{σ}^{α} 和 T_{γ}^{α} 之间的关系:

$$T_{\sigma}^{\alpha}=(T_{\sigma\cap\gamma}^{\alpha\gamma}+T^{\alpha\gamma}G_0T_{\sigma\cap\gamma}^{\alpha\gamma}+T_{\sigma\cap\gamma}^{\alpha\gamma})+T_{\gamma}^{\alpha}G_0(T^{\alpha\gamma}G_0T_{\sigma\cap\gamma}^{\alpha\gamma}+T_{\sigma\cap\gamma}^{\alpha\gamma}). \tag{7}$$

将此代回(6)式中,得

$$\begin{aligned}T_{\gamma}^{\alpha}=T_{\gamma}^{\alpha D}&+\sum_{\sigma}(T_{\sigma\cap\gamma}^{\alpha\gamma}+T^{\alpha\gamma}G_0T_{\sigma\cap\gamma}^{\alpha\gamma}+T_{\sigma\cap\gamma}^{\alpha\gamma})G_0T_{\sigma\cap\gamma}^{\alpha_\sigma C}\\&+T_{\gamma}^{\alpha}G_0\sum_{\sigma}(T^{\alpha\gamma}G_0T_{\sigma\cap\gamma}^{\alpha\gamma}+T_{\sigma\cap\gamma}^{\alpha\gamma})G_0T_{\sigma\cap\gamma}^{\alpha_\sigma C}.\end{aligned} \tag{8}$$

(8)式是非耦合的连接核积分方程. 一旦求出 T_{γ}^{α}, 可通过

$$T_{\gamma}^{\alpha}=T^{\alpha\gamma}+T_{\gamma}^{\alpha}G_0T^{\alpha\gamma} \tag{9}$$

求得 T_{γ}^{α} 和 T^{α}. 又可通过

$$T_{ij}^{\alpha}=T_{ij}^{\alpha\gamma}+T_{\gamma}^{\alpha}G_0T_{ij}^{\alpha\gamma}\quad(V_{ij}\in V_\gamma),\qquad T_{ij}^{\alpha}=T_{ij}^{\alpha\gamma}+T_{\gamma}^{\alpha}G_0T_{ij}^{\alpha\gamma}\quad(V_{ij}\in V_\tau) \tag{10}$$

求得 T_{ij}^{α}.

从(8)式又可得关于 $T_{\gamma}^{\alpha C}$ 的非耦合连接核方程:

$$\begin{aligned}T_{\gamma}^{\alpha C}=&\sum_{\sigma}(T_{\sigma\cap\gamma}^{\alpha\gamma}+T^{\alpha\gamma}G_0T_{\sigma\cap\gamma}^{\alpha\gamma}+T_{\sigma\cap\gamma}^{\alpha\gamma})G_0T_{\sigma\cap\gamma}^{\alpha_\sigma C}\\&+T_{\gamma}^{\alpha D}G_0\sum_{\sigma}(T^{\alpha\gamma}G_0T_{\sigma\cap\gamma}^{\alpha\gamma}+T_{\sigma\cap\gamma}^{\alpha\gamma})G_0T_{\sigma\cap\gamma}^{\alpha_\sigma C}\\&+T_{\gamma}^{\alpha C}G_0\sum_{\sigma}(T^{\alpha\gamma}G_0T_{\sigma\cap\gamma}^{\alpha\gamma}+T_{\sigma\cap\gamma}^{\alpha\gamma})G_0T_{\sigma\cap\gamma}^{\alpha_\sigma C}.\end{aligned} \tag{11}$$

以上积分方程的求解均需用到两类亏体系 α_ν 和 $\alpha_{\bar\nu}$ 的知识. $T_{ij}^{\alpha_\nu}$ 满足的耦合连接核方程已由文献[1]给出, 这一方法亦适用于建立 $T_{ij}^{\alpha\bar\nu}$ 的方程(参见附录四). 对该两类方程用本节的方法退耦,又可得到非耦合方程, 因此又可利用子体系知识, 相继逐一求解一组(8)式型非耦合方程得到总体的知识.

以下举一个(8)式应用于四体散射的例子. 设初态是 i 粒子撞向 j, l, k, 相应的杨图为 $\begin{array}{|c|c|c|}\hline j&l&k\\\hline i\\\cline{1-1}\end{array}$,则(8)式成为

$$T^{\alpha}_{\tilde{\gamma}} = (1 + P_{kj} + P_{kl})[T^{ik} + T^{(ijl)C}_{ij} + T^{(ijl)C}_{il} + T^{(ik+jl)C}_{ik} + (1 + T^{\alpha\gamma}G_0)R^{k}_{i(j+l)} + R_{i(j+l)+ik}] + T^{\alpha}_{\tilde{\gamma}}G_0(1 + P_{kj} + P_{kl})[T^{\alpha\gamma}G_0R^{k}_{i(j+l)} + R_{i(j+l)+ik}], \tag{12}$$

其中

$$R^{k}_{i(j+l)} = R^{k}_{i(l+j)} = T^{\alpha\tilde{\gamma}}_{ik}G_0(T^{(ijl)C}_{ij} + T^{(ijl)C}_{il} + T^{(ij+kl)C}_{ij} + T^{(il+kj)C}_{il}),$$

$$R_{i(j+l)+ik} = R_{i(l+j)+ik} = T^{\alpha\gamma}_{kj+kl}G_0(T^{(ijl)C}_{ij} + T^{(ijl)C}_{il} + T^{(ik+jl)C}_{ik}),$$

$T^{\alpha\tilde{\gamma}}_{ik}$ 满足

$$T^{\alpha\tilde{\gamma}}_{ik} = T^{ik} + (1 + P_{jl})(T^{(il+ik)C}_{ik} + T^{ij+il}_{ij}G_0T^{(il+ik)C}_{ik}) + T^{\alpha\tilde{\gamma}}_{ik}G_0(1 + P_{jl})T^{ij+il}_{ij}G_0T^{(il+ik)C}_{ik}, \tag{13}$$

而 T^{ij+il}_{ij} 又满足

$$T^{ij+il}_{ij} = T^{ij} + T^{il}G_0T^{ij} + T^{ij+il}_{ij}G_0T^{il}G_0T^{ij}. \tag{14}$$

以上给出了四种型式的非耦合积分方程，其中以(4)式的形式最简单，但它的自由项与核中均有不连接部分．(5)式的自由项是全连接的．(8)式具有连接的核．(11)式的自由项与核都是全连接的．对于这些方程均可左边作用以投出算符[1]，使 T 算符和一定的出射道联系起来．

虽然连接核的非耦合积分方程可逐一求解，但其形式更显复杂，而且需要得到 $\alpha_{\tilde{\gamma}}$ 型亏体系的知识．因此 N 体散射的严格求解仍将是极为困难的，有必要通过分析物理过程去找寻近似解，这将在另文中进行．

附　录　一

关 于 逆 算 符

以下均假定有关算符的逆算符是存在的，其间有如下关系：

1. $\frac{1}{R}(R-S)\frac{1}{S} = \frac{1}{S} - \frac{1}{R} = \frac{1}{S}(R-S)\frac{1}{R}$，　$\frac{1}{R}S\frac{1}{R-S} = \frac{1}{R-S}S\frac{1}{R}$，

2. $\frac{1}{S} = \frac{1}{R}\left(1 + (R-S)\frac{1}{S}\right) = \left(1 + \frac{1}{S}(R-S)\right)\frac{1}{R}$，

3. $\frac{1}{1-\frac{1}{R}S} = 1 + \frac{1}{R-S}S$，　$\frac{1}{1-S\frac{1}{R}} = 1 + S\frac{1}{R-S}$，

4. $$\frac{1}{1-R-S} = \frac{1}{1-R}\cdot\frac{1}{1-S(1-R)^{-}} = \frac{1}{1-(1-R)^{-}S}\cdot\frac{1}{1-R},$$

$$\frac{1}{1-R-S} = \frac{1}{1-R}\cdot\frac{1}{1-S}\cdot\frac{1}{1-SR(1-R)^{-}(1-S)^{-}} = \frac{1}{1-(1-S)^{-}(1-R)^{-}RS}\cdot\frac{1}{1-S}\cdot\frac{1}{1-R}.$$

据此可推导出如下引理：

引理 1　若令

$$S = S_1 + S_2,\quad X^1 = (1 + S_1(R-S_1)^{-})S_1,\quad X^2 = (1 + S_2(R-S_2)^{-})S_2,$$

$$X = (1 + S(R-S)^{-})S,\quad X_{s_1} = (1 + S(R-S)^{-})S_1,\quad X_{s_2} = (1 + S(R-S)^{-})S_2,$$

则可证明

$$X_{s_1} = X^1 + X^2R^{-}X^1 + X_{s_1}R^{-}X^2R^{-}X^1,\quad X_{s_2} = X^2 + X^1R^{-}X^2 + X_{s_2}R^{-}X^1R^{-}X^2,$$

证:

$$\begin{aligned} X_{S_1} &= S_1 + S(1 + (R - S)^{-}S_2)(R - S_1)^{-}S_1 \\ &= S_1 + S_1(R - S_1)^{-}S_1 + S_2(R - S_1)^{-}S_1 + S(R - S)^{-}S_2(R - S_1)^{-}S_1 \\ &= X^1 + X_{S_2}(R - S_1)^{-}S_1. \end{aligned}$$

注意到

$$R^{-}X^1 = R^{-}(1 + S_1(R - S_1)^{-})S_1 = (R - S_1)^{-}S_1,$$

得

$$X_{S_1} = X^1 + X_{S_2}R^{-}X^1.$$

同理,

$$X_{S_2} = X^2 + X_{S_1}R^{-}X^2.$$

上两式互相代入后,引理得证.

若令 $R = E^{+} - K^{(N)}$, $S_1 = V_\gamma$, $S_2 = V_\gamma$, 则有 $X^1 = T^{a}_{\gamma}$, $X^2 = T^{a}_{\tilde{\gamma}}$, $X_{S_2} = T^{a}_{\beta}$. 由此积分方程(4)得证. 引理 2 可证明

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 - \sum_{i=1}^{n} R_i} &= \frac{1}{1 - \left(1 - \sum^{n-1} R_i\right)^{-} R_n} \cdot \frac{1}{1 - \left(1 - \sum^{n-2} R_i\right)^{-} R_{n-1}} \cdots \frac{1}{1 - (1 - R_1)^{-} R_2} \cdot \frac{1}{1 - R_1} \\ &= \frac{1}{1 - R_1} \cdot \frac{1}{1 - R_2(1 - R_1)^{-}} \cdots \frac{1}{1 - R_n\left(1 - \sum^{n-1} R_i\right)^{-}}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 - \sum_{i=1}^{n} R_i} &= \frac{1}{1 - (1 - R_n)^{-} \cdots (1 - R_1)^{-}\left[\sum_{i<j} R_iR_j - \sum_{i<j<k} R_iR_jR_k + \cdots (-)^{n} R_1R_2 \cdots R_n\right]} \\ &\cdot \frac{1}{1 - R_n} \cdot \frac{1}{1 - R_{n-1}} \cdots \frac{1}{1 - R_1} = \frac{1}{1 - R_n} \cdot \frac{1}{1 - R_{n-1}} \cdots \frac{1}{1 - R_1} \\ &\cdot \frac{1}{1 - \left[\sum_{i<j} R_iR_j - \sum_{i<j<k} R_iR_jR_k + \cdots (-)^{n} R_1R_2 \cdots R_n\right](1 - R_n)^{-} \cdots (1 - R_1)^{-}}. \end{aligned}$$

证明可用归纳法(从略).

引理 2 将在附录二中应用.

附 录 二

核中杂有不连接成分的积分方程的严格求解

以下所用方法是 Kazaks 和 Greider 方法[13]的推广.

设积分方程

$$T = W + TK, \tag{A1}$$

其中核

$$K = K_C + K_D$$

分别为全连接和不连接的部分. (A1)式可写成

$$T(1 - K_D) = W + T(1 - K_D)\frac{1}{1 - K_D}K_C. \tag{A2}$$

今假定 K_D 在一个子空间内连接,于是可令

$$\frac{1}{1-K_D}=1+X. \tag{A3}$$

从(A3)式得 X 所满足的积分方程为

$$X=K_D+XK_D. \tag{A4}$$

可在该子空间内严格求解. 求得 X 后代回(A2)式中,这时(A2)式作为关于 $T(1-K_D)$ 的积分方程是连接核的,亦可严格求解. 当 X 和 $T(1-K_D)$ 均求到以后,自然 T 也就得到了. 这样我们看到 (A1) 式的求解转换为两个具有连接核的积分方程(A4)和(A2)的相继求解.

若假定 $K_D=K_{D_1}+K_{D_2}$, 各自在特定的子空间内连接. 此时,利用附录一可证明

$$\frac{1}{1-K_D}=(1+X_3)(1+X_2)(1+X_1), \tag{A5}$$

其中

$$(1+X_1)=\frac{1}{1-K_{D_1}}, \tag{A6.1}$$

$$(1+X_2)=\frac{1}{1-K_{D_2}}, \tag{A6.2}$$

$$(1+X_3)=\frac{1}{1-(1+X_2)(1+X_1)K_{D_1}K_{D_2}}. \tag{A6.3}$$

从(A6)式可得 X_1, X_2, X_3 所满足的具有连接核(指在特定子空间内连接)的积分方程. 这样 (A1) 式的求解此时转换为四个连接核积分方程的相继求解.

若假定 K_D 中含有多种连接性的成分,

$$K_D=K_{D_1}+K_{D_2}+\cdots$$

其中 K_{D_1}, K_{D_2} 等分别在特定子空间内连接. 那么可利用附录一的引理 2, 把 $\frac{1}{1-K_D}$ 分解成

$$\frac{1}{1-K_D}=\frac{1}{1-Y_m}\cdot\frac{1}{1-Y_{m-1}}\cdots\frac{1}{1-Y_2}\cdot\frac{1}{1-Y_1}. \tag{A7}$$

使得 Y_i 等分别在一个子空间内连接, 这样 $\frac{1}{1-Y_i}$ 等均可通过解(A4)型积分方程严格求出. 于是, 类似地,(A1)式的求解还原为对一组连接核积分方程的相继逐一求解.

举一个四体的例子,设初态是粒子 l 撞向 ijk. 此时关于 T^{0}_{fi} 的(4)式积分方程的核

$$K=G_0T^{ijk}G_0T^{li+lj+lk},$$

其中不连接部分

$$K_D=K_1+K_2+K_3,\quad K_1=K_{11}+K_{12},\quad K_2=K_{21}+K_{22},\quad K_3=K_{31}+K_{32},$$
$$K_{11}=G_0T^{ij}G_0T^{lk},\quad K_{12}=G_0T^{ij}G_0T^{li+lj},\quad K_{21}=G_0T^{jk}G_0T^{li},$$
$$K_{22}=G_0T^{jk}G_0T^{lj+lk},\quad K_{31}=G_0T^{ki}G_0T^{lj},\quad K_{32}=G_0T^{ki}G_0T^{li+lk},$$

可令

$$\frac{1}{1-K_D}=\frac{1}{1-(1-K_3)^{-}(1-K_2)^{-}(1-K_1)^{-}(K_1K_2+K_1K_3+K_2K_3-K_1K_2K_3)}$$
$$\cdot\frac{1}{1-(1-K_{31})^{-}(1-K_{32})^{-}K_{32}K_{31}}\cdot\frac{1}{1-K_{31}}\cdot\frac{1}{1-K_{32}}$$
$$\cdot\frac{1}{1-(1-K_{21})^{-}(1-K_{22})^{-}K_{22}K_{21}}\cdot\frac{1}{1-K_{21}}\cdot\frac{1}{1-K_{22}}$$
$$\cdot\frac{1}{1-(1-K_{11})^{-}(1-K_{12})^{-}K_{12}K_{11}}\cdot\frac{1}{1-K_{11}}\cdot\frac{1}{1-K_{12}},$$

于是 T^{0}_{fi} 可通过相继求解 11 个连接核积分方程而得到. 可以看出这一方法是相当复杂的.

附 录 三

以下给出一个求解积分方程

$$T = W + TK \tag{A8}$$

的一般方法.

若将(A8)式作叠代展开 s 次,得

$$T = W\sum_{n=0}^{s} K^n + \text{余项}.$$

我们假定 K 具有这样的性质,使得只要 s 选择足够大,就有足够小的余项. 在这样的前提下,(A8)式可用如下的方法求解.

设给定一个物理状态 φ_0, 例如 φ_0 是体系的初态. 我们的目的是要求出 $T\varphi_0 = \psi_0$. 由于 K, W 是已知的,原则上可以计算出 $W\varphi_0$ 和 $K\varphi_0$. 令

$$W\varphi_0 = \chi_0, \qquad K\varphi_0 = a_0^{(1)}\varphi_0 + \varphi_1,$$

其中 φ_1 是 $K\varphi_0$ 中与 φ_0 正交的那一部分,即 φ_1 与 φ_0 正交. 令

$$T\varphi_1 = \psi_1,$$

则据(A8)式可得

$$\psi_0 = \chi_0 + a_0^{(1)}\psi_0 + \psi_1. \tag{A9}$$

再令

$$W\varphi_1 = \chi_1, \qquad K\varphi_1 = a_0^{(2)}\varphi_0 + a_1^{(2)}\varphi_1 + \varphi_2,$$

其中 φ_2 与 φ_0, φ_1 正交. 令

$$T\varphi_2 = \psi_2,$$

则据(A8)式又可得

$$\psi_1 = \chi_1 + a_0^{(2)}\psi_0 + a_1^{(2)}\psi_1 + \psi_2. \tag{A10}$$

一般地可得到

$$\psi_{n-1} = \chi_{n-1} + \sum_{i=0}^{n-1} a_i^{(n)}\psi_i + \psi_n,$$

其中

$$\psi_{n-1} = T\varphi_{n-1}, \qquad \chi_{n-1} = W\varphi_{n-1},$$

$$\varphi_{n-1} = K\varphi_{n-2} - \sum_{i=0}^{n-2} a_i^{(n-1)}\varphi_i, \qquad K\varphi_{n-1} = \sum_{i=0}^{n-1} a_i^{(n)}\varphi_i + \varphi_n.$$

由此得到一个无穷维的线性方程组:

$$\begin{pmatrix} 1-a_0^{(1)} & -1 & & & \\ -a_0^{(2)} & 1-a_1^{(2)} & -1 & & \\ -a_0^{(3)} & -a_1^{(3)} & 1-a_2^{(3)} & -1 & \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \widehat{\psi_0} & \widehat{\chi_0} \\ \psi_1 & \chi_1 \\ \psi_2 & = \chi_2 \\ \vdots & \vdots \\ \widehat{\ } & \widehat{\ } \end{pmatrix} \tag{A11}$$

在前述条件满足的情况下,这一方程组可割切求解,成为一个 s 阶的线性方程组. 由此易于求得所要求的 $\psi_0 = T\varphi_0$.

可以看出,以上方法相当于使用基矢 $W\varphi_0$, $WK\varphi_0$, $\cdots$, $WK^s\varphi_0$ 构成子空间,然后求 $T\varphi_0$ 在该子空间内的投影. 在通常情况下,往往只要选择不大的 s, 所张开的子空间就几乎能把 $T\varphi_0$ 都包在里面. 这

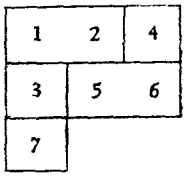
使得能用较低阶的方程组来解决这一复杂的积分方程的求解问题.

附　录　四

关于 $T_{ij}^{\alpha\bar{\rho}}$ 的耦合的连接核积分方程

文献[1]的方法亦可用以建立 $T_{ij}^{\alpha\bar{\rho}}$ 的耦合的连接核积分方程，但其中需用到一种特殊类型的亏体系（记作 α_π）的知识.

α_π 同样可由一 m 行"杨图"标志(见附录图 1). 每一行相当于一个盈或亏的子体系，行的长度即子体系的粒子数. 行内粒子又分处在若干个格内. 其中仅考虑同行不同格的粒子间的相互作用. 例如附图 1 所示的体系只具有 V_{14}, V_{24}, V_{35}, V_{36} 四对相互作用.



附录图 1

对 α_π 可定义(和文献[1]一样，α_π 亦用以表示一个子集)

$$T_{ij}^{\alpha_\pi}=\begin{cases}G_0^{-}\{\cdots|\alpha_{ij}\}^{\alpha_\pi}, & \text{若}\quad \alpha_{ij}\in\alpha_\pi;\\ 0 & \text{若}\quad \alpha_{ij}\notin\alpha_\pi.\end{cases}$$

由文献[1]中(8)式可得

$$T_{ij}^{\alpha_\pi}=\sum_{q=m+1}^{N-1}\sum_{\lambda_q P_\pi}T_{ij}^{(\lambda_q P_\pi)C}+\sum_{\rho}T_{\bar{\rho}}^{\pi}G_0T_{ij}^{\alpha\rho C}, \tag{A12}$$

其中 λ_q 表示某一总长度为 N 的 q 行杨图，P_π 是粒子在其中的"允许排列"，它满足：

1. 同行内格的不同左右排列和格内粒子的不同左右排列作为同一种允许排列.

2. 各行的不同上下排列作为同一种允许排列.

3. 在 α_π 中不同行的粒子，在 $\alpha^{(\lambda_q P_\pi)}$ 中必须保持不同行.

4. 在 α_π 中同格的粒子，在 $\alpha^{(\lambda_q P_\pi)}$ 中若处在同行则必须仍放在同格. 反之，在 α_π 中，同行不同格的粒子在 $\alpha^{(\lambda_q P_\pi)}$ 中若处在同行，仍须放在不同格. 换言之，在 $\alpha^{(\lambda_q P_\pi)}$ 中，粒子的分格取决于原先在 α^π 的情况.

5. 若 $\alpha^{(\lambda_q P_\pi)}$ 的长度 $\geqslant 2$ 的行中只有一格，则令 $T_{ij}^{(\lambda_q P_\pi)}=0$.

α_ρ 是 α_π 中的任一行再分为二而派生的 $m+1$ 行亏体系. 当然，其中粒子的排列必须是"允许排列". $\alpha_{\bar{\rho}}$ 是 α_ρ 的补集，$\alpha_{\bar{\rho}}+\alpha_\rho=\alpha_\pi$.

(A12)式是比文献[1]的(27.2)式更为广义的积分方程. 当 α_π 中每一格内均只有一个粒子时，(A12)式即还原为(27.2)式. 当 α_π 只有一行时，便得到关于 $T_{ij}^{\alpha\bar{\rho}}$ 的耦合的连接核积分方程. 但在求解该积分方程时需用到 α_π 型亏体系的知识，因此我们给出更广义的(A12)式.

如果初态是一个粒子 i 的入射，那么关于 $T_{ij}^{\alpha\bar{\rho}}$ 的方程可直接利用文献[1]的(12)式. 又若 α_π 由长度为 2 的行组成，那么亦可直接用该式.

参　考　文　献

[1] 鲍诚光，物理学报，**24** (1975), 215.
[2] 鲍诚光，物理，2 (1973), 150.
[3] P. A. Kazaks, K. R. Greider, *Phys. Rev.*, **C1** (1970), 859.