

用于信号检测的时间压缩 相关器理论分析*

张 叔 英

提 要

本文从声信号检测的观点出发分析了时间压缩相关器的有关理论问题。结合处理常用的线性调频脉冲信号及拟随机信号的情况,在相关器的输出信号及其频谱结构、多普勒滤波器组的设置、噪声背景及信噪比增益、信号包络的平滑化等方面得到了一些有用的结论和基本计算公式。改进和部分修正了已有的设计理论,为合理地设计近代声信号脉冲压缩接收机提供了依据。

利用时间压缩器实现信号相关处理的原理最早由 Anderson 提出,Allen 等人对多种时间压缩相关器方案(如 DELTIC 和 MACOMATIC 等)作过介绍^[1]。但是要合理地设计一个时间压缩相关器,并使它实际应用于声信号检测中,还必须对它的信号处理特性进行全面分析。

Allen 等人在讨论拟随机信号的相关测量问题时,从输出信号谱的结构出发,曾经提到了决定这种相关器的一些主要参数的依据^[2]。但是没有研究在噪声背景下进行多种信号检测的其他有关问题,输出信号谱所表征的物理意义也不明确。实际上,如果拘泥于他们提出的设计时间压缩相关器的方法应用到处理各种信号,不但在实施上会有困难,而且其中有些参数的选择也是不妥当的。

本文从设计近代声信号脉冲压缩接收机的要求出发,探讨了差频时间压缩极性相关器(以下简称相关器)的有关理论问题。结合相关器处理常用的线性调频脉冲信号及拟随机信号的具体情况,得到了一些对研制工作有用的结论和基本计算公式。并且可以看出,Allen 等人所作的讨论是本文所作分析的一种特殊情况。

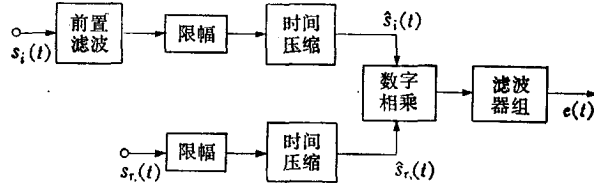
一、基本原理分析

差频时间压缩极性相关器的结构如图 1 所示。参考信号 $s_r(t)$ 及接收信号 $s_i(t)$ 预先由两个频率差为 f_d 的本振信号分别把频谱移置到低频段,并且在通过硬限幅器后再各自进入两个时间压缩器。数字乘法器将两个时间压缩 N 倍后的信号 $s_r(t)$ 和 $s_i(t)$ 进行相乘运算,最终由多普勒滤波器组输出信号 $e(t)$ 提供终端检测。信号的时间压缩比为:

$$N = T/T_c = T_c/\tau, \quad (1.1)$$

* 1974 年 3 月 22 日收到。

式中 T 为信号 $s_r(t)$ 及 $s_i(t)$ 的持续时间, T_c 和 τ 分别为时间压缩器中信号的抽样周期 (满足抽样定理) 和钟脉冲周期. 通常情况下 N 取 10^2 到 10^3 数量级.



由相关器的工作机理可知^[1]: 接收通道的时间压缩器处于“移位”状态, 即 $\hat{s}_i(t)$ 以 $(T_c - \tau)$ 为周期循环输出¹⁾, 并且不断除去信号的最老抽样而补入新抽样; 参考通道的时间压缩器处于“存储”状态, 即 $\hat{s}_r(t)$ 以 T_c 为周期保持信号原样而不断循环输出. 对应于运动目标的回波信号 $s_i(t)$ 可表达为

$$s_i(t) \propto s_r(t) \exp\{j2\pi(f_d + \delta f_0)t\}, \quad (1.2)$$

式中 $\delta = 2v/c$ 是多普勒因子 (v 指目标相对速度, c 指介质声速), f_0 是发射信号的载频. 注意到信号在时间上压缩 N 倍, 相应地在频率上增加 N 倍, 则数字乘法器的输出信号 (只需考虑差频项) 为

$$g(t) = \sum_n g_n(t) = A \sum_n \text{rect}\left(\frac{t - nT_c}{T_c}\right) \hat{s}_r^*(t - nT_c) \hat{s}_i\left[t + \frac{\tau_0}{N} - n(T_c - \tau)\right] \cdot \exp\left\{j2\pi N(f_d + \delta f_0)\left[(t - nT_c) + n\tau + \frac{\tau_0}{N}\right]\right\}, \quad (1.3)$$

式中矩形函数 $\text{rect}[(t - nT_c)/T_c]$ 确定了各个乘积 $g_n(t)$ 定义的时间长度. $\sum_n$ 指对 $n = 0, \pm 1, \dots, \pm N$ 的所有项相加, “*” 是复数共轭符号. τ_0/N 表示在逐点改变 $\hat{s}_i(t)$ 和 $\hat{s}_r(t)$ 的相对延迟 τ 的过程中, 它们之间可能存在的最小相对延迟, 显然, τ_0 由 $s_i(t)$ 输入相关器时刻的任意性所决定, 而 $|\tau_0| \leq T_c/2$. 乘积 $g(t)$ 的幅度因子

$$A = \frac{1}{2} A_i A_r U_0, \quad (1.4)$$

这里 A_i 和 A_r 分别是时间压缩器输出硬限幅信号的功率归一化后, 其中信号基波分量 $\hat{s}_i(t)$ 和 $\hat{s}_r(t)$ 的振幅. U_0 是数字乘法器输出的硬限幅信号的幅度.

按照差频相关原理, 对各个 $g_n(t)$ 进行包络积分的终端滤波器的脉冲响应应该取为

$$h(t) = \frac{K_f}{T_c} \text{rect}\left(\frac{t}{T_c}\right) \exp\{j2\pi N f_d t\}. \quad (1.5)$$

对应的频率传输特性是

$$H(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) \exp(-j2\pi f t) dt = K_f \frac{\sin[\pi T_c(f - N f_d)]}{\pi T_c(f - N f_d)}, \quad (1.6)$$

式中 K_f 为 $f = N f_d$ 时的滤波器传输系数.

1) 在时间压缩器中, $\hat{s}_i(t)$ 以 $(T_c - \tau)$ 为周期循环称“正序”工作, 若以 $(T_c + \tau)$ 为周期循环称“反序”工作. 两种方式可以任意采用. 本文以“正序”工作方式进行. 对“反序”工作方式除把本文所得计算公式中的 $(f + f_d + \delta f_0)$ 取负号外, 对应的结果都相同.

滤波器的输出信号 $c(t)$ 由褶积定理求得。并且为了分析简化而又不失其物理意义, 可以不考虑在 $(n-1/2)T_c \leq t \leq (n+1/2)T_c$ 区间内 $c(t)$ 包络幅值的变化, 则有

$$\begin{aligned} c(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} g(\eta)h(t-\eta)d\eta = \sum_n \int_{-\infty}^{+\infty} g_n(\eta)h(t-\eta)d\eta \\ &= AK_f \sum_n \exp(j\chi_n) \cdot \text{rect}\left(\frac{t-nT_c}{T_c}\right) \cdot \frac{1}{T_c} \cdot \int_{(t-nT_c-T_c/2)}^{(t-nT_c+T_c/2)} \delta_r^*(\eta)\delta_r\left(\eta+n\tau+\frac{\tau_0}{N}\right) \\ &\quad \cdot \exp(j2\pi N\delta f_0\eta)d\eta, \end{aligned} \quad (1.7)$$

式中

$$\chi_n = 2\pi N f_d(t-nT_c) + \phi_n, \quad \phi_n = 2\pi(f_d + \delta f_0)(nT_c + \tau_0). \quad (1.8)$$

如果 $s_r(t)$ 是中心频率为 f_s , 矩形谱宽为 W 和持续时间为 T 的窄带拟随机信号, 则需对 $c(t)$ 取系综平均。由于

$$\begin{aligned} \left\langle \delta_r^*(\eta)\delta_r\left(\eta+n\tau+\frac{\tau_0}{N}\right) \right\rangle &= \frac{\sin\left[\pi NW\left(n\tau+\frac{\tau_0}{N}\right)\right]}{\pi NW\left(n\tau+\frac{\tau_0}{N}\right)} \exp\left\{j2\pi N f_s\left(n\tau+\frac{\tau_0}{N}\right)\right\} \\ &= \frac{\sin[\pi W(nT_c + \tau_0)]}{\pi W(nT_c + \tau_0)} \exp\{j2\pi f_s(nT_c + \tau_0)\}, \end{aligned} \quad (1.9)$$

故有

$$\begin{aligned} \langle c(t) \rangle &= AK_f \frac{\sin(\pi\delta f_0 T)}{\pi\delta f_0 T} \sum_n \text{rect}\left(\frac{t-t_n}{T_c}\right) \frac{\sin[\pi W(t_n + \tau_0)]}{\pi W(t_n + \tau_0)} \\ &\quad \cdot \exp\{j2\pi[N(f_d + \delta f_0)(t-t_n) + (f_d + \delta f_0 + f_s)(t_n + \tau_0)]\}. \end{aligned} \quad (1.10)$$

这里记号 $\langle x \rangle$ 是指 x 的系综平均值。如果 $s_r(t)$ 是线性调频脉冲信号,

$$s_r(t) = \text{rect}\left(\frac{t-T/2}{T}\right) \exp\left\{j2\pi\left(f_s t + \frac{W}{2T}t^2\right)\right\}, \quad (1.11)$$

代入(1.7)式得

$$\begin{aligned} c(t) &= AK_f \sum_n \text{rect}\left(\frac{t-t_n}{T_c}\right) \left(1 - \frac{|t_n + \tau_0|}{T}\right) \cdot \frac{\sin\left\{\pi[W(t_n + \tau_0) + \delta f_0 T]\left(1 - \frac{|t_n + \tau_0|}{T}\right)\right\}}{\pi[W(t_n + \tau_0) + \delta f_0 T]\left(1 - \frac{|t_n + \tau_0|}{T}\right)} \\ &\quad \cdot \exp\left\{j2\pi\left[N\left(f_d + \delta f_0 + \frac{W}{T}(t_n + \tau_0)\right)(t-t_n) + (f_s + \delta f_0 + f_d)(t_n + \tau_0)\right]\right\}. \end{aligned} \quad (1.12)$$

在(1.10)和(1.12)式中, $t_n = nT_c$, 并且只有 $|n| \ll N$ 的项才有意义。由此可见, 相关器输出信号是时间上依次出现的 $(2N+1)$ 个脉冲振荡信号。它们的宽度都为 T_c , 初相位则逐个跃变 $2\pi(f_s + \delta f_0 + f_d)$ 值。各个脉冲振荡信号的幅值变化能够逐点地“描绘”出信号复相关函数的“包络”形状。在线性调频脉冲信号情况下, 各个脉冲振荡信号的频率也要依次逐个增加一个 W 值; 在拟随机信号情况下, 则脉冲振荡信号的频率恒等于 $N(f_d + \delta f_0)$ 。

二、多普勒滤波器设置

若设 $\tau_0 = 0$, 则由(1.10)式可知, 对拟随机信号 $\langle e(t) \rangle$ 必然在 $t_n = 0$ 时, 亦即相应于 $s_i(t)$ 全部输入相关器而使 $\beta_i(t)$ 和 $\beta_r(t)$ 完全重合的时刻, 达到最大值. 如果以它的半功率宽度确定信号的时间分辨率, 则等于 $\pm 0.44/W$. 幅度因子 $\sin(\pi\delta f_0 T)/\pi\delta f_0 T$ 决定了信号的多普勒相关损失, 当 $|\delta f_0| = 0.44/T$ 时, 损失达 3 分贝. 通常以此确定相关器终端滤波器的多普勒容限 ν_n , 则有

$$\nu_{n(\text{频})} = \pm 0.22c/Tf_0. \quad (2.1)$$

海水声速 $c = 1500$ 米/秒 ≈ 3000 节, 即有

$$\nu_{n(\text{频})} \approx \pm 660/Tf_0 \text{ 节}. \quad (2.2)$$

当要求检测的目标相对速度 $|\nu| > |\nu_n|$ 时, 则相关器终端需要设置多个滤波器, 它们的中心频率分别取

$$f_q = N\left(f_d \pm \frac{0.88q}{T}\right) = Nf_d \pm \frac{0.88q}{T_c} \quad (q = 0, 1, \dots). \quad (2.3)$$

对线性调频脉冲信号, 若设 $\tau_0 = 0$, 则由(1.12)式可知, 当 $t_n = \Delta t$, 而 Δt 满足

$$\Delta t \cdot W + \delta f_0 T = 0 \quad (2.4)$$

时, $e(t)$ 达到最大值. 由 $e(t)$ 半功率宽度确定的信号时间分辨率为

$$\pm 0.44 / \left(1 - \frac{|\Delta t|}{T}\right) W = \pm 0.44 / (W - |\delta f_0|). \quad (2.5)$$

当 $|\Delta t|/T = |\delta f_0|/W = 0.3$ 时, $e(t)$ 的峰值损失达 3 分贝. 以此确定滤波器多普勒容限 ν_n 时, 得

$$\nu_{n(\text{调})} = \pm 0.15cW/f_0. \quad (2.6)$$

在海水中,

$$\nu_{n(\text{调})} \approx \pm 450W/f_0 \text{ 节}. \quad (2.7)$$

当要求检测目标相对速度 $|\nu| > |\nu_n|$ 时, 应该设置多个滤波器, 而对应的中心频率分别为

$$f_q = N(f_d \pm 0.6qW) \quad (q = 0, 1, \dots). \quad (2.8)$$

相关器终端设置的各个多普勒滤波器理论上应该有(1.6)式所示的频率传输特性. 实际制作时能够以中心频率 f_q 以及等效通频带等于

$$\frac{1}{K_f^2} \int_{-\infty}^{+\infty} |H(f)|^2 df = 1/T_c \quad (2.9)$$

的调谐电路近似构成.

(2.4)式表明, 对使用线性调频脉冲信号的情况, 若以 $e(t)$ 的峰值出现时刻确定目标距离, 当存在多普勒频移时, 会出现测距误差 $\Delta R = \frac{1}{2} c \Delta t$. 多普勒滤波器组按(2.8)式设置时, 目标距离的测不准区域为

$$\Delta R = \pm 0.15cT, \text{ 或海水中 } \Delta R = \pm 225 T_{(\text{节})} \text{ 米}. \quad (2.10)$$

与此有关的另一个问题是: 相应于每一个目标回波, 有相邻几个多普勒滤波器将会

相继(而不象在拟随机信号情况下是同时)输出“报警”信号。并且中心频率相差 $0.6NW$ 的相邻两个滤波器的输出信号的峰值出现时刻, 恰好相隔 $0.6T$ 。因此, 用于信号检测时应该采取措施(或依靠识别)除去那些对应于同一个目标回波的多余输出信号, 以避免虚警。

以上分析只考虑了多普勒效应仅仅表现为信号有一个多普勒频移 δf_0 , 这在参数 $\delta TW \leq 1$ 的条件下才成立。严格地说, 多普勒效应反映为信号在时间上以 $(1 - \delta)$ 为比例的压缩或扩展, 由此求得的所谓信号宽带多普勒容限 $\nu_W^{[3]}$ 决定了一般差频相关接收机能用于检测目标相对速度的最大范围。在海水中

$$\begin{aligned} \text{对拟随机信号 } \nu_{W(\text{拟})} &= \pm 2400/TW \text{ 节,} \\ \text{对线性调频脉冲信号 } \nu_{W(\text{调})} &= \pm 2610/TW \text{ 节.} \end{aligned} \quad (2.11)$$

三、噪声背景和处理增益

对声信号检测说来, 主要关心噪声背景下(混响也能看作具有一定谱分布的噪声)相关器的信号处理特性。现分别讨论如下:

1. 输出噪声功率谱

设相关器的输入是平稳噪声 $z(t)$, 则数字乘法器输出为

$$g(t) = \sum_n \dot{s}_r(t - nT_c) \cdot \dot{z}[t - n(T_c - \tau)]. \quad (3.1)$$

按照定义, 输出噪声 $g(t)$ 的平均功率谱为

$$\begin{aligned} G_g(f) &= \frac{1}{2T} \langle U(f) \cdot U^*(f) \rangle = \sum_n \sum_{n'} \exp\{-j2\pi f(n - n')(T_c - \tau)\} \\ &\quad \cdot \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} \langle g_n^*(t) g_{n'}(t') \rangle \exp[-j2\pi f(t - t')] dt dt', \end{aligned} \quad (3.2)$$

式中 $U(f)$ 是 $g(t)$ 的傅里叶变换, $g_n(t) = \dot{s}_r(t - n\tau) \cdot \dot{z}(t)$ 。

设 $\dot{s}_r(t)$ 和 $\dot{z}(t)$ 统计无关及各自的平均值为零, 则有

$$\begin{aligned} \langle \dot{g}_n(t) \dot{g}_{n'}(t') \rangle &= \langle \dot{s}_r(t - n\tau) \dot{s}_r(t' - n'\tau) \rangle \cdot \langle \dot{z}^*(t) \dot{z}(t') \rangle \\ &= \rho_s[(t - t') - (n - n')\tau] \cdot \rho_z(t - t'). \end{aligned} \quad (3.3)$$

令 $t - t' = \xi$ 及 $t + t' = \zeta$, 则(3.2)式中积分化为

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2T} \int_{|\xi|}^{2T-|\xi|} d\zeta \int_{-T}^{+T} \rho_s[\xi - (n - n')\tau] \rho_z(\xi) \exp(-j2\pi f\xi) d\xi \\ &= \int_{-T}^{+T} \rho_s[\xi - (n - n')\tau] \rho_z(\xi) \left(1 - \frac{|\xi|}{T}\right) \exp(-j2\pi f\xi) d\xi, \end{aligned} \quad (3.4)$$

式中 $\rho_s(\xi)$ 和 $\rho_z(\xi)$ 分别是 $\dot{s}_r(t)$ 和 $\dot{z}(t)$ 的自相关函数。设 $\dot{s}_r(t)$ 的等效谱宽为 W , $\dot{z}(t)$ 的等效谱宽由前置滤波器(它的中心频率为 $f_s + f_d$)的通频带 W_i 决定, 而

$$W_i \geq 2 \left| \frac{2\nu_M}{c} \right| f_0 + W. \quad (3.5)$$

这里 v_M 是要求检测目标的最大相对速度. 因此, $\rho_s(\xi)$ 和 $\rho_x(\xi)$ 的等效相关半径分别是¹⁾

$$\xi_{0s} = 1/NW \quad \text{及} \quad \xi_{0x} = 1/NW\tau, \quad (3.6)$$

式中 N 的出现是因为时间压缩 N 倍后谱宽增加 N 倍. 显然 $\xi_{0x} < \xi_{0s}$. 等效相关半径 ξ_0 的意义是: 当 $|\xi| \leq \xi_0/2$ 时, 相关函数近似等于 1; 当 $|\xi| > |\xi_0|/2$ 时则趋于零. 因此, 只有在 $|\xi| \leq \xi_{0x}/2$ 及 $|\xi - (n - n')\tau| \leq \xi_{0s}/2$ 的条件下, (3.4) 式的积分才有数值. 后一个条件相当于要求:

$$|n - n'| \leq \xi_{0s}/2 = 1/2NW\tau = 1/2T_cW.$$

在物理上这个条件表明: 在每一个周期 T_c 上乘法器输出噪声 $g_n(t)$ 是和它以前及以后依次输出的各 i_0 个周期 T_c 上的 $g_n(t)$ 相关的, i_0 为 $1/2 T_cW$ 的整数值. 也即 $g(t)$ 的等效相关半径是

$$\xi_{0g} \approx (2i_0 + 1)T_c \approx 1/W. \quad (3.7)$$

为此, 只需考虑在 $1/W$ 时间内 $(2i_0 + 1)$ 个 $g_n(t)$ 相干以后的平均功率谱就可以了. 在 (3.4) 式中将 T 改为 $1/W$ (注意有 $|\xi| \ll 1/W$), 再相应地把 (3.2) 式中对 n 和 n' 的求和只取 $-i_0$ 到 $+i_0$ 的值. 并且由于在等效相关半径内对中心频率为 Nf_s 的 $s_s(t)$ (满足窄带条件) 有

$$\rho_s[\xi - (n - n')\tau] = \rho_s(\xi) \exp[j2\pi(n - n')Nf_s\tau] = \rho_s(\xi) \exp[j2\pi(n - n')f_sT_c],$$

则得

$$\begin{aligned} G_g(f) &= \hat{G}_0(f) \left\{ \sum_{n=-i_0}^{+i_0} \exp[-j2\pi n(f(T_c - \tau) - f_sT_c)] \right\}^2 \\ &= \hat{G}_0(f) \cdot \left\{ \frac{\sin[(2i_0 + 1)\pi(f - f_s)(T_c - \tau)]}{\sin[\pi(f - f_s)(T_c - \tau)]} \right\}^2. \end{aligned} \quad (3.8)$$

上式中考虑了 $f_sT_c \approx f_s(T_c - \tau)$, 并且

$$\hat{G}_0(f) = \int_{-1/2W \rightarrow -\infty}^{+1/2W \rightarrow +\infty} \rho_s(\xi) \rho_x(\xi) \exp(-j2\pi f\xi) d\xi = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{G}_s(f - f') \hat{G}_x(f') df'. \quad (3.9)$$

这里 $\hat{G}_s(f)$ 和 $\hat{G}_x(f)$ 分别是 $\rho_s(\xi)$ 和 $\rho_x(\xi)$ 的傅里叶变换, 也即是 $s_s(t)$ 和 $s_x(t)$ 的功率谱. (3.8) 式中出现 $\{\sin(K\pi x)/\sin(\pi x)\}^2$ 的函数形式 ($K > 1$), 在物理上表明 $G_g(f)$ 在对应于 $x = 0, \pm 1, \dots$ 等整数值附近具有 $\{\sin(K\pi x)/\pi x\}^2$ 形式的谱带. 同样, 引入等效谱宽的概念, 则 (3.8) 式化为

$$G_g(f) = \hat{G}_0(f) \cdot \frac{1}{T_cW} \sum_n \text{rect}\left(\frac{f - f_s - \frac{n}{T_c - \tau}}{W}\right). \quad (3.10)$$

由此可见, 乘法器输出噪声的功率谱 $G_g(f)$ 是一系列梳状分布的谱带. 谱带的宽度为 W , 中心频率分别为 $f_n = f_s + \frac{n}{T_c - \tau}$, 谱值为 $\hat{G}_0(f_n)/T_cW$. 如果乘法器输出端接了由 (1.6) 式描述的滤波器, 则后者输出噪声功率等于

1) 等效相关半径的定义取 $\xi_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} |\rho(\xi)|^2 d\xi$, $\rho(\xi)$ 是信号的自相关函数; 等效谱宽的定义取 $B_s = \int_{-\infty}^{+\infty} |U(f)|^2 df$, $U(f)$ 是信号的频谱函数.

$$\sigma_z^2 = 2 \int_0^\infty G_s(f) |H(f)|^2 df = \frac{2K_f^2}{T_c} \sum_n \hat{G}_0(f_n) \left\{ \frac{\sin[\pi T_c(f_n - Nf_d)]}{\pi T_c(f_n - Nf_d)} \right\}^2. \quad (3.11)$$

显然, 只有在频率 Nf_d 附近的噪声谱带对相关器输出噪声起主要贡献. 设整数 n 是使 n/T_c 最接近 Nf_d 的值, 则相关器输出噪声谱带的中心频率即为

$$f_n = f_s + \frac{n}{T_c - \tau} = f_s + \frac{n}{T_c} \left(1 + \frac{\tau}{T_c} \right) = \frac{n}{T_c} + f_s + f_d. \quad (3.12)$$

在上述变换过程中引进的误差不大于 $1/2 NT_c = 1/2 T$. 存在多普勒效应时, 相关器的接收和参考信号之间的主差频 f_d 增加 δf_0 , 这时应该关心在频率 $N(f_d + \delta f_0)$ 附近的输出噪声谱带, 而它们的中心频率仍由(3.12)式决定, 但是式中 f_d 改为 $f_d + \delta f_0$.

由于 $\hat{G}_0(f)$ 是一个频率域上展宽 N 倍的谱函数, 在相邻几条谱带的频率范围内, 可设 $\hat{G}_0(f)$ 为常数. 再由于

$$\sum_n \left\{ \frac{\sin[\pi T_c(f_n - Nf_d)]}{\pi T_c(f_n - Nf_d)} \right\}^2 = T_c \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{\sin(\pi f T_c)}{\pi f T_c} \right\}^2 df = 1,$$

则对于中心频率 f_q 分别由(2.3)或(2.8)式决定的多普勒滤波器, 其输出噪声功率为

$$\sigma_z^2 = 2K_f^2 \hat{G}_0(f_q) / T_c. \quad (3.13)$$

上式表明, 在数值上滤波器的输出噪声功率可以看成由广延分布的噪声功率谱 $\hat{G}_0(f)$ 乘上滤波器等效通频带而得到. 这一点能够从一般非时间压缩的差频相关器分析直接导出. 但是在时间压缩相关器中, 由于一个个周期 T_c 上依次重复出现的输出噪声在时间 $1/W$ 内彼此相干, 则最终的输出噪声功率谱由 $\hat{G}_0(f)$ 凝聚成梳状谱带的形式.

2. $\hat{G}_0(f)$ 的计算

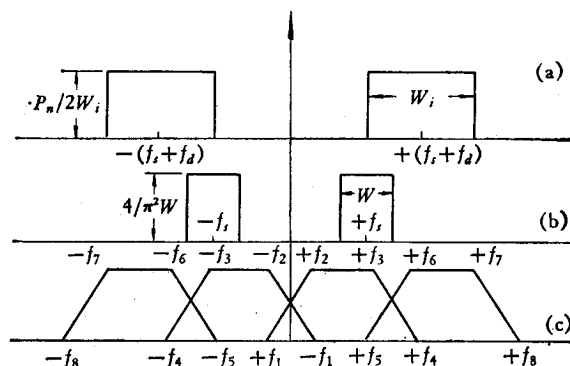
设限幅器输出白噪声 $z(t)$ 的功率为 P_n , 它的功率谱函数如图 2(a) 所示, 双边定义的功率谱密度为 $P_n/2W_i$. 限幅器输出参考信号 $s_r(t)$ 的功率为 $\left(\frac{1}{2} A_r^2\right)$, 它的功率谱 $G_s(f)$ 如图 2(b) 所示 (对线性调频脉冲信号说来, 只要 $TW > 20$, 平均功率谱分布也就接近矩形), 双边定义的功率谱密度为 $\left(\frac{1}{2} A_r^2\right) / 2W = 4/\pi^2 W$.

通过时间压缩后, 相应的谱宽展宽 N 倍而得到 $\hat{G}_s(f)$ 和 $\hat{G}_r(f)$. 代入(3.9)式可得如图 2(c) 所示的谱函数 $\hat{G}_0(f)$, 而谱值高度等于

$$G_0 = 2P_n U_0^2 / \pi^2 N W_i, \quad (3.14)$$

式中 U_0^2 是数字乘法器恒定的总输出功率. 图中

$$\begin{aligned} f_1 &= N \left(f_d - \frac{1}{2} W_i - \frac{1}{2} W \right), & f_5 &= f_1 + 2f_s, \\ f_2 &= N \left(f_d - \frac{1}{2} W_i + \frac{1}{2} W \right), & f_6 &= f_2 + 2f_s, \\ f_3 &= N \left(f_d + \frac{1}{2} W_i - \frac{1}{2} W \right), & f_7 &= f_3 + 2f_s, \\ f_4 &= N \left(f_d + \frac{1}{2} W_i + \frac{1}{2} W \right), & f_8 &= f_4 + 2f_s. \end{aligned} \quad (3.15)$$

图2 计算 $\hat{G}_0(f)$ 示意图

由(2.3)或(2.8)式决定的多普勒滤波器中心频率必然处在 $|f_2| \leq |f_q| \leq |f_3|$ 的区间内,要使这个区间内 $\hat{G}_0(f)$ 的值相等并最小,就要求 $f_2 \geq -f_1$ 及 $f_5 \geq f_3$,这相当于要求

$$f_s \text{ 和 } f_d \geq W_i/2, \quad \text{即 } f_s + f_d \geq W_i. \quad (3.16)$$

亦即 $z(t)$ 和 $s_r(t)$ 一样,应该满足窄带条件.在上述条件下,则有 $\hat{G}_0(f_q) = G_0$.

3. 相关器处理增益

Davenport 指出^[4]: 窄带白噪声通过限幅器后,除了出现少量高次谐波分量外,基波分量的功率谱分布基本不变.并且基波分量对应的噪声功率为

$$P_n \approx (8/\pi^2)/[1 + 2(s/N)_i]. \quad (3.17)$$

限幅器输出功率中有用信号 $s_i(t)$ 所占功率为

$$P_s = \frac{1}{2} A_i^2 \approx \frac{2}{\pi} \left[\frac{(s/N)_i}{1 + \frac{\pi}{4} (s/N)_i} \right], \quad (3.18)$$

式中 $(s/N)_i$ 是相关器前置滤波器输入端的信噪比.在参考通道中, $(s/N)_i \rightarrow \infty$, 则 $A_i = 4/\pi$. 因此存在噪声背景时,由(1.4)式得输出信号 $\langle e(t) \rangle$ 或 $e(t)$ 的峰值为(设 τ_0 和 δf_0 为零)

$$AK_i = \frac{4}{\pi^{\frac{1}{2}}} \left[\frac{(s/N)_i}{1 + \frac{\pi}{4} (s/N)_i} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot K_i U_0. \quad (3.19)$$

按照(3.13)和(3.14)式得相关器中每个多普勒滤波器的输出噪声功率为

$$\sigma_z^2 = 32K_i^2 U_0^2 / \pi^4 T W_i [1 + 2(s/N)_i]. \quad (3.20)$$

取 $(s/N)_i = 0$, 则输出噪声背景的均方根值为

$$\sigma_{zM} = (8/\pi^2) K_i U_0 / \sqrt{2 T W_i}. \quad (3.21)$$

相关器的输出信噪比定义为

$$(s/N)_0 = \frac{1}{2} \langle AK_i \rangle^2 / \sigma_z^2 = \frac{\pi}{4} T W_i (s/N)_i \frac{1 + 2(s/N)_i}{1 + \frac{\pi}{4} (s/N)_i}. \quad (3.22)$$

因此相关器的信噪比处理增益为

$$M = 10 \lg \frac{(s/N)_0}{(s/N)_i} = 10 \lg(TW_i) + 10 \lg \left\{ \frac{1 + 2(s/N)_i}{\frac{4}{\pi} + (s/N)_i} \right\} \quad \text{分贝.} \quad (3.23)$$

四、相关器输出信号的平滑化

第一节指出, 相关器输出信号具有逐点地“抽样”取值的特征. 为了得到光滑的信号包络, 并从而消除 τ_0 的不确定性所引起的信号峰值起伏, 需要进行信号的平滑化处理. 因此, 将(1.7)式改写为

$$e(t) = AK_f \int_{-\infty}^{+\infty} \text{rect} \left(\frac{t-t'}{T_c} \right) \exp \{ j2\pi N(f_d + \delta f_0)(t-t') \} \cdot \tilde{\psi}(t' + \tau_0, \delta f_0) \\ \cdot \exp \{ j2\pi(f_s + f_d + \delta f_0)(t' + \tau_0) \} \cdot \sum_n \Delta(t' - nT_c) dt', \quad (4.1)$$

式中 $\tilde{\psi}(\tau, \delta f_0)$ 是信号复相关函数

$$\frac{1}{T} \cdot \int_{-T/2}^{+T/2} s_r^*(t) s_r(t + \tau) \exp(-j2\pi \delta f_0 t) dt$$

的“包络”. $\Delta(x)$ 是熟知的狄喇克 δ 函数. 对线性调频脉冲信号应用(4.1)式表示 $e(t)$ 是忽略了在(1.12)式中并不重要的附加调频项; 对拟随机信号实际上是 $\langle e(t) \rangle$.

对 $e(t)$ 作傅里叶变换, 得 $\mathcal{F}\{e(t)\} = E(f) \exp(-j2\pi f \tau_0)$, 而频谱 $E(f)$ 的模等于

$$|E(f)| = H_\delta(f) \cdot A \sum_n \Psi_\delta \left[f - \left(\frac{n}{T_c} + f_s + f_d + \delta f_0 \right) \right], \quad (4.2)$$

式中 $H_\delta(f)$ 的函数形式和(1.6)式的 $H(f)$ 相同, 但 f_d 改为 $f_d + \delta f_0$; 并且

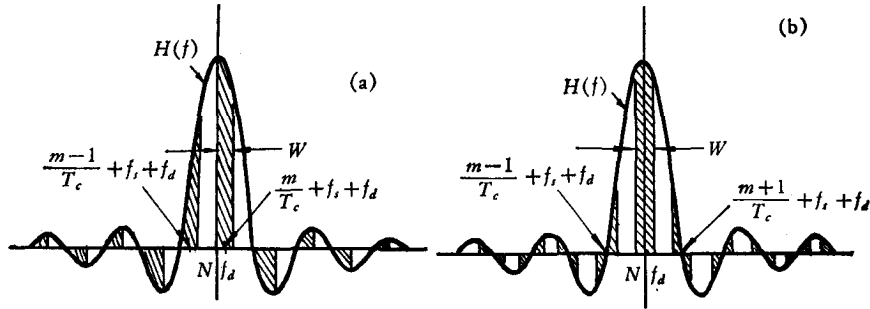
$$\Psi_\delta(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\psi}(\tau, \delta f_0) \exp(-j2\pi f \tau) d\tau. \quad (4.3)$$

当 $\delta = 0$ 时, $\tilde{\psi}(\tau, 0)$ 即是信号自相关函数的“包络”, 对线性调频脉冲信号及拟随机信号来说, 都有 $\sin(\pi W \tau)/\pi W \tau$ 的形式. 因此, 相应 $\Psi_0(f) = (1/W) \cdot \text{rect}(f/W)$, 代入(4.2)式, 得

$$|E(f)|_{\delta=0} = H(f) \cdot \frac{A}{W} \sum_n \text{rect} \left[\frac{f - \left(\frac{n}{T_c} + f_s + f_d \right)}{W} \right]. \quad (4.4)$$

上式描述的频谱函数(模)的形式如图 3(a) 所示. 如果考虑多普勒效应, 则上式中的 f_d 变为 $f_d + \delta f_0$. 对照第三节讨论的相关器输出噪声谱的情况可知, 它和输出信号谱具有相同的梳状谱带的分布形式, 这些谱带的中心频率各处相对于 n/T_c 值有一个频移等于接收信号 $s_i(t)$ 的中心频率的位置上. 但是当 $\delta f_0 \approx 0$ 时, 对拟随机信号, $|E(f)|$ 中各条谱带的宽度 W 不变, 而谱值乘上 $\sin(\pi \delta f_0 T)/\pi \delta f_0 T$ 的因子; 对线性调频脉冲信号, 则谱值 A/W 不变, 而各条谱带宽度变窄到 $(W - |\delta f_0|)$. 上述结论通过计算相应的 $\Psi_\delta(f)$ 就能得到.

在物理意义上, 图 3 所示的梳状谱结构, 反映了时间压缩相关器的输出信号和噪声背景都具有以 T_c 为周期而一个一个依次取值的特征. 因此本节讨论的消除这种“抽样”取

图 3 输出信号 $c(t)$ 的频谱图

值特征的平滑化措施对两者同样起作用,这也表明平滑化过程不会引起通常定义的相关器输出信噪比的改变。

第一种平滑方法 适当选取主差频 f_d , 使其满足:

$$Nf_d = (m_0/T_c) + f_s + f_d, \quad (4.5)$$

式中整数 m_0 是使 m_0/T_c 最接近 Nf_d 的值。这就如图 3(b) 所示, $H(f)$ 的峰值和一条信号谱带的中心位置重合。然后在多普勒滤波器后面再接一个(或本身改为)具有理想矩形带通特性的、中心频率是 Nf_d 而通频带 B 满足

$$W \leq B < 2(1/T_c) - W \quad (4.6)$$

的滤波器,就能消除频谱的附加分量,得到平滑化后的信号相关函数:

$$\rho(t) = AK_f \frac{\sin[\pi W(t + \tau_0)]}{\pi W(t + \tau_0)} \exp\{j2\pi[Nf_d t + (f_s + f_d)\tau_0]\}. \quad (4.7)$$

以上就是 Allen 等人叙述的方法,但是他们规定 $B = W$ 是并不必要的。

第二种平滑方法 不修正 f_d 的值,而采用直接修正多普勒滤波器中心频率 f_q 的方法。也即先由(2.3)或(2.8)式确定 f_q 的值后,再按下式求得实际设置的具有矩形带通特性的滤波器中心频率

$$f'_q = (m_q/T_c) + (f_d + 2q|2v_n/c|f_0) + f_s, \quad (4.8)$$

式中 m_q 是使 m_q/T_c 最接近 f_q 的整数,滤波器通频带仍由(4.6)式决定。采用这种平滑化方法时,由于 f'_q 可能偏离 f_q 的值满足 $|f_q - f'_q| \leq 1/2T_c$, 故引起相关器输出信号峰值改变,其变化值分别为

$$\begin{aligned} 20 \lg \left(1 - \frac{|f_q - f'_q|}{NW}\right) &\leq 10/TW \text{ 分贝 (对线性调频脉冲信号);} \\ 20 \lg \frac{\sin(\pi|f_q - f'_q|T/N)}{\pi|f_q - f'_q|T/N} &\leq 3.9 \text{ 分贝 (对拟随机信号).} \end{aligned} \quad (4.9)$$

因此这种平滑化方法对 $TW > 20$ 的线性调频脉冲信号是可取的,对拟随机信号则不适用。

第三种平滑方法 在实际信号检测系统中,最方便的是对多普勒滤波器的输出信号先经过检波,后作包络平滑化的处理。

信号检波以后, $c(t)$ 中初相位的“抽样”取值特征即被消失。并且通过傅里叶变换的运算不难证明,信号检波后所得到的反映幅值“抽样”取值特征的频谱函数和图 3(b) 所示

的相似。不过,频率 f 的值要改为 $f - Nf_d$; 并且在 $f = 0$ 附近的谱带形状由检波后的包络函数的傅里叶变换式确定,一般说来, $|f| \leq W$ 时它有数值。因此,在检波器后面设置一个具有理想矩形低通特性的、截止频率 f_c 满足

$$W \leq f_c \leq (1/T_c) - W \quad (4.10)$$

的滤波器,就能除去在频率 $i/T_c (i = \pm 1, \pm 2, \dots)$ 附近的频谱附加分量,从而得到“平滑”的包络输出。并且输出信噪比是和信号先平滑化后再检波的情况相同的。

五、结 束 语

本文从时间压缩相关器的工作机理出发,首先对相关器输出信号特征进行分析,然后再讨论它的频谱结构及噪声背景、平滑化处理等问题。这就阐明了相关器的输出信号谱所表征的物理意义,并且把相关器的设计直接和各种信号的复相关函数联系了起来。

根据本文的分析方法及其所得结果不难推论:只要引入信号在时间上压缩 N 倍,则相应地在频率上增加 N 倍的基本概念,就能将分析一般非时间压缩差频相关器所得到的结果(如非点源目标回波的平均处理^[5]等)直接应用于差频时间压缩相关器。

参 考 文 献

- [1] W. B. Allen *et al.*, *J. Acoust. Soc. Am.*, **36** (1964), 121—139.
- [2] W. B. Allen *et al.*, *J. Acoust. Soc. Am.*, **39** (1966), 62—73.
- [3] T. H. Glisson *et al.*, *Trans. IEEE*, **AES-6** (1970), 37—49.
- [4] W. B. Davenport *J. Appl. Phys.*, **24** (1953), 720—727.
- [5] R. R. Rojas *et al.*, *Trans. IEEE*, **AES-4** (1968), 893—909.

A THEORETICAL ANALYSIS OF A COMPRESSED-TIME CORRELATOR FOR SIGNAL DETECTION

ZHANG SHU-YING

ABSTRACT

The theoretical problems of a compressed-time correlator are investigated from the viewpoint of signal detection. Through discussion of the LMF and PR signals, some useful conclusions and basic formulas concerning the output signal, spectrum structure, Doppler filter set-up, noise background, SNR gain and signal envelope smoothing are obtained. As a consequence, it has been possible to design an improved sound pulse-compression receiver.