

## 电子-质子的深度非弹性散射(II)\*

曹 昌 祺 秦 旦 华  
(北京大学物理系)

### 提 要

本文应用戴逊表示来研究层子的一般图形,以考察不依赖击出图形是否也能得到无标度性。结果表明,只要流对易子矩阵元的戴逊表示中的谱函数在  $m^2$  大时具有合适的行为,在  $\nu$  大时就可以得到无标度性。至于  $q^2$  的值,则并无限制。 $q^2$  很小甚至趋于零都是允许的。此特点似与实验相符合。另外,对于一定的  $\nu$ , 结构张量  $W_{\mu\nu}$  只决定于谱函数在  $m^2 \lesssim M_p \nu$  范围内的值,而与真正的  $m^2 \rightarrow \infty$  时的渐近行为并无关系。因此,目前所观测到的无标度性也许只是一定范围内的现象,当  $\nu$  更大时,很可能会出现质的变化。

### 一

在文献[1]中,应用戴逊表示<sup>[2]</sup>研究了层子击出图形,得到了无标度性(指布约肯无标度性,即  $W_1$  和  $\nu W_2$  为  $x$  的函数),而且理论上并不要求层子质量比核子质量小,这些结果对击出机制是有利的。但由于目前实验情况,在  $\nu$  不甚大时已经观测到无标度性,因此,层子质量也只能同核子质量差不多。除此而外,层子击出机制还存在着固有的困难,即层子既已击出,为何至今在实验上未观察到?从层子模型观点看来,层子的质量是比较大的,因此更可能的是,目前的深度非弹性实验并未将层子击出来,吸收了虚光子的层子通过末态相互作用又与其余的层子结合成普通的强子。本文的目的,就是对一般的图形进行研究,以考察不依靠击出图形是否也能得到无标度性。我们得到的结果是,只要  $W_{\mu\nu}$  的谱函数在  $m^2$  较大时具有合适的行为,当  $\nu$  大时就可以得到无标度性。至于  $q^2$  的值,则并无限制,  $q^2$  很小甚至趋于零都是允许的。此特点似与实验相符合。以上结果表明,为解释无标度性,层子击出的机制并不是必需的。

最近,我们看到 Baragar and Kamal<sup>[3]</sup> 也用戴逊表示对一般图形进行了研究。他们的工作与我们的工作相似的,但他们使用了标量光子的简化模型,所讨论的内容和结果也同我们不完全一致。

### 二

结构函数  $W_{\mu\nu}$  的一般表达式为

$$W_{\mu\nu} = 4\pi^2 \frac{p_0}{M_p} \int d^4x e^{-iqx} \langle p | J_\mu(x) J_\nu(0) | p \rangle. \quad (2.1)$$

我们可以在上式右方补入一项(此项在深度非弹性散射过程的物理区等于零)而化成

\* 1974年6月13日收到。

$$W_{\mu\nu} = 4\pi^2 \frac{p_0}{M_p} \int d^4x e^{-iqx} \langle p | [J_\mu(x), J_\nu(0)] | p \rangle. \quad (2.2)$$

通过变量变换  $x \rightarrow -x$ , 再进行平移, 不难证明由上式规定的  $W_{\mu\nu}$  满足下述关系:

$$W_{\mu\nu}(-q) = -W_{\nu\mu}(q). \quad (2.3)$$

另外, 在 (2.2) 式中, 对核子的自旋是求和的, 因此由时空弱反演的不变性, 可以证明  $W_{\mu\nu}$  对于指标  $\mu$  和  $\nu$  是对称的, 即

$$W_{\mu\nu}(q) = W_{\nu\mu}(q). \quad (2.4)$$

这样就得出由 (2.2) 式规定的  $W_{\mu\nu}$  是  $q$  的奇函数:

$$W_{\mu\nu}(-q) = -W_{\mu\nu}(q). \quad (2.5)$$

这一性质以后将会用到.

对于任意的  $\mu$  和  $\nu$ ,  $[J_\mu(x), J_\nu(0)]$  在类空间隔都等于零, 故  $W_{\mu\nu}$  具有下述形式的戴逊表示:

$$W_{\mu\nu} = \int_S d^4k' \int_0^\infty dm^2 \varepsilon(q_0 - k'_0) \delta((q - k')^2 + m^2) \rho_{\mu\nu}(p, k', m^2), \quad (2.6)$$

其中  $\rho_{\mu\nu}$  是一个对称张量, 因而可表为

$$\rho_{\mu\nu}(p, k', m^2) = \delta_{\mu\nu} \rho_1 + p_\mu p_\nu \rho_2 + (p_\mu k'_\nu + k'_\mu p_\nu) \rho_3 + k'_\mu k'_\nu \rho_4, \quad (2.7)$$

$\rho_i$  为  $p \cdot k'$ ,  $k'^2$  和  $m^2$  的函数. 从电流算符的厄米性, 不难得出

$$W_{ij}^* = W_{ij}, \quad W_{4i}^* = -W_{4i}, \quad W_{44}^* = W_{44} \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (2.8)$$

于是可以推出  $\rho_i (i = 1, 2, 3, 4)$  皆为实数.

仿照文献 [1] 所用的方法, 可以分解出  $W_{\mu\nu}$  张量结构中的各个不变函数  $G_i$ , 它们由下式定义:

$$W_{\mu\nu} = G_1 \delta_{\mu\nu} + G_2 p_\mu p_\nu + G_3 (p_\mu q_\nu + q_\mu p_\nu) + G_4 q_\mu q_\nu \quad (2.9)$$

结果是

$$\begin{aligned} G_1 &= \int d^4k' dm^2 \varepsilon(q_0 - k'_0) \delta((q - k')^2 + m^2) \rho_1 + \frac{1}{2M_p^2(v^2 + q^2)} \\ &\quad \times \int d^4k' dm^2 \varepsilon(q_0 - k'_0) \delta((q - k')^2 + m^2) [q^2(p \cdot k')^2 - M_p^2(q \cdot k')^2 \\ &\quad + 2M_p v(p \cdot k')(q \cdot k') + M_p^2(v^2 + q^2)k'^2] \rho_4, \\ G_2 &= \int d^4k' dm^2 \varepsilon(q_0 - k'_0) \delta((q - k')^2 + m^2) \rho_2 - \frac{2}{M_p^2(v^2 + q^2)} \int d^4k' dm^2 \varepsilon(q_0 - k'_0) \\ &\quad \times \delta((q - k')^2 + m^2) [q^2(p \cdot k') + M_p v(q \cdot k')] \rho_3 + \frac{1}{2M_p^4(v^2 + q^2)^2} \int d^4k' dm^2 \varepsilon(q_0 - k'_0) \\ &\quad \times \delta((q - k')^2 + m^2) [3q^4(p \cdot k')^2 + M_p^2(2v^2 - q^2)(q \cdot k')^2 \\ &\quad + 6M_p v q^2(q \cdot k')(p \cdot k') + M_p^2 q^2(v^2 + q^2)k'^2] \rho_4, \\ G_3 &= \frac{1}{M_p(v^2 + q^2)} \int d^4k' dm^2 \varepsilon(q_0 - k'_0) \delta((q - k')^2 + m^2) [M_p(q \cdot k') - v(p \cdot k')] \rho_3 \\ &\quad + \frac{1}{2M_p^3(v^2 + q^2)^2} \int d^4k' dm^2 \varepsilon(q_0 - k'_0) \delta((q - k')^2 + m^2) [3vq^2(p \cdot k')^2 \\ &\quad + 2M_p(2v^2 - q^2)(p \cdot k')(q \cdot k') - 3M_p^2 v(q \cdot k')^2 + M_p^2 v(v^2 + q^2)k'^2] \rho_4, \\ G_4 &= \frac{1}{2M_p^2(v^2 + q^2)^2} \int d^4k' dm^2 \varepsilon(q_0 - k'_0) \delta((q - k')^2 + m^2) [(2v^2 - q^2)(p \cdot k')^2 \\ &\quad + 3M_p^2(q \cdot k')^2 - 6M_p v(p \cdot k')(q \cdot k') - M_p^2(q^2 + v^2)k'^2] \rho_4. \end{aligned} \quad (2.10)$$

规范不变性条件给出

$$-M_p \nu G_2 + q^2 G_3 = 0, \quad q^2 G_4 - M_p \nu G_3 + G_1 = 0. \quad (2.11)$$

因而

$$W_1 = G_1 = M_p \nu G_3 - q^2 G_4, \quad W_2 = M_p^2 G_2 = \frac{q^2}{\nu^2} (G_1 + q^2 G_4) = \frac{M_p q^2}{\nu} G_3. \quad (2.12)$$

为了显示出  $G_i$  作为  $\nu$  和  $q^2$  的函数, 我们采取如文献[1]一样的核子静止系, 并取  $k'_3$  坐标轴方向为  $\mathbf{q}$  的方向, 这时 (2.10) 式化为

$$\begin{aligned} G_1 &= \int d^4 k' dm^2 \delta((q - k')^2 + m^2) \rho_1 + \frac{1}{2} \int d^4 k' dm^2 \delta((q - k')^2 + m^2) (k_1'^2 + k_2'^2) \rho_4, \\ G_2 &= \int d^4 k' dm^2 \delta((q - k')^2 + m^2) \rho_2 + \frac{2}{M_p \sqrt{\nu^2 + q^2}} \int d^4 k' dm^2 \delta((q - k')^2 + m^2) \\ &\quad \times (k'_0 \sqrt{q^2 + \nu^2} - k'_3 \nu) \rho_3 + \frac{1}{M_p^2 (\nu^2 + q^2)} \int d^4 k' dm^2 \delta((q - k')^2 + m^2) \\ &\quad \times \left[ (q^2 + \nu^2) k_0'^2 + \nu^2 k_3'^2 - 2\nu \sqrt{\nu^2 + q^2} k'_0 k'_3 + \frac{1}{2} (k_1'^2 + k_2'^2) q^2 \right] \rho_4, \\ G_3 &= \frac{1}{\sqrt{\nu^2 + q^2}} \int d^4 k' dm^2 \delta((q - k')^2 + m^2) k'_3 \rho_3 + \frac{1}{2M_p (\nu^2 + q^2)} \\ &\quad \times \int d^4 k' dm^2 \delta((q - k')^2 + m^2) [\nu (k_1'^2 + k_2'^2 - 2k_3'^2) + 2\sqrt{\nu^2 + q^2} k'_0 k'_3] \rho_4, \\ G_4 &= \frac{1}{2(\nu^2 + q^2)} \int d^4 k' dm^2 \delta((q - k')^2 + m^2) (2k_3'^2 - k_1'^2 - k_2'^2) \rho_4. \end{aligned} \quad (2.13)$$

积分限  $S$  现为图 1 所示两光锥间的区域,  $\rho_i$  等为  $k'_0$ ,  $\mathbf{k}'$  和  $m^2$  的函数, 不包含  $q^2$  和  $\nu$ . 另外, 由于  $k'_0$  最大值为  $M_p$ , 而对于深度非弹性散射,  $\nu > M_p$ , 故在 (2.13) 式中已将  $\varepsilon(q_0 - k'_0)$  因子略去.

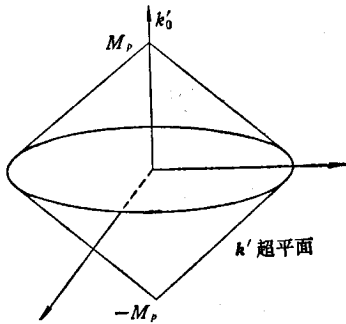


图 1

为方便计, 下面将选用  $G_1$  和  $G_4$  来表示  $W_1$  和  $W_2$ , 表达式见 (2.12) 式, 如果谱函数  $\rho_i$  等随着  $m^2$  增大而迅速下降, 则当  $\nu$  足够大, 对于重要的  $m^2$  值

$$\frac{m^2}{M_p \nu} \ll 1 \quad (2.14)$$

成立时, (2.13) 式中的  $\delta$  函数可近似表为<sup>1)</sup>

$$\delta((q - k')^2 + m^2) = \frac{1}{2\nu} \delta(k'_0 - k'_3 + M_p x), \quad (2.15)$$

其中

$$x = \frac{q^2}{2M_p \nu}. \quad (2.16)$$

于是在略去相对量级为  $\frac{M_p}{\nu}$  的小项后,

1) 当  $q^2$  很小,  $\delta$  函数中的  $m^2$  和  $k_1'^2 + k_2'^2$  不完全略去, 而用一个平均值  $a^2$  替代时, (2.16) 式中的  $x$  可换为  $X_W$ :

$$X_W = \frac{q^2 + a^2}{2M_p \nu}, \quad a^2 = \frac{m^2 + k_1'^2 + k_2'^2}{2}.$$

$$\begin{aligned}
G_1 &= \frac{1}{4\nu} \int d^4k' \delta(k'_0 - k'_3 + M_p x) [2\psi_1(k'_0, k'^2) + (k_1'^2 + k_2'^2)\psi_4(k'_0, k'^2)] \\
&\equiv \frac{1}{\nu} f_1(x), \\
G_4 &= \frac{1}{4\nu^3} \int d^4k' \delta(k'_0 - k'_3 + M_p x) (2k_3'^2 - k_1'^2 - k_2'^2)\psi_4(k'_0, k'^2),
\end{aligned} \tag{2.17}$$

其中

$$\psi_i(k'_0, k'^2) = \int_0^\infty \rho_i(k'_0, k'^2, m^2) dm^2. \tag{2.18}$$

如果上述  $G_1$  表达式中的积分不发生某种抵消而致使  $f_1(x)$  化为零, 则  $G_1$  将比  $q^2 G_4$  大一个量级, 这时在略去含  $G_4$  的项后,  $W_1$  和  $W_2$  都只由  $G_1$  给出,

$$W_1 = G_1, \quad W_2 = \frac{q^2}{\nu^2} G_1. \tag{2.19}$$

将 (2.17) 式代入上式后, 即得下述无标度性:

$$\nu W_1 = f_1(x), \quad \nu^2 W_2 = 2M_p x f_1(x). \tag{2.20}$$

它比布约肯无标度性要小一个量级.

下面研究在什么条件下可以得到布约肯无标度性. 为了处理方便, 我们换用另一种形式的戴逊表示<sup>[2]</sup>, 即对于核子静止系, 将  $W_{\mu\nu}$  表示成

$$W_{\mu\nu} = \int_{\kappa < M_p} d^3k' \int_0^\infty dm^2 \varepsilon(q_0) \delta((\mathbf{q} - \mathbf{k}')^2 - q_0^2 + m^2) [\hat{\rho}_{\mu\nu}(\mathbf{k}', m^2) + q_0 \hat{\rho}'_{\mu\nu}(\mathbf{k}', m^2)], \tag{2.21}$$

其中  $\kappa$  代表  $\vec{k}'$  的绝对值. (2.21) 式也可以写成协变形式:

$$W_{\mu\nu} = \int_s d^4k' \int_0^\infty dm^2 \varepsilon(q_0 - k'_0) \delta((q - k')^2 + m^2) M_p \delta(p \cdot k') \left[ \hat{\rho}_{\mu\nu} - \frac{(p \cdot q)}{M_p} \hat{\rho}'_{\mu\nu} \right], \tag{2.22}$$

适用于任意参考系. 这样定义的  $\hat{\rho}_{\mu\nu}$  和  $\hat{\rho}'_{\mu\nu}$  应为二阶张量, 于是亦可表作

$$\begin{aligned}
\hat{\rho}_{\mu\nu} &= \hat{\rho}_1 \delta_{\mu\nu} + \hat{\rho}_2 p_\mu p_\nu + \hat{\rho}_3 (p_\mu k'_\nu + k'_\mu p_\nu) + \hat{\rho}_4 k'_\mu k'_\nu, \\
\hat{\rho}'_{\mu\nu} &= \hat{\rho}'_1 \delta_{\mu\nu} + \hat{\rho}'_2 p_\mu p_\nu + \hat{\rho}'_3 (p_\mu k'_\nu + k'_\mu p_\nu) + \hat{\rho}'_4 k'_\mu k'_\nu.
\end{aligned} \tag{2.23}$$

作了上述张量结构分解后, 我们仍回到核子静止系来计算. 将 (2.23) 式代入 (2.21) 式, 根据  $W_{\mu\nu}$  是  $\mathbf{q}$  的奇函数的性质 [见 (2.5) 式], 可以推出  $\hat{\rho}'_1, \hat{\rho}'_2, \hat{\rho}'_4$  和  $\hat{\rho}_3$  对  $W_{\mu\nu}$  的贡献为零. 因为将  $W_{\mu\nu}$  中的  $\mathbf{q}$  换成  $-\mathbf{q}$  后, 相应地作变数变换  $\mathbf{k}' \rightarrow -\mathbf{k}'$ , 再由  $\hat{\rho}_i$  和  $\hat{\rho}'_i$  在此系中只是  $\mathbf{k}'$  绝对值和  $m^2$  的函数, 即得上述结果.

$G_i$  的表达式可以利用前面的结果 [(2.13) 式] 通过代换  $\rho_i \rightarrow \delta(k'_0) \hat{\rho}_i, i = 1, 2, 4$  以及  $\rho_3 \rightarrow \delta(k'_0) \nu \hat{\rho}'_3$  得出. 我们所需要的  $G_1$  和  $G_4$  为

$$\begin{aligned}
G_1 &= \int d^3k' dm^2 \delta((\mathbf{q} - \mathbf{k}')^2 - q_0^2 + m^2) \left[ \hat{\rho}_1 + \frac{1}{2} (k_1'^2 + k_2'^2) \hat{\rho}_4 \right], \\
G_4 &= \frac{1}{2(\nu^2 + q^2)} \int d^3k' dm^2 \delta((\mathbf{q} - \mathbf{k}')^2 - q_0^2 + m^2) (2k_3'^2 - k_1'^2 - k_2'^2) \hat{\rho}_4.
\end{aligned} \tag{2.24}$$

下面将指出, 如果  $\hat{\rho}_1$  或  $\hat{\rho}_4$  在  $m^2$  大时是平直的 (即近似为一常数), 即可得到布约肯无标度性.

令

$$\mathbf{q} \cdot \mathbf{k}' = |\mathbf{q}| \kappa z = \sqrt{\nu^2 + q^2} \kappa z,$$

$z$  代表  $\cos\theta$ , 则 (2.24) 式对  $k'$  的积分可转化为对  $z$  和  $\kappa$  的积分, 其中对  $z$  的积分可立即积出,  $G_1$  的结果为

$$G_1 = \frac{\pi}{\sqrt{\nu^2 + q^2}} \int_0^{M_p} d\kappa \int_0^\infty dm^2 \kappa \theta(2\kappa \sqrt{\nu^2 + q^2} - q^2 - \kappa^2 - m^2) \\ \times \left[ \hat{\rho}_1 + \frac{1}{2} \left( \kappa^2 - \frac{(q^2 + \kappa^2 + m^2)^2}{4(\nu^2 + q^2)} \right) \hat{\rho}_4 \right],$$

实际积分区域如图 2 阴影区所示, 因而可表为

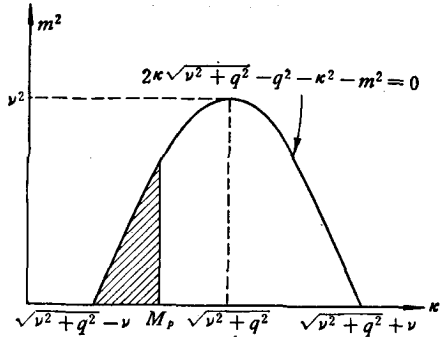


图 2

$$G_1 = \frac{\pi}{\sqrt{\nu^2 + q^2}} \int_{\sqrt{\nu^2 + q^2} - \nu}^{M_p} d\kappa \int_0^{2\kappa \sqrt{\nu^2 + q^2} - q^2 - \kappa^2} dm^2 \kappa \\ \times \left[ \hat{\rho}_1 + \frac{1}{2} \left( \kappa^2 - \frac{(q^2 + \kappa^2 + m^2)^2}{4(\nu^2 + q^2)} \right) \hat{\rho}_4 \right], \quad (2.25)$$

在略去相对量级为  $\frac{M_p}{\nu}$  的小项后, 上式化为

$$G_1 = \frac{\pi}{\nu} \int_{M_p x}^{M_p} d\kappa \int_0^{2\nu(\kappa - M_p x)} dm^2 \kappa \\ \left[ \hat{\rho}_1 + \frac{1}{2} \left( \kappa^2 - M_p^2 \left( x + \frac{m^2}{2M_p \nu} \right)^2 \right) \hat{\rho}_4 \right]. \quad (2.26)$$

如果  $\hat{\rho}_1$  和  $\hat{\rho}_4$  只当  $m^2$  局限在不大的范围  $m^2 \leq m_0^2$  才重要, 而  $M_p \nu$  又比  $m_0^2$  大得多时,  $G_1$  可近似为

$$G_1 = \frac{\pi}{\nu} \int_{M_p x}^{M_p} d\kappa \int_0^\infty dm^2 \kappa \left[ \hat{\rho}_1 + \frac{1}{2} (\kappa^2 - M_p^2 x^2) \hat{\rho}_4 \right] \\ = \frac{\pi}{\nu} \int_{M_p x}^{M_p} d\kappa \kappa \left[ \hat{\phi}_1(\kappa) + \frac{1}{2} (\kappa^2 - M_p^2 x^2) \hat{\phi}_4(\kappa) \right], \quad (2.27)$$

其中

$$\hat{\phi}_i = \int_0^\infty dm^2 \hat{\rho}_i(\kappa, m^2). \quad (2.28)$$

(2.27) 式相当于 (2.17) 式, 它给出  $\nu W_1$  和  $\nu^2 W_2$  为  $x$  的函数. 为了得到布约肯无标度性, 需要假定  $\hat{\rho}_1$  和  $\hat{\rho}_4$  在  $m^2$  大时 (自某值  $m_0^2$  起直到  $M_p \nu$  的范围) 几乎为一常数<sup>1)</sup>, 即

$$\hat{\rho}_1 \cong \varphi_1(\kappa), \quad \hat{\rho}_4 \cong \varphi_4(\kappa). \quad (2.29)$$

于是

$$\int_0^{2\nu(\kappa - M_p x)} \hat{\rho}_1 dm^2 = 2\nu(\kappa - M_p x) \varphi_1 + \Delta'_1, \\ \int_0^{2\nu(\kappa - M_p x)} \hat{\rho}_4 dm^2 = 2\nu(\kappa - M_p x) \varphi_4 + \Delta'_4, \\ \int_0^{2\nu(\kappa - M_p x)} m^2 \hat{\rho}_4 dm^2 = 2\nu^2(\kappa - M_p x)^2 \varphi_4 + \Delta''_4, \\ \int_0^{2\nu(\kappa - M_p x)} m^4 \hat{\rho}_4 dm^2 = \frac{8}{3} \nu^3(\kappa - M_p x)^3 \varphi_4 + \Delta'''_4, \quad (2.30)$$

1) 如果  $\hat{\rho}_1$  和  $\hat{\rho}_4$  中一个具有这样的行为, 另一个迅速趋于零, 则亦可得到布约肯无标度性. 这时, 形式上仍可用 (2.29) 式, 只是其中一个  $\varphi$  等于零.

其中

$$\begin{aligned}\Delta'_i &= \int_0^{m_i^2} (\hat{\rho}_i - \varphi_i) dm^2, \\ \Delta''_i &= \int_0^{m_i^2} m^2 (\hat{\rho}_i - \varphi_i) dm^2, \\ \Delta'''_i &= \int_0^{m_i^2} m^4 (\hat{\rho}_i - \varphi_i) dm^2.\end{aligned}\quad (2.31)$$

当  $\nu$  足够大, 使得(2.30)式中各个  $\Delta$  项可以略去时, (2.26)式即化为

$$G_1 = 2\pi \int_{M_p x}^{M_p} \kappa(\kappa - M_p x) \left[ \varphi_1 + \frac{1}{6} (\kappa - M_p x)(2\kappa + M_p x)\varphi_4 \right] d\kappa. \quad (2.32)$$

同样可求出

$$G_4 = \frac{M_p \pi}{\nu^2} \int_{M_p x}^{M_p} \kappa(\kappa^2 - M_p^2 x^2) x \varphi_4 d\kappa. \quad (2.33)$$

从(2.32)式(只要其右方积分不为零)即得到布约肯无标度性:

$$\nu W_2 = 2M_p x W_1 = 4\pi M_p x \int_{M_p x}^{M_p} \kappa(\kappa - M_p x) \left[ \varphi_1 + \frac{1}{6} (\kappa - M_p x)(2\kappa + M_p x)\varphi_4 \right] d\kappa. \quad (2.34)$$

在深度非弹性散射的研究中, 另一个重要的量是  $\sigma_s$  与  $\sigma_T$  的比值  $R$ .  $R$  可以通过  $W_1$  和  $W_2$  表示出来:

$$R = -1 + \left(1 + \frac{\nu^2}{q^2}\right) \frac{W_2}{W_1}. \quad (2.35)$$

如果略去小项, 则化为  $R = -1 + \frac{\nu^2}{q^2} \frac{W_2}{W_1}$ . 将表示  $W_1$  和  $W_2$  最大项的(2.19)或(2.34)式代入, 即得  $R$  等于零. 这正是通常认为是部分子为  $1/2$  自旋粒子的特征. 在我们这里, 只要  $G_1$  的最大项不消去, 就有这个结果. 为了得出  $R$  的表达式, 我们必须多取一级近似, 将(2.12)和(2.13)式代入(2.35)式得出  $R$  的表达式为(未作近似)

$$\begin{aligned}R &= \frac{q^2 G_1 + (\nu^2 + q^2)G_4}{\nu^2 G_1} \\ &= \frac{q^2 \int d^3 k' dm^2 \delta((\mathbf{q} - \mathbf{k}')^2 - q_0^2 + m^2) (\hat{\rho}_1 + k_3' \hat{\rho}_4)}{\nu^2 \int d^3 k' dm^2 \delta((\mathbf{q} - \mathbf{k}')^2 - q_0^2 + m^2) \left( \hat{\rho}_1 + \frac{1}{2} (k_1'^2 + k_2'^2) \hat{\rho}_4 \right)},\end{aligned}\quad (2.36)$$

在  $\nu$  大时, 若  $G_1$  以及  $G_1 + (\nu^2 + q^2)G_4$  中的最大项都不消去, 则将  $G_1$  和  $G_4$  的最大项(2.32)和(2.33)式代入, 即得出  $R$  具有如下形式:

$$R = \frac{1}{\nu} r(x), \quad (2.37)$$

即  $\nu R$  亦是无标度的,  $r(x)$  的具体表达式为

$$r(x) = 2M_p x \frac{\int_{M_p x}^{M_p} \kappa(\kappa - M_p x) \left[ \varphi_1 + \frac{1}{3} (\kappa^2 + M_p \kappa x + M_p^2 x^2)\varphi_4 \right] d\kappa}{\int_{M_p x}^{M_p} \kappa(\kappa - M_p x) \left[ \varphi_1 + \frac{1}{6} (\kappa - M_p x)(2\kappa + M_p x)\varphi_4 \right] d\kappa}, \quad (2.38)$$

对于另一种情况,即  $G_1$  的最大项消去,使得  $G_1$  与  $q^2 G_4$  同一量级时,则有

$$R \cong \frac{q^2 G_4}{G_1}. \quad (2.39)$$

亦即  $R$  本身为无标度的. 余类推.

从 (2.34) 和 (2.38) 两式,我们可以对  $x \approx 1$  和  $x \approx 0$  的行为进行一些研究.

### 1. $x \approx 1$ 的行为

由于  $\varphi_1$  和  $\varphi_4$  在  $\kappa > M_p$  时等于零,因而一种自然的假设是,当  $\kappa \rightarrow M_p$  时,它们趋于零. 如果  $\varphi_1$  是线性地趋于零,即  $\varphi_1 \sim \alpha(M_p - \kappa)$ , 那么从 (2.34) 式即可得到三次方行为

$$W_1 \propto (1-x)^3, \quad \nu W_2 \propto (1-x)^3. \quad (2.40)$$

亦即  $\varphi_1$  和  $\varphi_4$  在边界上 ( $\kappa = M_p$ ) 不等于零而分别为  $c_1$  和  $c_4$ , 从 (2.34) 式亦可得到  $\nu W_2 \propto (1-x)^2$ . 对于  $R$  的行为,当  $\varphi_1$  和  $\varphi_4$  分别趋于常数  $c_1$  和  $c_4$ , 或以同样速度趋于零时,不能作出确切预言,如果趋于零,较慢者为  $\varphi_4$ , 则有  $x \rightarrow 1$  时

$$\nu R \rightarrow \infty.$$

反之,若趋于零,较慢者为  $\varphi_1$ , 则  $x \rightarrow 1$  时

$$\nu R \rightarrow 2M_p.$$

### 2. $x \approx 0$ , 即 $\omega \rightarrow \infty$ 时的行为

如果  $\kappa \rightarrow 0$  时,  $\varphi_1$  和  $\varphi_4$  不是发散的,或虽然发散但  $\kappa^2 \varphi_1$  和  $\kappa^4 \varphi_4$  仍有限,由 (2.34) 式即可求得,当  $x \rightarrow 0$  时

$$\nu W_2 \propto x,$$

也就是说,当  $\omega \rightarrow \infty$  时,  $\nu W_2$  以  $1/\omega$  趋于零,相应地  $W_1$  趋于一个常数. 只有当  $\kappa \rightarrow 0$  时,发散度达到  $\varphi_1 \sim 1/\kappa^4$  或  $\varphi_4 \sim 1/\kappa^6$ ,  $\nu W_2$  在  $\omega \rightarrow \infty$  时才可能趋于非零常数,相应地  $W_1$  将正比于  $\omega$  而发散.

对于  $R$ , 亦可根据 (2.38) 式来讨论. 例如,当  $\varphi_1$  和  $\varphi_4$  在  $\kappa = 0$  点不散发,或虽然散发但  $\kappa^2 \varphi_1$  和  $\kappa^4 \varphi_4$  仍然有限时,  $\nu R$  一般将以  $x$  一次方趋于零.

## 三

### 小结和讨论.

1. 从上面的结果可以看出,目前实验所观察到的布约肯无标度性,可能只是电流对易子矩阵元所相应的谱函数在  $m^2$  大时某种行为的反映,例如  $\beta_1, \beta_4$  在  $m^2$  较大时变化平缓,或  $\beta_3$  在  $m^2$  较大时迅速下降(当用  $G_3$  和  $G_4$  来表示  $W_1$  和  $W_2$  时,就要用到  $\beta_3$  的行为),并不一定就与层子击出的机制相联系.

另外,在以上推导无标度性的过程中,并不要求  $q^2$  取大值,实际上  $q^2$  无论多小都可以,这是本文同过去的理论不相同的地方,实验似乎是支持这一点的. 为得到无标度性,  $\nu$  的值是要求大的,它应使下列两条件成立:

1)  $\nu \gg M_p$ ;

2)  $\nu$  足够大,使得 (2.30) 式中各  $\Delta$  项可以略去.

2. 前已指出,只要  $G_1$  最大项不消去,就将得出在布约肯极限下  $R \rightarrow 0$  的结果. 如果

要求  $R$  在布约肯极限下不等于零,  $G_1$  的最大项必须消去. 这时, 若还要得到布约肯无标度性,  $\hat{\rho}_1$  和  $\hat{\rho}_4$  在  $m^2$  大时的行为应该是

$$\hat{\rho}_1 \sim \varphi_1(\kappa)m^2, \quad \hat{\rho}_4 \sim \varphi_4(\kappa)m^2, \quad (3.1)$$

即正比于  $m^2$ .

3. 从以上的推导可以看出,  $W_{\mu\nu}$  只与谱函数在  $m^2 < M_p\nu$  范围的值有关, 而与真正的  $m^2 \rightarrow \infty$  的渐近行为并无关系. 目前实验观测的范围,  $2M_p\nu$  约在  $30\text{GeV}^2$  以内, 因此它只涉及到  $m^2 < 30\text{GeV}^2$  内的谱函数的行为. 如果  $m^2$  更大时谱函数  $\hat{\rho}_1$  和  $\hat{\rho}_4$  线性上升, 则对于足够大的  $\nu$ , 结构函数将从布约肯无标度性过渡到另一种无标度性:

$$W_1 = \nu f(x), \quad W_2 = 2M_p x f(x).$$

当然, 也可能转化为其他的形式. 从光锥代数的观点看来,  $\nu$  愈大, 结构函数愈由光锥面上的奇异性所决定, 既然已经假定了有相互作用时光锥面上的奇异性就等同于自由场情况下的奇异性, 那么当  $\nu$  继续增大时,  $W_1$  和  $W_2$  的行为同现在一样, 不会出新的质变. 对于布约肯和巴斯柯<sup>[4]</sup>的部分子简单理论, 情况也类似. 除了能量高到部分子也显示出结构以外, 不会出新的结果. 从我们观点看来, 目前所观测到的布约肯无标度性, 也许只是一定范围的现象, 当  $\nu$  更大时, 完全可能会出现质变. 目前正在进行的  $\mu$  粒子和核子的深度非弹性散射的实验, 由于  $\nu$  的值所达到的范围要比目前的高得多, 应当会提供出这方面的新知识, 因而是十分令人感兴趣的.

### 参 考 文 献

- [1] 曹昌祺、秦旦华, 物理学报, 25 (1976).
- [2] F. J. Dyson, *Phys. Rev.*, 110 (1958), 1460.
- [3] F. A. Baragar, A. N. Kamal, *Phys. Rev.*, D7 (1973), 3025.
- [4] J. D. Bjorken, E. A. Paschos, *Phys. Rev.*, 185 (1969), 1975.

## DEEP INELASTIC ELECTRON-PROTON SCATTERING (II)

CAO CHANG-QI QIN DAN-HUA

(Department of Physics, Beijing University)

### ABSTRACT

Dyson representation is applied to find out whether the scaling property can be derived without reliance on the knocked-out mechanism. It is shown that, provided the spectral function in the Dyson representation of the matrix element of the current operators commutator has the proper behavior for large  $m^2$ , the scaling property then follows for large  $\nu$ . No restriction whatever is required for  $q^2$ , which may be very small even approaching zero. This characteristic seems to be consistent with the experiments. Furthermore, for a given  $\nu$ , the structure tensor  $W_{\mu\nu}$  is only determined by the spectral function inside the region  $m^2 \lesssim M_p\nu$ , with no dependence on the true asymptotic behavior at  $m^2 \rightarrow \infty$ . Therefore the present observed scaling may only be a phenomena within a certain range. As  $\nu$  becomes still larger, the situation will probably change qualitatively.