

瞬时相互作用近似下介子结构 波函数的一些探讨(I)*

瞬时相互作用下介子波函数的一般性质

北京大学物理系基本粒子理论组¹⁾

提 要

本文从一对正反费米子结合成束缚态的 Bethe-Salpeter 方程 (以下简称 B-S 方程) 出发, 假定正反层子间相互作用可以近似地用质心系瞬时相互作用描写, 得到的主要结论如下: (1) B-S 方程的求解可归结为在质心系三维空间内进行. 描写赝标介子和矢量介子的波函数独立旋量分量的个数分别由 4 个和 8 个减少为 2 个和 4 个; (2) 如果相互作用是空间球对称的, 其旋量结构是对角耦合, 从赝标介子方程中可以直接看到, 束缚态质量作为本征值在方程中是以平方形式出现, 同时又可避免四维方程中负激发的困难; (3) 在瞬时相互作用近似下给出的结构波函数, 可以用来研究束缚态的质量谱和只涉及质心系的过程.

一、引 言

层子模型^[1,2]中一个重要问题是如何给出强子的结构波函数. 介子结构波函数 $\chi_p(p)$ 满足的 B-S 方程可以表为

$$(i\hat{p}_1 + M)\chi_p(p)(i\hat{p}_2 + M) = \Gamma_p(p), \quad \Gamma_p(p) = (U\chi_p(p)), \quad (1.1)$$

其中 $p_1, -p_2$ 分别为层子和反层子的四维动量, P 为介子四维动量, p 为层子与反层子的相对动量

$$p_1 = p + \frac{P}{2}, \quad p_2 = p - \frac{P}{2}, \quad (1.2)$$

M 为层子质量, $\Gamma_p(p)$ 为顶角函数, U 是包括旋量结构的积分变换, 它代表了有效相互作用.

一般说来, U 应包括相互作用的所有各级贡献. 在弱耦合情形下, 可以作梯形近似, 取原始相互作用的最低级微扰作为有效相互作用 U 的近似. 但在强耦合情形下, 各次高级图的贡献都不能忽略, 即使假定原始相互作用是某种确定的耦合形式, 亦难以导出有效相互作用的形式. 在层子模型中, 层子反层子束缚成强子是通过我们目前对其性质还了解得很少的超强相互作用来实现的. 为了对波函数的性质进行探讨, 我们试图直接对有效相互作用的耦合形式唯象地引入下述物理假定:

* 1974 年 10 月 10 日收到.

1) 参加本工作的有胡宁、高崇寿、秦旦华、黄朝商等同志.

层子与反层子通过超强相互作用结合成介子时, 在质心系其有效相互作用可以近似等效成某种瞬时相互作用。

我们期望, 在这个假定下, 对介子的质心系波函数, 介子的静态性质以及只涉及质心系波函数的衰变过程进行讨论, 再由所得结果与实验的比较来检验引入物理假定的合理性。

在本文中首先对瞬时相互作用下 B-S 波函数的一般性质进行讨论。

二、瞬时相互作用条件

瞬时相互作用近似下有效相互作用的一般形式为 (以后除特别说明外都是在质心系讨论)

$$\begin{aligned}\Gamma_P(p) &= \sum_i \sum_j \Gamma_i \int U_{ij}(\mathbf{p} - \mathbf{p}'; P) \chi_P(\mathbf{p}') d^4 p' \Gamma_j^\dagger \\ &= \sum_i \sum_j \Gamma_i \int U_{ij}(\mathbf{p} - \mathbf{p}'; P) \phi_P(\mathbf{p}') d^3 \mathbf{p}' \Gamma_j^\dagger,\end{aligned}\quad (2.1)$$

其中 $\phi_P(\mathbf{p})$ 为质心系三维波函数, 其定义为

$$\phi_P(\mathbf{p}) = \int \chi_P(p) d p_0, \quad (2.2)$$

Γ_i, Γ_j 为狄喇克矩阵. (2.1) 式表明 $\Gamma_P(p)$ 实际上对 p_0 无依赖性, 因此可表为 $\Gamma_P(\mathbf{p})$. 由 (1.1) 和 (1.2) 式给出

$$\begin{aligned}\chi_P(p) &= \left[M^2 + \mathbf{p}^2 - \left(p_0 + \frac{m}{2} \right)^2 \right]^{-1} \left[M^2 + \mathbf{p}^2 - \left(p_0 - \frac{m}{2} \right)^2 \right]^{-1} \left[\left(\frac{m}{2} + p_0 \right) \gamma_4 \right. \\ &\quad \left. - i \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} + M \right] \Gamma_P(p) \left[\left(-\frac{m}{2} + p_0 \right) \gamma_4 - i \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} + M \right],\end{aligned}\quad (2.3)$$

代入 (2.2) 式, 给出

$$\begin{aligned}\phi_P(\mathbf{p}) &= \frac{\pi i}{E(4E^2 - m^2)} \left[-2E^2 \gamma_4 \Gamma_P(\mathbf{p}) \gamma_4 + 2B \Gamma_P(\mathbf{p}) B \right. \\ &\quad \left. + m(\gamma_4 \Gamma_P(\mathbf{p}) B - B \Gamma_P(\mathbf{p}) \gamma_4) \right],\end{aligned}\quad (2.4)$$

其中 m 为介子质量, $E = \sqrt{M^2 + \mathbf{p}^2}$, $B = -i \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} + M$.

从 (2.4) 式出发, 可以证明 $\phi_P(\mathbf{p})$ 满足条件

$$\begin{aligned}(E \gamma_4 + i \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} + M) \phi_P(\mathbf{p}) (E \gamma_4 + i \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} + M) &= 0, \\ (-E \gamma_4 + i \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} + M) \phi_P(\mathbf{p}) (-E \gamma_4 + i \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} + M) &= 0,\end{aligned}\quad (2.5)$$

称 (2.5) 式为瞬时相互作用条件, 它将给波函数的旋量结构形式以很强的限制。

0^- 介子波函数的一般形式为^[3]

$$\chi_P(p) = \gamma_5 f_1 + i \frac{\hat{p}}{m} \gamma_5 f_2 + i \frac{\hat{p}(pP)}{M^2 m} \gamma_5 f_3 + \frac{i}{mM} P_\mu p_\nu \sigma_{\mu\nu} \gamma_5 f_4, \quad (2.6)$$

质心系三维波函数为

$$\phi_P(\mathbf{p}) = \gamma_5 \varphi_1 + \gamma_4 \gamma_5 \left(\frac{1}{M^2} \varphi_3'' - \varphi_2 \right) - i \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} \gamma_5 \frac{1}{M^2} \varphi_3' + i \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} \gamma_5 \frac{1}{M} \varphi_4, \quad (2.7)$$

其中 $\varphi_i = \int f_i d p_0$, $\varphi'_3 = \int f_3 p_0 d p_0$, $\varphi''_3 = \int f_3 p_0^2 d p_0$ 都是 \mathbf{p} 的函数.

利用瞬时相互作用条件(2.5)式给出

$$\varphi'_3 = 0, \quad \frac{1}{M^2} \varphi''_3 - \varphi_2 = \varphi_4. \quad (2.8)$$

因此,在瞬时相互作用近似下, 0^- 介子质心系三维波函数的形式为

$$\phi_P(\mathbf{p}) = \gamma_5 \varphi_1 + \gamma_4 \gamma_5 \varphi_4 + i \gamma_4 \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} \gamma_5 \frac{1}{M} \varphi_4. \quad (2.9)$$

值得强调指出的是,在一般情形下,求 0^- 介子波函数需要在四维动量空间解四个函数 f_1, f_2, f_3, f_4 的联立方程,这将使对方程的讨论和求解十分复杂.在瞬时相互作用近似下,只需在三维动量空间解两个函数 φ_1, φ_4 的联立方程,这就使对方程的讨论和求解都可以大大简化.在给定的相互作用的具体形式时,解出 φ_1 和 φ_4 , 利用(2.4)和(2.3)式,也就得到顶角函数 $\Gamma_P(\mathbf{p})$ 和四维结构波函数 $X_P(p)$.

极化矢量为 e_μ^α 的 1^- 介子波函数的一般形式为^[3]

$$\begin{aligned} \chi_P(p) = & i \frac{(e p)}{M} f_3 + \hat{e} f_1 + \frac{(e p)}{M^2} \hat{p} f_4 + \frac{(e p)(p P)}{m^2 M^2} \hat{p} f_3 + \frac{1}{m M} \epsilon_{\mu\nu\lambda\rho} e_\nu p_\lambda P_\rho \gamma_\mu \gamma_5 f_6 \\ & + \frac{1}{2} \sigma_{\mu\nu} \left[\frac{e_\mu P_\nu - e_\nu P_\mu}{m} f_2 + \frac{p_\mu P_\nu - p_\nu P_\mu}{m M^2} (e p) f_5 \right. \\ & \left. + \frac{e_\mu P_\nu - e_\nu P_\mu}{m M^2} (p P) f_7 \right], \end{aligned} \quad (2.10)$$

其中出现四维动量空间的八个函数 f_i , 利用瞬时相互作用条件后,其质心系三维波函数可表为

$$\begin{aligned} \phi_P(\mathbf{p}) = & i \frac{\mathbf{e} \cdot \mathbf{p}}{M} \varphi_3 + \left(-\mathbf{e} \varphi_3 + \frac{(\mathbf{e} \times \mathbf{p}) \times \mathbf{p}}{M^2} \varphi_4 \right) \cdot \boldsymbol{\gamma} + i \frac{\mathbf{e} \times \mathbf{p}}{M} \cdot \boldsymbol{\gamma} \gamma_5 \varphi_6 \\ & + \left(\mathbf{e} \varphi_6 + \mathbf{e} \cdot \mathbf{p} \frac{\mathbf{p}}{M} \varphi_5 \right) \cdot \boldsymbol{\gamma} \gamma_4, \end{aligned} \quad (2.11)$$

其中只出现三维动量空间的四个函数 $\varphi_i = \int f_i d p_0$, $i = 3, 4, 5, 6$.

(1.1)

三、有效相互作用的耦合形式

有效相互作用的一般形式由(2.1)式给出,它所允许的旋量结构相当复杂.在下面的讨论中,我们假定质心系瞬时相互作用是空间球对称的,并且其旋量结构是对角耦合的,即 $\Gamma_i = \Gamma_j$. 需要指出的是,球对称对角耦合假定使有效相互作用可一般表为十种旋量结构形式的组合,而过去许多讨论波函数的文献中所选取的相互作用耦合形式都是符合这个假定的特殊情形,因此采用这个假定还不失其一定的普遍意义.

在球对称对角耦合假定下,有效相互作用可表为

$$\begin{aligned} \Gamma_P(\mathbf{p}) = (UX) &= \sum_i \Gamma_i \int U_i(\mathbf{p} - \mathbf{p}'; P) \phi_P(\mathbf{p}') d^3 \mathbf{p}' \Gamma_i^\dagger \\ &= \frac{1}{2\pi i} \sum_i \Gamma_i U_i(|\mathbf{x}|) \phi_P(\mathbf{p}) \Gamma_i^\dagger, \end{aligned} \quad (3.1)$$

其中 $U_i(|\mathbf{x}|)$ 是 $U_i(\mathbf{p} - \mathbf{p}'; P)$ 对应的坐标表象位势, $\mathbf{x} = i \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}}$, U_i 只与 $|\mathbf{x}|$ 有关而与 \mathbf{x} 方向无关是空间球对称假定所要求的. Γ_i 共有十种可能, 为以后讨论方便, 我们可改写作

$$U = U_S + U_P + U_V + U_A + U_T + V_S + V_P + V_V + V_A + V_T, \quad (3.2)$$

其中 U 和 V 定义为

$$\begin{aligned} (U_S \chi) &= \frac{1}{2\pi i} U_S \phi, & (U_P \chi) &= \frac{1}{2\pi i} \gamma_5 U_P \phi \gamma_5, \\ (U_V \chi) &= \frac{1}{2\pi i} \gamma_\mu U_V \phi \gamma_\mu, & (U_A \chi) &= \frac{1}{2\pi i} \gamma_\mu \gamma_5 U_A \phi \gamma_5 \gamma_\mu, \\ (U_T \chi) &= \frac{1}{2\pi i} \sigma_{\mu\nu} U_T \phi \sigma_{\mu\nu}, & (V_S \chi) &= \frac{1}{2\pi i} \gamma_4 V_S \phi \gamma_4, \\ (V_P \chi) &= \frac{1}{2\pi i} \gamma_4 \gamma_5 V_P \phi \gamma_5 \gamma_4, & (V_V \chi) &= \frac{1}{2\pi i} \gamma_4 \gamma_\mu V_V \phi \gamma_\mu \gamma_4, \\ (V_A \chi) &= \frac{1}{2\pi i} \gamma_4 \gamma_\mu \gamma_5 V_A \phi \gamma_5 \gamma_\mu \gamma_4, & (V_T \chi) &= \frac{1}{2\pi i} \gamma_4 \sigma_{\mu\nu} V_T \phi \sigma_{\mu\nu} \gamma_4. \end{aligned} \quad (3.3)$$

不难证明, 这十种耦合作用到波函数中任何旋量结构上仍变到自身, 亦即对波函数 ϕ 中任何 γ 矩阵 Γ_ϕ 有

$$\Gamma_i \Gamma_\phi \Gamma_i^+ = \lambda_{i\phi} \Gamma_\phi. \quad (3.4)$$

但本征值 $\lambda_{i\phi}$ 随 Γ_i 和 Γ_ϕ 不同而取不同值. 这样有效相互作用(3.2)式作用到波函数中任何旋量结构上时, 并没改变这个旋量结构, 而只是表现为这十种耦合的位势按本征值为系数组合成的有效位势. 例如, 对波函数中 γ_5 项的有效位势为¹⁾

$$U^P = U_S + U_P - 4U_V - 4U_A + 12U_T - V_S - V_P + 4V_V + 4V_A - 12V_T.$$

我们用带上标的 U 和 V 代表对波函数中各旋量结构的有效位势. 在以后的讨论中将看到, 引入上述符号对许多问题的讨论是十分方便的, 结果也比较简洁.

通常所说的标量位势相当于 U_S , 赝标位势相当于 U_P , 静库仑位势相当于 V_S .

十种耦合的本征值和有效位势由表 1 给出.

表 1 对角耦合的本征值

Γ_i	1	γ_5	γ_μ	$i\gamma_\mu \gamma_5$	$\sigma_{\mu\nu}$	γ_4	$\gamma_4 \gamma_5$	$\gamma_4 \gamma_\mu$	$i\gamma_4 \gamma_\mu \gamma_5$	$\gamma_4 \sigma_{\mu\nu}$	有效位势	
U_i	U_S	U_P	U_V	U_A	U_T	V_S	V_P	V_V	V_A	V_T		
Γ_ϕ	1	1	4	4	12	1	1	4	4	12	V^S	
	γ_5	1	-4	-4	12	-1	-1	4	4	-12	U^P	
	γ_4	1	-1	-2	2	0	1	-1	-2	0	V^V	
	γ	1	-1	-2	2	0	-1	1	2	0	U^V	
	$\gamma_4 \gamma_5$	1	-1	2	-2	0	-1	1	-2	2	0	U^A
	$\gamma \gamma_5$	1	-1	2	-2	0	1	-1	2	-2	0	V^A
	$\gamma \gamma_4$	1	1	0	0	4	-1	-1	0	0	-4	U^T
	$\gamma \gamma_4 \gamma_5$	1	1	0	0	4	1	1	0	0	4	V^T

1) 可以对照文献[4], 在该文中曾讨论了只有五种耦合 U_S, U_P, U_V, U_A, U_T 的情形.

四、 0^- 介子方程和质量本征值

0^- 介子波函数为(2.9)式,

$$\phi_P(\mathbf{p}) = \gamma_5 \varphi_1 + \gamma_4 \gamma_5 \varphi_4 + i \gamma_4 \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} \gamma_5 \frac{1}{M} \varphi_4.$$

由(3.1)式给出顶角函数 $\Gamma_P(\mathbf{p})$ 为

$$\Gamma_P(\mathbf{p}) = \gamma_5 g_P + \gamma_4 \gamma_5 g_A + i \gamma_4 \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} \gamma_5 \frac{1}{M} g_T, \quad (4.1)$$

其中

$$g_P = \frac{1}{2\pi i} U^P \varphi_1, \quad g_A = \frac{1}{2\pi i} U^A \varphi_4, \quad \mathbf{p} g_T = \frac{1}{2\pi i} V^T \mathbf{p} \varphi_4. \quad (4.2)$$

将(4.1)式代入(2.4)式,给出

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{2\pi i}{E(4E^2 - m^2)} \left(2E^2 g_P + m M g_A - \frac{m}{M} \mathbf{p}^2 g_T \right), \\ \varphi_4 &= \frac{2\pi i}{E(4E^2 - m^2)} (m M g_P + 2M^2 g_A - 2\mathbf{p}^2 g_T). \end{aligned} \quad (4.3)$$

再利用(4.2)式,给出 0^- 介子波函数满足联立方程

$$\begin{aligned} \left(2M - \frac{M}{E} U^P \right) \varphi_1 &= m \varphi_4, \\ \left(\frac{2E^2}{M} - \frac{M}{E} U^A + \frac{1}{EM} \mathbf{p} \cdot V^T \mathbf{p} \right) \varphi_4 &= m \varphi_1. \end{aligned} \quad (4.4)$$

消去 φ_4 , 得到 φ_1 满足方程

$$\left(2E^2 - \frac{M^2}{E} U^A + \frac{1}{E} \mathbf{p} \cdot V^T \mathbf{p} \right) \left(2 - \frac{1}{E} U^P \right) \varphi_1 = m^2 \varphi_1. \quad (4.5)$$

这个方程的本征值为介子物理质量的平方.

这个结果表明,如果在质心系有效相互作用可以近似等效为某种球对称对角耦合瞬时相互作用,只要这种相互作用可以使层子与反层子结合成 0^- 介子束缚态,就自然使介子质量谱按质量平方规律出现.这个结论的导出并不依赖于对位势形状的具体假定.

在过去的非相对论结构模型中,导出的介子质量在方程本征值中常以一次方出现,而实验上显示介子质量谱很好地按质量平方关系出现,这是一个困难.从上面的讨论可以看到,在本文所引入假定下,这个困难自然克服了.对所得结果取弱耦合极限时,由于结合能远小于 M ,质量本征值 $m \approx 2M$,质量平方关系近似还原为结合能的一次关系,这也就是弱耦合的非相对论极限的结果.

为了从理论上解释介子质量谱按平方关系出现,有些作者假定层子组成强子时遵从四维谐振子方程^[5],给出了强子质量平方满足四维谐振子谱.这样作时,除了方程是新假定的外,对应于时间自由度的激发对质量平方的贡献为负,这就导致有无穷多虚质量态的出现.在本文中采用的是通常场论中描写束缚态的 B-S 方程,而质量平方本征值是在三维方程中出现,因此不出现对应于时间自由度激发所带来的严重困难.

从文献[6]中还可以看到,假定位势具有谐振子形式后,不仅导出质量平方的线性关系,而且可以克服谐振谱基态过高的困难,还可以自动解决 Cabibbo 角的困难,对质量的 $SU(3)$ 分裂也能给出比较合理的分析.

五、非质心系波函数的问题

在研究介子参与的许多过程时,常常需要在非质心系里进行讨论,因此需要研究非质心系中波函数的形式. 在质心系求出 $\phi_P(\mathbf{p})$ 后,由(3.1)式可得到 $\Gamma_P(\mathbf{p})$, 而质心系四维波函数为

$$\chi_P(p) = \frac{1}{i\hat{p}_1 + M} \Gamma_P(\mathbf{p}) \frac{1}{i\hat{p}_2 + M}, \quad (5.1)$$

要求出在非质心系中波函数,似乎只要将上式协变化,亦即在 $\Gamma_P(\mathbf{p})$ 中作如下代换:

$$\begin{aligned} \mathbf{p}^2 &\rightarrow p^2 + \frac{(\mathbf{p}P)^2}{m^2}, \\ \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} &\rightarrow \hat{p} + \frac{(\mathbf{p}P)}{m^2} \hat{P} \end{aligned} \quad (5.2)$$

就可以得到. 进一步的考察表明这样作会遇到新的问题.

作为一个束缚态,质心系三维波函数应主要分布于空间有限区域,这要求 $\mathbf{p}^2 \rightarrow \infty$ 时 $\Gamma_P(\mathbf{p}) \rightarrow 0$, 这样 $\Gamma_P(\mathbf{p})$ 在 \mathbf{p}^2 复平面有限区域内应有奇点, 或者在 ∞ 是本性奇点. 如果 $\Gamma_P(\mathbf{p})$ 在 \mathbf{p}^2 复平面上有奇点 $\mathbf{p}^2 = \alpha$, 经(5.2)式的协变化到非质心系时,波函数的奇点应由

$$p^2 + \frac{(\mathbf{p}P)^2}{m^2} = \alpha$$

决定. 令 p_{\parallel} 表 \mathbf{p} 沿 \mathbf{P} 的分量, \mathbf{p}_{\perp} 表 \mathbf{p} 的与 \mathbf{P} 垂直的分量. 则上式给出 p_0 的奇点为

$$p_0 = \frac{1}{|\mathbf{P}|} (p_{\parallel} P_0 \pm m \sqrt{\alpha - \mathbf{p}_{\perp}^2}).$$

这样,考虑到在四维波函数中 $p_0, p_{\parallel}, \mathbf{p}_{\perp}$ 是独立变量,不论 α 取什么有限值,在 \mathbf{p}_{\perp}^2 取正实值的一定区域内, p_0 将在实轴外复平面上出现奇点.

但是,物理上要求形状因子在类空区域必须是实数^[7], 而 p_0 在实轴外复平面上有限区域内出现奇点将不能保证计算得到的形状因子在类空区域为实数^[8].

如果质心系 $\Gamma_P(\mathbf{p})$ 在 \mathbf{p}^2 复平面上 $\mathbf{p}^2 = \infty$ 是本性奇点,计算表明,也不能保证经协变化后得到的波函数计算形状因子在类空区域为实数.

这个困难所反映的物理实质在于:当束缚态内部运动过程比较缓慢时(在质心系看),相互作用可以近似看作是瞬时传播的,但是严格的瞬时相互作用是类空过程,它不符合相对论的因果性要求. 因此把质心系瞬时相互作用近似下求得的近似波函数,形式上协变化变到非质心系时,所得的结果将对应有违反因果性要求的超前相互作用所给出的“波函数”,这样得出的“波函数”显然不宜于作为真实波函数的较好的近似.

事实上,上述波函数协变化到非质心系所遇到的困难,是瞬时相互作用近似下普遍遇

到的问题。即使是在弱耦合情形下,例如正负电子对通过电磁相互作用结合成束缚态,这个问题原则上也是存在的。但是这个困难的存在,并不排除在许多问题中,利用质心系瞬时相互作用近似所求出的近似波函数,可以作为质心系中波函数的较好的近似来讨论静态性质和只涉及质心系过程。

上述结果表明,如果在第一节中引入的物理假定是合理的,可以期望在质心系瞬时作用近似下得到的波函数能用来讨论介子的质量谱和 0^- 介子的二体轻子衰变, 1^- 介子的 e^+e^- 衰变等质心系过程。至于如何在此基础上寻找符合解析性要求的协变近似波函数,需要进一步研究。

六、结 论

上面对一对正反费米子结合成束缚态的 B-S 方程在质心系瞬时相互作用近似假定下进行了普遍讨论,主要结论如下:

1. 在瞬时相互作用近似下, B-S 方程的求解可归结为在质心系三维空间内进行。描写 0^- 介子和 1^- 介子的波函数独立旋量分量分别由 4 个和 8 个减少到 2 个和 4 个。从而使求解过程大大简化。

2. 在球对称对角耦合下,从 0^- 介子方程可以直接看到,束缚态质量作为本征值在方程中是以平方形式出现,同时又可避免四维方程中负激发的困难。在弱耦合极限下,近似还原到结合能的一次在本征值中出现。这些结果符合介子质量谱的实验规律性。

3. 在瞬时相互作用近似下给出的结构波函数,可以用来研究束缚态的质量谱和只涉及质心系的过程。但用来研究非质心系运动过程时,则可能遇到困难。

附 录 B-S 方程的变形

方程(1.1)的解可以表为另一形式。在质心系中,令

$$\chi_P(p) = \frac{1}{H(p) - \frac{1}{2}m - p_0} \psi_P(p) - \psi_P(p) \frac{1}{H(-p) + \frac{1}{2}m - p_0}, \quad (\text{附1})$$

其中 $H(p) = i\gamma_4 \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} + M\gamma_4$, 则 B-S 方程变为

$$H(p)\psi_P(p) - \psi_P(p)H(-p) - m\psi_P(p) = \gamma_4 \Gamma_P(p) \gamma_4. \quad (\text{附2})$$

由(附2)式解出 $\psi_P(p)$ 代入(附1)就给出(1.1)式的解 $\chi_P(p)$ 。反之,可以证明,由(1.1)式的解 $\chi_P(p)$ 所给出的

$$\psi_P(p) = \frac{1}{4E^2 - m^2} \left[\Gamma' H(-p) - H(p) \Gamma' - m\Gamma' + \frac{2E^2}{m} \Gamma' + \frac{2}{m} H(p) \Gamma' H(-p) \right] \quad (\text{附3})$$

一定满足(附1)式,其中 $\Gamma' = \gamma_4 \Gamma \gamma_4$ 。这说明方程(附1)和(附2)一起与 B-S 方程(1.1)等价。

在质心系引入瞬时相互作用近似后, $\Gamma_P(p)$ 与 p_0 无关,从而 $\psi_P(p)$ 亦将与 p_0 无关。这时三维波函数 $\phi_P(\mathbf{p})$ 可通过 $\psi_P(\mathbf{p})$ 表为

$$\phi_P(\mathbf{p}) = \frac{\pi i}{E} [H(p)\psi_P(\mathbf{p}) - \psi_P(\mathbf{p})H(-p)], \quad (\text{附4})$$

瞬时相互作用条件为

$$\phi_P(\mathbf{p})H(-p) + H(p)\phi_P(\mathbf{p}) = 0. \quad (\text{附5})$$

在研究瞬时相互作用近似下波函数的性质时,(附1)式中给出 $\chi_P(p)$ 的两项中各只出现 p_0 的一对极点,有时较(2.3)式更为方便。

参 考 文 献

- [1] 中国科学院原子能研究所基本粒子理论组, 原子能, **3** (1966), 137.
- [2] 北京大学理论物理研究室基本粒子理论组, 中国科学院数学研究所理论物理研究室, 北京大学学报(自然科学), **12** (1966), 103.
- [3] 北京大学理论物理研究室基本粒子理论组, 中国科学院数学研究所理论物理研究室, 北京大学学报(自然科学), **12** (1966), 209.
- [4] 北京大学理论物理研究室基本粒子理论组, 北京大学学报(自然科学), **12** (1966), 213.
- [5] R. P. Feynman *et al.*, *Phys. Rev.*, **D3** (1971), 2706. R. G. Lipes, *Phys. Rev.*, **D5** (1972), 2849.
- [6] 北京大学物理系基本粒子理论组, 瞬时相互作用近似下介子结构波函数的一些探讨(II)——赝标介子和矢量介子的谐振子模型, 待发表.
- [7] N. Barash-Schmidt *et al.*, *Phys. Letters*, **39B** (1972), 1.
- [8] 曹昌祺, 关于层子模型中的电磁形式因子与结构波函数的积分表示, 待发表.

SOME DISCUSSIONS ON THE STRUCTURE WAVE FUNCTIONS OF MESONS FOR THE INSTANTANEOUS INTERACTION APPROXIMATION (I)

GENERAL PROPERTIES OF WAVE FUNCTIONS OF MESONS IN THE INSTANTANEOUS INTERACTION CASE

ELEMENTARY PARTICLE THEORY GROUP, DEPARTMENT OF PHYSICS, BEIJING UNIVERSITY

ABSTRACT

The present paper starts from the Bethe-Salpeter equation for the bound states of a fermion and anti-fermion pair. Assuming that the interaction between the straton and anti-straton can be represented approximately by an instantaneous interaction in the center of mass system, we obtain the following main conclusions: (1) the solution of the Bethe-Salpeter equation may be carried out in ordinary three dimensional space and the numbers of components of the wave functions for the pseudo-scalar and vector mesons reduce respectively from 4 and 8 to 2 and 4; (2) If the interaction is spherically symmetrical in space and its spinor structure is of the diagonal coupling type, then it is seen from the equation for the pseudo-scalar mesons that the meson mass appears as a quadratic eigen value in the equation, without leading to the negative energy excitation usually encountered in the fourdimensional equation; (3) The structure wave function obtained in the instantaneous interaction may be used to study both the mass spectra of the bound states, and the processes involving only the center of mass system.