第 25 卷 第 4 期
1976 年 7 月

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol. 25, No. 4
July, 1976

非均匀铁磁体的一个简单模型*

王鼎盛 蒲富恪
(中国科学院物理研究所)

用分子场近似考虑自旋间的交换作用,系统的磁化可以用方程

$$\sum_j{}' J_{ij}\eta_j - \frac{kT}{2S^2} B_s^{-1}(\eta_i) = -\frac{g\beta}{2S} H \tag{1}$$

描写,其中 η 是相对磁化强度,i, j 是自旋标号,H是外加磁场,J_{ij} 是两自旋交换作用常数,g 是 Lande 因子,β 是玻尔磁子,S 是自旋量子数,k 是玻耳兹曼常数,T 是温度,$\sum'$ 表示对不等于 i 的 j 求和,B_s^{-1} 是布里渊函数,定义是

$$B_s(x) = \left(1+\frac{1}{2S}\right)\coth\left(\left(1+\frac{1}{2S}\right)x\right) - \frac{1}{2S}\coth\frac{1}{2S}x \tag{2}$$

的逆函数.

对非均匀系统,每个自旋的近邻的数目、间距等各不相同,因而受到的交换作用并不一样,所以相对磁化强度 η_i 也因 i 而变. 方程 (1) 是一个数目巨大的非线性 (含逆布里渊函数)方程组. 考虑到交换作用是短程的,因此 $\sum'$ 中的求和只包含邻近 i 的那些自旋;如果系统又基本上是铁磁的,因而磁化随位置的变化并不太快,这时方程组 (1) 左端的 $\sum' J_{ij}\eta_j$ 可用 i 点的磁化分布展开,变成一个微分方程. 准确到二次微商项,得

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{2}\sum_j{}' J_{ij}y_\mu y_\nu\right)\frac{d}{dx_\mu}\frac{d}{dx_\nu}\eta_i + \left(\sum_j{}' J_{ij}y_\mu\right)\frac{d}{dx_\mu}\eta_i \\ + \left(\sum_j{}' J_{ij}\right)\eta_i - \frac{kT}{2S} B_s^{-1}(\eta_i) = -\frac{g\beta}{2S}H,\end{aligned} \tag{3}$$

其中 y 是自旋 i, j 间的距离,μ, $\nu = 1, 2, 3$ 是空间坐标的三个指标,并应对其求和. 显然这个方程左端前三项的括弧只决定于自旋的空间分布及相互作用,一般来说是空间位置的函数(依赖于 i),反映了相互作用的强度及其非均匀性.

作为一个简单模型,我们讨论用下面这样一个方程描写的非均匀铁磁系统:

$$J_2\frac{d^2}{dx^2}\eta(x) + \left(J - J'\cos\frac{2\pi}{L}x\right)\eta(x) - \frac{kT}{2S^2} B_s^{-1}(\eta(x)) = -\frac{g\beta}{2S}H. \tag{4}$$

即认为系统基本上是铁磁性的,因而只在 $\sum' J_{ij}$ 项中考虑了交换作用的空间变化,略去二次微商项和一次微商项的系数随空间变化的部分(一次微商系数的不变部分为零). 而且设想交换作用的变化只沿 x 方向,以余弦形式分布,用 J' 和 L 分别表示变化的幅度和波长. 同时过渡到连续形式,用空间坐标 x 代替方程 (3) 中的自旋标号 i.

可以证明,居里点 T_C 是方程 (4) 在 $H=0$ 时,在 $\eta(x)\equiv 0$ 附近线性化 ($B_s^{-1}(\eta) \approx$

* 1976 年 5 月 29 日收到.

$(S+1)\eta/3S$）后的线性齐次方程的最大本征值．对这个简单的模型，

$$T_C=\begin{cases}\dfrac{2S(S+1)J}{3k}\left(1+\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{L}{2\pi}\right)^2\left(\dfrac{J'}{2J_2}\right)\dfrac{J'}{J}+\cdots\right) & \left(\dfrac{L}{2\pi}\right)^2\dfrac{J'}{2J_2}\ll 1,\\ \dfrac{2S(S+1)J}{3k}\left(1+\dfrac{J'}{J}+\cdots\right) & \left(\dfrac{L}{2\pi}\right)^2\dfrac{J'}{2J_2}\gg 1.\end{cases}$$

当 $T>T_C$ 时，系统处于顺磁状态，即 $H=0$ 时方程（4）只有 $\eta(x)\equiv 0$ 的解．当 $T<T_C$ 时会出现自发磁化．T 仅略低于 T_C 时，自发磁化的空间分布由线性化齐次方程在 $T=T_C$ 时的本征函数——零阶马丢函数 $c_{e_0}(\pi x/L)$ 描写，它是一个以 L 为周期的周期函数．当 $(L/2\pi)^2(J'/2J_2)\ll 1$ 时磁化几乎是均匀的，变化很小．但当 $(L/2\pi)^2(J'/2J_2)\gg 1$ 时，磁化几乎只集中于交换作用最强的地方，即 $x=\pm L/2,\ \pm 3L/2\cdots$ 等处，在交换作用较弱的地方，如 $x=0,\ \pm L,\ \pm 2L\cdots$ 附近磁化几乎为零．例如在 $x=L/2$ 附近，

$$\eta(x)\sim c_{e_0}(\pi x/L)\sim e^{-\frac{\pi}{2L}(J'/2J_2)^2(x-L/2)^2}.$$

峰值在 $x=L/2$ 处，是高斯型分布，宽度约为 $(2L/\pi)[(L/2\pi)^2(J'/2J_2)]^{-1/4}$.

考虑方程（4）的逆布里渊函数的非线性项后，可以得到自发磁化（$H=0$ 时的解）在居里点近旁，即 $T\lesssim T_C$ 时的温度关系

$$\eta(x)=\pm\left(1-\frac{T}{T_C}\right)^{1/2}\left\{A\int_0^L[c_{e_0}(\pi x/L)]^2dx\Big/\int_0^L[c_{e_0}(\pi x/L)]^4dx\right\}^{1/2}c_{e_0}(\pi x/L)\quad T\lesssim T_C,$$

其中 $A=5(S+1)^2/3[S(S+1)+1/2]$．上式 $\pm$ 号表示 $H=0$ 时自发磁化可能沿正向，也可能沿负向．磁化正比于 $(1-T/T_C)^{1/2}$ 是分子场近似关于二级相变的一般结果．对 x 平均后，可以得到平均磁化强度

$$\eta=\begin{cases}\pm A^{1/2}\left(1-\dfrac{T}{T_C}\right)^{1/2}\left\{1-\dfrac{5}{32}\left(\dfrac{L}{2\pi}\right)^2\left(\dfrac{J'}{2J_2}\right)+\cdots\right\} & \left(\dfrac{L}{2\pi}\right)^2\left(\dfrac{J'}{2J_2}\right)\ll 1,\\ \pm A^{1/2}\left(1-\dfrac{T}{T_C}\right)^{1/2}2^{1/4}\pi^{-1/2}\left[\left(\dfrac{L}{2\pi}\right)^2\left(\dfrac{J'}{2J_2}\right)\right]^{-1/4} & \left(\dfrac{L}{2\pi}\right)^2\left(\dfrac{J'}{2J_2}\right)\gg 1.\end{cases}$$

可见，相互作用的非均匀性导致了居里点升高．但出现的磁化是不均匀的，因此平均磁化强度相应降低．在非均匀性显著的系统中，有可能出现十分局域的磁化状态．

在亚稳分解（spinodal decomposition）形成的调幅结构相中，由于成分、晶格常数的周期变化，有可能形成交换作用的周期变化．这种相中有可能出现上述磁化现象．此外，在某些稀土-过渡金属的非晶态合金中，可能出现交换作用很不均匀的情况，会引起一些特别的现象．虽然这个模型与实际出现的系统相比十分简单，但对非均匀铁磁体的磁化可提供一些定性的认识．

A SIMPLE MODEL FOR NON-UNIFORM FERROMAGNETS

WANG DING-SHENG PU FU-CHO
(*Institute of Physics, Academia Sinica*)