第 25 卷 第 4 期　　物 理 学 报　　Vol. 25, No. 4
1976 年 7 月　　ACTA PHYSICA SINICA　　July, 1976

讨　　论

变速条件下的局部瞬时空时对称理论*

秦　元　勋
（中国科学院数学研究所）

本文提出了处理引力问题的一种可能的设想．采用牛顿引力公式，得到广义相对论中的史瓦西度规；如果考虑质速关系，则得到一种新的度规，否定了黑洞理论．

一、概　　述

在文献[1]中研究了两个空时系统相对作等速运动的情形，在那里引进了"等速条件下的空时对称"这一物理概念（事实上洛伦兹变换表示空时对称于光速线），用了一点直线解析几何的数学工具，处理了问题．很自然地要问，对于变速情形（相应于有引力存在的情况），应该如何处理？

这种情形非常类似于直线和曲线的关系．当我们了解直线的性质之后，我们就可以用直线段作成的折线来逼近曲线．因此对变速情形，也可用局部瞬时等速近似来描述．这样就自然地要引入"变速条件下的局部瞬时空时对称"这一物理概念（或局部瞬时洛伦兹变换成立），变速运动的最普通的例子之一是引力问题．本文即以孤立重质量附近的引力场为例阐明这一问题．这个例子既包括了牛顿理论中的刻卜勒行星三定律，也包括了爱因斯坦广义相对论的"三大验证"，此外还包括拉普拉斯推出的牛顿黑洞以及奥本海默推出的爱因斯坦黑洞等，因此是一个颇有代表性的例子．具体地说，我们要研究下列三个方面的问题：

1. 两个系统相对速度变化的规律．
2. 每一瞬时局部用等速近似引起的瞬时局部的"尺缩""钟慢"现象，由此从一个系统观察另一个系统所表现出的空时结构变形．
3. 在这种变形空时结构中自由粒子沿测地线运动的计算及其物理意义．

二、变速条件下的局部瞬时空时对称性，牛顿引力假设下的结果——史瓦西度规

设有一孤立重质量 M 放在座标原点．在 M 附近建立一个空时测量系统 Σ．设有一个升降机 Σ^*，在无限远处初速为零，在 M 的引力作用下，自由下落．按牛顿引力理论有

* 1974 年 3 月 4 日收到．

以下关系:

$$\frac{d}{dt}\left(m\frac{dR}{dt}\right)=-\frac{GMm}{R^2}. \tag{2.1}$$

消去 m,考虑到初始条件: $R=\infty$ 时, $\frac{dR}{dt}=0$,积分得出

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2=\frac{2GM}{R}.$$

当 $\frac{dR}{dt}=c$ (光速),则 R 之值为

$$r_g=\frac{2GM}{c^2}. \tag{2.2}$$

1792 年拉普拉斯由此式导出牛顿黑洞的存在: 质量为 M 的星球,半径小于 r_g 时,从表面上放出的光也将被 M 的引力吸回 M.

引入无量纲速度 $V=\frac{1}{c}\left(\frac{dR}{dt}\right)$,则得到速度变化规律

$$V^2=\frac{2L}{R}, \tag{2.3}$$

其中 $L=\frac{GM}{c^2}$ 为黑洞半径 r_g 的一半.

这个升降机 Σ^* 系统由于爱因斯坦经常用到,故又有"爱因斯坦升降机"的称号.

现在,我们从"爱因斯坦升降机"进一步过渡到"变速列车模型". 设从无限远处飞来一列变速列车 Σ^*,它的每一节车厢就是一个爱因斯坦升降机. 设 Σ 由一系列的宇宙车站(相对于 M 固定)所组成. 由 Σ 看这个列车每一个车厢在加速降落. 但是,从 Σ 中的每一个车站(例如离 M 距离为 R 处的车站)来看,经过这个车站时,列车的每一个车厢相对于这个车站是同一速度$\left(\text{即 } V=\frac{2L}{R}\right)$. 这样,我们就得到一个非常关键的结论:

"每个车站对列车相对作等速运动,因此,以列车为参考系来观测每个车站,由于等速运动,可以用狭义相对论的结论,即这个车站上的(沿径向方向放置的)尺及钟相对于列车参考系有'尺缩'、'钟慢'效应."

现在回到列车内部来看它自己的空时结构. 由于自由降落,它处于失重状态,因此,在其内部不感到引力作用,它内部的空时便与无质量影响处的空时一样,亦即与无限远处不受 M 影响处的空时一样. 这样,又得到一个结论: "列车内部的'尺'、'钟'即无限远处的'尺'、'钟'." 将这两个结论合并,则可将每个车站上的局部瞬时的空时和无限远处的空时加以定量比较. 具体地有: 每个车站的"钟"和"尺"的局部瞬时读数 $T_l=ct_l$ 和 R_l (l 表示局部瞬时)与无限远处的"钟"和"尺"(亦即列车上的"钟"和"尺")的读数 T_∞ 和 R_∞ 之间有"钟慢"和"尺缩"关系:

$$dT_l=\sqrt{1-V^2}dT_\infty, \tag{2.4}$$

$$dR_l=\frac{dR_\infty}{\sqrt{1-V^2}}, \tag{2.5}$$

V 由 (2.3) 式决定，用微分形式表示只在局部瞬时可用．利用局部瞬时的空时距离关系

$$dS^2 = dT_l^2 - dR_l^2, \tag{2.6}$$

将(2.4)式及(2.5)式代入(2.6)式，即得到从 (T_∞, R_∞) 系统中所观察到的空时距离公式为

$$dS^2 = \left(1 - \frac{2L}{R_\infty}\right) dT_\infty^2 - \frac{dR_\infty^2}{\left(1 - \frac{2L}{R_\infty}\right)}. \tag{2.7}$$

这样，我们就得到结论：由于孤立重质量 M 的存在，使得其附近的空时结构，由远离重物质的平直结构 $dS^2 = dT_\infty^2 - dR_\infty^2$ 变形为上面的公式 (2.7)，这个公式 (2.7) 就是熟知的史瓦西度规．由于引力场是向心力，垂直于向径方向无引力作用，亦是 M 附近的四维空时距离，可写成

$$dS^2 = \left(1 - \frac{2L}{R}\right) dT^2 - \left[\frac{dR^2}{\left(1 - \frac{2L}{R}\right)} + R^2 \sin^2\theta d\varphi^2 + R^2 d\theta^2\right], \tag{2.8}$$

这里 (R, θ, φ) 为以 M 为心的极坐标，下标 ∞ 都已略去．

有了史瓦西度规，则可用变分法求测地线．特别对于 $V^2 = \frac{2L}{R}$，运动为平面的，方程为熟知的：

$$\frac{d^2u}{d\varphi^2} + u = \frac{L}{K_\varphi^2} + 3Lu^2, \tag{2.9}$$

其中 $u = \frac{1}{R}$，K_φ 为角动量常数．

一般用小参数法求解．这里只补充一点，即首先应作定性分析，以保证小参数解的合理性．这是一般书上未考虑的．命

$$u = x, \quad \frac{du}{d\varphi} = y. \tag{2.10}$$

(2.9) 式化为方程组

$$\frac{dx}{d\varphi} = y, \quad \frac{dy}{d\varphi} = \frac{L}{K_\varphi^2} - x + 3Lx^2. \tag{2.11}$$

消去 $d\varphi$，分离 x, y 变量，积分得到解族为

$$x^2 + y^2 - \frac{2L}{K_\varphi^2} x - Lx^3 = C \text{ (常数)}.$$

这个解族的定性情形如图 1.

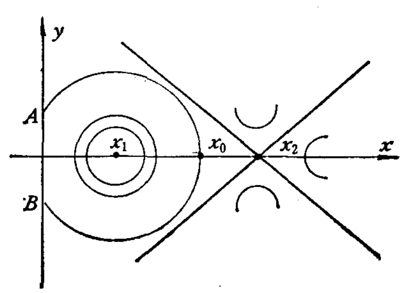

图 1

方程组(2.11)的定性行为是属于"分区线性型"[2],它有两个奇点,一为中心:$x=x_1=\frac{1-\sqrt{Q}}{6L}$, $y=0$;一为鞍点:$x=x_2=\frac{1+\sqrt{Q}}{6L}$, $y=0$. 这里 $Q=1-12\left(\frac{L}{K_\varphi^2}\right)$. 行星轨道相图如在 $x=x_1$, $y=0$ 这一中心附近的闭轨所示. 由于闭轨上每一周的 φ 值大于 2π,这便是近日点进动角的值. 远离 x_1 但未到 x_2 的 x_0 处,积分曲线与 $x=0$ 相交于 A,B 两点.由 A 到 $B\varphi$ 值大于 π,这便是光线掠日偏转值. 这些应当在小参数法计算前加以考查清楚的.

三、引入"质速关系"导出本质度规,从理论上否定"黑洞"理论

现在我们来考查"黑洞"问题. 自 1792 年拉普拉斯推出牛顿黑洞以来,近二百年没有发现牛顿黑洞. 狭义相对论否定质点在引力场中下落时超光速的可能性. 这只要考虑到"质速关系":

$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-V^2}}, \tag{3.1}$$

代入(2.1)式,消去静质量 m_0,分离变量 R 及 V,积分即得

$$V^2=1-\exp\left(-\frac{2L}{R}\right). \tag{3.2}$$

由此 $V^2=\frac{1}{c^2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2<1$,牛顿黑洞不存在.

现在来考查爱因斯坦"黑洞". 爱因斯坦黑洞半径的公式与牛顿黑洞半径的公式完全一样,即(2.2)式,并且当 $R<r_g$,史瓦西度规(2.8)式中 dT^2 之系数变负,dR^2 的系数变正. 奥本海默[3,4]由此导出了爱因斯坦黑洞的存在,即所谓"大质量佯谬"(Paradox of Large Masses). 他们宣称,在失去稳定性之后,一个具有质量 $M>M_{\max}^{ov}$(所谓 Oppenheimer-Volkoff 极限)的冷星将无限收缩到一点,吸收一切外来质能,而不发射出任何讯号(包括光讯号).

伟大革命导师恩格斯早就指出:"……**一切运动的基本形式都是接近和分离、收缩和膨胀,——一句话,是吸引和排斥这一古老的两极对立.**""……**宇宙中有一个吸引运动,就一定有一个与之相当的排斥运动来补充,反过来也一样;…….**""**但是,这里似乎还存在着一切运动迟早会停止的两种可能性:或者是由于排斥和吸引最后在事实上互相抵消,或者是由于全部排斥最后集中在物质的一部分,而全部吸引则集中在另一部分. 从辩证法的观点看来,这两种可能性都是根本不存在的.**""……**可是由于自然科学家被形而上学的思想方法所支配,至少是第二种假设还在物理学的理论中起着一定的作用.**"我们认为,恩格斯的这些论述从哲学上指出了爱因斯坦黑洞的荒谬性.

现在我们从科学上来考察. 由于爱因斯坦广义相对论依赖于牛顿引力理论来决定 V^2,因此,爱因斯坦黑洞半径和牛顿黑洞半径重合,即所谓史瓦西半径(2.2)式. 如果对此还有什么怀疑,可看坦盖里尼的一段话[5]:"广义相对论另一个不经常提起的'验证'是广义相对论所得的某些表示与牛顿力学所得的十分类似.……. 对于沿向径下落的质点,

加速度为

$$\frac{d^2r}{ds^2} = -\frac{GM}{r^2}$$

……．此公式与牛顿公式完全相同，并且，因为它们构成为进行测量的可以交替使用的两个方法，信赖牛顿力学的物理学家不能对定律的这种解释提出异议．"

这是一段绝妙的论述．我们完全可以把这一段话变换成下面一段话：

"牛顿力学的一个不经常提起的'验证'是牛顿力学所得的某些表示与广义相对论所得的十分类似．……．对于沿向径下落的质点，加速度为

$$\frac{d^2r}{dt^2} = -\frac{GM}{r^2}$$

……．此公式与爱因斯坦公式完全相同，并且，因为它们构成为进行测量的可以交替使用的两个方法，信赖爱因斯坦广义相对论的物理学家不能对定律的这种解释提出异议．"

牛顿力学中绝对速度为 ∞，运动达到光速或超过光速并不引起逻辑矛盾．但爱因斯坦的理论，在运动一旦达到光速，则"尺缩"到零，"钟慢"到停，"质增"到无限大，爱因斯坦"黑洞"随之出现，这也许就是爱因斯坦广义相对论理论体系中忘记了狭义相对论中的"质速关系"所带来的错误．

考虑到"质速关系"(3.1)式，利用变速规律(3.2)式代入(2.4)式，(2.5)式及(2.6)式，即得本质度规

$$ds^2 = e^{-\frac{2L}{R}}dT^2 - e^{\frac{2L}{R}}dR^2. \tag{3.3}$$

对于四维空时，由于引力是向心的，垂直于向径的方向无引力作用，因此又有

$$ds^2 = e^{-\frac{2L}{R}}dT^2 - [e^{\frac{2L}{R}}dR^2 + R^2\sin^2\theta d\varphi^2 + R^2d\theta^2]. \tag{3.4}$$

当 $\frac{2L}{R} \ll 1$ 时，指数展开两项

$$\exp\left(-\frac{2L}{R}\right) = 1 - \frac{2L}{R} + \cdots,$$

(3.3)式即化为史瓦西度规(2.7)式．由此可见，史瓦西度规只可用于弱场 $\frac{2L}{R} \ll 1$．这便是爱因斯坦广义相对论"三大验证"及"第四验证"的情形．

度规(3.3)式并无坐标奇异性，$R = r_g = 2L$ 处毫无任何物理上的特殊性．光速可以发到无限远处，爱因斯坦黑洞并不存在．

四、讨　　论

对若干有关问题简单讨论如下：

(i) 推导方式问题．爱因斯坦广义相对论有一套数学推导方式，本文则突出物理实质从而省去微分几何数学工具．也许这会使人感到不习惯．但是爱因斯坦本人则多次用到这种思维方法．例如"转动圆盘的几何是非欧几何"[6]用到局部瞬时"尺缩"概念；又如"时钟佯谬"[7]用到局部瞬时"钟慢"概念．有些书如文献[8]则将(2.4)和(2.5)式不加说明

地作为"规则"而引入. 我们此地不过将"爱因斯坦升降机"连成"变速列车", 从而将引力场中的"尺"、"钟"和无限远处的"尺"、"钟"联系起来.

广义相对论中有两个常数 C 及 G,前者通过局部瞬时的洛伦兹变换引入广义相对论,后者通过在弱场近似下落体公式与牛顿公式重合而引入广义相对论. 因此, 广义相对论实质上是狭义相对论和牛顿引力理论的综合物. 不难看出, 所有广义相对论验证都是对牛顿理论基本正确时的微扰情形. 而当牛顿理论定性出错时 (例如牛顿黑洞), 爱因斯坦理论也定性出错 (例如爱因斯坦黑洞). 撇开那一套复杂繁琐的数学计算, 物理实质就是这样简单.

(ii) 关于指数度规及奇异性. Yilmaz[9] 通过另外的途径得到如下形式指数度规:

$$ds^2 = e^{-\frac{2L}{R}} dT^2 - e^{\frac{2L}{R}}(dR^2 + R^2 d\theta^2 + R^2 \sin^2 \theta d\varphi^2),$$

与本文的本质度规,在一维空间一致,对于三维空间有所区别. 但两者都否定爱因斯坦黑洞的存在.

指数型度规消除了"爱因斯坦黑洞"的坐标奇异性 ($R = r_g$), 但在 $R = 0$ 处还要计算内解. 彭桓武同志建议计算内解时,用

$$M(R) = \frac{4\pi}{3} \rho R^3$$

代替 (2.1) 式中的 M, 利用连续边界条件 $R = a$ (星球半径)处

$$V^2 = 1 - \exp\left(-\frac{2L}{a}\right),$$

求得 $0 \leqslant R \leqslant a$ 中内解有

$$1 - V^2(R) = \exp\left[\frac{4\pi}{3} \rho G(R^2 - 3a^2)\right].$$

特别是在 $R = 0$ 处,有

$$1 - V^2(0) = \exp[-4\pi\rho G a^2].$$

从而消除星球内部的度规奇异性.

由此可见,奇异性是由于物理近似再经过数学外推而得的,并非物理本质.

(iii) 关于实验验证. 本质度规与行星近日点进动数据有一些差距. 对此, 可讨论如下:

首先, 水星近日点进动角每百年为 5600″, 而不是一般人说的 42″. 用牛顿理论解释了 5558″, 还有 42″ 的误差需要解释, 才由广义相对论来解决[5]. 还未见到完全用广义相对论计算出 5600″ 进动角的工作.

其次,这 42″ 中又包括了太阳扁度对水星近日点进动的影响[8], 例如可达 4″, 这也就突出了广义相对论不过是几种误差合在一起时的验证,因而是一种近似,不能由此外推到"黑洞",关于太阳扁度的实测已在进行.

其实, 只要考虑 "质速关系", 各种推导方法都将否定牛顿黑洞及爱因斯坦黑洞的存在. 例如管克英同志建议直接由质能守恒关系

$$m_0c^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} + \left(-\frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}\frac{GM}{R}\right)$$

导出

$$1 - V^2 = \left(1 - \frac{L}{R}\right)^2.$$

这样，dT^2 及 dR^2 的系数也不变号，也否定了黑洞的存在性，并进一步导出引力与斥力相互转化的可能性.

在这方面，褚君浩同志、谢继琛等同志都从各种考虑否定黑洞的存在.

关于实验验证，应当寻求 $\frac{2L}{R} \sim 1$ 的情形，中子星已达 $\frac{2L}{R} \sim 0.1$ 的量级，值得注意.特别是类星球的红移量很大，R. E. Clapp 从 151 个类星体红移的统计数据指出：指数型度规更符合实际，并对爱因斯坦广义相对论提出"第五验证"问题[9]．由此可见，经过天文观测推动引力理论向前发展已提上日程，不必等到永远找不到的"爱因斯坦黑洞"的"找到"，再去作"黑洞"存在与否的结论.

(iv) 对光速可变的改正．由文献[1]知光速可变，本质度规将改为

$$V^2 = \frac{1}{\omega^2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = 1 - \exp\left(-\frac{2MG}{\omega^2 R}\right),$$

以及光速 c 与 ω 的关系

$$\lim_{\nu\to\infty} c(\nu) = \omega.$$

因此，对任何 M 及 R，一定存在 $\nu_0 = \nu_0(M, R)$，使当 $\nu > \nu_0$，则有

$$\left(\frac{c(\nu)}{\omega}\right)^2 \geqslant 1 - \exp\left(-\frac{2MG}{\omega^2 R}\right).$$

亦即：不论引力场多强，一定有适当高频的光子可以发射到无限远处，虽然不排除它可以吸回某些低频光子的可能性.

总之，我们认为，爱因斯坦"黑洞"是不存在的.

参　考　文　献

[1] 秦元勋，物理，**4** (1975)，57—62 页.
[2] 秦元勋，微分方程所定义的积分曲线，科学出版社 (1958)，445 页.
[3] J. R. Oppenheimer, G. M. Volkoff, *Phys. Rev.*, **55** (1938), 374.
[4] J. R. Oppenheimer, H. Snyder, *Phys. Rev.*, **56** (1939), 455.
[5] 坦盖里尼，广义相对论导论 (1964)，62 页.
[6] A. Einstein, The Meaning of Relativity (1955), 60.
[7] A. Einstein, *Ann. Physik*, **17** (1905), 891.
[8] C. Will, *Physics Today*, **10** (1972), 23—29.
[9] R. E. Clapp, *Phys. Rev.*, **D7** (1973), 345—355.

THEORY OF LOCAL INSTANTANEOUS SYMMETRY OF SPACE-TIME UNDER VARIABLE VELOCITY CONDITION

Qin Yuan-xun
(*Institute of Mathematics, Academia Sinica*)