

混响强度及其衰减规律与脉宽的关系*

袁 辛 方

提 要

本文由短脉宽下混响强度的普遍表达式 $I_r(t, \tau) = K\tau t^{-m}e^{-\beta t}$ 出发, 导出对应的可用于长脉宽的混响强度精确表达式, 并给出了忽略脉宽尺度范围的指数衰减损失后相应的近似表达式。当指数衰减系数 β 足够小和脉宽大于有效脉宽 $\tau_m = a_m t$ (a_m 随 m 增大而减小, m 是大于 2 的实数) 时, 近程混响强度趋向饱和且随时间 t 的 $(m-1)$ 次幂衰减。实验结果与理论符合较好。

当在海水中发射一个脉宽为 τ 的声脉冲后, 在时刻 t (由发射脉冲结束算起) 于发射一接收点接收到的平均混响强度 $I_r(t, \tau)$ 一般与 t 和 τ 二者都有关系。当 τ 很小, 且 $\tau \ll t$ 时, 由任何一种散射机理 (无限散射媒质、平面散射层、平面散射边界) 所产生的平均混响强度都和脉宽成正比^[1-2]。为了使得到的结果具有较普遍的意义, 本文不从具体的传播条件和散射体模型出发, 而是直接假定短脉宽下得到的混响强度可用以下普遍表达式表示:

$$I_r(t, \tau) = \frac{K\tau e^{-\beta t}}{t^m}, \quad (1)$$

式中 K 是与 t, τ 无关的系数 (与发射功率、散射系数成正比)。 β 是指数衰减常数, 通常是由海水吸收和边界损失所引起的。 m 的数值与混响机理 (包括边界散射与掠射角的关系)、传播条件及发射、接收换能器的指向性有关。当脉宽增大时, 若认为长脉冲的混响是组成此长脉冲的很多个挨次发射的短脉冲所产生的混响强度的迭加, 则混响强度可以由下面的积分式表示:

$$I_r(t, \tau) = K \int_t^{t+\tau} \frac{e^{-\beta v}}{v^m} dv = K \left[\int_t^\infty \frac{e^{-\beta v}}{v^m} dv - \int_{t+\tau}^\infty \frac{e^{-\beta v}}{v^m} dv \right], \quad (2)$$

若 m 为大于 1 的正整数, 根据文献[3]即可得到对应于(1)式而又能适用于长脉宽的混响强度精确表达式:

$$I_r(t, \tau) = K \left(e^{-\beta t} \sum_{k=0}^{m-2} \frac{(-\beta)^k}{(m-1)(m-2)\cdots(m-1-k)} \left[\frac{\left(1 + \frac{\tau}{t}\right)^{m-1-k} - e^{-\beta\tau}}{t^{m-1-k} \left(1 + \frac{\tau}{t}\right)^{m-1-k}} \right] \right. \\ \left. - \frac{(-1)^m \beta^{m-1}}{(m-1)!} \left\{ \ln \left(1 + \frac{\tau}{t}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-\beta t)^n}{n \cdot n!} \left[\left(1 + \frac{\tau}{t}\right)^n - 1 \right] \right\} \right). \quad (3)$$

当 $\tau \ll t$ 时, 上式可简化为

* 1974 年 3 月 22 日收到。

$$I_r(t, \tau) \cong K e^{-\beta t} (1 - e^{-\beta \tau}) \sum_{k=0}^{m-2} \frac{(-\beta)^k}{(m-1)(m-2) \cdots (m-1-k)} \cdot \frac{1}{t^{m-1-k}}. \quad (4)$$

此时混响强度衰减规律与脉宽无关。如满足条件 $\beta \tau \leq 0.1$, 则由(4)式可知混响强度仍与脉宽成正比。而当 $\beta \tau$ 很大时, 混响强度可以趋向于某一饱和混响强度:

$$I_\beta(t) \cong K e^{-\beta t} \sum_{k=0}^{m-2} \frac{(-\beta)^k}{(m-1)(m-2) \cdots (m-1-k)} \cdot \frac{1}{t^{m-1-k}}. \quad (5)$$

若令 $\tau \geq \tau_\beta$ 时, 混响强度级与饱和混响强度级之差 ≤ 1 分贝, 则由(4)和(5)式可得 $\tau_\beta = 1.6/\beta$. τ_β 可称为有效脉宽。当 $m=1$ 时相应的混响强度精确表达式为

$$I_r(t, \tau) = K \int_t^{t+\tau} \frac{e^{-\beta v}}{v} dv = K \left\{ \ln \left(1 + \frac{\tau}{t} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-\beta t)^n}{n \cdot n!} \left[\left(1 + \frac{\tau}{t} \right)^n - 1 \right] \right\}. \quad (6)$$

(6)式与文献[4]中所给出的表达式有些不同, 这是由于选择了不同的时间坐标起始点所造成的。

现在令(2)式中的积分变量 $v = \xi + t$, 再假定 $\beta \tau$ 不太大, 则可忽略脉宽尺度范围内的指数衰减效应(令 $e^{-\beta \xi} \cong 1$), 就得到对应于(1)式而又适用于长脉宽的混响强度近似表达式:

$$I_r(t, \tau) \cong K e^{-\beta t} \int_0^\tau \frac{1}{(\xi + t)^m} d\xi = \frac{K e^{-\beta t}}{m-1} \left[\frac{\left(1 + \frac{\tau}{t} \right)^{m-1} - 1}{t^{m-1} \left(1 + \frac{\tau}{t} \right)^{m-1}} \right], \quad (7)$$

(7)式中的 m 除了不能等于 1 以外无其它限制。当 $m=1$ 时, 则得到下面的近似表达式:

$$I_r(t, \tau) \cong K e^{-\beta t} \ln \left(1 + \frac{\tau}{t} \right). \quad (8)$$

由(7)式可知, 当 $m \geq 2$ 时, 有下列三种情况:

1) 若 $\tau \gg t$, 混响强度趋向于饱和混响强度 $I_m(t)$:

$$I_r(t, \tau) = I_m(t) = \frac{K e^{-\beta t}}{(m-1)t^{m-1}}. \quad (9)$$

这说明随着脉宽增大, 不但某一固定时刻所观察到的混响强度与脉宽的关系会由正比关系逐渐趋向于与脉宽无关(饱和), 而且还会使近程($e^{-\beta t} \cong 1$)混响衰减速率逐渐变慢;

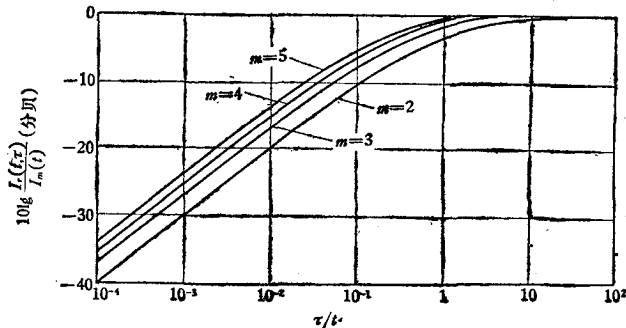


图 1 $10 \lg \frac{I_r(t, \tau)}{I_m(t)}$ 与 $\frac{\tau}{t}$ 的关系曲线

其极限是比 $\tau \ll t$ 时慢一次方。图 1 是 $10 \lg \frac{I_r(t, \tau)}{I_m(t)}$ 与 τ/t 的关系曲线。由图 1 可见, m 越大, 则趋向饱和的速度越快。

2) 若令 $\tau \geq \tau_m$ 时, 混响强度级与饱和混响强度级之差 ≤ 1 分贝, 则由 (7) 和 (9) 式可得有效脉宽 $\tau_m = a_m t$, a_m 由下式确定:

$$\lg(1 + a_m) = \frac{0.687}{m - 1}. \quad (10)$$

当 $m = 2, 3, 4, 5$ 时, a_m 分别等于 3.86, 1.20, 0.69 和 0.49. τ_m 可作为混响强度达到饱和以及近程衰减速率变慢一次方的判据。

3) 若 $\tau \ll t$, (7) 式又可简化到与 (1) 式完全相同的形式。即对于有限长度的脉宽而言, 只要 t 足够大而满足 $\tau \ll t$ 条件, 混响强度仍与 τ 成正比, 且衰减规律与短脉宽时相同。

很明显, 由近似式 (7) 和 (8) 计算的值总要比按精确式 (3) 计算的值来得大。若以 D 表示近似式偏离 (3) 式的误差分贝数, 可求得误差 D 的上限为

$$D < 2.17\beta\tau \text{ (分贝)} \quad (m \geq 1), \quad (11)$$

和

$$D < 2.17\beta a_m t + 1 \text{ (分贝)} \quad (m \geq 2, \tau > \tau_m), \quad (12)$$

式中 β 的单位用 1/秒, τ 和 t 的单位用秒。当 $m \geq 2$ 时, 误差上限应取 (11) 和 (12) 式中较小的一个值。

我们进行了脉冲混响实验。发射换能器为圆柱形, 接收水听器无指向性。频率 f 为千赫数量级。所用的自制平均混响强度仪具有 70 分贝动态范围, 且混响强度和时基在示波器上均以对数坐标显示, 因此特别适宜于确定混响强度级的衰减方次。脉宽变化的范围从 0.5 毫秒到 5 秒, 对于固定的脉宽进行了重复多次测量后再进行系统平均。接收选频放大器的相对带宽 $\Delta f/f$ 为 20%。测量证实了混响衰减规律与脉宽的关系。当短脉宽下近程混响强度按四次方衰减时, 在长脉宽下 ($\tau > \tau_m$) 按三次方衰减。图 2 中的实验点是根据实验得到的不同脉宽下的混响衰减曲线, 分别取 $t = 0.2, 0.3, 0.5, 0.8, 1$ 和 1.5 秒时得到的。对于混响强度的实验点已进行了水噪声的修正。图 2 中的实线是按 (7) 式计算的理论曲线, 这里取 $m = 4$, $\beta = 2\alpha c$, 声速 $c = 1.5$ 公里/秒, 海水吸收系数 α 取 0.76 分贝/公里。计算时选定 $\tau = 0.5$ 毫秒和 $t = 0.2$ 秒这一点为参考点 (理论值与实验值相重合), 因为这一点的误差 D 和测量值均方误差都最小。由图 2 可见, 理论曲线与实验值符合得很好。根据 (11) 和 (12) 式, 当 $t = 1.5$ 秒和 $\tau = 5$ 秒时, $D < 1.58$ 分贝; 而当 $t = 0.2$ 秒和 $\tau = 5$ 秒时, $D < 1.1$ 分贝。

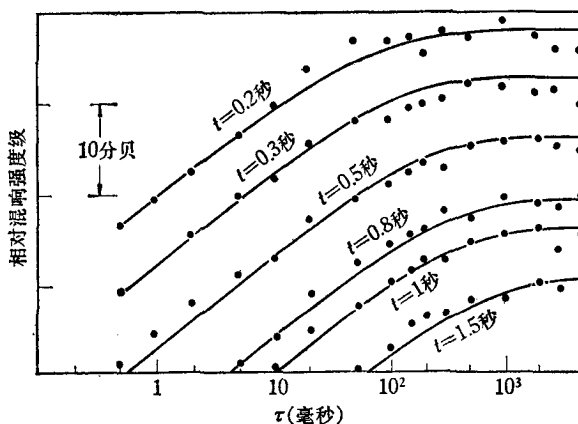


图 2 不同时刻下混响强度级与脉宽的关系

下面作几点补充说明:

1) 在一个比较大的时间区域内,实际测得的短脉宽下混响强度衰减曲线有时往往不能简单地用(1)式来表示;当混响强度和时间都用对数坐标表示时,可以将短脉宽下的混响曲线用折线来分段近似,此时根据(1)和(7)式,令 $\beta = 0$,很容易写出脉宽增大时混响强度级的增量表达式(注意可充分利用图

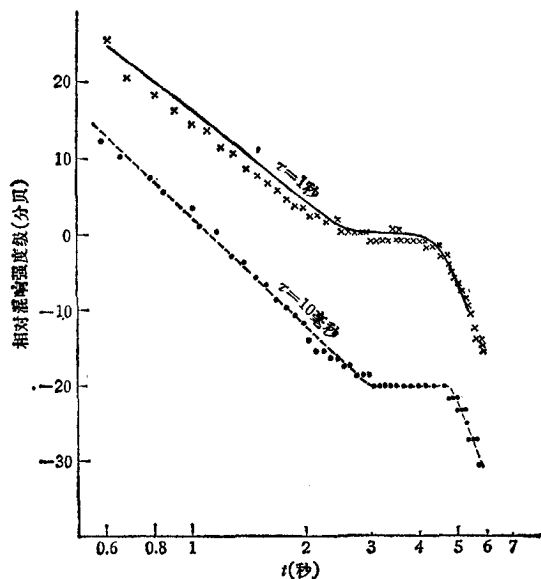


图3 文献[5]的实验值与按本文理论推算值的比较

1 曲线)。据此我们把 John J. Keane^[5]的深海混响实验测量结果(原文中图6)与理论推算值作了对比,如图3所示。图中圆点和叉号分别代表 $\tau = 10$ 毫秒和1秒时的测量值。对原图中混响级比噪声级高出不到10分贝的那些点也作了修正。图3中我们将 $\tau = 10$ 毫秒的实验曲线近似分为三段,三段的 m 分别为4.7, 0和12.4。实线是理论推算的曲线。在 $t < 2$ 秒时,偏差较显著,看来是由于短脉宽下的正比关系在这一段区域未能很好满足的缘故(可参看原文图6)。由图3也可看出, $\tau = 1$ 秒时近程混响衰减速率大致要比 $\tau = 10$ 毫秒时慢一次方,而在 t 较大时趋于一致。

2) 在上述变脉宽脉冲混响实验完毕后,还进行了爆炸声混响的测量。若将爆炸声混响(窄带滤波接收)看作等效于一个脉宽为 τ_e 直达声幅度等于爆炸直达声窄带滤波后最大振幅的脉冲混响。根据与脉冲混响的对比,即在校正源级后,利用图2中 $t = 0.2$ 秒和0.3秒二条曲线,按正比关系向更短脉宽方向外推,得到 $\tau_e = 0.094$ 毫秒(若令 $\tau_e = \delta/\Delta f$,则可得 $\delta = 0.20$)。图4中圆点是爆炸声混响测量值,若近似地看作由二段(m 分别为4.2和3.5)构成,则同样可推算 $\tau = 1$ 秒时的混响级,如图4中实线所示。它与 $\tau = 1$ 秒时的脉冲混响级测量值(图中叉号)相符。在我们的实验条件下,只要 $t > 0.2$ 秒,发射换能器的垂直指向性影响不大。

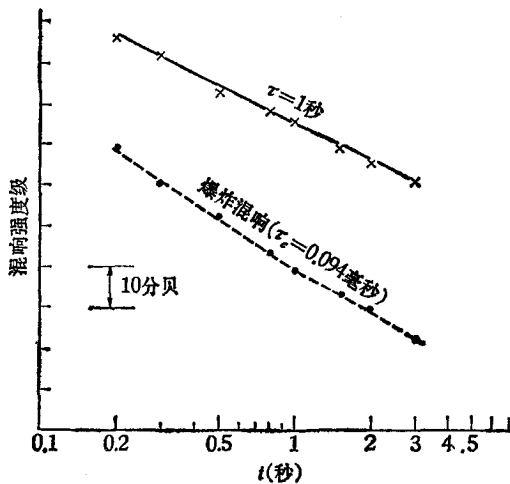


图4 由爆炸混响推算长脉冲混响

3) 当 $m \geq 2$ 时,若令(7)式的 $I_r(t, \tau) \equiv K\tau_d e^{-\beta t}/t^m$,则 τ_d 可称为等效脉宽。相应的等效空间长度(Keane称为有效区域)为 $c\tau_d/2$ 。它们都与 τ , t 和 m 有关。由此可见,Keane所给出的“有效区域”数值和经验公式具有一定的局限性。他的经验公式的近似性

还在于和所给定的脉宽变化范围有关。

4) 由(7)式可见,近程混响的饱和与 m 有关(注意得到(7)式时已假定 $\beta\tau$ 不太大,所以更准确地说应该是和短脉宽混响曲线上近程衰减速率有关)。因此在存在散射界面或散射层的情况下,近程混响的饱和趋势不但决定于苏哈列夫斯基所指出的波阵面扩展和海水吸收^[1],而且还与散射界面或散射层的掠射角特性及发射-接收换能器的垂直指向性有关。而由(4)式可见,远程混响的饱和决定于 β 。但 β 除了与海水吸收有关外,还可能包括其它能造成指数传播衰减的物理因素。例如在浅海负声速梯度条件下, β 就与海底反射系数、声速梯度及海深有关。

5) 本文的前提是假定了短脉宽下的混响强度与脉宽成正比。不管是哪一种散射机理或换能器有无指向性,当距离较远(t 较大)时这通常总是成立的^[4,6]。但当散射源是平面散射边界或平面散射层,发射、接收换能器具有垂直指向性(或较强的旁瓣)并以较大的掠射角射向散射边界或散射层时,这种正比关系可能会遭到一定程度的破坏。

6) 在一定条件下(m 为常数且 β 足够大),根据(3)式或(7)式,可以利用混响强度与脉宽的关系比较准确地分离出 m 和 β 值。图2也可以说是一个利用近程混响的脉宽关系来近似地确定海水吸收系数的例子。所取的 $\alpha = 0.76$ 分贝/公里与海水吸收经验公式^[7]的计算值相符。

参 考 文 献

- [1] 苏哈列夫斯基,物理译丛,水声学,第一集(1960),106,112和126页。
- [2] А. П. Сташкевич, Акустика моря (1966), § 33—35.
- [3] 雷日克、格拉德什坦,函数表与积分表(1959),165和333页。
- [4] H. P. Buckner, H. E. Morris, *J. Acoust. Soc. Am.*, **44** (1968), 827.
- [5] John J. Keane, *J. Acoust. Soc. Am.*, **43** (1968), 566.
- [6] R. J. 乌立克,工程水声原理(1972),197页。
- [7] M. Schulkin 等,声学译丛,水声学,第一集(1965),57页。

EFFECTS OF PULSE LENGTH ON THE INTENSITY AND DECAY OF REVERBERATION

QIU XIN-FANG

ABSTRACT

In this paper starting with the general expression of the reverberation intensity for short pulses $I_r(t, \tau) = K\tau t^{-m}e^{-\beta t}$, the corresponding exact expressions of the reverberation intensity for longer pulses are derived. The corresponding approximate formulae are also presented under the assumption that the exponential attenuation loss over the pulselength can be neglected. It is shown that, at short ranges, the reverberation intensity tends to saturation and decays inversely with the $(m-1)^{\text{th}}$ -power of the time t when the exponential attenuation coefficient β is small enough and the pulselength τ longer than the effective pulselength $\tau_m = a_m t$ (a_m decreases as m increases, and m is a real number greater than 2). Experimental results agree well with the theory.