

自发破缺规范理论中的光子-光子散射*

赵 保 恒

(中国科学技术大学)

提 要

本文在 $SU(2)_L \times U(1)$ 模型里研究中间态的 W 介子对光子-光子散射的贡献. 由于自发破缺规范理论的可重整化性以及自发破缺以后电磁规范不变性仍成立, 在单回路近似下, 光子-光子散射幅中的无穷大必然互相抵消. 本文用具体计算说明这一点, 并且在低能近似下给出电磁场的等效非线性相互作用拉格朗日量和散射截面. 在低能近似下, 轻子中间态对散射的贡献为主, 然而在高能极限下, W 介子中间态的贡献将变得可以和轻子中间态的贡献相比较.

自从 't Hooft 证明了自发破缺规范理论的可重整化性和么正性以后^[1], 人们曾通过一些具体事例说明这种可重整化性. 这些事例包括 μ 介子反常磁矩的辐射修正, W 介子的反常磁矩和电四极矩的辐射修正, μ 介子和半轻子衰变的辐射修正, 强子的电磁质量差等. 这些辐射修正都很小, 尚不能测量出来. 电磁质量差涉及强作用, 也难达到定量准确的地步. 本文讨论光子-光子散射, 这也是自发破缺规范理论可重整化的一个例证. 在老的中间玻色子理论中, 如果中间态里有 W 介子, 光子-光子散射幅就是发散的, 而在自发破缺规范理论里光子-光子散射幅在重整化以后是有限的, 特别是在单回路近似下, 虽然每一个 Feynman 图对散射幅的贡献是发散的, 然而把所有图的贡献加起来时, 其中的无穷大互相抵消. 这是由于自发破缺以后电磁规范不变性仍成立, 因而不存在一个可以吸收这些无穷大量的重整化常数, 所以它们必然互相抵消, 否则就违背了理论的可重整化性. 下面进行具体计算和讨论.

我们取规范群为 $SU(2)_L \times U(1)$, 并且先不考虑自旋 1/2 的粒子. 采用 Fujikawa 非线性规范条件^[2], 并且取 $\xi = 1$. 有关的顶角函数可以从等效作用量读出. Feynman 图规则见图 1.

Fujikawa 非线性规范条件在应用上有不少方便的地方, 尤其是它用 $(\partial_\mu + ieA_\mu)W_\mu^\pm$ 代替 R_ξ 规范条件中的 $\partial_\mu W_\mu^\pm$, 使等效作用量有明显的电磁规范不变形式. 在这种规范条件下要考虑鬼粒子的贡献. 鬼粒子有两类, $S^\pm$ 是非物理的荷电 Higgs 标量粒子, $C^\pm$ 来源于等效作用量的规范补偿项. $C^\pm$ 是标量粒子, 然而服从费米统计. C_i 是复数场, 因此 $C^+ = (C_1 - iC_2)/\sqrt{2}$ 并不是 $C^- = (C_1 + iC_2)/\sqrt{2}$ 的反粒子. 这一点必须注意, 否则将遗漏 Feynman 图.

不考虑自旋 1/2 粒子中间态的贡献, 单回路近似下光子-光子散射 Feynman 图如图 2 所示.

* 1974 年 12 月 5 日收到.

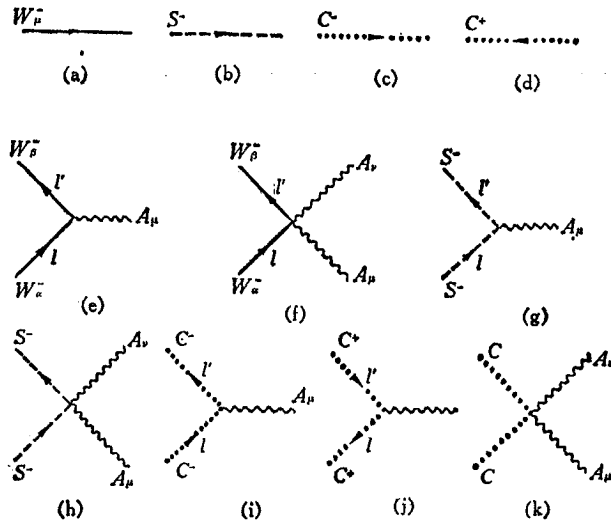


图 1 Feynman 图规则

- (a) $-i\delta_{\mu\nu}/(k^2 + m^2 - i\epsilon)$;
 (b), (c), (d) $-i/(k^2 + m^2 - i\epsilon)$;
 (e) $-ie^2[\delta_{\alpha\beta}(l+l')_\mu + 2(\delta_{\alpha\mu}q_\beta - \delta_{\beta\mu}q_\alpha)]$ $q = l' - l$;
 (f) $-ie^2\delta_{\mu\nu}\delta_{\alpha\beta}$; (g) $ie(l+l')_\mu$;
 (h) $-ie^2\delta_{\mu\nu}$; (i) $ie(l+l')_\mu$;
 (j) $-ie(l+l')_\mu$; (k) $-ie^2\delta_{\mu\nu}$

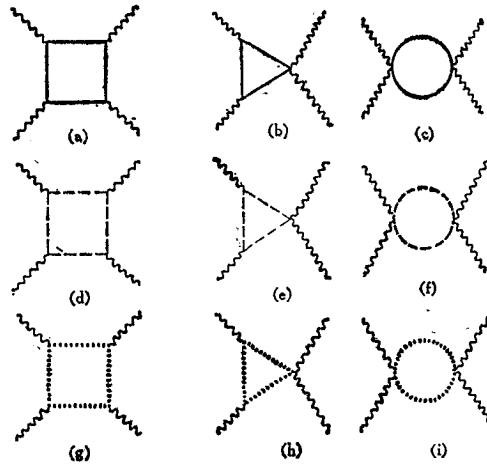


图 2 光子-光子散射

图 2 中的每一个图实际上代表一组图。图 2(a) 和 (d) 分别代表 6 个图;图 2(b) 和 (e) 分别代表 12 个图;图 2(c) 和 (f) 分别代表 3 个图;图 2(g) 代表 12 个图;图 2(h) 代表 24 个图;图 2(i) 代表 6 个图。有 C 粒子的图数目较多是由于 C^+ 不是 C^- 的反粒子引起的。在图 3 中画出图 2(a) 和 (b) 所代表的图的一半,另一半可以由箭头方向反转得到。图 2(c) 代表的 3 个图见图 4。图 2(d-i) 代表的图可以类推,这里就不一一画出。

根据 Feynman 图规则,可以把散射幅写出来。散射幅记为

$$M = e_{1\mu}e_{2\nu}e_{3\lambda}e_{4\sigma}M_{\mu\nu\lambda\sigma}(k_1, k_2, k_3, k_4), \quad (1)$$

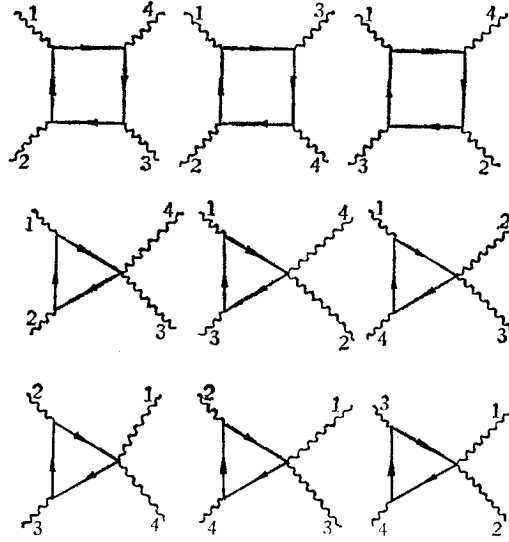


图3 图2(a), (b)所代表的图的一半

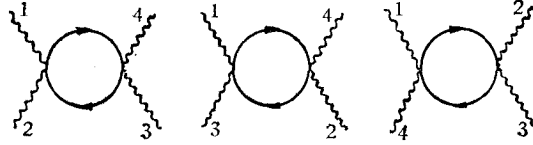


图4 图2(c)代表的图

其中 k_1, k_2 是入射光子的四动量, $-k_3, -k_4$ 是出射光子的四动量; e_1, e_2, e_3, e_4 是四个光子的极化矢量. M 和 S 矩阵元的关系为

$$S_{fi} = (2\pi)^4 \delta^4(k_1 + k_2 + k_3 + k_4) \times (2^4 \omega_1 \omega_2 \omega_3 \omega_4)^{-\frac{1}{2}} M,$$

式中 ω 是光子的能量. 图2中每一个图对散射幅的贡献都是对数发散的. 如果把散射幅按 k 的幂展开, 则对数发散量只包含在与 k 无关的第一项内, 在讨论发散项是否互相抵消的问题时, 可以令 $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = 0$. 我们用 't Hooft-Veltman 方法处理发散积分, 即先把时空的维数由4延拓为 n , 最后再令 $n \rightarrow 4$ ^[3].

用 $M_{\mu\nu\lambda\sigma}(0)$ 表示 $M_{\mu\nu\lambda\sigma}(0, 0, 0, 0)$, 则图3的第一个图对应于

$$\begin{aligned} M'_{\mu\nu\lambda\sigma}(0) &= \frac{64e^4}{(2\pi)^4} \int \frac{d^n p}{(p^2 + m^2)^4} p_\mu p_\nu p_\lambda p_\sigma \\ &= \frac{8}{3} \frac{i\pi^{n/2} e^4}{(2\pi)^4 m^{4-n}} \Gamma\left(2 - \frac{n}{2}\right) (\delta_{\mu\nu} \delta_{\lambda\sigma} + \delta_{\mu\lambda} \delta_{\nu\sigma} + \delta_{\mu\sigma} \delta_{\nu\lambda}). \end{aligned} \quad (2)$$

因此图2(a)的6个图贡献之和为

$$M_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(a)}(0) = 16 \frac{i\pi^{n/2} e^4}{(2\pi)^4 m^{4-n}} \Gamma\left(2 - \frac{n}{2}\right) (\delta_{\mu\nu} \delta_{\lambda\sigma} + \delta_{\mu\lambda} \delta_{\nu\sigma} + \delta_{\mu\sigma} \delta_{\nu\lambda}), \quad (3)$$

式中 m 为 W 介子的质量. 对数发散表现为 $\Gamma\left(2 - \frac{n}{2}\right)$ 在 $n = 4$ 有一个极点.

同样可以写出图2(b)的12个图和图2(c)的3个图对应的 $M_{\mu\nu\lambda\sigma}(0)$:

$$\begin{aligned} M_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(b)}(0) &= -2M_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(a)}(0), \\ M_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(c)}(0) &= M_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(a)}(0). \end{aligned} \quad (4)$$

于是

$$M_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(a)}(0) + M_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(b)}(0) + M_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(c)}(0) = 0. \quad (5)$$

这样就证明了图 2(a—c) 对应的散射幅中的无穷大互相抵消。

在写下图 2(g—i) 的散射幅时, 应当注意鬼粒子 $C^\pm$ 服从费米统计. $C^\pm$ 的内线组成一个封闭回路时, 整个散射幅前面有一个附加的负号. C^- 和 S^- 的传播函数相同, 而且它们和光子耦合的顶角函数相同, 再考虑到前述附加负号, 就可以看出来: 当内线为 S^- 和 C^- 时, 图 2(d) 和 2(g), 图 2(e) 和 2(h), 图 2(f) 和 2(i) 的散射幅分别互相抵消(这一点对于 $k \neq 0$ 的情况也成立). 因此图 2(d—f) 可以略去, 同时对于图 2(g—i) 只考虑 C^+ 内线的情况就够了. 我们用 $M_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(g)}$, $M_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(h)}$, $M_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(i)}$ 表示图 2(g—i) 对应的散射幅, 按照 Feynman 图规则写出来, 就得到

$$\begin{aligned} M_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(g)}(0) &= -\frac{1}{4} M_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(a)}(0), \\ M_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(h)}(0) &= -\frac{1}{4} M_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(b)}(0), \\ M_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(i)}(0) &= -\frac{1}{4} M_{\mu\nu\lambda\sigma}^{(c)}(0). \end{aligned} \quad (6)$$

由 (5) 和 (6) 二式看出, 图 2(g—i) 的散射幅中的无穷大也互相抵消. 所以把图 2 中各图的贡献加起来时, 得到的散射幅是有限的.

光子动量不为零时散射幅的计算是冗长的, 而且在一般情况下没有简单的解析表达式, 然而在低能情况下, 即如果 $\omega/m \ll 1$ 时, 散射幅有简单的表示式(ω 为光子在质心系的能量). 光子-光子散射相当于电磁场的非线性干涉效应. 在低能条件下, 计算出了图 2 对应的光子-光子散射幅, 并得到相应的电磁场有效非线性相互作用拉格朗日量. 这里只给出结果, 推导从略. 我们求得的电磁场有效非线性相互作用拉格朗日量为

$$L_1 = \frac{1}{40m^4} \left(\frac{e^2}{4\pi} \right)^2 [25 (F_{\mu\nu} F_{\mu\nu})^2 - 27 F_{\mu\nu} F_{\nu\lambda} F_{\lambda\sigma} F_{\sigma\mu}], \quad (7)$$

其中 $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$, A_μ 是光子场.

在 $SU(2)_L \times U(1)$ 模型中还有自旋 1/2 的粒子. 为了简单起见, 我们不考虑 Adler-Bell-Jackiw 反常引起的困难, 假定只有一种自旋 1/2 的轻子——电子. 电子中间态对电磁场有效非线性相互作用拉格朗日量的贡献为^[4,5]

$$L'_1 = \frac{1}{180m_e^4} \left(\frac{e^2}{4\pi} \right)^2 [-5 (F_{\mu\nu} F_{\mu\nu})^2 + 14 F_{\mu\nu} F_{\nu\lambda} F_{\lambda\sigma} F_{\sigma\mu}], \quad (8)$$

其中 m_e 为电子质量. 总的有效拉格朗日量为 $L_1 + L'_1$. 于是散射截面为

$$\sigma = \frac{56}{5\pi} (48a^2 + 40ab + 11b^2) \omega^6, \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} a &= \left(\frac{25}{40m^4} - \frac{5}{180m_e^4} \right) \left(\frac{e^2}{4\pi} \right)^2, \\ b &= \left(-\frac{27}{40m^4} + \frac{14}{180m_e^4} \right) \left(\frac{e^2}{4\pi} \right)^2. \end{aligned} \quad (10)$$

由 (10) 式可以看出, 由于 $m \gg m_e$, 轻子中间态对散射的贡献为主. 然而在高能极限

下,情况改变. 根据 Weinberg 求出的 Feynman 振幅高能渐近表示式^[6], 可以看出,光子-光子散射的单回路 Feynman 图对散射幅的贡献为 $c(\log \omega)^n$. c 和 n 是无量纲的数,不包含中间态粒子的质量. 因此在高能极限下,中间态粒子的质量并不是决定性因素, W 介子中间态对散射幅的贡献和轻子中间态对散射幅的贡献可以相比较.

参 考 文 献

- [1] G. 't Hooft, *Nucl. Phys.*, **B35** (1971), 167.
- [2] K. Fujikawa, *Phys. Rev.*, **D7** (1973), 393.
- [3] G. 't Hooft, M. T. Veltman, *Nucl. Phys.*, **B44** (1972), 189.
- [4] H. Euler, *Ann. Physik*, **26** (1936), 398; R. Karplus, M. Neuman, *Phys. Rev.*, **80** (1951), 380.
- [5] A. И. Ахиезер и В. Б. Берестецкий, *Квантовая Электродинамика*, Москва (1959).
- [6] S. Weinberg, *Phys. Rev.*, **118** (1960), 838.

PHOTON-PHOTON SCATTERING IN SPONTANEOUSLY BROKEN GAUGE THEORIES

ZHAO BAO-HENG

(University of Science and Technology of China)

ABSTRACT

We investigate the contributions of W -meson intermediate states to photon-photon scattering in $SU(2)_L \times U(1)$ model. Because the spontaneously broken gauge theories are renormalizable and the electromagnetic gauge invariance remains valid under symmetry-breaking, the infinities in the scattering amplitude of one loop approximation must cancel each other. We show the finiteness of the photon-photon scattering amplitude by calculation. We give the effective nonlinear interaction Lagrangian of the electromagnetic field and the scattering cross section at low energies. At low energies the leptonic intermediate states dominate the scattering amplitude, but at high energy limits the contributions of W -meson intermediate states are comparable with the contributions of leptonic intermediate states.