

层子模型中高能中微子产生 $\Delta(1236)$ 的过程*

吴济民 李炳安

(中国科学院高能物理研究所)

层子模型^[1]取得了许多与实验相符合的结果。在文献 [3, 4] 中, 利用文献 [2] 中给出的重子波函数, 讨论了 $\frac{1}{2}^+$ 重子的电磁性质和 $\frac{1}{2}^+$ 重子的中微子产生过程, 取得了较好的结果。本文用文献 [2] 给出的 $\frac{1}{2}^+$ 和 $\frac{3}{2}^+$ 重子波函数对反应 $\nu p \rightarrow \Delta^{++}(1236)\mu^-$ 进行讨论, 值得指出的是, 在讨论这个反应中所需要的一些参量在文献 [3, 4] 中都已定出, 无需新定参量, 所以对这个反应进行讨论, 也将会对层子模型和本文中所用的反应机制作出新的检验。

为了使用方便, 将本文中给出的一些量写在下面。

$\frac{1}{2}^+$ 重子波函数:

$$B_{\alpha\beta\gamma}^{\frac{1}{2}\lambda}(x, y)_{ijk, l}^{i'j'k', l'} = \frac{1}{6\sqrt{2}} \sqrt{\frac{m}{E}} \varepsilon_{i'j'k'} \{ \Gamma_{\alpha\beta, \gamma}(p)_\lambda (\varepsilon_{ijl'} \delta_{kl} + \varepsilon_{ikl'} \delta_{jl}) + \Gamma_{\beta\gamma, \alpha}(p)_\lambda (\varepsilon_{ijk} \delta_{ll'} + \varepsilon_{ikl} \delta_{jl'}) \}, \quad (1)$$

其中 $ijk, i'j'k'$ 分别为第一和第二个 SU_3 指标, $\left(\begin{smallmatrix} l' \\ l \end{smallmatrix}\right)$ 为 $\frac{1}{2}^+$ 重子的第一个 SU_3 指标。

$$\Gamma_{\alpha\beta, \gamma}(p)_\lambda = \left\{ \left[f_1(x, y) - \frac{i}{m} \not{p} f_2(x, y) \right] \gamma_5 C \right\}_{\alpha\beta} u_\lambda(p)_\gamma + \{ f_1(x, y) - f_2(x, y) \} C_{\alpha\beta} \{ \gamma_5 u_\lambda(p) \}_\gamma. \quad (2)$$

$\frac{3}{2}^+$ 重子波函数:

$$\bar{B}_{\alpha\beta\gamma}^{\frac{3}{2}\lambda}(x, y)_{ijk, ll'n}^{i'j'k', ll'n} = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{m}{E}} \varepsilon_{i'j'k'} d_{ijk}^{ll'n} \bar{\Gamma}_{\alpha\beta\gamma}(p)_\lambda, \quad (3)$$

$$\bar{\Gamma}_{\alpha\beta\gamma}(p)_\lambda = \left\{ C \left[f_2(x, y) + \frac{i}{m} \not{p} f_1(x, y) \right] \gamma_\mu \right\}_{\alpha\beta} \phi_\mu^\lambda(p)_\gamma + \frac{i}{m} \{ f_1(x, y) - f_2(x, y) \} \cdot \{ C \not{p} \gamma_\mu \gamma_5 \}_{\alpha\beta} \{ \bar{\phi}_\mu^\lambda(p) \gamma_5 \}_\gamma. \quad (4)$$

* 1975 年 3 月 25 日收到; 1976 年 6 月 15 日收到修改稿。

和文献 [4] 相同, 假定

$$f_2(x, y) = af_1(x, y). \quad (5)$$

又利用规范不变性, 定出

$$a = \left(1 - 0.778 \frac{m_p}{m}\right)^{-1}, \quad (6)$$

其中 m_p 是质子的质量. 在文献 [1] 中给出等效的层子弱作用流为

$$\begin{aligned} J_\mu(x) = & \cos\theta\phi_1(x) \left\{ \gamma_\mu(1 + \lambda\gamma_5) + \frac{\kappa}{2m_p} \sigma_{\mu\nu}q_\nu \right\} \psi_2(x) \\ & + \sin\theta\bar{\phi}_1(x) \left\{ \gamma_\mu(1 + \lambda\gamma_5) + \frac{\kappa}{2m_p} \sigma_{\mu\nu}q_\nu \right\} \psi_3(x), \\ q_\nu = & p_\nu - p'_\nu, \end{aligned} \quad (7)$$

其中 p_ν , p'_ν 分别是质子和 $\Delta(1236)$ 的四动量. 在文献 [3, 4] 中分别又定出

$$\kappa = 0.481 \quad (8)$$

和

$$\theta = 0.22, \quad \lambda = 0.7452. \quad (9)$$

在(7)式中没有取赝标项, 由于在高能中微子散射中, μ 介子的静止质量可以忽略, 赝标项的贡献也就可以忽略.

一、 $p \rightarrow \Delta^{++}(1236)$ 的弱形状因子

按照文献 [5] 中的跃迁矩阵元的计算方法和文献 [1] 中所用的近似, 弱流 (7) 式的跃迁矩阵元可以写为

$$\begin{aligned} \langle \Delta^{++}(1236) | J_\mu(0) | p \rangle = & -\frac{iM}{2} \int d^4x d^4y \bar{B}_{\alpha\beta\gamma}^{\frac{3}{2}\lambda'}(x, y, 0)_{ijl, \alpha\beta\gamma}^{i'j'k'} \\ & \cdot \left\{ \gamma_\mu(1 + \lambda\gamma_5) + \frac{\kappa}{2m_p} \sigma_{\mu\nu}q_\nu \right\}_{rr'} B_{\gamma'\beta\alpha}^{\frac{1}{2}\lambda}(0, y, x)_{ijl, \alpha\beta\gamma}^{k'l'i'j'3}. \end{aligned} \quad (10)$$

将 (1) 和 (3) 式代入 (10) 式中, 得到

$$\begin{aligned} \langle \Delta^{++}(1236) | J_\mu(0) | p \rangle = & \frac{1}{4} \sqrt{\frac{m'm}{E'E}} D_3(q^2) \bar{\Phi}_\sigma^{\lambda'}(p') \left\{ \frac{A}{mm'} p_\sigma q_\nu \varepsilon_{\rho\nu\sigma\mu} \right. \\ & + \frac{4B}{mm'} (p'_\mu q_\sigma - p' \cdot q \delta_{\mu\nu}) \gamma_5 + 4\lambda \left[C \delta_{\sigma\mu} - \frac{1}{mm'a'} (p' \cdot q \delta_{\sigma\mu} - p'_\mu q_\sigma) \right] \\ & \left. + \frac{2\lambda D}{mm'} p_\sigma q_\nu \varepsilon_{\rho\nu\sigma\mu} \gamma_5 \right\} u_\lambda(p), \end{aligned} \quad (11)$$

其中

m, E 为质子的静止质量和能量; m', E' 为 $\Delta(1236)$ 的静止质量和能量;

$$\begin{aligned} A = & \frac{2}{a'} + \kappa \left\{ \frac{2}{a_p a'} - \frac{1}{a_p} - \frac{1}{a'} + 1 + \frac{m'}{m} \right\}; \\ B = & 1 - \frac{1}{a'} + \frac{\kappa}{2} \left(\frac{1}{a_p} + \frac{1}{a'} - \frac{2}{a_p a'} \right); \end{aligned}$$

$$C = \frac{1}{a_p} + \frac{m'}{m} \frac{1}{a'}; \quad D = 1 - \frac{1}{a'}. \quad (12)$$

这里 a_p, a' 分别为质子和 $\Delta(1236)$ 波函数中两个空间函数的比例系数, 由 (6) 式给出.

$$P_\mu = p_\mu + p'_\mu. \quad (13)$$

(11) 式中的 $D_3(q^2)$ 是质子和 $\Delta(1236)$ 空间波函数的重叠积分, 由文献 [3] 中定为

$$D_3(q^2) = \sqrt{a_p a'} \left(1 + 2.39 \frac{q^2}{4m^2}\right)^{-1} \left(1 + \frac{q^2}{0.71}\right)^{-2}. \quad (14)$$

按文献 [6] 中的记号, 定义

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \mathfrak{M} = \frac{G}{2\sqrt{3}} \sqrt{\frac{EE'}{mm'}} \langle \Delta^{++}(1236) | J_\mu(0) | p \rangle \langle \mu^- | j_\mu(0) | \nu \rangle. \quad (15)$$

将 (11) 式代入 (15) 式, 可以写成

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \mathfrak{M} = & \frac{G}{\sqrt{2}} \cos \theta_c \phi_u \left\{ - \left[\frac{1}{m} G_3^V(q^2) \gamma_\mu + \frac{1}{m^2} G_4^V(q^2) p'_\mu + \frac{1}{m^2} G_5^V(q^2) p_\mu \right] \gamma_5 F^{\mu\alpha} \right. \\ & + G_6^V(q^2) i^\alpha \gamma_5 - \left[\frac{1}{m} G_3^A(q^2) \gamma_\mu + \frac{1}{m^2} G_4^A(q^2) p'_\mu \right] F^{\mu\alpha} \\ & \left. + G_5^A(q^2) i^\alpha + \frac{1}{m^2} G_6^A(q^2) q_\alpha q \cdot j \right\} u(p), \end{aligned} \quad (16)$$

其中

$$j_\alpha = \langle \mu^- | j_\alpha(0) | \nu \rangle, \quad F^{\mu\alpha} = q_\mu j_\alpha - q_\alpha j_\mu. \quad (17)$$

由 (11) 式可得各形状因子如下:

$$\begin{aligned} G_3^V(q^2) &= \frac{A}{2\sqrt{3}} D_3(q^2), \quad G_4^V(q^2) = -\frac{1}{2\sqrt{3}} \frac{m}{m'} (A - 2B) D_3(q^2), \\ G_5^V(q^2) &= G_6^V(q^2) = 0, \quad G_3^A(q^2) = -\frac{\lambda D}{\sqrt{3}} D_3(q^2), \\ G_4^A(q^2) &= -\frac{\lambda}{\sqrt{3}} \left(\frac{1}{a'} - D \right) \frac{m}{m'} D_3(q^2), \quad G_5^A(q^2) = \frac{1}{\sqrt{3}} \lambda C D_3(q^2), \quad G_6^A(q^2) = 0. \end{aligned} \quad (18)$$

由此可得

$$G_5^A(0) = 1.07. \quad (19)$$

按照 PCAC^[6] 得到

$$G_5^A(0) = 1.2. \quad (20)$$

这与我们的结果相差 10% 左右, 从层子模型和 PCAC 各自的准确程度看, 这个差别是允许的.

从文献 [3] 的讨论知道, (11) 式中与参数 B 成正比的项是与电四极矩有关的. 如果在反应中仅考虑跃迁磁矩的效应, 那么从 (18) 式得到

$$G_4^V(q^2) = -\frac{m}{m'} G_3^V(q^2). \quad (21)$$

但是, 如果还考虑到存在与 B 成正比的项, 那么从 (18) 式得到

$$G_4^V(q^2) = -0.186 \frac{m}{m'} G_3^V(q^2), \quad (22)$$

$G_4^V(q^2)$ 就变得很小了。这是与一般只考虑磁跃迁效应的模型^[6]不同的地方。

从 (11) 式还可以看到, 用这样方法给出的矢量流自动满足矢量流守恒的要求。

二、反应总截面和微分截面

利用 (11) 式给出的跃迁矩阵元, 可将反应的微分截面写为

$$\frac{d^2\sigma}{dQdE'} = \frac{G^2}{512\pi^3} \cos^2\theta_c E'^2 \tau_{\mu\nu} W_{\mu\nu} \frac{\Gamma(m')}{(m' - m_\Delta)^2 + \frac{1}{4}\Gamma^2(m')}, \quad (23)$$

其中 $m_\Delta = 1.236\text{GeV}$, E' 为出射 μ 介子的能量, $\Gamma(m')$ 为 $\Delta(1236)$ 的总宽度. $\tau_{\mu\nu}$, $W_{\mu\nu}$ 分别由轻子流、重子流给出:

$$\begin{aligned} \tau_{\mu\nu} W_{\mu\nu} = & \frac{2}{3mm'\epsilon\epsilon'} D_3^2(q^2) \{ 4m^2 q^2 W_1 + [4m\epsilon(2m\epsilon + m^2 - m'^2) - 2mq^2(m \\ & + 2\epsilon)] W_2 - q^2(q^2 - 4m\epsilon + m'^2 - m^2) W_3 + \frac{1}{2} q^2 m_\mu^2 W_4 + p \cdot q m_\mu^2 W_5 \}, \end{aligned} \quad (24)$$

其中 ϵ 是中微子的能量,

$$\begin{aligned} W_1 = & \frac{1}{m^2} (q^2 + m_+^2) \left(4\lambda^2 C'^2 + \frac{A^2}{m^2} q^{*2} \right) + \frac{4}{m^2} (q^2 + m_-^2) \left[B^2 \frac{(p'q)^2}{m^2 m'^2} + \frac{\lambda^2 D^2}{m^2} q^{*2} \right] \\ & + 4 \frac{q^{*2}}{m^2} \left(AB \frac{p'q}{m^2} - 2\lambda^2 C'D \frac{m'}{m} \right), \\ W_2 = & \frac{(q^2 + m_+^2)}{mm'} \left\{ 4\lambda^2 \left[\frac{m}{m'} C'^2 + \frac{2C'}{a'} \frac{p'q}{m'^2} + \frac{q^{*2}}{mm'a'} \right] + \frac{A^2}{mm'} q^2 \right\} \\ & + \frac{4q^2}{m^2 m'^2} (q^2 + m_-^2) (B^2 + \lambda^2 D^2) + \frac{4q^2}{mm'} \left[AB \frac{p'q}{mm'} - 2\lambda^2 C'D \right], \\ W_3 = & 8\lambda A \left(\frac{q^2 + m_+^2}{mm'} C' - \frac{q^{*2}}{m^2} D \right) + 16\lambda B \frac{p'q}{mm'} \left(C' - D \frac{q^2 + m_-^2}{mm'} \right), \\ W_4 = & \frac{(q^2 + m_+^2)}{mm'} \left\{ \frac{A^2}{mm'} p^2 + 4\lambda^2 \left[\frac{m}{m'} C'^2 + \frac{2C'}{a'} \left(\frac{p'q}{m'^2} - 2 \right) + \frac{q^{*2}}{mm'a'^2} \right] \right\} \\ & + 4 \frac{(q^2 + m_-^2)}{mm'} \left\{ \lambda^2 D^2 \frac{p^2}{mm'} + 4B^2 \left(\frac{q^2}{mm'} + \frac{4p'q}{mm'} \right) \right\} \\ & + 4 \frac{p^2}{mm'} \left(AB \frac{p'q}{mm'} - 2\lambda^2 C'D \right), \\ W_5 = & -\frac{(q^2 + m_+^2)}{mm'} \left\{ 4\lambda^2 \left[\frac{m}{m'} C'^2 + \frac{2C'}{a'} \left(\frac{p'q}{m'^2} - 1 \right) + \frac{q^{*2}}{mm'a'^2} \right] + A^2 \frac{p'q}{mm'} \right\} \\ & - 4 \frac{(q^2 + m_-^2)}{mm'} \left\{ \lambda^2 D^2 \frac{p'q}{mm'} + B^2 \left(2 \frac{p'q}{mm'} + \frac{q^2}{mm'} \right) \right\} \\ & - 4 \frac{p'q}{mm'} \left(AB \frac{p'q}{mm'} - 2\lambda^2 C'D \right). \end{aligned} \quad (25)$$

现取文献 [7] 中关于 $\Gamma(m')$ 对 m' 的依赖关系:

$$\Gamma(m') = \frac{0.128 \left(0.85 \frac{p^*}{m_\pi}\right)^3}{1 + \left(0.85 \frac{p^*}{m_\pi}\right)^2} \text{ GeV}, \quad (26)$$

其中

$$\frac{p^{*2}}{m_\pi^2} = \frac{1}{4m_\pi^2 m'^2} (m'^2 + m_\pi^2 - m^2)^2 - 1. \quad (27)$$

以上各式中出现的 $\Delta(1236)$ 质量 m' 都由下式确定:

$$-m'^2 = p'^2 = (p + p_\nu - p_\mu)^2. \quad (28)$$

在高中微子反应中, μ 介子静止质量项可以略去, 所以在这个近似下, 在 (24) 式中只有 W_1, W_2, W_3 起作用.

利用 (23), (24), (25) 式计算总截面. 作为一种近似, 我们在 $\tau_{\mu\nu} W_{\mu\nu}$ 中取

$$m' = 1.236 \text{ GeV},$$

而只在 Breit-Wigner 共振表达式中取 m' 具有共振分布. 其结果与实验比较见图 1. 如果不取上述近似, 计算结果也近似一样.

实验所给出的微分截面 $d\sigma/dq^2$ 是对中微子能谱平均过的. 为了能与实验进行比较, 我们也将 $d\sigma/dq^2$ 的理论曲线对中微子能谱平均. 中微子能谱及实验结果均取自文献 [6]. 理论和实验结果比较见图 2.

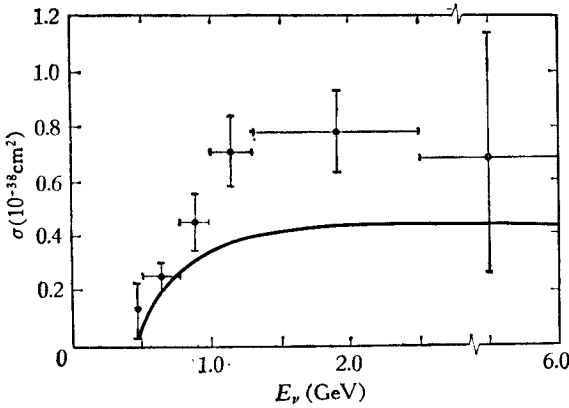


图 1

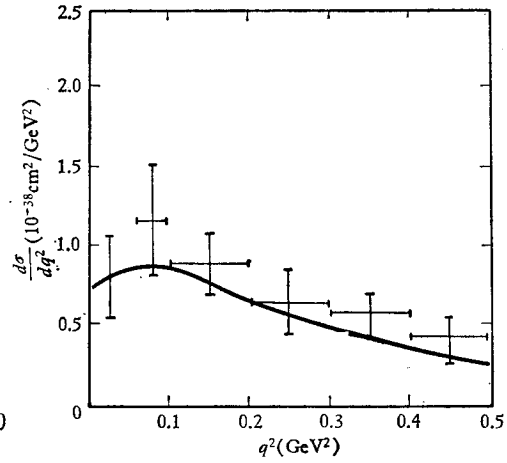


图 2

三、密度矩阵

当进一步测量 $\Delta(1236)$ 衰变出来的 π 介子时, 微分截面可以进一步写成

$$\begin{aligned} \frac{d^4\sigma}{dq^2 dm'^2 d\Omega_\pi} &= \frac{1}{4\pi} \frac{d^2\sigma}{dq^2 dm'^2} \left\{ Y_{00} - \frac{2}{\sqrt{5}} \left(\tilde{\rho}_{33} - \frac{1}{2} \right) Y_{20} \right. \\ &\quad \left. + \frac{4}{\sqrt{10}} \tilde{\rho}_{31} \text{Re} Y_{21} - \frac{4}{\sqrt{10}} \tilde{\rho}_{3-1} \text{Re} Y_{22} \right\}, \end{aligned} \quad (29)$$

式中 $\frac{d^2\sigma}{dq^2 dm'^2}$ 就是 (23) 式 (差一个因子). 利用 (11), (29) 式和文献 [6] 中给出的中微子

能谱得到平均密度矩阵元,见表 1.

表 1

	$\tilde{\rho}_{33}$	$\tilde{\rho}_{3-1}$	$\tilde{\rho}_{31}$
实 验 值	0.58 ± 0.09	-0.24 ± 0.11	-0.18 ± 0.11
理 论 值	0.95	-0.01	-0.26

四、讨 论

1. 本文给出的各个结果与实验比较在定性上都是符合的. 说明了本文所用的反应机制、文献 [3, 4] 中给出的有关参数与层子模型理论是自洽的. 本文从结构观点出发, 特别是给出了与 PCAC 相一致的轴矢流形状因子, 这也是理论上关心的一个问题.

本文给出的总截面理论值比目前的实验值要小, 微分截面与实验大体一致. 密度矩阵元符号与实验也是一致的. 这里 $\tilde{\rho}_{33}$ 理论值比实验值约大 30%, 但与夸克模型^[8]等理论结果相比却有很多改进(与其它理论比较可参见文献[6]).

2. 本文在计算 $d\sigma/dq^2$ 和密度矩阵对中微子能谱平均时, 是从文献 [6] 中给出的能谱曲线上取了许多点进行计算的.

参 考 文 献

- [1] 1966 年北京暑期物理讨论会上北京基本粒子理论组的论文.
- [2] 李炳安, 物理学报, **24** (1975), 21.
- [3] 李炳安, 物理学报, **24** (1975), 124.
- [4] 阮同泽、李炳安, 本刊本期, 397.
- [5] S. Mandelstam, *Proc. Roy. Soc.*, **233** (1955), 248.
- [6] Philip A. Schreiber *et al.*, *Nucl. Phys.*, **B58** (1973), 333.
- [7] K. Bätzner *et al.*, *Phys. Lett.*, **39B** (1972), 575.
- [8] P. Salin., *Nuovo Cimento*, **48A** (1967), 506.
- [9] “素粒子论研究”, **46** (1972), 357.

THE PRODUCTION PROCESS OF $\Delta(1236)$ BY HIGH ENERGY NEUTRINOS, ACCORDING TO THE STRATON MODEL

WU JI-MIN LI BING-AN

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica*)