

高能质子与原子核的弹性和非弹性散射*

张禹顺 李扬国

(中国科学院高能物理研究所)

近年来,高能粒子与原子核的相互作用在实验与理论方面都做了一些工作^[1-5]. 高能粒子由于波长短,能够深入核的内部,因此,从反应机制到核结构等问题引起人们广泛的兴趣. 近一、二年由于实验方面分辨率的提高,能够分辨出低激发态的非弹性散射道,并且开始做出一些实验. 这些实验对进一步研究散射的机制、核结构的影响都是很重要的.

高能粒子与原子核散射的角分布有很强的朝前峰和明晰的绕射花纹,反映了多次散射的现象. 理论研究方面, Glauber^[6] 所发展的多重绕射理论,初步符合弹性散射的实验结果,说明它抓住了多次散射的主要特征. 同时,在作了一些近似后理论处理比较简便,因此受到重视并有所发展. 在处理强子与原子核散射的问题上,要在散射振幅中较好地反映核结构的性质,理论研究上总要遇上核的多体问题. 这是一个比较困难的问题. 我们曾提出用分离变数的方法^[7]处理 Glauber 的多重绕射理论,使它能够在计算散射振幅时保持用各种不同激发方式的波函数,从而能够研究各种核结构的影响. 并把它用于研究 π -核电荷交换反应.

本文在讨论高能量质子的弹性和非弹性散射时,进一步发展了分离变数方法,使它能够处理高次散射项. 并讨论任意次的散射振幅处理方法,以及用它来计算 1 GeV 质子与 ^{12}C 的弹性和非弹性散射.

一、散射振幅的分离变数处理方法

Glauber 多重绕射理论的散射振幅为

$$F_{fi}(\mathbf{q}) = \frac{ik}{2\pi} \int d^2\mathbf{b} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} \langle f | \Gamma(\mathbf{b}, \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{p}_A) | i \rangle, \quad (1)$$

其中 $\mathbf{q} = \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_f$ 是传递动量; $\mathbf{b}$ 是碰撞参数; $\mathbf{s}_i$ 是第 i 个核子的空间坐标 $\mathbf{r}_i$ 垂直于入射方向的分量; k 是入射粒子动量的绝对值; $|i\rangle, |f\rangle$ 是系统的初、末态波函数 Ψ_i, Ψ_f , $\Gamma(\mathbf{b}, \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{p}_A)$ 称为纵断面函数. 它可以用单体的纵断面函数 $\Gamma(\mathbf{b} - \mathbf{s}_i)$ 表示为

$$\begin{aligned} \Gamma(\mathbf{b}, \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{p}_A) = & \sum_{i=1}^A \Gamma_i(\mathbf{b} - \mathbf{s}_i) - \sum_{i < j} \Gamma_i(\mathbf{b} - \mathbf{s}_i) \Gamma_j(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j) \\ & + \sum_{i < j < k} \Gamma_i(\mathbf{b} - \mathbf{s}_i) \Gamma_j(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j) \Gamma_k(\mathbf{b} - \mathbf{s}_k) - \dots, \end{aligned} \quad (2)$$

* 1976 年 2 月 26 日收到, 1977 年 1 月 25 日收到修改稿.

$\Gamma(\mathbf{b} - \mathbf{s}_i)$ 可用二体散射振幅 $f(\mathbf{q})$ 的傅氏变换表示为

$$\Gamma(\mathbf{b} - \mathbf{s}_i) = \frac{1}{2\pi i k} \int d^2\mathbf{q} e^{-i\mathbf{q} \cdot (\mathbf{b} - \mathbf{s}_i)} f(\mathbf{q}). \quad (3)$$

当高能量的核子入射时,核子-核子散射振幅近似地为

$$f(\mathbf{q}) = \frac{ik\sigma}{4\pi} (1 - i\rho) e^{-\beta^2 q^2/2}, \quad (4)$$

其中 σ 为核子-核子散射总截面, ρ 为它的实部与虚部比值, β^2 为斜率参数. (4) 式可以视为对自旋、同位旋取平均值的二体散射振幅. 为了研究核结构对反应截面的影响,我们在处理(1)式散射振幅时,先不对波函数 Ψ_i 、 Ψ_f 作任何近似假设,以便能用各种激发方式的波函数来研究它对核散射会有那些影响. 为此,我们采用逐项处理的办法,即把(2)式逐项代入(1)式,并用(3)、(4)式的关系. 不难证明,对于 n 次碰撞项可以解析地先对 $d^2\mathbf{b}$ 积分,再把被碰撞的 n 个核子的坐标变换到它的质心坐标 $\mathbf{R}$, 及其相对坐标 $\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \dots, \mathbf{r}'_{n-1}$. 变量 $\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_n$ 也作相应的变换. 这样不难完成 $d^2\mathbf{q}_1 \cdots d^2\mathbf{q}_n$ 的积分. 积分后,经过整理,散射振幅为

$$F_{fi}(\mathbf{q}) = \sum_{n=1}^A F_{fi}^{(n)}(\mathbf{q}), \quad (5)$$

其中

$$F_{fi}^{(n)}(\mathbf{q}) = (-1)^{n+1} \binom{A}{n} \frac{ik\sigma^n (1 - i\rho)^n}{n(4\pi)^n \beta^{2(n-1)}} e^{-\frac{\beta^2 q^2}{2n}} S_{fi}^{(n)}(\mathbf{q}), \quad (6)$$

$$S_{fi}^{(1)}(\mathbf{q}) = \int \Psi_f^* e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_1} \Psi_i d\tau, \quad (7.1)$$

$$S_{fi}^{(2)}(\mathbf{q}) = \int \Psi_f^* e^{(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{R} - \frac{s_1'^2}{4\beta^2})} \Psi_i d\tau, \quad (7.2)$$

$$S_{fi}^{(3)}(\mathbf{q}) = \int \Psi_f^* \exp \left[i\mathbf{q} \cdot \mathbf{R} - \frac{s_1'^2}{4\beta^2} - \frac{s_2'^2}{3\beta^2} \right] \Psi_i \cdot d\tau, \quad (7.3)$$

$$S_{fi}^{(4)}(\mathbf{q}) = \int \Psi_f^* \exp \left[i\mathbf{q} \cdot \mathbf{R} - \frac{s_1'^2}{2\beta^2} - \frac{s_2'^2 + s_3'^2}{4\beta^2} \right] \Psi_i \cdot d\tau, \quad (7.4)$$

式中 $\mathbf{s}'_1, \dots, \mathbf{s}'_{n-1}$ 是 n 个核子内部相对坐标 $\mathbf{r}'_1, \dots, \mathbf{r}'_{n-1}$ 垂直于入射方向的分量, $d\tau$ 是 A 粒子系统在坐标、自旋、同位旋空间的体积元. 我们称 $S_{fi}^{(n)}(\mathbf{q})$ 为 n 体形状因子. 它是入射粒子与原子核中 n 个核子碰撞之后,从初态 Ψ_i 跃迁到末态 Ψ_f 时传递动量 $\mathbf{q}$ 的分布函数. 从(5)、(6)和(7)式可以看出,散射振幅的处理主要是计算各次形状因子 $S_{fi}^{(n)}(\mathbf{q})$. 原子核状态的性质,是用波函数 Ψ_i, Ψ_f 显示出来的. 上述处理方法,由于保持了可以用各种不同的波函数进行计算,因此比人们常用的把 $\Psi_f^* \Psi_i$ 取为 $\rho_{fi}(\mathbf{r}_1) \prod_{i=2}^A \rho_0(\mathbf{r}_i)$ 要好得多. 这里 $\rho_0(\mathbf{r})$ 为单核子在核中的平均密度, $\rho_{fi}(\mathbf{r})$ 为跃迁密度. 这样,在处理高能粒子与原子核散射问题时,便可以较细致地研究核结构的影响.

用具体的波函数来计算 n 体形状因子 $S_{fi}^{(n)}(\mathbf{q})$ 时,若 $n \geq 2$, 还要解决高重积分化简的方法. 不难看出,对于多变量的波函数 $\Psi_i(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A)$ 、 $\Psi_f(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A)$, 可以先拆出被碰撞的 n 个核子的波函数(如壳模型理论的波函数,用 f, p 系数可以拆出二个以至多个核子的

波函数). 再把这 n 个核子的波函数的坐标变量变换到它的质心坐标 $\mathbf{R}$ 和相对坐标 $\mathbf{r}'_1, \dots, \mathbf{r}'_{n-1}$ (在壳模型理论中, 可以用 Talmi^[8] 变换来完成). 这样, 积分变量便分离开了. $S_{fi}^{(n)}(\mathbf{q})$ (当 $n \geq 2$) 便可以化为单积分的乘积和. 下面, 我们以 (nl) 壳中有 a 个核子为例, 在 LST 表象中, 初、末态波函数写为 $\Psi_{L_i S_i T_i}(l^a \alpha)$ 、 $\Psi_{L_f S_f T_f}(l^a, \alpha')$ (即纯组态情况) 时, $S_{fi}^{(n)}(\mathbf{q})$ 按上述方法分离变量后化简的结果如下:

$$\begin{aligned} S_{fi}^{(2)}(\mathbf{q}) = & \sum \langle l^{a-2}(\alpha_2 S_2 T_2 L_2) l^2(S_1 T_1 L_1) S_i T_i L_i | \rangle l^a(\alpha) S_i T_i L_i \rangle \\ & \times \langle l^a(\alpha') S_i T_i L_i \{ | l^{a-2}(\alpha_2 S_2 T_2 L_2) l^2(S_1 T_1 L_3) S_i T_i L_i \rangle \\ & \times \langle \nu \lambda N' L', L_3 | n l n l L_3 \rangle \langle \nu \lambda N L, L_1 | n l n l L_1 \rangle \\ & \times (i)^{l_1} (-1)^{L_1} \hat{L}_1 \hat{L}' \hat{L}_1 \hat{L}_3 \hat{L}_3 W(L_1 \lambda l_1 L'; L L_3) \\ & \times W(L_1 L_2 l_1 L_f; L_i L_3) C_{L_i M_i l_i, 0}^{L_f M_i} C_{L_i M_i l_i, 0}^{L_f M_i} \langle \nu \lambda | e^{-\frac{r^2}{6\beta^2}} | \nu \lambda \rangle \\ & \times \langle N L' | j_{l_1}(qR) | N L \rangle \delta_{S_i, S_f} \delta_{T_i, T_f} \delta_{M_{S_i}, M_{S_f}} \delta_{M_{T_i}, M_{T_f}}, \end{aligned} \quad (8)$$

式中对所有变数求和, 其中 $\langle \nu \lambda N L, L_1 | n l n l, L_1 \rangle$ 为 Talmi 系数^[8], $\hat{L} \equiv \sqrt{2L+1}$, $W(a, b, c, d; ef)$ 为 6- j 系数. $C_{aa, b\beta}^r$ 为 3- j 系数, $\langle l^{a-2}(\alpha_2 S_2 T_2 L_2) l^2(S_1 T_1 L_1) S_i T_i L_i | \rangle \times l^a(\alpha) S_i T_i L_i \rangle$ 为 f, p 系数.

$$\langle \nu \lambda | e^{-\frac{r^2}{6\beta^2}} | \nu \lambda \rangle = \int_0^\infty \varphi_{\nu\lambda}^*(r) e^{-\frac{r^2}{6\beta^2}} \varphi_{\nu\lambda}(r) r^2 dr, \quad (9)$$

$$\langle N L' | j_{l_1}(qR) | N L \rangle = \int_0^\infty \varphi_{NL'}^*(R) j_{l_1}(qR) \varphi_{NL}(R) R^2 dR, \quad (10)$$

$\varphi_{\nu\lambda}(r)$, $\varphi_{NL}(R)$ 为简谐振子波函数.

$$\begin{aligned} S_{fi}^{(3)}(\mathbf{q}) = & \sum \langle l^{a-2}(\alpha_1 S_3 T_3 L_3) l^2(S_1 T_1 L_1) S_i T_i L_i | \rangle l^a(\alpha) S_i T_i L_i \rangle \langle l^a(\alpha') S_i T_i L_i \rangle \\ & \times \{ | l^{a-2}(\alpha_2 S_3 T_3 L_2) l^2(S_1 T_1 L_0) S_i T_i L_i \rangle \langle l^{a-3}(\alpha_3 S_4 T_4 L_4) l; S_3 T_3 L_3 | \} \\ & \times l^{a-2}(\alpha_1) S_3 T_3 L_3 \rangle \langle l^{a-2}(\alpha_2) S_3 T_3 L_2 \{ | l^{a-3}(\alpha_3 S_4 T_4 L_4) l; S_3 T_3 L_2 \rangle \\ & \times \langle \nu_1 \lambda_1 \nu_3 \lambda_3; L_1 | n l n l L_1 \rangle \langle N L \nu_5 \lambda_5; L_7 | 1:2 | n l \nu_1 \lambda_1; L_7 \rangle \\ & \times \langle \nu_2 \lambda_2 \nu_4 \lambda_3; L_0 | n l n l L_0 \rangle \langle N L' \nu_6 \lambda_6; L_8 | 1:2 | n l \nu_2 \lambda_2; L_8 \rangle \\ & \times (i)^{l_1} (-1)^{L_1} \hat{L}_1 \hat{L}' \hat{L}_1 \hat{L}_2 \hat{L}_3 \hat{L}_3 \hat{L}_0 (\hat{L}_5 \hat{L}_6 \hat{L}_7 \hat{L}_8)^2 W(L_4 l L_i L_1; L_3 L_5) \\ & \times W(L_4 l L_f L_0; L_2 L_6) W(l \lambda_1 L_5 \lambda_3; L_7 L_1) W(l \lambda_2 L_6 \lambda_3; L_8 L_6) \\ & \times W(L_7 \lambda_6 l_1 L'; L L_8) W(L_5 \lambda_4 l_1 L_8; L_7 L_6) W(L_5 L_4 l_1 L_f; L_2 L_6) \\ & \times C_{L_i M_i l_i, 0}^{L_f M_i} C_{L_i M_i l_i, 0}^{L_f M_i} \langle \nu_6 \lambda_5 | e^{-\frac{2}{9} \frac{r_2^2}{\beta^2}} | \nu_5 \lambda_5 \rangle \langle \nu_4 \lambda_3 | e^{-\frac{r_1^2}{6\beta^2}} | \nu_3 \lambda_3 \rangle \\ & \times \langle N' L' | j_{l_1}(qR) | N L \rangle \delta_{S_i, S_f} \delta_{M_{S_i}, M_{S_f}} \delta_{T_i, T_f} \delta_{M_{T_i}, M_{T_f}}, \end{aligned} \quad (11)$$

式中对所有变数求和, $\langle N L \nu \lambda; L_1 | 1:2 | n l \nu_1 \lambda_1; L_1 \rangle$ 是质量为 1:2 的 Talmi 变换系数^[9].

对更高次项的 $S_{fi}^{(n)}(\mathbf{q})$ ($n \geq 4$), 原则上并没有什么困难. $S_{fi}^{(1)}(\mathbf{q})$ 是不难求得的. 因为它不用作任何变换. 如文献[7]中(13)式曾给出它的结果. 对于由组态混合组成的波函数, 或 a 个核子处于两个, 或两个以上能壳的情况, $S_{fi}^{(n)}(\mathbf{q})$ 的处理和上面(8), (11)式是相似的, 有的表达式还要简单些. 这样, 便能用(5), (6)式的结果, 计算出多重散射振幅 $F_{fi}(\mathbf{q})$, 从而获得散射截面.

二、质子对 ^{12}C 的弹性、非弹性散射

用上述的方法来计算入射质子能量为 1GeV 时与 ^{12}C 弹性散射以及到 $2^+(4.4\text{MeV})$, 4^+ 态的非弹性散射. 在计算中, 对 ^{12}C 的基态(0^+ 态)和低激发态 2^+ , 4^+ 态的波函数取 $SU(3)$ 的结果^[10], 即取 $\Psi_{L00}[(1p)^8[44]]$ (L 取 $0, 2, 4$). 用 $SU(3)$ 波函数来描述 ^{12}C 的低激发态可能比纯壳模型波函数要正确些. 它可能反映了 ^{12}C 核的一些集体性质. 我们取 $SU(3)$ 波函数的另一个目的是希望与 Bassel^[11] 等人用 $i-j$ 耦合下的纯壳模型波函数的计算作比较.

在计算中, 二体散射振幅的参数由实验定出, 即

$$\sigma = 44\text{mb}, \quad \rho = -0.275, \quad \beta^2 = 5.45(\text{GeV}/c)^{-2},$$

简谐振子波函数参数 α^2 取 $0.401f^{-2}$. 这些参数也与 Bassel^[11] 等人取的一样, 这样的计算结果与他们比较便更清楚了.

在计算 $F_{fi}(\mathbf{q})$ 时, 我们算到 $n=3$ 的项, 在实验角度内, 计算到三次碰撞已足够了. 在能量为 1GeV 的质子入射时, (5) 式的收敛是比较快的. 在计算中, 还考虑质心运动的修正, 即在 $F_{fi}(\mathbf{q})$ 乘上因子 $e^{-\frac{q^2}{4A\alpha^2}}$. 计算的结果画在图 1, 3, 4 中.

此外, 我们还取了 Wood-Saxon 光学模型势

$$V(r) = -(V_0 + iW_0) \frac{1}{1 + e^{(r+R_0)/a}}, \quad (12)$$

计算了能量为 1.04GeV 的质子对 ^{12}C 的弹性散射角分布. 计算时光学势的参数取

$$W_0 = 100\text{MeV}, \quad V_0 = -20\text{MeV}, \quad r_0 = 1.05f, \quad a = 0.45f.$$

计算的结果画在图 2 中.

首先, 对于弹性散射, 我们的理论计算与实验值符合得比较好. 在 $q^2 < 0.33(\text{GeV}/c)^2$ 处, 理论与实验符合得很好. 当 $q^2 > 0.33(\text{GeV}/c)^2$ 便偏小了. 唯象的光学模型计算(图 2) 与实验的符合更好. 它反映了光学模型位 $V(r)$ 要符合高能核子散射, 必需有一个很深的体吸收位. 这个位的形状与核子的密度分布很接近. 从多重散射理论导出的等效光学势正好是这样的情况^[4]. 它与低能区的光学位从深度到形状都有很大差别. 计算说明 Glauber 绕射理论在解释弹性散射是很成功的. 我们的计算比 Bassel^[11] 的计算更接近实验结果(见图 1). 他们只计算到 q^2 约 $0.26(\text{GeV}/c)^2$ 处, 更大处便没有给出结果. 且计算结果比我们偏离实验更大. 这说明 $SU(3)$ 波函数更符合原子核的实际.

对于 2^+ 态的非弹性散射, 在 $q^2 < 0.25(\text{GeV}/c)^2$ 时, 理论与实验符合得较好. $q^2 > 0.25(\text{GeV}/c)^2$, 计算值与实验比较便偏小. 但比 Bassel^[11] 的计算大大地接近实验结果. 他们的计算, 即使在小角度处比实验值也小约一个量级(见图 3). 对于 ^{12}C 的 2^+ 态的非弹性散射的理论分析, 当前在 q^2 大处都不易与实验符合. 如 Alexander^[5] 用了扭曲波冲量近似办法, 计算结果角分布也不能很好符合实验. 在 $q^2 > 0.2(\text{GeV}/c)^2$ 处仍偏离很大. 这可能由于 ^{12}C 的 2^+ 激发态是核变形态, 因而较大地影响了计算结果. 从分析计算的结果来看. 在 $q^2 > 0.15(\text{GeV}/c)^2$ 起对散射的贡献主要来自二次、三次碰撞. 因此, 2^+ 态如

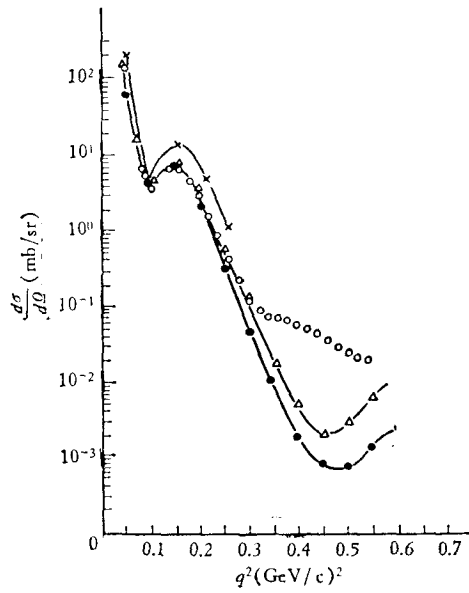


图1 质子与 ^{12}C 的弹性散射微分截面
“●”线表示多重绕射的计算值；“△”线表示经过质心修正之后的计算值；“○”线表示 Scalay^[2] 的实验值；“×”线表示 Bassel^[11] 等人的计算值

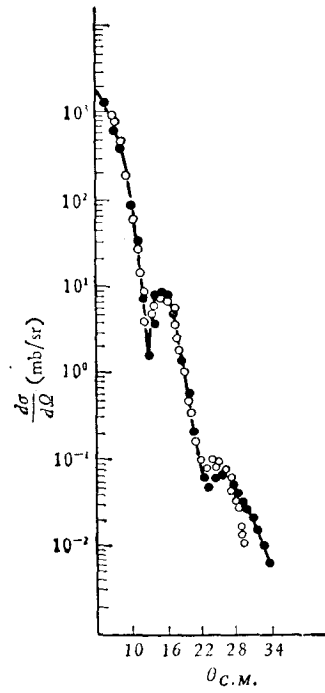


图2 Wood-Saxon 光学模型势的微分截面
“●”线表示计算值；“○”线表示 Scalay^[2] 的实验值

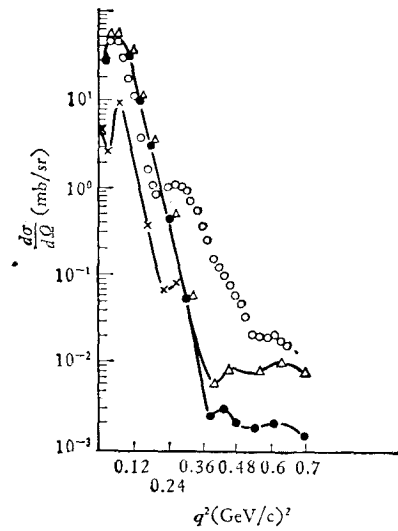


图3 质子与 $^{12}\text{C}^*(2^+ (4.43\text{MeV})$ 态) 的非弹性散射微分截面
(说明同图1)

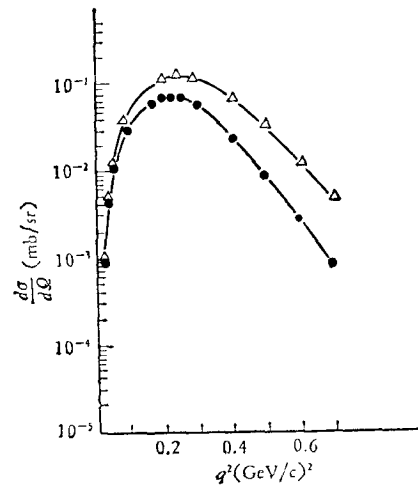


图4 质子与 $^{12}\text{C}^*(4^+ \text{ 态})$ 的非弹性散射微分截面
“●”线表示多重绕射的计算值；“△”线表示经过质心修正之后的计算值

有强烈的集体性质,猜测会改变计算结果.

对于 4^+ 态的计算,由于没有实验值,我们只给出理论计算的结果. 值得指出的是,我们取 $\Psi_{400}[(1p)^8[44]]$ 为 4^+ 态. 这样的组态一次碰撞项是禁戒的. 因为从 ^{12}C 的基态一个 $1p$ 壳核子被碰撞之后而不改变这个核子能壳位置是无法跃迁到 4^+ 态. 要跃迁到 4^+ 态,至少要与二个核子碰撞. 因此,散射截面要弱得多. 我们提出的分离变数方法,可以用波函数来计算. 它便能反映出这个特点. 这是人们常取

$$\Psi_f^* \Psi_i = \rho_{fi}(\mathbf{r}_1) \prod_{i=2}^A \rho_0(\mathbf{r}_i)$$

所办不到的.

在上面的计算中,我们实际计算了 ^{12}C 中在 $1p$ 壳中八个核子对弹性和非弹性散射的贡献. 而忽略了 $0s$ 壳四个核子的贡献,这也是使我们的计算值偏小的一个因素,这将在 π -核散射的问题中研究内壳核子的影响.

本文中提出了能保持用多体波函数来计算多重散射的分离变数方法. 它将有助于深入分析强子与原子核散射的某些核结构特点.

参 考 文 献

- [1] H. Palevsky, *et al.*, *Phys. Rev. L.*, **18** (1967), 1200.
- [2] J. Thirion, "Elastic and Inelastic Scatterering of 1 GeV. Proton", C. E. N. Saclay (1973).
- [3] J. Saudions and C. Wilkin, Ref. TH 1808, CERN (1974).
- [4] H. Feshbach and J. Hüfner, *Ann. Phys.*, **66** (1971), 20.
- [5] Y. Alexander and A. S. Rinat, *Ann. Phys.*, **82** (1974), 301.
- [6] R. J. Glauber, "Lectures in Theoretial Physics" Vol. 1; "High-Energy Physics and Nuclear Structure" (1967), P. 151; (1970), P. 207.
- [7] 李扬国、刘宪辉、马维兴, 中国科学, 1975, 38.
- [8] A. De-Shalit and I. Talmi, "Nuclear Shell Theory" (1963).
- [9] Y. F. Smirnov, *Nucl. Phys.*, **27** (1961), 177.
- [10] H. A. Jahn, *Proc. Roy. Soc.*, **A209** (1951), 502.
- [11] R. H. Bassel and C. Wilkin, *Phys. Rev.*, **174** (1968), 1179.

ELASTIC AND INELASTIC PROTON-NUCLEAR SCATTERING AT HIGH ENERGY

ZHANG YU-SHUN

LI YANG-GUO

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)