

研究简报

永磁材料退磁曲线的几何作图法*

盛 谏

(杭州无线电研究所)

一、引 言

从永磁材料的三个参量: 剩磁 B_r , 矫顽力 H_c 和最大磁能积 $(BH)_{\max}$ 来确定退磁曲线是个老问题^[3,4]. Асташевская^[5] 提出在相对坐标 $\left(\frac{B}{B_r}, \frac{H}{H_c}\right)$ 下“矩形”型退磁曲线可用一段圆弧两段直线相切进行逼近, 但须事先知道退磁曲线上许多实验点, 因此没有实际意义. Ю. М. Пятин^[2] 认为在只知三个坐标点的情况下是不可能实现用直线段和圆弧配合逼近相对坐标下的退磁曲线的. 他提出先用双曲线逼近磁化强度退磁曲线, 然后转换为磁感退磁曲线可使所得公式对目前的永磁材料有足够的精度. 但公式较繁而且要求知道 $(BH)_{\max}$ 的坐标 B_d 和 H_d , 但这一般是不给出的.

由于影响退磁曲线形状的实际因素很多, 因此目前还只能找一些经验的规则, 用近似的方法解决, 包括采用某些几何曲线进行逼近.

本文在极限退磁曲线的讨论^[1]的基础上, 按退磁曲线的实际变化规律, 用逐步收缩退磁曲线存在的范围, 并选用适当的圆弧来逼近的方法, 找到了退磁曲线的几何作图法. 本方法只需知道三个主要参量 B_r , H_c , $(BH)_{\max}$, 直观且对坐标比例不加任何限制.

文中 H 取正值, 这样较方便, 实质上是对第 I 象限中的镜像进行计算. 采用 C. G. S. 制.

二、 $(BH)_{\max}$ 点坐标的确定

对于早期的永磁材料, 双曲线逼近的精度已足够, $(BH)_{\max}$ 点位于 B_r 和 H_c 构成的矩形的对角线上^[4]. 因此以已知的 $(BH)_{\max}$ 作等磁能双曲线

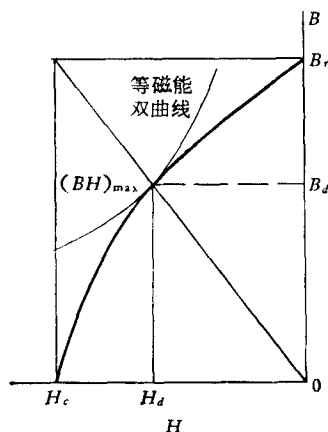
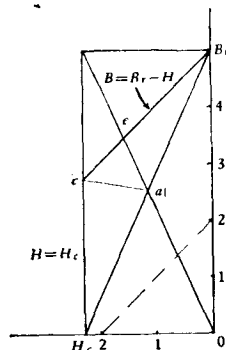
$$(BH) = (BH)_{\max}, \quad (1)$$

它与上述对角线的交点即所求 $(BH)_{\max}$ 点, B_d 和 H_d 便可求得, 见图 1. 此法可称为“对角线”法, 对高能积的铁氧体、铂钴等材料, 其误差达 20% 以上.

为寻找较接近实际的方法, 图 2 绘出了一定的 B_r , H_c 下退磁曲线的两种极限情况. 一种是 $(BH)_{\max}$ 达最大极限值, 它由直线 $B = B_r - H$ 与直线 $H = H_c$ 相交构成^[1], 其 $(BH)_{\max}$ 点位于折点 $c[H_c, (B_r - H_c)]$. 另一种的 $(BH)_{\max}$ 达最小, 它是连接 B_r 与 H_c

* 1977 年 1 月 14 日收到.

的直线, 其 $(BH)_{\max}$ 点位于直线的中点 $a \left[\frac{H_c}{2}, \frac{B_r}{2} \right]$. 实际的退磁曲线将在这两种极限曲线构成的 $\triangle B_r c H_c$ 内. 当 $(BH)_{\max}$ 较低时, 退磁曲线比较接近双曲线, 其 $(BH)_{\max}$ 点比较接近对角线段 $\overline{ae}$; 当 $(BH)_{\max}$ 较高时, 退磁曲线接近第一种极限曲线, $(BH)_{\max}$ 点逐渐趋于 c 点, 但不超过极限曲线. 因此采用通过 a, c 两点并且内切于 $\triangle cea$ 的圆弧来代替前面的对角线作为 $(BH)_{\max}$ 点的存在域是比较接近实际而作图又较方便的.

图1 确定 $(BH)_{\max}$ 点的对角线法图2 $(BH)_{\max}$ 点的极限位置

圆弧的具体作法分三种情况(见图3):

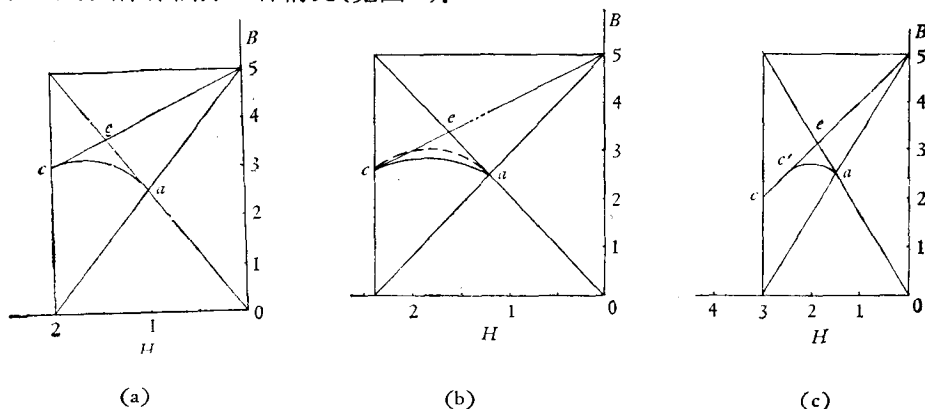


图3 圆弧法作图的三种情况

$H_c < \frac{B_r}{2}$ 且 $\overline{ae} > \overline{ce}$ 时, 所作圆弧要和对角线 $\overline{ae}$ 相切, 并通过 a, c 两点¹⁾(见图3(a));

$H_c < \frac{B_r}{2}$ 且 $\overline{ae} < \overline{ce}$, 这时与 $\overline{ae}$ 相切的圆弧将超过极限曲线(图3(b)虚线), 改用与 $\overline{ce}$ 相

切于 c 并通过 a 点的圆弧(见图3(b)); $H_c \geq \frac{B_r}{2}$, 这时最大极限 $(BH)_{\max}$ 点将固定于 c' 点

1) 严格的求圆心方法是过 a 点作 $\overline{ae}$ 的垂线, 再作 $\overline{ac}$ 的中垂线, 交点为圆心. 但实际上不如用圆规试凑方便而准确.

$\left[\frac{B_r}{2}, \frac{B_r}{2}\right]$, 与 c 点分离⁽¹⁾. 圆弧与 $\overline{c'e}$ 相切, 圆心在过 c' 点的 $\overline{c'e}$ 的垂线上(见图 3(c)).

大量实际退磁曲线表明, 上述圆弧与退磁曲线的交点 d 与等磁能双曲线与退磁曲线的切点非常接近, 二者往往几乎完全重合. 见图 4 与图 7. 这里给出的仅是大量曲线中的一小部分.

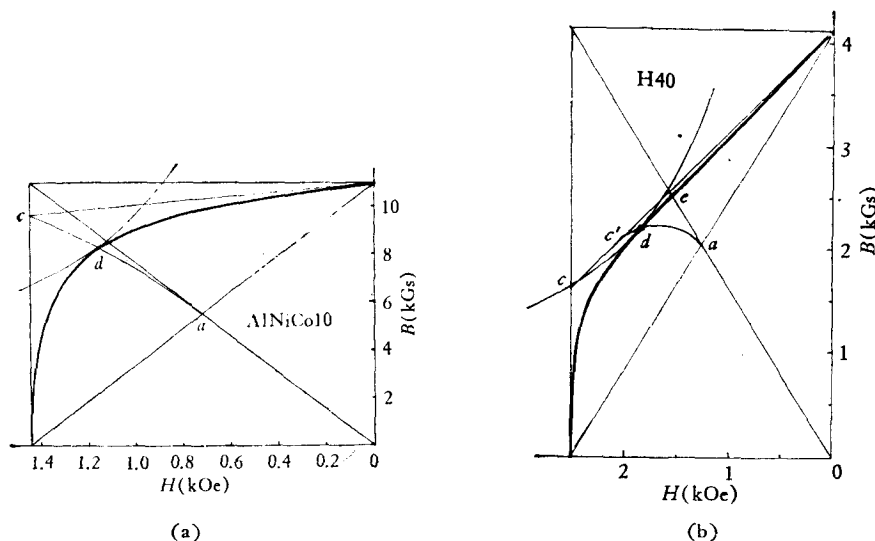


图 4 圆弧法确定 $(BH)_{\max}$ 点与实际接近程度的比较

因此根据已知的 $B_r, H_c, (BH)_{\max}$ 求 $(BH)_{\max}$ 点可采用作图法: 作上述圆弧, 然后按(1)式作等磁能双曲线, 交点 d 即为所求. 此外, 也可用解析几何的方法求出图 5 的曲线, 用它可很快查出 H_d, B_d 值. 以上方法可称为“圆弧法”.

例. 已知 $H_{30}, H_c = 1.7$ (kOe), $B_r = 3.7$ (kGs), $(BH)_{\max} = 3.1$ MGOe,

因 $H_c/B_r = 1.7/3.7 = 0.46$, $(BH)_{\max}/B_r^2 = 3.1/3.7^2 = 0.228$,

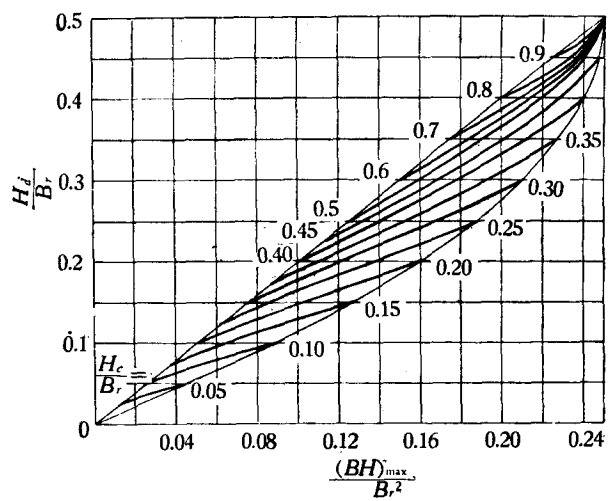
查图 5 得 $H_d/B_r = 0.395$, $B_d/B_r = 0.572$.

故 $H_d = 0.395 \times 3.7 = 1.46$ kOe, $B_d = 0.572 \times 3.7 = 2.12$ kGs. 若用文献[4]的对角线法计算, 得 $H_d = 1.2$ kOe, $B_d = 2.6$ kGs. 而由图 4 中 H30 退磁曲线与等磁能双曲线相切的切点读出 $H_d = 1.45$ kOe, $B_d = 2.15$ kGs. 所以圆弧法的误差在此例中为 1.4%, 而对角线法的误差达 20%.

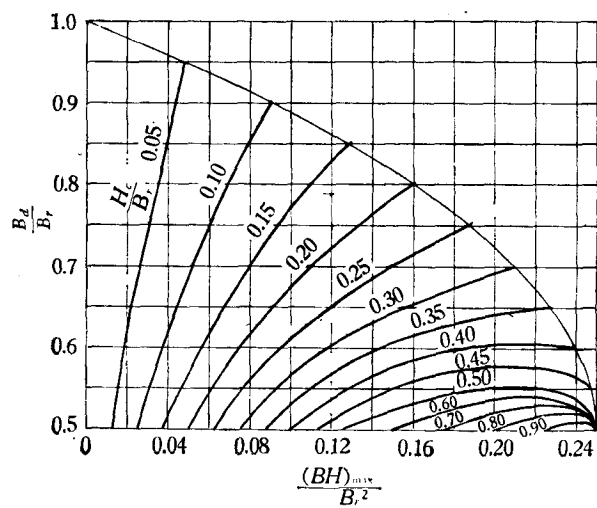
三、退磁曲线的确定

已知 H_c, d, B_r 三点, 若再进一步知道退磁曲线在这三点处的切线, 则退磁曲线便限制在图 6 中 $\triangle B_r id$ 与 $\triangle H_c jd$ 之内. 图中 $\overline{fB_r}$ 是退磁曲线在 B_r 点的切线. $\overline{ji}$ 是在 d 点的切线, $\overline{H_c j}$ 是在 H_c 点的切线. 切线的交点是 i, j .

d 点退磁曲线与等磁能双曲线具公切线 $\overline{ji}$, 由于等磁能双曲线在此点处的切线斜率



(a)



(b)

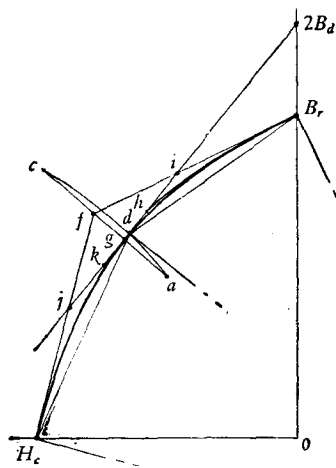
图 5 $(BH)_{\max}$ 点的坐标 H_d , B_d 的近似解

图 6 退磁曲线的确定

为

$$\left. \frac{dB}{dH} \right|_{H=H_d} = \frac{d\left(\frac{H_d \cdot B_d}{H}\right)}{dH} \bigg|_{H=H_d} = -\frac{B_d}{H_d}. \quad (2)$$

因此在 B 轴上截取 $2B_d$, 通过 $2B_d$ 点与 d 作直线, 即得 d 点处退磁曲线的切线。

切线 $\overline{fB_r}$ 可根据经验关系:

$$\frac{\overline{ga}}{\overline{ca}} = \frac{\overline{fg}}{\overline{cg}} \quad (3)$$

作出, 其中 g 为 $\overline{ca}$ 与退磁曲线的交点或近似地为 $\overline{ca}$ 与 $\overline{ji}$ 的交点, f 为 B_r 点切线和 $\overline{ca}$ 的交点。

此经验关系是从大量实际退磁曲线中找得的。图 7 是其中具有代表性的一小部分, 它表明这个经验关系与实际符合得相当好。图中还绘有注明 μ_r 值的回复线, 表明此法作

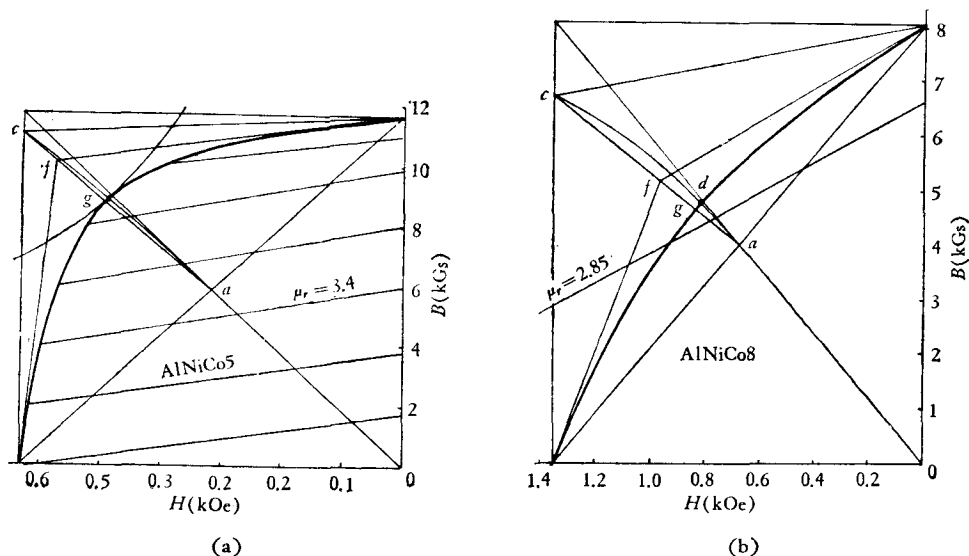


图 7 退磁曲线在 B_r 处的切线(图中退磁曲线和 μ_r 引自文献 [6, 7])

出的 B_r 点切线与回复线接近于平行, 因此可用于回复线的近似作图。

H_c 处退磁曲线的切线的不确定成份要大一些。对于多数材料(凸度不太大), 这一切线与 B_r 处的切线大体上交于 $\overline{ac}$ 线上同一点 f (如图 7 所示)。但有些材料(凸度大)的退磁曲线, 如图 4 中的 AlNiCo10、H30、H40, H_c 处的切线与 H 轴几乎垂直(见图 8(b) 中的 $\overline{mH_c}$)。这时图 8 中线段 $\overline{mH_c}$ 长于 $\overline{md}$ ($\overline{mH_c} > \overline{md}$) (如图 8(b))。

限于三角形内的退磁曲线满足下列条件: 1. 通过 B_r , d , H_c 三点; 2. 与 $\overline{B_r i}$, $\overline{id}$, $\overline{d j}$, $\overline{H_c j}$ 相切; 3. 单调上升凸曲线。满足上述条件的曲线可找到许多, 但由于三角形面积不大, 这些曲线之间差别不大, 选择作图简便又接近实际的圆弧来逼近退磁曲线:

在 $\overline{id}$ 上取 h 点, 使

$$\frac{\overline{hd}}{\overline{id}} = \frac{\overline{ga}}{\overline{ca}}, \quad (4)$$

(因 g 点越靠近 c 点,退磁曲线越向外侧鼓出),在 B_r 点作 $\overline{iB_r}$ 的垂线,在此垂线上找圆心作圆弧 $\widehat{B_rh}$ 通过 h, B_r 两点,如图 6. 又在 $\overline{jd}$ 上取 k 点,使

$$\frac{\overline{kj}}{\overline{jd}} = \frac{\overline{ga}}{\overline{ca}}, \quad (5)$$

在 H_c 点作 $\overline{H_cj}$ 的垂线,在此垂线上找圆心作圆弧 $\widehat{H_ck}$ 通过 k, H_c 两点(图 6 中未画 $\widehat{H_ck}$). 在 d 点作 $\overline{ji}$ 的垂线,在此垂线上分别两次找圆心作圆弧通过 d 点,并分别与 $\widehat{B_rh}, \widehat{H_ck}$ 相切. 这四段光滑连结的圆弧就构成了所求退磁曲线. 当出现图 8(b) 的情况时, i 点改为 m 点.

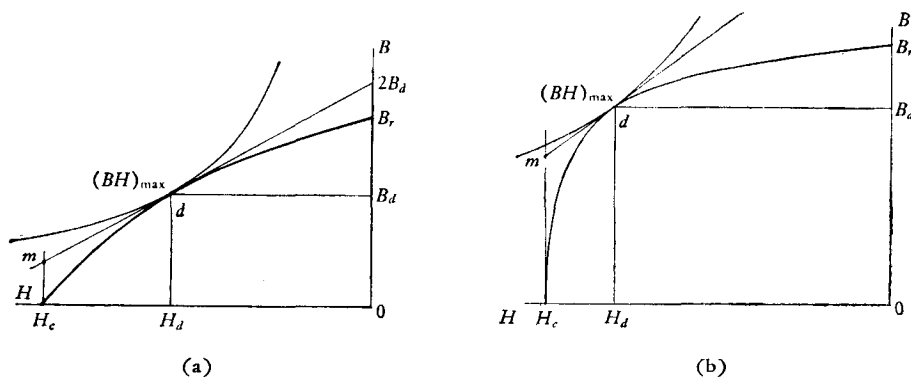


图 8 退磁曲线在 $(BH)_{\max}$ 点的切线与 H_c 处垂线 $\overline{mH_c}$ 交于 m 点

当 $\triangle B_id$ 或 $\triangle H_cid$ 面积小时,可分别用一段圆弧代替上述两段圆弧,甚至可用直线代替圆弧,以使作图简化.

四、作图情况及结果

对于一般的 AlNiCo 材料,用四段圆弧逼近退磁曲线,得到的结果示例于图 9(a). 它们与文献 [6] 所给的曲线作了比较,差异部分用黑点表示.

对于定向程度较高的 AlNiCo 材料,如 AlNiCo10 (即 AlNiCo8 DG), AlNiCo7 DG , 因有 $\overline{mH_c} > \overline{md}$ (见图 8(b)), 因此退磁曲线在 H_c 处的切线取直线 $\overline{mH_c}$.

对于高磁能铁氧体, $\triangle B_id$ 面积小,用直线 $\overline{B_id}$ 作为这段退磁曲线. 此外,有 $\overline{mH_c} > \overline{md}$, 以垂线 $\overline{mH_c}$ 作为退磁曲线在 H_c 处的切线进行作图. 结果如图 9(b). 在曲线的下部与实际退磁曲线略有差别(若用文献 [2] 的公式计算,结果也类似). 考虑到这个特点,对高磁能硬磁铁氧体可作图 10(a) 的补充: 在 d 点的切线 $\overline{dj}$ 上取 $\overline{ld} = \frac{1}{3} \overline{dj}$, 在通过 l 的 $\overline{dj}$ 垂线上找圆心,作圆弧通过 l 点并与圆弧 $\widehat{H_ck}$ 相切. 这样可以与实际的退磁曲线符合得更好(图 10(b)).

对于高矫顽铁氧体及稀土钴 RCO_5 , $\triangle B_id$ 的面积很小,可用直线 $\overline{B_id}$ 作为这一段退

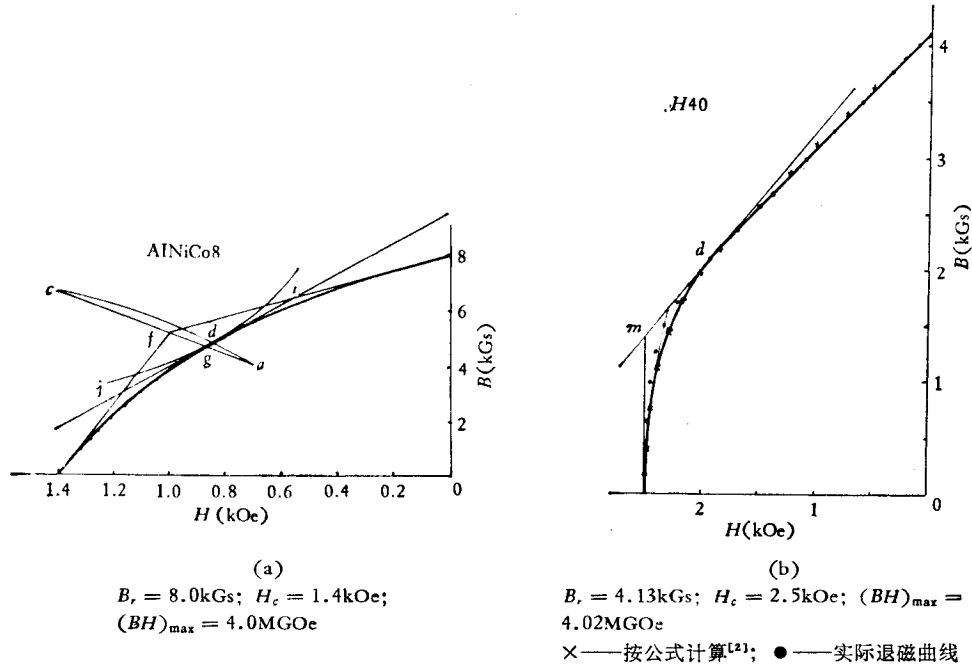


图9 用几何作图法绘制的退磁曲线

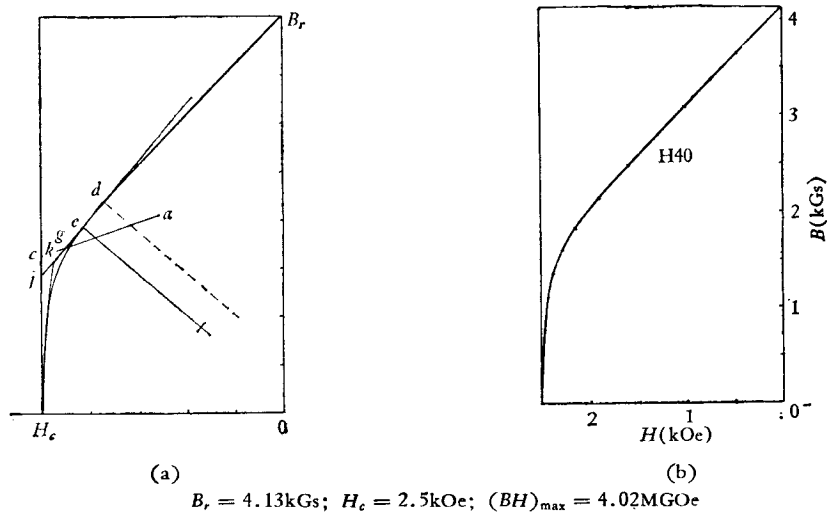


图10 高磁能铁氧体的补充作图

磁曲线: $\triangle H_c j d$ 很小, 可用通过 H_c, d 两点并与 $\overline{jd}$ 切于 d 的圆弧代替这一段退磁曲线, 结果几乎全部与实际退磁曲线吻合。

五、结 论

虽然退磁曲线的形状受成份与工艺的影响, 变化较大, 但可从实际退磁曲线中找到规

律,用几何作图的方法逼近它.逼近的精度足够实际应用的需要.

参 考 文 献

- [1] 盛 谏,高矫顽材料永磁磁路的设计问题,西北电讯工程学院学报,1978, No. 1 待发表.
- [2] Ю. М. Пятин, С. В. Дмитриев, *Электротехника*, (1968) 第 8 期, 45—48.
- [3] E. A. Watson, *J. Inst. Elec. Engrs.*, 61(1923), 641.
- [4] E. M. Underhill, *Electronics*, (1944), 118.
- [5] Т. С. Асташевская, И.В.У.З. *Электромеханика*, 1964, № 3.
- [6] R. J. Parker, R. J. Studders, *Permanent Magnets and Their Application*, (1962), New York.
- [7] F. G. Spreadbury, *Permanent Magnets*, (1949), London.

AN APPROXIMATE GRAPHIC METHOD TO CONSTRUCT THE DEMAGNETIZATION CURVE FOR PERMANENT MAGNETIC MATERIALS

SHENG JIAN

(Hangchow Wireless Research Laboratory)