

结电阻对微波和约瑟夫逊 隧道结耦合的影响*

刘 福 绥 吴 杭 生

(北京大学物理系) (中国科学技术大学)

—

在用约瑟夫逊效应来比较和保持标准电动势等应用中, 如何保证结和微波的最佳耦合是一个重要问题.

对这个问题的流行回答是: 提高入射微波功率; 改进隧道结和外界的匹配以及选择微波频率 ν , 使它和结的本征频率相等, 即

$$\nu = n \frac{c_0}{2L_x}, \quad (1)$$

其中 c_0 是结中电磁波的传播速度; L_x 是沿微波入射方向结的长度; n 是整数. 本文研究表明, 上述诸条件只是实现最佳耦合的必要条件, 不是充分条件. 下面我们将证明存在一个和上述诸条件相独立的新的条件 (10) 式, 并由此解释了一些实验积累起来的经验事实^[1,2].

二

考虑一个位于 $x > 0$ 空间的半无限长的约瑟夫逊隧道结. 它的绝缘层平面和 xy 平面相重合. 微波沿着 x 方向入射, 它的磁场分量

$$h(x, t) = h_0 \exp 2\pi i \left(\nu t - \frac{x}{\lambda} \right) \quad (2)$$

和 y 轴平行, 其中 ν 和 λ 分别是微波频率和波长. 设在垂直微波传播方向上结的长度 L_y 比微波波长 λ 和约瑟夫逊穿透深度 λ_J 都小得多, 因而可略去各物理量沿 y 方向的变化, 认为它们仅是 x 和 t 的函数.

位相差 $\phi(x, t)$ 满足的微分方程为

$$\frac{\partial^2 \phi(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \phi(x, t)}{\partial t^2} = \frac{1}{\lambda_J^2} \sin \phi(x, t). \quad (3)$$

考虑到, 在 $x = 0$ 处, 电磁波的磁场分量是连续的, 所以 ϕ 应满足如下边界条件:

* 1977 年 10 月 31 日收到.

$$\left. \frac{\partial \phi(x, t)}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{2e\Lambda}{\hbar c} h_0 e^{2\pi i \nu t}, \quad (4)$$

式中 $\Lambda = \lambda_{L_1} + \lambda_{L_2}$, λ_{L_1} 和 λ_{L_2} 为位于绝缘层两边超导体的穿透深度.

在加微波前, $\phi = 0$. 在微波影响下, ϕ 偏离 $\phi = 0$, 但仍是小量, 因而 $\sin \phi \approx \phi$. 在这个近似下, (3) 式简化为线性微分方程:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \frac{1}{\lambda_J^2} \phi. \quad (5)$$

易证, 在 $x = \infty$ 处有界并满足边界条件 (4) 式, 方程 (5) 的解为

$$\phi(x, t) = -\frac{2e\Lambda}{\hbar c} \frac{h_0}{\sqrt{\frac{1}{\lambda_J^2} - \frac{4\pi^2\nu^2}{c_0^2}}} \exp\left[-\sqrt{\frac{1}{\lambda_J^2} - \frac{4\pi^2\nu^2}{c_0^2}} x\right] \cdot \exp 2\pi i \nu t. \quad (6)$$

如果

$$\nu > \frac{c_0}{2\pi\lambda_J}, \quad (7)$$

(6) 式是一个行波解; 反之, 它是一个衰减解.

在上面的讨论中, 假设隧道结沿着微波入射方向的长度 L_x 为无限长. 不难看出, 当 L_x 是有限时, 存在波动解的条件 (7) 式仍然是成立的.

利用 (1) 式, 由 (7) 式得出

$$L_x < \pi\lambda_J. \quad (8)$$

在得到此式时, 取 $n = 1$. 这是实际应用中通常出现的情形. 进一步把 $\lambda_J = \left(\frac{\hbar c^2}{8\pi j_c e \Lambda}\right)^{\frac{1}{2}}$ 代入 (8) 式, 并利用隧道结的临界电流公式^[3]

$$I_c = -\frac{1}{R_N} \frac{\pi \Delta(T)}{2e} \text{th} \frac{1}{2} \beta \Delta(T), \quad (9)$$

得到

$$R_N > \frac{4e\Lambda L_x}{\hbar c^2 L_y} \Delta(T) \text{th} \frac{1}{2} \beta \Delta(T), \quad (10)$$

式中 $\beta = 1/kT$; $\Delta(T)$ 是超导体的能隙; R_N 是隧道结的正常电阻. (10) 式是微波能在隧道结中传播的条件. 它是本文得到的主要结果.

所以, 要实现结和微波的最佳耦合, 仅仅满足第一节所列举的条件是不够的, 还必须满足条件 (10) 式.

三

文献 [1] 的实验条件为: Pb-PbO-Pb 结; 液氮温度; $L_x = 1\text{mm}$, $L_y = 0.3\text{mm}$. 文献 [1] 的作者们在实验结果基础上, 总结出“我们发现使用电阻近于 0.1Ω 的结是好的选择”. 并且还说: “在入射微波和我们的谐振式隧道结之间的耦合的细节, 迄今尚未清楚的理解, 定性上发现高阻结耦合较好”. 文献 [1] 的经验事实可以用本文的理论解释. 按 (10) 式, 在文献 [1] 的实验条件下, 可求得 $R_{N, \text{理}} \geq 0.2\Omega$, 而文献 [1] 的实际经验相当于 $R_{N, \text{实}} \geq$

0.1 Ω . 从理论和实验的比较可知: 我们的理论定性上解释了存在 R_N 极小值问题, 但是定量上相差一倍. 这个定量上的差别是不难找到原因的. 据文献 [1] 报道临界电流的实测值为 9 mA. 而按 (9) 式算出的临界电流值为 20 mA. 我们在得出 (10) 式时正是用到 (9) 式. 这相当于我们用的是理论上的约瑟夫逊临界电流值, 而实验中达不到. 如果对临界电流值作了这一修正后, 得到的 R_N 值应为 $R_{N,理,修} \geq 0.95\Omega$. 这和实验结果是符合得相当好的.

文献 [2] 的实验条件为: Pb-PbO-Pb 结; 液氦温度; $L_x = 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.1\text{mm}$, $L_y = 0.2\text{mm}$. 该文的实际经验是: “用数十毫欧的结是有利的”. 文献 [2] 未给出其临界电流实验值, 因此不能像讨论文献 [1] 那样对 $I_{c,理}$ 作出确切的修正. 文献 [1] 给出 $R_N = 0.05\Omega$ 时, $I_{c,理} = 12\text{mA}$, 而由 (9) 式算出的 $I_{c,理} = 40\text{mA}$. 如果参照文献 [1] 的数据, 对文献 [2] 的 $R_{N,理}$ 作乘以 1/3 因子的修正, 即可得出: 当 L_x 从 0.3 mm 到 1.1 mm 时, 对应 $R_{N,理,修} \geq 30\text{m}\Omega$ 到 $R_{N,理,修} \geq 110\text{m}\Omega$. 这和文献 [2] 的实际经验是符合的.

参 考 文 献

- [1] B. F. Field, T. F. Finnegan and J. Toots, *Metrologia*, 9(1973), 155.
- [2] T. Endo, M. Koyanagi, S. Koga and A. Nakamura, *Japanese J. Applied Physics*, 13(1974), 1449.
- [3] V. Ambegaokar and A. Baratoff, *Phys. Rev. Letters*, 10(1963), 486; Erratum, *ibid.*, 11(1963), 104.

THE INFLUENCE OF THE JUNCTION RESISTANCE ON THE COUPLING BETWEEN THE MICROWAVE AND THE JOSEPHSON TUNNELING JUNCTION

LIU FU-SUI

WU HANG-SHENG

(Department of Physics, Beijing University) (University of Science and Technology of China)