第 27 卷 第 4 期　　物 理 学 报　　Vol. 27, No. 4
1978 年 7 月　　ACTA PHYSICA SINICA　　July, 1978

研究简报

扫描电子显微镜中电子通道带宽的测量*

章 靖 国

为了标定扫描电子显微镜中电子通道图的晶体学指数,需要测量电子通道带宽 W. 但是电子通道带是圆锥截线,各处的带宽不同,因此有必要找出电子通道带宽的变化规律. Schulson[1] 就电子通道图的晶带轴平行于镜筒光轴的情形作了计算. 廖乾初等将结果推广到晶带轴不平行于光轴的情形[1)],但是限于 $\phi_i=\pi/2$ (ϕ_i 的意义见下文)的特殊情形. 下面我们进一步将结果推广到晶带轴不平行于光轴、并且 $\phi_i \fallingdotseq \pi/2$ 的普遍情形.

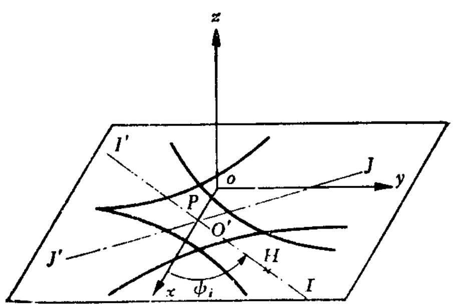

图 1 计算电子通道曲线方程的示意图

为了求出在普遍情形下电子通道带宽的变化规律，应该推导出电子通道图的曲线方程. 如图 1 所示,令 z 轴与光轴重合, x 轴通过晶带轴极点 P, II' 及 JJ' 分别为该晶带内平面 $(h_ik_il_i)$ 和 $(h_jk_jl_j)$ 所对应的两个电子通道带的中心线. 设平面 $(h_ik_il_i)$ 的法线矢量为 $\boldsymbol{n}_i$. 则 $\boldsymbol{n}_i=[\sin\phi_i\cos\alpha,\ -\cos\phi_i\cos\alpha,\ -\sin\phi_i\sin\alpha]$, 式中 ϕ_i 为 II' 与 x 轴的夹角, α 为晶带轴与光轴之间的夹角. 又设矢量 $[x, y, R]$ 与 $\boldsymbol{n}_i$ 之间的夹角为 $\left(\frac{\pi}{2}-\theta_B\right)$, 则有

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta_B\right)=\frac{x\sin\phi_i\cos\alpha-y\cos\phi_i\cos\alpha-R\sin\phi_i\sin\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\alpha\cos^2\phi_i}\sqrt{x^2+y^2+R^2}}. \tag{1}$$

这就是电子通道带在 xy 平面上的曲线方程. (1) 式中 θ_B 为对应于平面 $(h_ik_il_i)$ 的 Bragg 角. R 为等效投射距离[2)].

(1) 式表示一个二次曲线方程,它的判别式

$$I_2=-\sin^2\theta_B(1-\sin^2\alpha\ \cos^2\phi_i)[\cos^2\alpha-\sin^2\theta_B(1-\sin^2\alpha\ \cos^2\phi_i)]. \tag{2}$$

如果 $\cos^2\alpha>\sin^2\theta_B(1-\sin^2\alpha\ \cos^2\phi_i)$, 则 $I_2<0$,此时(1)式所代表的二次曲线是双曲线.

通过坐标变换,可以将(1)式化简为

---

* 1977 年 3 月 10 日收到.

1) 廖乾初、孙福玉、蓝芬兰,私人通讯.

2) 我们将 R 叫作等效投射距离. 有些文献中(例如文献 [2])用 $D/2\gamma$ 来代替 R, 这里 D 是 CRT 上图象的宽度, 2γ 是总扫描角.

$$\frac{x'^2}{\left[\dfrac{R\sin\theta_B\cos\theta_B}{\cos^2\alpha-\sin^2\theta_B(1-\sin^2\alpha\cos^2\phi_i)}\right]^2}-\frac{y'^2}{\left[R\cos\theta_B\sqrt{\dfrac{1-\sin^2\alpha\cos^2\phi_i}{\cos^2\alpha-\sin^2\theta_B(1-\sin^2\alpha\cos^2\phi_i)}}\right]^2}=1. \tag{3}$$

设新坐标系 $x'y'$ 的原点(即双曲线的对称中心)为 $O'(x_0, y_0)$，则有

$$x_0=\frac{R\sin\alpha\cos\alpha\sin^2\phi_i}{\cos^2\alpha-\sin^2\theta_B(1-\sin^2\alpha\cos^2\phi_i)},$$
$$y_0=\frac{-R\sin\alpha\cos\alpha\sin\phi_i\cos\phi_i}{\cos^2\alpha-\sin^2\theta_B(1-\sin^2\alpha\cos^2\phi_i)}. \tag{4}$$

x' 轴与 x 轴的夹角 φ 为

$$\varphi=\frac{\pi}{2}+\phi_i. \tag{5}$$

当满足以下近似式时，

$$\cos^2\alpha-\sin^2\theta_B(1-\sin^2\alpha\cos^2\phi_i)\approx\cos^2\alpha,$$
$$\sin\theta_B\approx\theta_B,\quad \cos\theta_B\approx 1 \tag{6}$$

(在通常实验条件下，$\theta_B\ll 1$，α 又不很接近 $\pi/2$，所以上面三式是良好的近似式)，(3)和(4)式简化为

$$\frac{x'^2}{\left(\dfrac{R\theta_B}{\cos^2\alpha}\right)^2}-\frac{y'^2}{\left(R\sqrt{\dfrac{1-\sin^2\alpha\cos^2\phi_i}{\cos^2\alpha}}\right)^2}=1, \tag{3$'$}$$

$$x_0=R\,\mathrm{tg}\alpha\sin^2\phi_i,$$
$$y_0=-R\,\mathrm{tg}\,\alpha\sin\phi_i\cos\phi_i. \tag{4$'$}$$

通过计算还可以证明，当满足近似条件(6)式时，双曲线的对称中心 $O'(x_0, y_0)$ 在直线 II' 上，O' 离开晶带轴极点 P 的距离

$$O'P=R\,\mathrm{tg}\,\alpha\cos\phi_i. \tag{7}$$

从(3)′式可知，双曲线顶点之间距离(即通道带的最小宽度)W 为

$$W=\frac{2R\theta_B}{\cos^2\alpha}. \tag{8}$$

设直线 II' 上有一点 H，$O'H=h$，则从(3)′式可以算出在 H 点处的通道带宽 W_h

$$W_h=W\cdot\sqrt{1+\frac{h^2}{R^2\left(\dfrac{1-\sin^2\alpha\cos^2\phi_i}{\cos^2\alpha}\right)}}. \tag{9}$$

当 $\phi_i=\pi/2$，则(9)式简化为

$$W_h=W\cdot\sqrt{1+\frac{h^2}{(R^2/\cos^2\alpha)}}; \tag{9$'$}$$

当 $\alpha=0$，则(9)式简化为

$$W_h=W\cdot\sqrt{1+\frac{h^2}{R^2}}. \tag{9$''$}$$

(9)′和(9)″式分别为文献[2]和[1]所得到的计算结果.

将(8)式代入(9)式，

$$W_h=\left(\frac{2R\theta_B}{\cos^2\alpha}\right)\sqrt{1+\frac{h^2}{R^2\left(\frac{1-\sin^2\alpha\cos^2\psi_i}{\cos^2\alpha}\right)}}. \tag{10}$$

这就是我们所要求的表示式. (10)式成立的前提是满足近似条件(6)式.

本文在定稿时承北京钢铁学院柯俊、赵伯林同志指正并提供宝贵意见，特此致谢.

参 考 文 献

[1] E. M. Schulson, *J. Appl. Phys.*, **42** (1971), 3894.
[2] E. M. Schulson, Electron Microscopy and Structure of Materials, G. Thomas (ed.), Univ. of California Press, Berkeley, Ca. (1972), 286.

MEASUREMENT OF THE BAND WIDTH OF ELECTRON CHANNELLING PATTERNS IN SCANNING ELECTRON MICROSCOPY

ZHANG JING-GUO