

无定形物质中一种新自旋 结构的相变理论*

赖武彦 王震西 沈觉涟

(中国科学院物理研究所)

不久前, Coey 与 Readman^[1] 发现一种三价铁的氢氧化物凝胶, 具有奇特磁性. 在低温磁有序状态下, 磁矩是无规取向的, 但合磁矩不为零. 这是不同于各种已知的磁有序状态的一种新的磁状态. 发现者称之为 speromagnetism. 1976 年发现在无定形的 DyCo_3 中, Dy 的磁矩也是无规取向的, 虽然其中的 Co 原子表现出铁磁性有序. 他们称这种磁性为 sperimagnetism^[2].

我们认为, 这种磁性是无定形磁体所特有的. 事实上, 对于结晶磁体, 由于存在晶体空间对称, 磁有序态必定满足某种对称. 常见的是铁磁性、反铁磁性、螺旋磁性等. 然而, 在无定形磁体中, 我们证明只要内场是随机分布的, 磁有序状态就可能是磁矩无规取向的. 这种随机分布内场称之为随机平均场. 我们在 Landau^[3] 理论的范围内研究它的相变特性, 而并不区分其是磁晶各向异性、交换作用抑或其它相互作用.

Landau 的平均场二级相变理论早已被推广到一级相变情形^[4]. 我们选择磁化强度 $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ 在某一择优方向的投影作为序参量, 记为 $M(\mathbf{r}) = \mathbf{M}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n}$, 其中 $\mathbf{n}$ 是择优方向的单位矢量. 自由能 G 展开成序参量的幂级数^[5]

$$G = \int d^3r g(\mathbf{r}, T), \quad (1)$$

$$g(\mathbf{r}, T) = g_0(T) + a(\mathbf{r}, T)M^2(\mathbf{r}) + b(\mathbf{r}, T)M^4(\mathbf{r}) + c(\mathbf{r}, T)M^6(\mathbf{r}) \\ + d(\mathbf{r}, T)[\nabla \cdot \mathbf{M}(\mathbf{r})\nabla \cdot \mathbf{M}(\mathbf{r})],$$

其中系数 $a(\mathbf{r}, T)$, $b(\mathbf{r}, T)$, $c(\mathbf{r}, T)$, $d(\mathbf{r}, T)$ 是地点 $\mathbf{r}$ 的随机函数, 同时也是温度的函数. 这样的磁系统具有随机平均分子场.

讨论系统的热力学性质, 略去 (1) 式中最后一项. 对于一级相变, 决定序参量的条件有两个: 其一是 $\delta G = 0$, 其二是 $g(\mathbf{r}, T_c) = g_0(T_c)$, 两相可以共存.

假设随机函数 $a(\mathbf{r}, T) = a(\mathbf{r})[T - T_c^*(\mathbf{r})]$, 而缓变随机函数 $b(\mathbf{r}, T)$, $c(\mathbf{r}, T)$ 是与 $\mathbf{r}$, T 无关的常数, 为满足一级相变的条件, b 应为负值, 而 c 为正值. 从上述两个条件就得到序参量 $M(\mathbf{r})$ 的方程及转变点 T_c 的表示式

$$\{a(\mathbf{r})[T - T_c^*(\mathbf{r})] + 2bM^2(\mathbf{r}) + 3cM^4(\mathbf{r})\}M(\mathbf{r}) = 0, \quad (2)$$

首先, 讨论(2)式的解(即序参量)的随机性质. (2)式有一个顺磁相的解 $M(\mathbf{r}) = 0$, 有序相满足大括号给出的随机代数方程.

$$\eta^2 - \xi_1 \eta + \xi_2 = 0, \quad (4)$$

其中 $\eta = M^2(\mathbf{r})$, $\xi_1 = -\frac{2}{3} \frac{b}{c}$, $\xi_2 = \frac{1}{3} \frac{a(\mathbf{r}, T)}{c}$. 若随机场具有正态 (Gauss) 分布, 则

(4) 式系数 ξ_1 , ξ_2 的分布密度分别为

$$f_1(x_1) = \delta(x_1 - \xi_1), \quad f_2(x_2) = \frac{1}{\sigma_2 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x_2 - a_2)^2}{2\sigma_2^2}}. \quad (5)$$

不难证明(4)式较大的实根 η_1 (序参量) 的分布密度有以下形式:

$$\begin{aligned} g(\eta_1 | R) &= \int d\nu_2 g(\eta_1, \nu_2 | R) = f_2[\eta_1(\xi_1 - \eta_1)](2\eta_1 - \xi_1)/P(R) \\ &= \sqrt{\frac{2}{\pi\sigma_2^2}} \left[1 + \Phi\left(\frac{\xi_1 - 4a_2}{4\sqrt{2}\sigma_2}\right) \right]^{-1} (2\eta_1 - \xi_1) \exp\left[-\frac{[\eta_1(\xi_1 - \eta_1) - a_2]^2}{2\sigma_2^2}\right], \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $\Phi(x)$ 是 Fliel 概率积分^[6]. 可见, 序参量是多值的, 有一个近乎正态律的随机分布.

其次, 讨论(3)式给出的转变温度 T_c 的随机性质. 假设 $a(\mathbf{r})$ 是确定函数, 那么从分布函数 f_2 可以给出过冷温度 $T_c^*(\mathbf{r})$ 服从的分布密度函数^[7]

$$f_3(x_3) = \frac{a}{\sigma_2 \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(y - T + a_2/a)^2}{2\sigma_2^2}\right] = \frac{1}{\sigma_3 \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(y - a_3)^2}{2\sigma_3^2}\right], \quad (7)$$

其中, $a_3 = T - a_2/a$, $\sigma_3 = \sigma_2/a$. 由(3)式和(7)式不难得到转变温度 T_c 的几率分布密度

$$\phi(\nu) = \frac{1}{A} f_3\left(\frac{\nu - B}{A}\right) = \frac{1}{\sigma_4 \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\nu - a_4)^2}{2\sigma_4^2}\right], \quad (8)$$

其中, T_c 的最可几值 $a_4 = a_3 + b^2/4ac$, 而 $\sigma_4 = \sigma_3$. (8) 式是正态分布.

从结构分析证明, Speromagnetism 及 Sperimagnetism 是出现于无定形物质之中的. Coey 等人

无定形(非晶态)物质比之结晶状态时,相变特征很不一样.下面讨论热扰动引起的涨落,从而给出磁化率公式,以讨论这种差异.引入关联函数 $g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 表示热涨落^[5],

$$g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \langle [M(\mathbf{r}) - \langle M(\mathbf{r}) \rangle][M(\mathbf{r}') - \langle M(\mathbf{r}') \rangle] \rangle. \quad (9)$$

注意到,与本文前面相同,我们假定自由能 G 的展开式中系数 $a(\mathbf{r}, T)$ 是随机变量,而 b, c, d 为常数.于是得到关联函数 $g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 的方程.它对于一级相变及二级相变形式上是相同的.

$$(-K^2 + \nabla^2)g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\frac{kT}{2d} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (10)$$

其中,一级相变顺磁相 $K^2 = a(\mathbf{r})[T - T_c^*(\mathbf{r})]/d$,有序相 $K^2 = p(\mathbf{r})[\theta(\mathbf{r}) - T]/2d$,

$p(\mathbf{r}) = 16a(\mathbf{r}), \theta(\mathbf{r}) = T_c^*(\mathbf{r}) + \frac{b^2}{8a(\mathbf{r})c}$;二级相变顺磁相

$$K^2 = a(\mathbf{r})[T - T_c(\mathbf{r})]/d,$$

二级相变铁磁相

$$K^2 = 2a(\mathbf{r})[T_c(\mathbf{r}) - T]/d.$$

方程(10)是带有随机变量系数的二阶随机微分方程.

如果随机场的方差较小,可以用微扰法[8, 9]求解此方程.将地点 $\mathbf{r}$ 的随机函数 K^2 分解为以下形式:

$$K^2 = K_0^2 + \varepsilon V(\mathbf{r}) + \varepsilon^2 V(\mathbf{r}) + o(\varepsilon^3), \quad (11)$$

其中 K_0^2 表示结晶态的一个确定的量,例如是一个确定的分子场; ε 是小参量,而 $V(\mathbf{r})$ 是一个随机函数,表示一个随机分布分子场.并设 $V(\mathbf{r})$ 的关联函数 $\Gamma_{VV}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sigma^2 \exp(-\alpha|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)$.从(10)式得到 $g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 的期望值方程,进一步对各项积分.最后得到关于 K^2 的方程

$$K^2 - K_0^2 - \varepsilon^2 \sigma^2 \left[1 - \frac{1}{(K_0 + \alpha)^2 + K^2} \right] = 0. \quad (12)$$

用迭代法求出 K^2 ,立刻得到关联长度 ξ ,

$$\text{这里} \quad \Delta_1 = \varepsilon^2 \sigma^2 d \left(1 - \frac{1}{2K_{01}^2 + 2K_{01}\alpha + \alpha^2} \right), \quad K_{01} = \left[\frac{a(T - T_c)}{d} \right]^{1/2},$$

$$\Delta_2 = \varepsilon^2 \sigma^2 d \left(1 - \frac{1}{2K_{02}^2 + 2K_{02}\alpha + \alpha^2} \right), \quad K_{02} = \left[\frac{2a(T_c - T)}{d} \right]^{1/2}.$$

从(15)式得到的主要结论就是 T 等于 T_c 时磁化率并不发散。

在 T 等于 T_c 时, 磁化率达到最大值。这正是众所周知的实验上磁化率尖角 (cusp) 现象。这在自旋玻璃^[10] 及弛豫铁电体中^[11], 都有相应的现象。

参 考 文 献

- [1] J. M. D. Coey and P. W. Readman, *Nature*, **246** (1973), 476.
- [2] J. M. D. Coey, J. Chappert, J. P. Rebouillat, T. S. Wang (王震西), *Phys. Rev. Letters*, **36** (1976), 1061.
- [3] Л. А. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая Физика*, (1951).
- [4] C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics* 5ed. (1976).
- [5] Leo. P. Kadanoff *et al.*, *Rev. Mod. Phys.*, **39** (1967), 395.
- [6] A. T. Bharucha-Reid, *Probabilistic Methods in Applied Mathematics*, **2** (1965), 1.
- [7] Б. В. Гнеденко, *Курс Теории Вероятностей* (1954).
- [8] J. B. Keller, *Proc. Symp. Appl. Math.* 16th (1964), p. 145.
- [9] T. T. Soong, *Random Differential Equations in Science and Engineering* New York (1973).
- [10] V. Canella and J. A. Mydosh, *Phys. Rev.*, **B6** (1972), 4220.
- [11] G. Burns, *Phys. Rev.*, **B13** (1976), 215.

THE THEORY OF PHASE TRANSITION OF A NEW SPIN STRUCTURE IN AMORPHOUS MATERIALS

LAI WU-YAN WANG ZHEN-XI SHEN JUE-LIAN

(Institute of Physics, Academia Sinica)