

大型环电流器的磁场设计* 1)

俞国扬 陈俊本 霍裕平
(中国科学院等离子体物理研究所)

提 要

本文是 8# 装置(我国大型环电流器)磁场设计方法的一个总结。我们首先分析了各类磁场作用下等离子体环的平衡性质,提出了设计磁场所需满足的各种要求,其中包括对磁场精度——杂散场的要求。由于除了磁场形态外,还需满足诸如尽量大的伏秒数、结构安排的各种限制等要求,本文发展了一种优化方法,能灵活地结合各种要求进行计算。我们还分析了温度升高过程中维持较好平衡(保持磁面结构基本不变)的可能性。

一、概 述

环电流器(托卡马克)是目前受控热核聚变实现‘点火’并准备进而建堆的主要途径。它是由强的环向场和以等离子体电流的磁场为主(包括维持场、加热场)的角向场组成的磁约束系统。磁场设计是装置设计的基础之一。本文总结了在设计大型环电流器 8# 装置中发展的磁场设计方法。我们主要讨论角向磁场的设计。

早期的小型 and 多数中型环电流器都采用铁芯变压器,初级线圈漏磁少;利用导电壳维持等离子体环的平衡。对于放电时间长于导电壳维持时间($\sim 2\pi\sigma db/c^2$)的实验^[1],在弱环假设下,用一个略向内弯的维持场(无导电壳作用时)

$$H_{\perp 0} = \frac{I_p}{CR} \left(\ln \frac{8R}{a} + \bar{\beta}_p + \frac{l_i}{2} - \frac{3}{2} \right),$$
$$0 < n_H \equiv - \frac{r}{H_{\perp}} \frac{\partial H_{\perp}}{\partial r} < \frac{3}{2} \quad (1)$$

便可很好维持平衡,式中

$$\bar{\beta}_p \equiv 8\pi\bar{P}/\bar{B}_a^2, \quad l_i \equiv \iint B_{\omega}^2 \rho d\rho d\omega / \pi a^2 \bar{B}_a^2,$$

通常 $\bar{\beta}_p < 1, l_i \sim 1$ 。条件(1)较易实现,故在此类装置上,磁场设计的注意力主要是在减小杂散场上(包括铁芯漏磁,环向场线圈产生的水平场等等)。

在大型环电流器上,为达到尽可能高的指标(温度 T 及约束指标 $n\tau$) 和实验目的,往往使 $A(\equiv R/a$ 为环状比)尽可能小(‘胖环’),因此多改用空芯变压器(也有采用过饱和和铁芯)以提高中心孔的磁场强度。放电时间之延长(≥ 1 秒)使通常的导体壳已不能维持平衡,而须用通电导体产生的维持场;对胖环而言,为充分利用磁场空间(等离子体环截面形

* 1978年6月2日收到。

1) 参加此项工作的还有万元熙、石珍珠、马中芳、李肖、李鹏举、姚伟国、樊正堂等和中国科学技术大学、中国科学院力学研究所的同志。

状尽量接近预定形状), 等离子体区内的维持场不能简单由 (1) 式给出, 而须按在预定边界内各点之平衡条件

$$\nabla P = \frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mathbf{B}$$

所确定的维持场分布来实现。在大装置上, 线圈的安排还须考虑工程、实验等方面的要求。因此在大型环电流器上, 磁场设计仍是一个需进一步研讨的问题。

轴对称系统角向磁场的设计方法对加速器设计也是有意义的。

二、角向场设计的基本考虑

装置的规模由磁能 ($\sim R a^2 B_0^2$) 决定。从物理及技术考虑选定环向场 B_0 及环电流 I_p ; 技术上允许的 A 的最小值为 2—3; 稳定性要求 $q_a \approx c a^2 B_0^2 / 2 R I_p \sim 3$ 可确定 R 及 a ; 能量平衡计算及实验经验规律给出 $\bar{\beta}_p$ 值。这些是角向场设计的出发点。(在 8# 装置上, $I_p = 1.3 \text{MA}$, $R = 1.86 \text{m}$, $a = 0.7 \text{m}$.)

若不考虑等离子体电流的磁场, 环电流器上的角向磁场主要起如下两个作用:

1. 提供一定的磁通改变量, 产生等离子体电流并克服电阻损耗而维持 I_p 。

由等离子体环的迴路方程可得所需的磁通改变量为

$$\Delta\phi = k L_p I_p,$$

L_p, I_p 分别为 T 时刻等离子体自感及电流, 如图 1 所示。 I_p 是指定的, L_p 可在一定模型下算出。根据经验取 $k = 1.5-2$ 。

2. 提供一定形态的维持场, 使与等离子体电流磁场合成确定的磁面结构(如圆形、 D 形等), 并维持等离子体环的力学平衡。

为确定等离子体区内所需的维持场分布, 解轴对称平衡方程^[1]

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = - \frac{8\pi^2}{c} r j_\varphi, \quad (2)$$

$$j_\varphi = 2\pi c r \frac{dP}{d\psi} + \frac{1}{c r} \cdot \frac{dI^2}{d\psi}, \quad (3)$$

式中 $\psi \equiv 2\pi r A_\varphi$ 为磁面函数, j_φ 为等离子体电流密度, $P(\psi), I(\psi) = r B_z c / 2$ 分别为等离子体压强及电流函数。在目前实验尚不足以确定 $P(\psi), I(\psi)$ 的情况下, 我们取

$$P(\psi) = A\psi^m + P_B, \quad I^2(\psi) = B\psi^n + I_B \quad (4)$$

代入 (2) 式, 数值求解。边条件是在预定的等离子体边界上 $\psi = \text{const}$, A, B 由限制条件确定(例如, 给定 $I_p, \bar{\beta}_p$ 为常数)。

图 2, 4 给出在 8# 装置参数下不同 $\bar{\beta}_p$ 值及不同 m, n 值相应的平衡磁面分布及电流

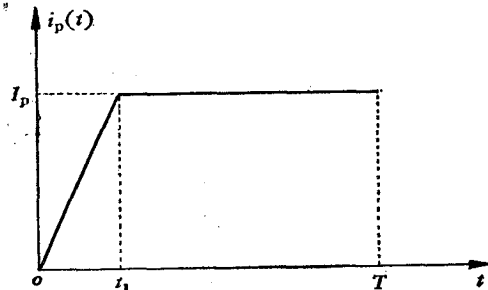


图 1 预期的等离子体电流的时间行为
(t_1) 为上升时间; ($0, T$) 为持续时间

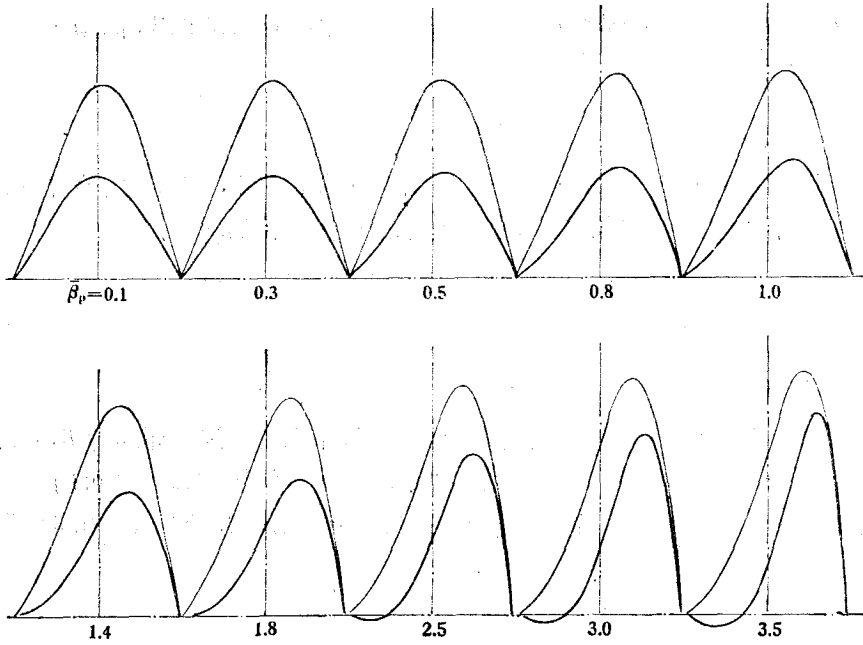


图2 不同 $\bar{\beta}_p$ 值下赤道面上磁面函数(细线)及电流密度(粗线)分布 ($m = n = 2$), 等离子体电流固定

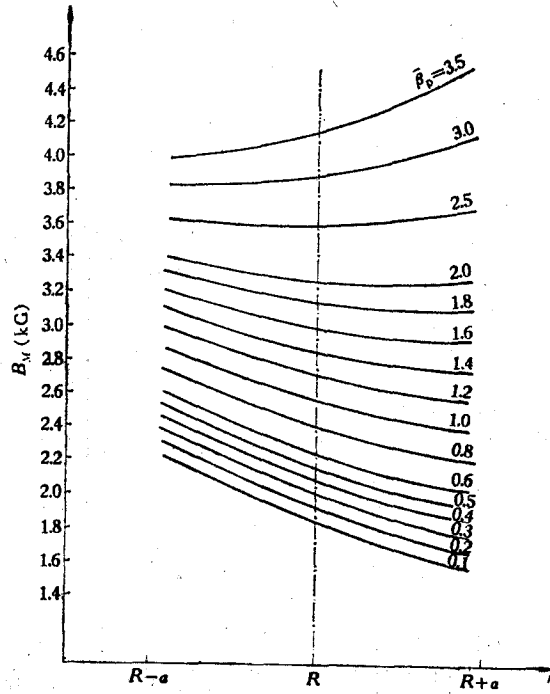


图3 不同 $\bar{\beta}_p$ 值下赤道面上维持场分布 ($m = n = 2$)

分布。可以看到, 在典型的 $m = n = 2$ 情况下, 随 $\bar{\beta}_p$ 增大, 磁轴略向外移、电流分布重心也向外移。对于 $m = n$ 值的一定变化范围, 电流分布明显变化, 磁轴随 m, n 值增大而外移, 然而总的说来, 在 $\bar{\beta}_p$ 值及 m, n 值一定的范围内, 磁面结构变化较小。

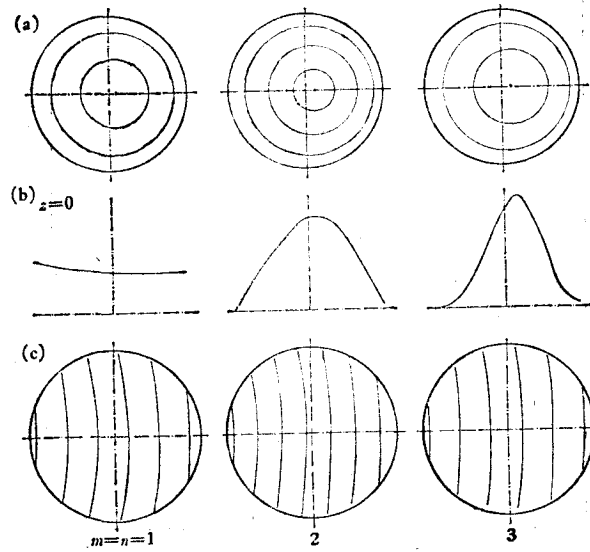


图 4 不同电流分布下等离子体区内的 (a) 磁面, (b) 电流密度, (c) 维持场位形 ($\bar{\beta}_p = 0.3$)

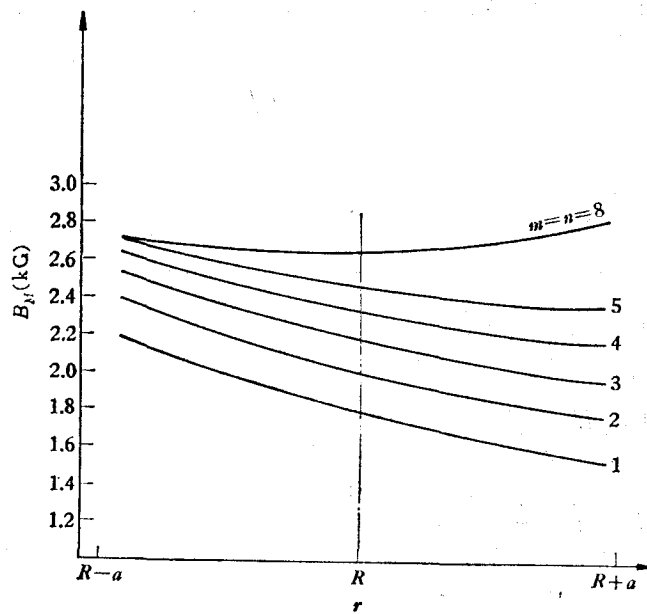


图 5 不同电流分布下赤道面上维持场分布 ($\bar{\beta}_p = 0.3$)

上面解出的是总的角向磁场, 它由等离子体电流及维持场两部分贡献. 运用“虚壳原理”得等离子体边界上的虚壳的涡流分布^[2]

$$i_v = \frac{c}{8\pi^2 r} \frac{\partial \psi}{\partial n} \Big|_{\text{等离子体边界}}$$

便可求出等离子体区内所需的维持场. 结果示于图 3, 5 中. 比较这些结果可以得出一个重要结论: 在 $\bar{\beta}_p$, $m = n$ 一定的范围内, 维持场强度变化, 其形态变动较小. 我们知道,

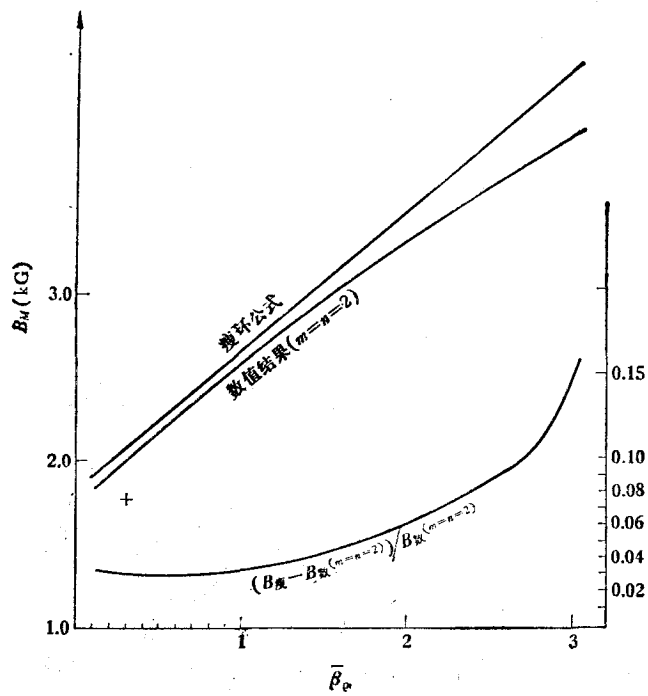


图6 瘦环维持场公式与数值结果之比较
 图中曲线为等离子体中心维持场，“+”为 $m=n=1$ 时之数值结果，表示 $(B_{\theta} - B_{\theta}^{(m=n=1)}) / B_{\theta}^{(m=n=1)} \approx 0.16 \approx (a/R)^2$

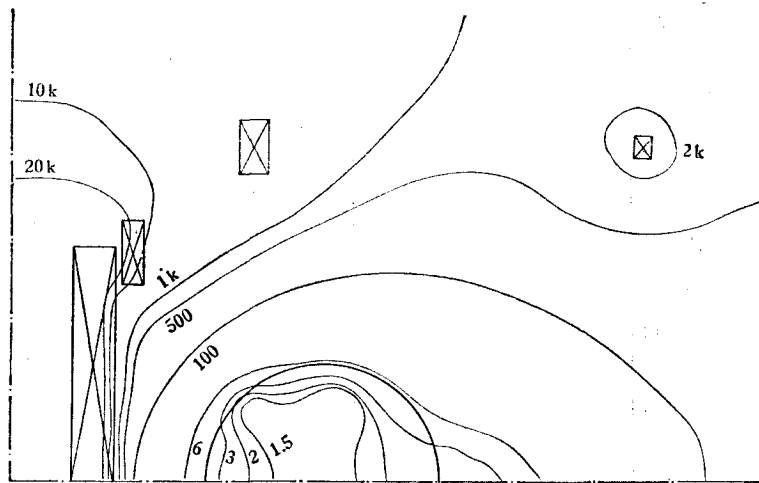


图7 空芯变压器式加热场的等场强线(单位: Gs)

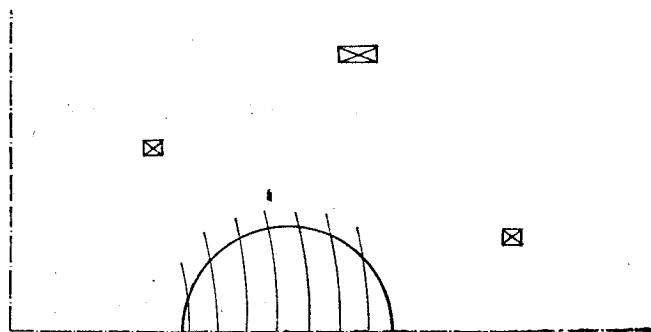


图8 一组平衡场优化结果及其在等离子体区的磁场形态

在放电过程中等离子体温度即使在电流平台段也在上升; 实验上又可以使 $\bar{\beta}_p$ 值不断增加; 电流分布也可能有一定改变. 上述结论使我们有可能设计一个具有固定形态而强度可略有变化的维持系统来较好地控制整个放电阶段内等离子体的位置和形状. 具体而言, 在 I_p 的平顶阶段用一个起主要的维持作用的固定强度的维持场(在 8# 装置上我们选取 $\bar{\beta}_p = 0.3$, $m = n = 2$ 的维持场), 辅以一个与之形态相同而强度由对称探针讯号控制的反馈场, 它的最大幅度为维持场的 15%.

三、磁场设计的准确度——杂散场的要求

我们要求环电流器上等离子体区内实现轴对称的环向场及确定形态的角向场. 而实际实现的磁场与之必然会有差异. 我们称这些差异为杂散场, 其来源是多方面的:

(1) 实际线圈产生的磁场和所要求的磁场间的差别, 例如环向场波纹度, 加热场线圈在等离子体区的剩余磁场, 维持场的差别等等;

(2) 线圈安装误差产生的磁场偏差;

(3) 其他来源的磁场, 例如铁磁物质在空芯变压器磁场中磁化后的场, 加热场线圈中电流变化在一些部件上的涡流等等.

对杂散场的要求是磁场设计中的重要课题. 要求过高将大大增加设计、加工及安装困难, 要求过低则可能影响装置参数甚至破坏放电.

在 8# 装置设计中, 根据不同类型杂散场对放电过程的影响, 提出了不同要求.

比较能直接看出的是: 在放电初期, 为了能击穿并形成电流通道, 必须在较大区域内使磁力线闭合. 由于此时环电流还很小, 因此要求均匀角向场(水平及垂直分量)很小. 除了加热场线圈的剩余磁场外, 这部分场主要来自环向场线圈产生的角向水平场(一般用一组校正场线圈来消除)及底盘等部件上感生的涡流场(可用适当的方式补偿和消除).

杂散场的另一作用是影响等离子体的平衡. 与仿星器不同的是这里必须考虑等离子体的运动. 文献 [3] 中将杂散场与稳定性分析中的等离子体模式联系起来, 并证明, 只有与那些接近稳定边缘的模式耦合的杂散场才是“危险”的, 后者的很小强度就能使等离子体位形发生很大变化以致被破坏; 对于其它类型的杂散场则可以放宽要求. 在环电流器上, 近似将杂散场在大环和小环方向作傅里叶展开

$$\Delta B = \sum_{m, n} (\Delta B)_{mn} \exp[i(n\varphi + m\theta)]$$

(φ, θ 分别为环向及角向角), 分析各种模式对等离子体平衡的影响.

1) $n = 0, m \geq 1$ 这是轴对称杂散场. 其均匀水平分量应补偿至零以保持等离子体环垂直位移稳定; 均匀垂直分量应控制在一定范围内, 使等离子体的水平位移

$$\Delta_H = \begin{cases} (\Delta H_{\perp}/H_{L0})R & (\text{当导电壳不起作用时}), \\ (\Delta H_{\perp}/H_b)b & (\text{当导电壳起作用时}) \end{cases}$$

满足要求, $H_b = 2I_p/cb$ 为导电壳内壁上的等离子体电流场. 其它 $m \geq 2$ 的分量引起等离子体边界形状变化(写为 $\delta = \sum_m \delta_m \exp(im\theta)$), 在附录中得到

$$\delta_m \approx (\Delta B)_{0m} c a^2 / 2(m-1) I_p.$$

在 8# 装置上, $(\Delta B)_{0m} = 53(m-1)\delta_m$, 若限制等离子体小半径 $\delta = \sum_{m \geq 0} \delta_m \leq 2 \text{ cm}$, 则在等离子体区内应使实际角向场与理论值的最大偏差小于 100Gs.

2) $n \gg 1$ 这是沿环向快变的杂散场, 主要包括因分立的环场线圈而引起的环向场波纹度 ($n =$ 环向场线圈并数) 及局部的引线场等. 由于强环向场的稳定作用, 这类杂散场引起等离子体形变很小,

$$\delta \sim (\Delta B/B_z) a.$$

因此主要的限制来自高温时可能产生的附加能量损失(超香蕉效应). 欲使这个附加损失较小, 在 8# 装置上应限制等离子体区内纵场波纹度小于 2.5%, 综合工程考虑, 确定环向场线圈为 24 并.

3) $n = 1, 2, m = 1, 2, 3$ 螺旋形杂散场 这类杂散场主要来自加热场和维持场线圈的安装倾斜和偏心(相对环向场线圈环体而言). 由于它们与等离子体环接近稳定边缘的扭曲模耦合, 很小的强度就可能产生很大的等离子体畸变, 从而导致放电电流的破裂. 从磁场结构来看, 螺旋形杂散场与相应的有理磁面耦合, 形成很宽的磁岛, 当磁岛达到表面, 引起等离子体与壁的强烈作用而可能破坏整个等离子体. 这方面的例子如早期双臂铁芯变压器上铁芯漏磁必须很小; 近年来螺旋形杂散场的重要性及危险性又为 Pulsator 及 WVII 上的实验所证实^[4]. 然而与仿星器不同的是, 由于环电流器上等离子体运动的复杂性, 确定可以允许的杂散场强度是比较困难的. 我们根据早期 T-2, T-3 的经验以及 Pulsator 实验结果外推, 规定 8# 装置上这类杂散场的最大总幅度不超过 20Gs, 结合磁面计算确定加热场与维持场线圈的安装精度为

$$\text{倾斜: 小于 } 3\text{mrad}; \text{ 偏心: 小于 } 0.5\text{cm}.$$

这类磁场还可能由装置外局部铁磁物质产生, 我们要求铁磁物质沿大环方向尽量安排均匀, 并限制其总量.

要强调的是, 必须对不同杂散场进行具体分析, 以确定哪些可以放宽要求, 哪些应严格要求.

四、角向场导体系统的设计——一种合适的优化方法

由于对各种因素的综合考虑, 一般大装置上主要的角向场线圈都采用装在环向场线圈外的螺管式结构(见图 9). 加热场系统包括一个产生大部磁通改变量的中心螺管及补偿等离子体区磁场的外线圈; 维持场线圈亦采用螺管式结构. 8# 装置上维持场线圈放在环向场线圈外还便于今后的非圆截面实验.

为了确定导体系统, 可以采取求解等离子体外一定区域上电流分布并将其离散化的方法. 这对加热场系统是可行的. 对维持场系统则是由等离子体区内所要求的维持场分布求外部电流分布. 数学上, 这是解第一类弗雷德霍姆积分方程问题. 这里的问题是不适定的——即内部磁场分布的很小变化就可以使对应的电流分布相差很大. 不适定性给解积分方程带来很大困难, 为此已发展了一些特殊的求解方法. 然而另一方面, 在恰当给

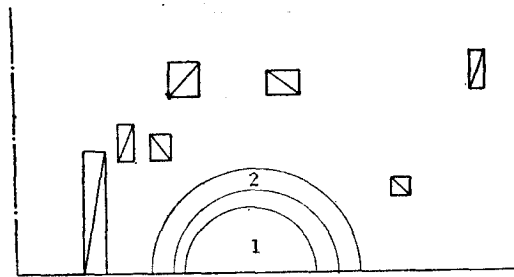


图9 \square 为加热场螺管; \square 为维持场螺管; 1 为等离子体区; 2 为环向场线圈

出轴对称杂散场的标准后(8#装置上为30Gs)不适应性却给磁场设计带来极大方便。因为我们的目的仅仅是确定一个电流分布,使它在某区域内产生尽量接近预定要求的磁场形态;对于其它可能的电流分布则并不感兴趣。问题的不适应性告诉我们,满足磁场形态要求的电流分布可以有很多,这就使我们可以按各种附加条件从中选择。实际计算表明,确实可以找到同时满足磁场形态及其它一些要求的维持场线圈(至少在环向场线圈外可以做到)。这给设计装置及实验带来不少好处,例如选取尽量少的螺管数目及恰当的布线位置等等,从而启示我们在设计双流器位形的装置时,并无必要将成型(维持)场导体排满侧面,以为实验提供更多的方便(在D-II上只能在装置上方开诊断窗口,这就使诊断结果受到限制)。

设计角向场导体系统时需考虑的要求:

(1) 一定杂散场要求下的磁场形态: 加热场系统为零磁场形态; 维持场系统为第二节中要求的磁场形态。等离子体区最大杂散场 ($\max_{\text{等离子体区}} |B_{\text{要求}} - B_{\text{实际}}|$) 小于30Gs。

(2) 在电源供给能量(总安匝数)限制下, 尽量提高伏秒数的贡献。

(3) 线圈应放置在装置总体结构及工艺、实验等项要求所允许的空间中。经验表明, 适当限制布线区域可为设计、加工、安装及以后实验带来很大方便。

(4) 工程上选取的绕制螺管的线规。

(5) 应使导体系统的电参数(自感、互感、电阻)与电源及供电回路匹配, 以增大实现之可能性。

设计时所能改变的参量是每对螺管的内径、底高、径向和轴向匝数。每个导体系统(例如加热场或维持场)可有多对螺管, 问题就化成数学上多参数、多目标(以 $\max |\Delta B|$ 为主)的最优化问题。

比较了多种优化方法后, 我们发展了一种多次撒网的设计方法。在百万次的计算机上用不到四小时的计算就可以完成满足各方面要求的整个角向场系统设计。

方法之出发点是基于总的磁场是各个螺管磁场的线性迭加这一事实及选择主要目标函数为 $\max |\Delta B|$ 。每次撒网中先算出各对螺管在不同参数情况下的磁场, 将它们组合就得到螺管系统在各种参数状态下的磁场。比较不同参数状态下的杂散场(在此可加入各种限制条件), 将那些杂散场大或者不满足限制条件的参数状态舍去, 再辅以适时改变参数变化的步数、步长, 使整个计算在参数空间由各种限制条件规定的范围内, 逐步逼近杂散场最小的参数组。

图 7 和 8 给出 8# 装置上的优化结果。加热场线圈的优化考虑了线规, 允许布线空间, 最大安匝数限制以及尽量高的伏秒数贡献后杂散场为 6Gs。维持场线圈设计考虑了供电回路参数匹配, 最大安匝数限制及实验调节的灵活性后杂散场降至 5.4Gs。

用同样方法计算校正场线圈和反馈场线圈都取得较好的结果。

五、讨 论

下面我们较仔细地分析一些计算结果。

1) 图 2—5 是固定等离子体边界情况下的内部磁面结构。电流分布及维持场形态可以看到随 $\bar{\beta}_p$ 增大, 磁轴外移, 所需维持场强度增大(在 $\bar{\beta}_p = 0.3$ 附近, $\bar{\beta}_p$ 每增(减) 0.1, 中心处维持场值增(减) 60Gs), 维持场磁力线逐渐变直 (n_H 值减小)。这些与一般瘦环 ($A \gg 1$) 结果基本一致。简单考虑也易理解, $\bar{\beta}_p$ 增大, 压强增大, 电流分布越尖, l_i 越大, 要求维持场也越大; 等效电流通道变窄, 维持场渐趋均匀。

2) 在选取 $I_p, \bar{\beta}_p$ 固定的限制条件后, 固定边界情况下, 对 $\bar{\beta}_p$ 及 $m = n$ 值相当大范围内的维持场计算结果表明, 当 $\bar{\beta}_p \gtrsim R/a (m = n = 2)$ 时磁力线向外弯 ($n_H < 0$), 位形对垂直位移不稳定, 但等离子体区内磁面尚无分支。 $m = n$ 越大, 电流分布越尖时也有类似情况。这是一个重要的事实, 因为当前人们试图利用电流分布峰化而将磁面分界线 (separatrix) 保持在等离子体之外, 从而打破平衡对 $\bar{\beta}_p$ 的限制而实现高 β 运行。但如果随之而来使维持场向外弯, 导致垂直位移不稳定, 则需作进一步的考虑。

3) 图 6 给出关于等离子体中心之维持场值的瘦环公式和数值结果的比较。在 $\bar{\beta}_p$ 不太大时, 两者差异不超过 $(a/R)^2$ 。

4) 由前面分析可知, 在 $\bar{\beta}_p, m = n$ 的一定范围内, 维持场形态变化不大, 这就使得有可能以一种维持场的导体分布来适应一定参量范围内的等离子体环的平衡。将一个螺管系统同时对三个目标场 ($m = n = 2, \bar{\beta}_p = 0.1, 0.3, 0.5$) 进行优化。从下表所列结果可见, 只需改变导线中的电流便可很好地维持如上参数范围内的等离子体平衡, 磁面形变小于 1cm。

$\bar{\beta}_p$	0.1	0.3	0.5
维持场线圈电流 (A)	10252	11247	12207
等离子体区*最大杂散场 (Gs)	44	15	43

* 等离子体区是: $R = 1.86\text{m}, a = 0.7\text{m}$

附 录

轴对称杂散场引起等离子体边界畸变的估计

考虑直柱情况。如附录图 1 示, 设有杂散场时等离子体边界为 Γ , 加上杂散场 Δ, B (相应磁面函数变动为 Δ, ϕ)

后为 Γ' . Γ 上的线元 dl 在杂散场作用下移动了 $\Delta(l) \sim \Delta\phi$ ($\Delta > 0$ 表示向外移), 即 $\Gamma + \Delta(l) \rightarrow \Gamma'$. 大量平衡计算表明, 电流分布对磁面结构影响不大, 故取均匀电流分布. 考虑杂散场很小而取一级近似.

总的磁面函数

$$\phi_t = \phi_m + \phi_s,$$

式中 $\phi_s = \int_{\Gamma \text{ 内区域}} G(x, x') j_0 dx'$ 为等离子体电流的场, dx' 表示面元, ϕ_m 表示外部电流产生的场. 有杂散场后在 Γ' 上引起 ϕ 的变化:

(1) 移动带来的变化 $\Delta_s \phi_t = |\Delta\phi_t| \cdot \Delta(l)$; (2) 杂散场自身 $\Delta_s \phi$; (3) 因边界变动, 等离子体电流移动带来的变化

$$\Delta\phi_s = \int_{\Gamma} G(l, l') \Delta(l') j_0 dl',$$

Γ' 上的 ϕ 较 Γ 上原来值改变了 ΔA , 则在线性近似下,

$$\Delta A = \Delta_s \phi_t + \Delta_s \phi + \Delta\phi_s. \quad (\text{A}\cdot 1)$$

若 Γ 为圆 $l = a\theta$, 且

$$G(l, l') = G(a, \theta - \theta'), \quad \Delta(l) = \Delta(\theta).$$

将杂散场对 θ 作傅里叶展开

$$\Delta_s \phi(a, \theta) = \sum \Delta_s \phi_m e^{im\theta} \quad (m > 0),$$

$$\Delta(l) = \sum \Delta_m e^{im\theta} \quad (m > 0),$$

则 (A·1) 式的解为

$$\Delta_m = \frac{\Delta\phi_m}{\frac{\partial\phi_t}{\partial a} + j_0 a \int G(a, \theta) e^{im\theta} d\theta}.$$

解磁面方程 $\frac{\partial\phi_t}{\partial a} = 2\pi R_0 B_\theta$, 并利用二维电流与磁场的关系得到 $G(a, \theta)$, 从而得

$$\Delta_m = \frac{\Delta B_m}{(m-1)B_\theta} a.$$

上式中分母的 $(m-1)$ 因子表示, 对于均匀水平杂散场将产生大范围运动.

参 考 文 献

- [1] V. S. Mukhovatov, V. D. Shafranov, *Nucl. Fus.*, 11 (1971), 605.
- [2] L. E. Zakharov, *Nucl. Fus.*, 13 (1973), 595.
- [3] 霍裕平, 物理学报, 26(1977), 149.
- [4] F. Karger *et al.*, in *Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research (Proc. 5th Int. Conf. Tokyo, 1974)* 1, IAEA, Vienna (1975) 207; K. Miyamoto, *Nucl. Fus.*, 18 (1978), 243.

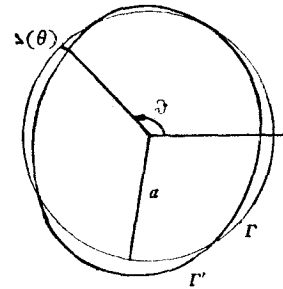
MAGNETIC FIELD DESIGN FOR A LARGE TOKAMAK

YU GUO-YANG CHEN JUNG-BENG HO YU-PING

(Institute of Plasma Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

This article is the summary of the methods of the magnetic field design of the CT-8 Tokamak. We analyzed the influence of all kinds of stray field on the equilibrium of the plasma torus, and discussed the requirement which should be satisfied by the magnetic field (especially, stray field) and developed a optimization method. We also analyzed the possibility to maintain the equilibrium in the process of temperature raising.



附录图 1