

非相干成像系统的空间滤波*

李 正 民

(浙 江 大 学)

提 要

本文用相干理论阐明了具有非相干光照明的光学系统成像的物理过程,在入瞳或出瞳的参考球面上找出了对应于各种不同空间频率的相干区。在指出非相干成像系统传递函数物理本性的基础上,提出了改变系统传递函数曲线的可能性,从而能使一般光学系统具有在频率域处理输入信号的能力。

一、引 言

在非相干成像系统中,滤波是一个比较困难的问题,主要在于它不存在一个真实的频谱面,所以无法像相干光学系统那样进行振幅滤波,从而对输入讯号有效地进行处理。

过去,在非相干成像系统中,为了提高像的清晰度和分辨力,曾经在光路中加入了各种各样的掩模。如最常用的 Schmidt 校正板以及超分辨技术和像校正技术^[1]中所使用的各种掩模。它们对成像质量的提高起了很好的作用。但有时我们仅对物面上某一频带的输入讯号感兴趣,当然就希望系统具有对输入讯号在频率域进行适当加工的能力。显然,在光路中无论引进哪种掩模都将改变像面上点像的频谱。但由于掩模与传递函数之间的关系并不太简单,再加上复杂形式的掩模的制作和安装都是相当麻烦的。因此,具有上述掩模的系统要对各种输入讯号进行空间滤波是有一定困难的。

假如在非相干成像系统中加入与某一特定空间频率范围中的传递函数值有相对简单对应关系的掩模,当掩模作简单变化时,系统所具有的传递函数曲线能作所要求的变化,这就意味着一般的成像系统也具有对物面输入讯号在频率域进行处理的能力。

二、成像的物理过程

1. 物面光强分布的分解

本文是从傅里叶光学的基础上讨论的。因此,首先将物面的光强分布进行傅里叶分解。

设有一光学系统(图1)的物面座标系为 (ξ, η, ζ) ,入瞳面的座标系为 (x, y, z) ,

* 1977年12月26日收到,1978年7月24日收到修改稿。

两面都垂直于光轴。为了简单起见,假定物空间和像空间的折射率均为 1,即 $n = n' =$

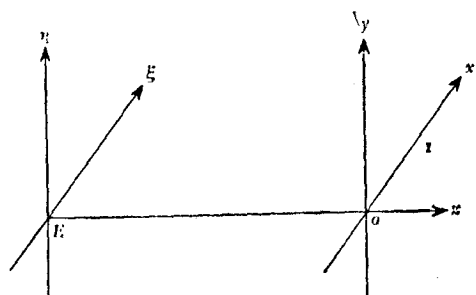


图 1 物空间坐标系

1. 再设物面上物体的强度透过率函数为 $g(\xi, \eta)$, 被一强度为 I_0 的完全非相干光均匀照明时,在此物平面后的亮度分布 $I(\xi, \eta)$ 为

$$I(\xi, \eta) = I_0 g(\xi, \eta), \quad (1)$$

式中 $g(\xi, \eta)$ 可写为

$$g(\xi, \eta) = \iint_{-\infty}^{\infty} G(f_\xi, f_\eta) \exp[i2\pi(f_\xi \xi + f_\eta \eta)] df_\xi df_\eta, \quad (2)$$

f_ξ, f_η 各为 ξ 和 η 方向上的空间频率。

将(2)式代入(1)式得

$$I(\xi, \eta) = I_0 \iint_{-\infty}^{\infty} G(f_\xi, f_\eta) \exp[i2\pi(f_\xi \xi + f_\eta \eta)] df_\xi df_\eta. \quad (3)$$

上式表示了 $I(\xi, \eta)$ 是不同方位、振幅、空间频率及相位的一系列强度余弦光栅的线性综合。

2. 正弦光栅成像的物理过程

从上节分析可知,要研究成像的物理过程,只要研究基元物体——强度余弦光栅是怎么成像的。为了简单起见,我们仅限于单色完全非相干(强度)余弦光栅成像过程的讨论。因为用具有某种光谱分布的复色光照明的强度余弦光栅可看成具有同一空间频率的不同强度的各单色余弦光栅的简单相加^[2]。也仅仅出于方便的理由,我们仅讨论调制度为 1 的余弦光栅被一单位强度(即 $I_0 = 1$)完全非相干光均匀照明的情况。此时(1)式变为

$$I(\xi, \eta) = 1 + \cos 2\pi f_{0\xi} \xi, \quad (4)$$

式中 $f_{0\xi}$ 为余弦光栅的空间频率。

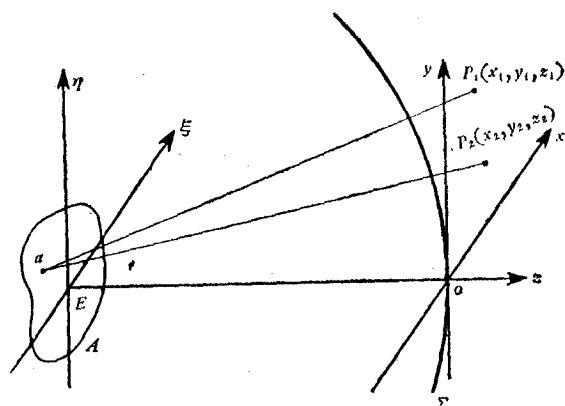


图 2 物面亮度分布和参考球面上点之间相干度分布的关系

在图 2 中,以 $EO = R$ 为半径,以 E 为圆心作一参考球面 Σ . 考察位于参考球面上任两点 $P_1(x_1, y_1, z_1), P_2(x_2, y_2, z_2)$ 之间的相干度. 设 $a(\xi, \eta)$ 为物面上 A 中的一点, A 为物面上被有效照明的区域. 由相干理论可知,当物面亮度分布为 $I(\xi, \eta)$ 时,球面 Σ 上任两点 P_1 和 P_2 之间互相干函数 $\Gamma(X, Y)$ 为物面亮度分布 $I(\xi, \eta)$ 的傅里叶变换^[3]

$$\Gamma(X, Y) = K \iint_{-\infty}^{\infty} I(\alpha, \beta) \exp[-i2\pi(\alpha X + \beta Y)] d\alpha d\beta, \quad (5)$$

式中 K 为一常数,不影响相干度,在以下的计算中可略去 $\left(K = \frac{\lambda^2}{\sin^2 U}\right)$.

当入瞳最大通光口径为 D , 最大孔径角为 U 时,式中各量的归化如下:

$$\begin{aligned} X &= \frac{2}{D} (x_1 - x_2), \quad Y = \frac{2}{D} (y_1 - y_2); \\ \alpha &= \frac{\sin U}{\lambda} \xi, \quad \beta = \frac{\sin U}{\lambda} \eta, \quad \sin U = \frac{D}{2R}, \end{aligned} \quad (6)$$

λ 为所用的单色光波长.

将 (6) 式代入 (4) 式中,并且令

$$S = \frac{\lambda}{\sin U} f_{05}, \quad (7)$$

S 为物空间归化频率,则 (5) 式变为

$$\Gamma(X, Y) = \iint_{-\infty}^{\infty} (1 + \cos 2\pi S\alpha) \exp[-i2\pi(\alpha X + \beta Y)] d\alpha d\beta. \quad (8)$$

虽然,以上积分是在区间 $(-\infty, \infty)$ 作的,但因被积函数在范围 A 以外是零,所以实际上是在 A 内作积分. 因此当余弦光栅被照明区域 A 足够大时,不难从上式求得 $\Gamma(X, Y)$ 为

$$\Gamma(X, Y) \approx \delta(X, Y) + \frac{1}{2} \delta(X - S, Y) + \frac{1}{2} \delta(X + S, Y), \quad (9)$$

上式右边第一项是直流背景光的结果,这是意料之中的. 第二项和第三项均为 δ 函数,说明当物平面上亮度分布为一个强度余弦光栅时,在入瞳参考球面的 (X, Y) 空间确实是完全不相干的^[4]. 但我们知道, (9) 式后两项所决定的每一具体点对 $(P_1, P_2)_i$ 中包含有两点,我们将考察此两点之间的相干度. 注意到现在研究的是调制度为 1 的余弦基元光栅在入瞳参考球面上引起的结果,因此根据部份相干理论^[3] 以及傅里叶变换的性质可以肯定,假如入瞳参考球面上某两点光源之间是相干的,它们之间的非相干成份为零,是一对完全相干的点光源对. 当物面余弦光栅的频率为 S 时,构成完全相干的点光源对 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$ 之间的距离由 (9) 式的后二项得到为

$$|X|_i = \frac{2}{D} |x_1 - x_2| = S, \quad |Y|_i = |y_1 - y_2| = 0. \quad (10)$$

对于衍射限制系统而言,位于入瞳参考球面上任两点之间的相干度就等于出瞳参考球面上相应共轭点之间的相干度.

3. 结论

(1) 任一复杂亮度分布的物体 $I_{0g}(\xi, \eta)$ 可分解为很多强度余弦光栅的简单叠加. 若

考察其中一个强度余弦光栅时,对于参考球面上某点光源 $P_1(x_1, y_1)$ 若能找到与其完全相干的点光源 $P_2(x_2, y_2)$, 则它们两点座标之间的关系必须满足(10)式. 位于其它座标上的点光源都与点光源 P_1 完全非相干. 这些相干点光源对在入瞳参考球面上的位置完全被物面上强度余弦光栅的方位以及它的空间频率所决定.

(2) 在出瞳参考球面上各与点光源 P_1, P_2 共轭的点光源 P'_1, P'_2 也是完全相干的. 因此在出瞳参考球面上出现了无数对相干光源. 由杨氏干涉原理知道, 位于出瞳参考球面上的每对全相干点光源在像面上都将产生强度余弦分布的条纹. 同样地, 据(10)式可知, 这些点光源对在像面上将产生相同方位, 同一空间频率的强度余弦分布. 再由(9)式看到, 各相干光源对之间是完全非相干的, 因此像面上得到的强度余弦分布就是每对相干光源产生的强度余弦分布的简单叠加.

(3) 由(10)式可以看到, 频率 S 愈高, 与其对应的参考球面上两相干的点光源之间的距离就愈大. 由于光学系统入瞳的大小总是有限的, 因此, 除零频率外, 不是所有的相干点光源对都能成对地进入光学系统, 这些不成对的点光源(在出瞳参考球面上)在像面上不产生干涉条纹, 只产生均匀的直流背景光. 在光瞳范围内, 这些不成对的点光源所占的区域称之为非相干区. 显然, 非相干区点光源所产生的直流背景光将降低像面上强度余弦分布的调制度.

三、入瞳参考球面上相干光源的分布

1. 引论

现在具体地讨论对应于某一空间频率的入瞳内参考球面上相干区和非相干区分布的情况.

根据(9)式, 线 l_1 和 l_2 上 y 座标相同的对应点组成了相干光源对(图3). 当入瞳直径为 D 时, J_1 点在入瞳内的参考球面上找不到相干光源, 座标满足(9)式的 J_2 点已在瞳外.

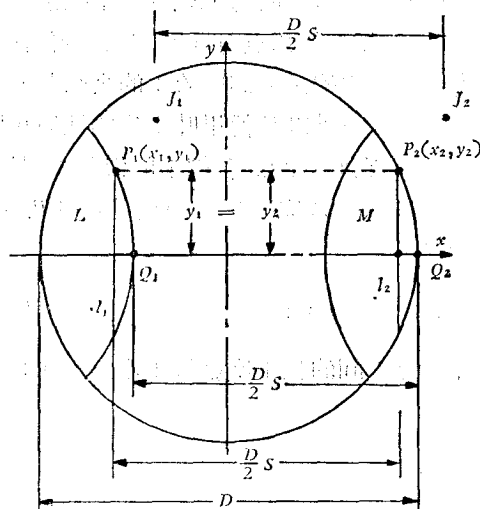


图3 入瞳内参考球面上的相干区 L 和 M 的分布

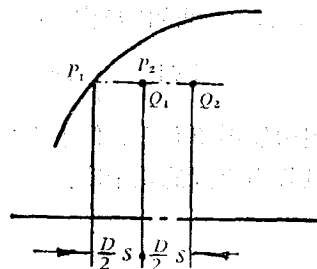


图4 低频时的情况

成对的两相干点光源只可能分别位于区域 L 和 M 中。我们称区域 L 和 M 为相干区, 入瞳内参考球面上除了 L 和 M 区域以外的部份就是非相干区。

2. 低频时的情况

当物平面上余弦光栅的频率不高(即 S 小于 1 时), 从图 4 可以看到, 当点光源 P_2 (它与点光源 P_1 组成相干光源对) 和点光源 Q_1 (它与点光源 Q_2 组成相干光源对) 的位置完全重合时, 是否说明点光源 P_1 和 Q_2 也会相干呢? 根据以上分析, 点光源 Q_1 和 P_2 是不相干的。因为它们分别属于不同的点对 (P_1, P_2) 和 (Q_1, Q_2) , 点光源 Q_1 和 P_2 只是位置上的重合而已。换言之, 在 P_2 和 Q_1 重合之处的波场是由完全非相干的两部份波场所组成: 一部份与 P_1 相干, 另一部份与 Q_2 相干。

3. 高频时的情况

当物平面上余弦光栅的频率较高(即 S 大于 1) 时, 从图 5 可以看到, 即使对于相干区

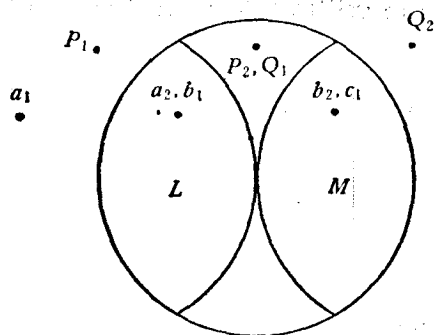


图 5 高频时的情况

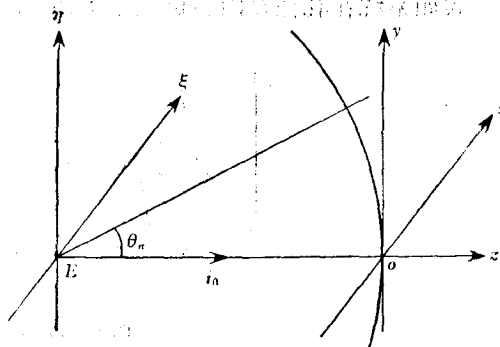


图 6 参考球面上的光强分布

L 和 M 中的波场来说, 也是由两部份组成的。虽然点光源对 b_1 和 b_2 都能进入光瞳, 但各与它们位置上重合的点光源 a_2 和 c_1 组成相干光源对的点光源 a_1 和 c_2 都不能进入光瞳。

当物平面上余弦光栅的频率高到 $S > 2$ 时, 任何一对相干点光源都不能同时进入光瞳。

4. 点光源光亮度的确定

当知道入瞳参考球面上的相干度分布以后, 应当求出参考球面上的光强分布, 从而确定各点光源的亮度。因为研究的物体是被完全非相干光照明的, 当参考球半径比物体 A 大得多时, 若经由物面的光沿法线方向 (z 轴) 辐射的光强为 i_0 (图 6), 则沿与 z 轴夹角为 θ_n 方向上的光强 i_n 根据 Lambert 定律为

$$i_n = i_0 \cos \theta_n. \quad (11)$$

当参考球面上的面元 $d\Sigma$ 取得足够小时, 可以认为其上光强保持基本不变。因此面元具有的亮度 I_n 为(考虑到几何关系 $d\Sigma \cos \theta_n = dx dy$)

$$I_n = i_0 \cos \theta_n d\Sigma = i_0 dx dy. \quad (12)$$

一般可令 $i_0 = 1$ 。从(12)式可知, 只要在光瞳平面上分割成完全均等的面积单元, 则位于

参考球面上相应的点光源都具有相等的亮度。从(12)式还可以知道,入瞳平面上具有均匀的亮度分布。

5. 出瞳参考球面上相干点光源之间的相干度

对于衍射限制系统来说,若点 P'_1 和 P'_2 (位于出瞳参考球面上)各与点 P_1 和 P_2 共轭,则点光源 P'_1 和 P'_2 之间的相干度就等于点光源 P_1 和 P_2 之间的相干度,即存在以下关系:

$$\mu(P'_1, P'_2) = \mu(P_1, P_2) = 1^{10}. \quad (13)$$

我们清楚了出瞳参考球面上各点光源之间的相干度,以及每一点光源所具有的亮度。就可由杨氏干涉原理求出每一相干光源对所产生的强度余弦分布。但是,无数强度余弦分布加起来在像面上只产生一种空间频率的余弦分布是有条件的。所以下节将讨论这些无数相干光源对在像面上产生相同方位、同一空间频率余弦分布的条件。

6. 正弦条件和光瞳雅可比

假如系统在孔径 D 内满足正弦条件,即在衍射限制系统中满足等质条件,则系统对参

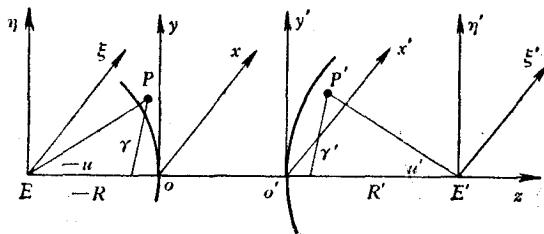


图7 物空间和像空间坐标系

考球面上的线段具有相同的放大率 m , 若像空间中出瞳坐标系为 (x', o', y') , 见图7, 则能写出以下关系:

$$\frac{x'}{x} = \frac{y'}{y} = \frac{D'}{D} = m, \quad (14)$$

式中 D' 为出瞳的最大通光直径。

根据(10)式容易得出

$$\frac{2}{D'} |x'_1 - x'_2| = S' = S, \quad \frac{2}{D'} |y'_1 - y'_2| \rightarrow 0, \quad (15)$$

式中 S' 为像空间归化频率。

显然,从(14)和(15)式看出,像面上产生单一强度余弦分布的条件是 m 等于常数;也就是说,点光源(位于入瞳参考球面上)经过光学系统以后必须保持原来的相对位置(在出瞳参考球面上)。这就意味着,出瞳平面上的能量也是均布的。在应用光学中,两光瞳面之间能量分布的变化习惯于用光瞳函数的雅可比行列式 J 表示,

$$J = \left| \frac{\partial(x', y')}{\partial(x, y)} \right|. \quad (16)$$

1) 有像差系统相干度变化参见附录。

当 J 不为常数时, 由于点光源产生不应有的横向移动, 根据 (15) 式, 系统对空间频率产生了非线性效应。从以上看来, 虽然用 J 衡量系统对等质条件的满足程度与正弦条件是等价的, 但 J 更能直观地、并定量地描述系统对空间频率造成非线性的程度。

四、空间滤波

在前几节中我们清楚了物面上一种频率余弦分布将在出瞳参考球面上产生无数对相干光源, 并且也研究了这些相干光源对的分布情况以及每一点光源所具有的亮度, 从而可以利用杨氏公式求得出瞳参考球面上无数点光源对对像面的贡献。由 (10) 式看到, 对应的出瞳参考球面上的相干区 L' 和 M' 的面积是相等的, 用 σ' 表示。得到整个相干区中所有相干点光源对对于像面的贡献为

$$I_1(\xi', \eta') = \frac{1}{2} \sigma' + \frac{1}{2} \sigma' + 2 \sqrt{\frac{1}{2} \sigma'} \sqrt{\frac{1}{2} \sigma' \cos 2\pi f_{0\xi'} \xi'} = \sigma' + \sigma' \cos 2\pi f_{0\xi'} \xi', \quad (17)$$

式中 ξ', η' 为像面坐标 (图 7); $f_{0\xi'}$ 为像面余弦光栅空间频率,

$$f_{0\xi'} = \frac{\sin U'}{\lambda} S' = \frac{\sin U'}{\sin U} f_{0\xi}. \quad (18)$$

(17) 式仅说明区域 L' 和 M' 中 $1/2$ 波场贡献于像面的结果。根据第三部分第 3 节可以知道, 区域 L' 和 M' 中的另外 $1/2$ 波场将产生直流成份。因此, 区域 L' 和 M' 对像面总的贡献为

$$I_2(\xi', \eta') = \left(\frac{1}{2} \sigma'\right)_{L'} + \left(\frac{1}{2} \sigma'\right)_{M'} + I_1(\xi', \eta') = 2\sigma' + \sigma' \cos 2\pi f_{0\xi'} \xi', \quad (19)$$

对整个光瞳来说, 它对像面的贡献还应加上非相干区在像面产生的直流成份, 此时整个出瞳对像面的贡献为

$$I(\xi', \eta') = \frac{\pi}{4} D'^2 + \sigma' \cos 2\pi f_{0\xi'} \xi'. \quad (20)$$

根据传递函数的定义, 立即得到衍射限制系统的传递函数 $T(S', \xi')$ 为

$$T(S', \xi') = \frac{4\sigma'}{\pi D'^2}. \quad (21)$$

从 (19), (20) 和 (21) 式可得如下结论:

对应于某一方位的某种空间频率的、入瞳或出瞳上非相干区中无数点光源将降低系统对该频率的传递函数值。在通频带的范围以内, 非相干区随着空间频率的增高而增大。如果设法不让参考球面上非相干区点光源的能量贡献于像面, 就将提高系统对该频率的传递能力。根据第三部分第 3 节和 (19) 式, 对于 $S > 1$ 空间频率而言, 其传递函数值将能升到 $1/2$, 而且由于此时系统能对较低频率的传递有所抑制, 所以这种系统通带能力的改变是重要的。就像电路中的情况一样, 虽然在电路中也不存在真实的频率空间, 但可以改变电路中电容和电感的大小来改变系统的频率响应, 因而也就能按要求适当改变输出讯

号的频谱。同样地,由于我们在光瞳的参考球面上找到了与某一频率相对应的相干区和非相干区,我们也能设计出不同的光阑形状以便有效地改变系统的传递函数曲线,这样就可能对输入讯号的频谱进行适当的处理。通常称这种过程为滤波。

下面举例说明几种光阑及其相应的传递函数曲线。

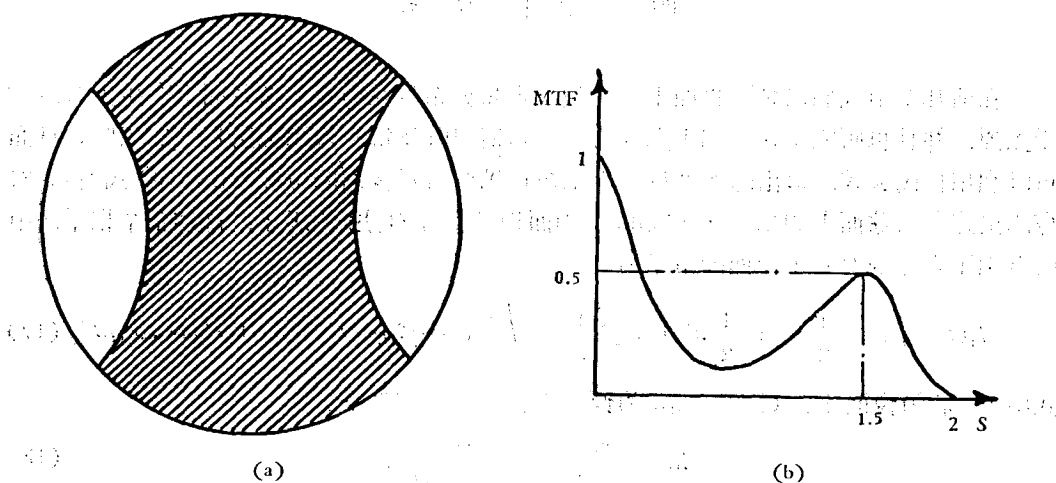


图 8 光阑形状及其相应的传递函数曲线

这种光阑使归一化频率 $S' = 1.5$ 处的传递函数值升至 0.5。

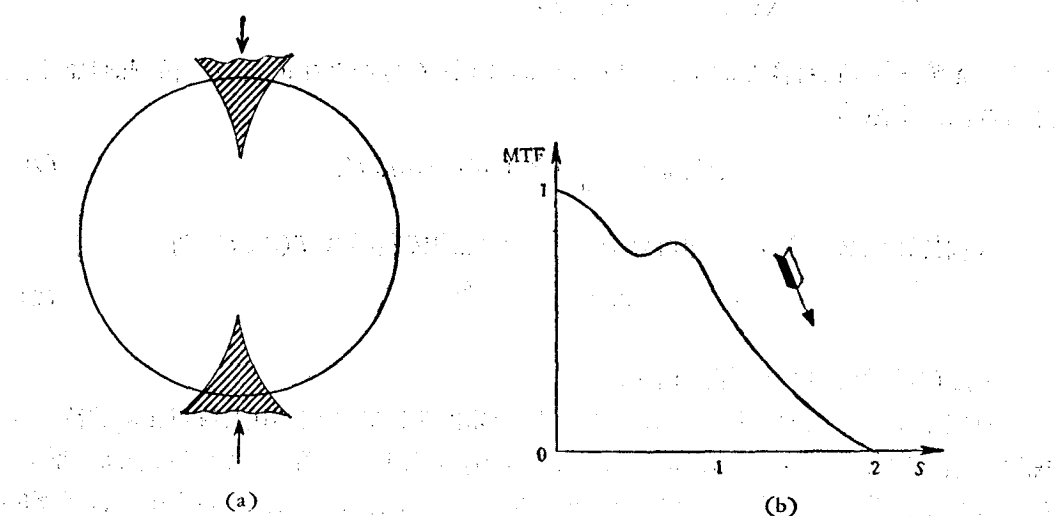


图 9 可变光阑以及相应传递函数曲线,当光阑按图示箭头方向变化时(图 9(a)),图 9(b)上峰值也按箭头方向移动

这种光阑使 $S' < 1$ 时的某一频率处的传递函数值增加了。

可以看到,由于光瞳上的遮阑不同,传递函数曲线有很大不同。当然,对非理想系统

而言,若能配上相位校正板效果将更理想。值得指出的是以上滤波器特别适用于单维物体的处理。如果希望在两维平面中搜索某方位上、某波段内的信息,可使图 9 上遮阑作相向或反向移动,随后使整个光阑绕轴转动。由于本文中介绍的遮阑直接按装在成像系统的光瞳上,因此,在接收物面的输入讯号时能提高感兴趣频段内的信噪比,这对于将接收到的讯号作进一步处理是很有利的。值得注意的是高频时遮阑较多,信噪比的提高受接收器阈值的限制。

另外还可以看到,由于中心部份对高频区影响较小,所以适当的遮阑将能有利提高物镜的清晰度。以前弗朗松 (Françon) 根据衍射理论分析折反射成像系统也曾得到过类似的结论^[5]。

总之,在光瞳上加入适当形状的遮阑,最大限度提高所要频段内讯号的信噪比,这对非相干成像系统来说还是很必要的。

附录 有像差系统的传递函数

当系统存在像差时,也就是整个物场不能成为一个等质块时,就不能按(3)式将整个物面分布作傅里叶分解,可将物面分成很多等质块^[6]。系统对位于等质块上点光源响应的傅里叶变换就是系统对该等质块的传递函数。根据 δ 函数的性质,我们把(4)式直接看作点光源(δ 函数)的一个基元光栅。当然在入瞳参考球面上相干度分布结论如前。但由于系统存在波像差,(13)式变为

$$\mu(P_1, P_2) = \exp \left\{ i \frac{2\pi}{\lambda} [W(u', v') - W(u' - S', v')] \right\}, \quad (\text{A} \cdot 1)$$

式中 W 为波像差分布,与光学系统本身以及点光源在物面所处位置有关。括号中的变量 u', v' 满足

$$\frac{2x'}{D'} = u', \quad \frac{2y'}{D'} = v'. \quad (\text{A} \cdot 2)$$

此时(20)式变为

$$I(\alpha', \beta') = \pi + \cos(2\pi S' \alpha') \iint_{R'} \exp \left\{ i \frac{2\pi}{\lambda} [W(u', v') - W(u' - S', v')] \right\} du' dv', \quad (\text{A} \cdot 3)$$

式中

$$\alpha' = \frac{\sin U'}{\lambda} \xi', \quad \beta' = \frac{\sin U'}{\lambda} \eta'; \quad R' = \frac{4\sigma'}{D'^2}.$$

所以(21)式变为

$$T(S', \alpha') = \frac{1}{\pi} \iint_{R'} \exp \left\{ i \frac{2\pi}{\lambda} [W(u', v') - W(u' - S', v')] \right\} du' dv'. \quad (\text{A} \cdot 4)$$

此式与 Hopkins 曾得到的自相关公式是一致的。

在一般有像差的光学系统中,加上遮阑以后,虽然使分母的数值减小,但由于分子的积分值恒小于理想系统,所以通过空间滤波以后,传递函数上升的数值就应由波像差来决定。

作者在工作过程中得到浙江大学电机工程系王懋鋈教授的热情鼓励和指导,并得到光学仪器工程系同志们的帮助;与中国科学院上海光学精密机械研究所王之江、北京工业学院赵达尊以及上海光学仪器研究室庄松林、钱振邦等同志进行过讨论,在此一并谢忱。

参 考 文 献

- [1] Jumpei Tsujiuchi, *Progress in Optical*, II (1963), 133.
- [2] R. Barnden, *Optical Acta*, 21 (1974), 981.

- [3] M. Born, E. Wolf, Principles of Optics 2nd rev. ed, Pergamon Press, New York (1964).
- [4] Francis T. S. Yu, Introduction to Diffraction, Information Processing and Holography. MIT Press (1973).
- [5] M. Françon, 张炳熏译, 相衬显微镜与干涉显微镜, 科学出版社(1966).
- [6] E. H. Linfoot, Fourier Methods in Optical Image Evaluation, Focal Press (1964).

THE SPATIAL FILTERING OF INCOHERENT IMAGING SYSTEM

LI ZHENG-MIN
(Zhejiang University)

ABSTRACT

The physical behaviour of an incoherent-light illuminated optical imaging system is investigated. The result obtained is that there is a coherent region in the reference spherical surface of entrance or emergent pupil which is corresponding to a certain spatial frequency. The author explained the physical characteristics of incoherent optical transfer function sufficiently, and suggested a possibility which may vary the transfer function curves of the system, thus permits a normal optical imaging system to have the ability of processing input signals in the frequency region.