

45° 扫描反射镜的静平衡和动平衡设计*

张 幼 文

(中国科学院上海技术物理研究所)

提 要

从理论力学的原理出发,用数学分析的方法,比较严格地计算了45°扫描反射镜的质量、质心和转动惯量,计算了电机起动功率,进行了静平衡和动平衡设计。效果较好。

一、前 言

多光谱扫描仪和某些红外照相机,因为需要好几个定标源在扫描成象时进行定标,因此常常采用45°扫描反射镜。45°镜的扫描视场为90°,尚有270°空间可供按装定标源用。气象卫星上的高分辨率红外扫描辐射计和地球资源遥感飞机上的多光谱扫描仪大都采用这种45°镜。由于各国对遥感工作的大力开展,45°镜将用得愈来愈多。

如图1所示,45°镜由一个正圆柱体与转轴成45°切开而成。这样的镜子,由于相对

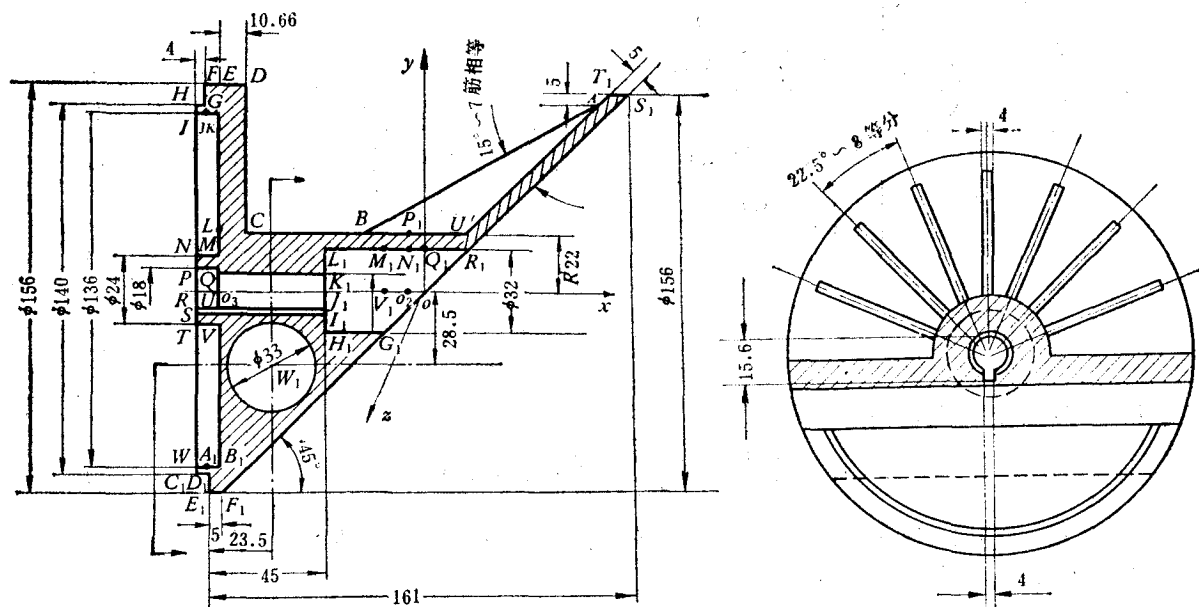


图 1

* 1978年1月28日收到。

于转轴(圆柱轴心线)严重的不对称,因此既不是静平衡也不是动平衡的。如果平衡不好,不但使扫描得到的图象模糊不清,甚至有把转轴扭曲、轴承烧坏的危险。因此,45°镜是一个关键性部件,它是仪器的咽喉。如何仔细地考虑它的静平衡和动平衡,是一个十分重要的问题。由于45°镜严重的不对称性,单纯的靠静平衡计和动平衡计是很难用经验的办法把静平衡和动平衡校好的。为此,我们发展了一种对45°镜进行静平衡和动平衡设计的方法,并用于实践,证明是可行的。对其它工程项目中严重不对称的高速转动体,或许也有参考价值。此外,我们在分析计算过程中得到的一些特殊形体(例如劈形、半圆蹄、45°半椭圆等)的体积、质心、转动惯量等公式,可能对教育和其它工程设计,也是有用的。

二、镜子不对称部分质量与质心的计算

A. 镜子上半部分

1) 七根筋 ABU' 七根筋分布在与 x 轴成 45° 的椭圆面上。如图 2 所示,七根筋的底部长度的二椭圆间的距离。设大椭圆的短轴为 a , 小椭圆的短轴为 a' , 则二个椭圆的方程为

$$\frac{x'^2}{2a^2} + \frac{z'^2}{a^2} = 1, \quad (1)$$

$$\frac{x'^2}{2a'^2} + \frac{z'^2}{a'^2} = 1. \quad (2)$$

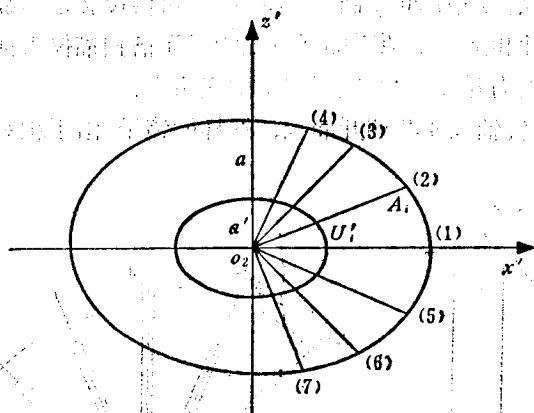


图 2

若第 i 根筋在大椭圆端点 A_i 上到原点 o_2 的距离为 l_i , 在小椭圆端点 u'_i 上到原点的距离为 l'_i , 第 i 根筋与 x' 轴的夹角为 φ_i , 则由方程 (1), (2) 可得

$$l_i = \left[\frac{2(1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_i)}{1 + 2\operatorname{tg}^2 \varphi_i} \right]^{\frac{1}{2}} a, \quad (3)$$

$$l'_i = \left[\frac{2(1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_i)}{1 + 2\operatorname{tg}^2 \varphi_i} \right]^{\frac{1}{2}} a'. \quad (4)$$

第 i 根筋的底部长度的

$$L_i = \left[\frac{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_i}{1 + 2\operatorname{tg}^2 \varphi_i} \right]^{\frac{1}{2}} \sqrt{2} (a - a'). \quad (5)$$

如图 1 和图 2 所示, $\varphi_1 = 0^\circ$, $\varphi_2 = 22.5^\circ$, $\varphi_3 = 45^\circ$, $\varphi_4 = 67.5^\circ$; $a = 73$, $a' = 22$, 求得各筋的底部长度的如下¹⁾:

$$l_1 = 103.24, \quad l'_1 = 31.11, \quad L_1 = 72.13;$$

$$l_2 = l_5 = 96.42, \quad l'_2 = l'_5 = 29.06, \quad L_2 = L_5 = 67.36;$$

1) 本文不注明单位的长度尺寸均为毫米。

$$l_3 = l_6 = 84.29, \quad l'_3 = l'_6 = 25.40, \quad L_3 = L_6 = 58.89;$$

$$l_4 = l_7 = 75.83, \quad l'_4 = l'_7 = 22.85, \quad L_4 = L_7 = 52.98.$$

有了 l_i 和 l'_i , 便可求出 A_i 点和 u'_i 点的坐标. 但是, 为了求出筋的质量和质心, 只有筋(可以看成三角形)的两个顶点坐标是不够的. 必须求出第三个顶点 B_i (与半径为 22 的圆柱相交)的坐标才行. 应当强调指出的是: 在铣筋时, 凸出椭圆面的筋是铣得与椭圆面垂直的, 三角形的斜边 $A_i B_i$ 的投影, 除第 1 根筋外, 并不象底边 $A_i u'_i$ 那样沿着投影圆的半径. 因为不易作图, 才画成图 1 那样.

如图 1 所示, 所有的筋与椭圆底面的夹角均为 $\delta_i = 15^\circ$. 这样, 就可以写出每根筋的斜边 $A_i B_i$ 的方向余弦及起始点 A_i 的坐标, 然后把 $o_2 x' y' z'$ 坐标系绕 $o_2 z'$ 轴旋转 45° , 成为图 1 那样的主坐标系 $o_2 x y z$. 写出每根筋的斜边 $A_i B_i$ 的直线方程, 与 R 为 22 的圆柱方程联立求解, 就得到斜边与圆柱的交点 B_i 的坐标.

已知第 i 根筋的端点 A_i 的坐标为

$$x'_i = l_i \cos \varphi_i, \quad y'_i = 0, \quad z'_i = l_i \sin \varphi_i. \quad (6)$$

为了写出 $A_i B_i$ 的直线方程, 还得写出它的方向余弦. 如图 3 所示, 直线 $A_i H_i$ 与平面 $x' z'$ 的夹角为 $\delta_i = 15^\circ$. 由于方向余弦在平移时不变, 所以可以把 $A_i H_i$ 移成通过原点 o_2 的直线 $F_i o_2$, 方向由第一象限向第三象限. 于是可以写出球坐标系中的方向余弦为

$$\begin{aligned} \xi'_i &= \sin(180^\circ + \alpha_i) \sin(180^\circ - \theta_i) = -\cos \varphi_i \cos \delta_i, \\ \eta'_i &= \cos(180^\circ - \theta_i) = \sin \delta_i, \\ \zeta'_i &= \cos(180^\circ + \alpha_i) \sin(180^\circ - \theta_i) = -\sin \varphi_i \cos \delta_i. \end{aligned} \quad (7)$$

把坐标系绕 z' 轴旋转 45° 成 $o_2 x y z$ 坐标系, 如图 4 所示. 在 $o_2 x y z$ 坐标系写出 $A_i B_i$ 的直线方程和半径为 22 的圆柱方程, 相交, 就可求出交点 B_i 的坐标.

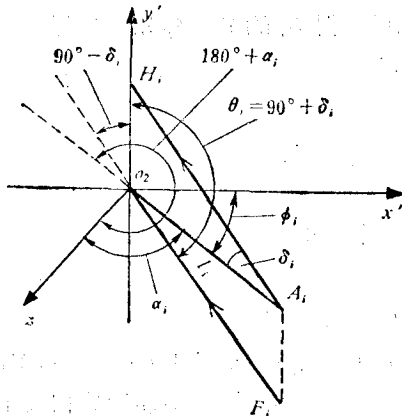


图 3

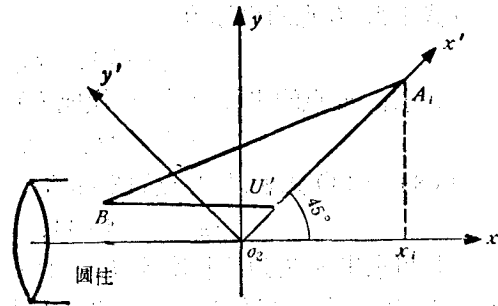


图 4

在 $o_2 x y z$ 坐标系中, (6), (7) 式变成

$$\begin{aligned} x_i &= x'_i \cos 45^\circ - y'_i \sin 45^\circ = x'_i \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} l_i \cos \varphi_i, \\ y_i &= x'_i \sin 45^\circ + y'_i \cos 45^\circ = x'_i \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} l_i \cos \varphi_i = x_i, \\ z_i &= z'_i = l_i \sin \varphi_i, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned}\xi_i &= \xi'_i \cos 45^\circ - \eta'_i \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}(-\cos \varphi_i \cos \delta_i - \sin \delta_i), \\ \eta_i &= \xi'_i \sin 45^\circ + \eta'_i \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}(-\cos \varphi_i \cos \delta_i + \sin \delta_i), \\ \zeta_i &= \zeta'_i = -\sin \varphi_i \cos \delta_i.\end{aligned}\quad (9)$$

$A_i B_i$ 的直线方程为

$$\begin{aligned}Y_i &= y_i + \frac{\eta_i}{\xi_i}(-x_i + x), \\ Z_i &= z_i + \frac{\zeta_i}{\xi_i}(-x_i + x).\end{aligned}\quad (10)$$

原点在 o_2 , 母线平行于 x 轴, 半径为 $R(=22)$ 的圆柱方程为

$$Y^2 + Z^2 = R^2. \quad (11)$$

把 (10) 式代入 (11) 式得

$$X = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - AC}}{A} \quad (\text{取 } |X| \text{ 较小者}), \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned}A &= \frac{\eta_i^2}{\xi_i^2} + \frac{\zeta_i^2}{\xi_i^2}, \\ B &= -\left(\frac{\eta_i^2}{\xi_i^2} + \frac{\zeta_i^2}{\xi_i^2}\right)x_i + \frac{\eta_i}{\xi_i}y_i + \frac{\zeta_i}{\xi_i}z_i, \\ C &= y_i^2 + z_i^2 - 2\left(\frac{\eta_i}{\xi_i}y_i + \frac{\zeta_i}{\xi_i}z_i\right)x_i + \left(\frac{\eta_i^2}{\xi_i^2} + \frac{\zeta_i^2}{\xi_i^2}\right)x_i^2 - R^2.\end{aligned}\quad (13)$$

由 (12) 式求得交点 B_i 的 X 坐标后, 代回 (10) 式就可求得 B_i 的 Y 坐标和 Z 坐标.

(a) 第 1 根筋 $\varphi_1 = 0^\circ, \delta_1 = 15^\circ$

由 (8) 式求得 A_1 点的坐标为

$$x_{A_1} = 73, \quad y_{A_1} = 73, \quad z_{A_1} = 0;$$

由 (8) 式求得 u'_1 点的坐标为 (把 l_i 换成 l'_i)

$$x_{u'_1} = 22, \quad y_{u'_1} = 22, \quad z_{u'_1} = 0;$$

由 (8) — (13) 式求得 B_1 点的坐标为

$$x_{B_1} = -15.33, \quad y_{B_1} = 22, \quad z_{B_1} = 0.$$

于是可求出 $A_1 B_1$ 边的长度为 $M_1 = [(x_{A_1} - x_{B_1})^2 + (y_{A_1} - y_{B_1})^2 + (z_{A_1} - z_{B_1})^2]^{\frac{1}{2}} = 102$; $A_1 U'_1$ 边的长度 (已知) 为 $L_1 = 72.13$; 厚度 $N_1 = 4$. 因此, 第 1 根筋的体积为 $V_1 = \frac{1}{2} L_1 M_1 N_1 \sin \delta_1 = 3.81$ 厘米³. 镜子的材料为超硬铝 LC₄, 比重 $\rho = 2.8$ 克·厘米⁻³. 所以, 质

量为 $m_1 = 10.67$ 克. 重心: $x_1 = \frac{1}{3}(x_{A_1} + x_{B_1} + x_{u'_1}) = 26.56$; $y_1 = 39$; $z_1 = 0$. 最

后有

$$\begin{aligned}V_1 &= 3.81 \text{ 厘米}^3, \quad x_1 = 26.56, \\ m_1 &= 10.67 \text{ 克}, \quad y_1 = 39.00, \quad z_1 = 0.\end{aligned}$$

(b) 第 2 根筋 (以及第 5 根筋) $\varphi_{2,5} = \pm 22.5^\circ$, $\delta_2 = 15^\circ$

$$V_2 = 3.21 \text{ 厘米}^3, \quad x_2 = 23.38,$$

$$m_2 = 8.97 \text{ 克}, \quad y_2 = 34.60, \quad z_{2,5} = \pm 16.98.$$

(c) 第 3 根筋 (以及第 6 根筋) $\varphi_{3,6} = \pm 45^\circ$, $\delta_3 = 15^\circ$

$$V_3 = 2.25 \text{ 厘米}^3, \quad x_3 = 15.94,$$

$$m_3 = 6.30 \text{ 克}, \quad y_3 = 24.95, \quad z_{3,6} = \pm 28.92.$$

(d) 第 4 根筋 (以及第 7 根筋) $\varphi_{4,7} = \pm 67.5^\circ$, $\delta_4 = 15^\circ$

$$V_4 = 1.67 \text{ 厘米}^3, \quad x_4 = 6.73,$$

$$m_4 = 4.67 \text{ 克}, \quad y_4 = 14.15, \quad z_{4,7} = \pm 35.65.$$

把坐标原点沿 x 方向平移 $\sqrt{2}h$ (其中 $h = 5$ 为椭圆底面的厚度), 由 o_2 移到 o , 七根筋合成后的体积、质量和质心坐标为 (z 方向由于 45° 镜对称, 今后都不必算)

$$V_1 = \sum_{i=1}^7 V_i = 18.06 \text{ 厘米}^3, \quad X_1 = \left(\sum_{i=1}^7 m_i x_i \right) / M_1 = 7.07 = 12.05,$$

$$M_1 = \sum_{i=1}^7 m_i = 50.56 \text{ 克}, \quad Y_1 = \left(\sum_{i=1}^7 m_i y_i \right) / M_1 = 29.34. \quad (14)$$

2) 45° 半椭圆 $T_1 o_2 o S_1$, $R = 78$, $h = 5$

如图 5 所示, 实际图形如实线. 为便于计算, 近似成虚线 $P'Q'T'_1S'_1$. 因为厚度很薄

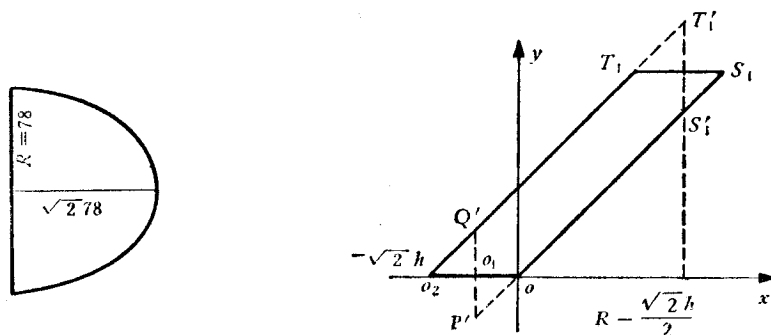


图 5

($h = 5$), 这种近似是完全可以的. 于是, 45° 半椭圆在 xz 平面上的投影为一个半圆. 在 oxy 坐标系, 45° 半椭圆的体积为

$$V_2 = 2 \int_0^R dz \int_{-h/\sqrt{2}}^{\sqrt{R^2-z^2}-h/\sqrt{2}} dx \int_x^{x+\sqrt{2}h} dy = \frac{\sqrt{2}}{2} \pi h R^2; \quad (15)$$

重心为

$$x_2 = \frac{2}{V_2} \int_0^R dz \int_{-h/\sqrt{2}}^{\sqrt{R^2-z^2}-h/\sqrt{2}} x dx \int_x^{x+\sqrt{2}h} dy = \frac{4}{3\pi} R - \frac{h}{\sqrt{2}}, \quad (16)$$

$$y_2 = \frac{2}{V_2} \int_0^R dz \int_{-h/\sqrt{2}}^{\sqrt{R^2-z^2}-h/\sqrt{2}} dx \int_x^{x+\sqrt{2}h} y dy = \frac{4}{3\pi} R. \quad (17)$$

把 $h = 5$, $R = 78$ 代入得

$$\begin{aligned} V_2 &= 67.58 \text{ 厘米}^3, & x_2 &= 29.57, \\ m_2 &= 189.22 \text{ 克}, & y_2 &= 33.10. \end{aligned} \quad (18)$$

3) 半圆柱 $Lo_2o_1P_1$, $R=22$, $H=70.93$

如图 6 所示.

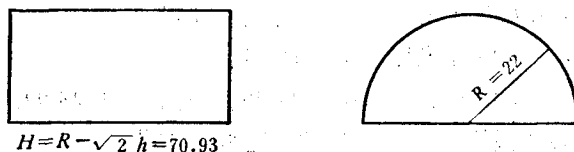


图 6

$$\begin{aligned} V_3 &= \frac{1}{2} \pi R^2 H = 53.94 \text{ 厘米}^3, & x_3 &= -\left(\frac{1}{2} H + \sqrt{2} h\right) = -42.54, \\ m_3 &= 151.03 \text{ 克}, & y_3 &= \frac{4}{3\pi} R = 9.34. \end{aligned} \quad (19)$$

4) 半蹄形 (坐标原点由 o_2 移到 o), o_2P_1U' , $R=22$, $h=5$

如图 7 所示.

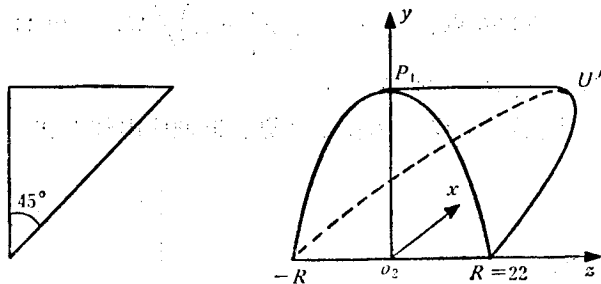


图 7

体积

$$V_4 = 2 \int_0^R dz \int_0^{\sqrt{R^2 - z^2}} dy \int_0^y dx = \frac{2}{3} R^3, \quad (20)$$

重心

$$x_4 = \frac{2}{V_4} \int_0^R dz \int_0^{\sqrt{R^2 - z^2}} dy \int_0^y x dx - \sqrt{2} h = \frac{3}{32} \pi R - \sqrt{2} h, \quad (21)$$

$$y_4 = \frac{2}{V_4} \int_0^R dz \int_0^{\sqrt{R^2 - z^2}} y dy \int_0^y dx = \frac{3}{16} \pi R. \quad (22)$$

把 $h=5$, $R=22$ 代入得

$$\begin{aligned} V_4 &= 7.10 \text{ 厘米}^3, & x_4 &= -0.59, \\ m_4 &= 19.88 \text{ 克}, & y_4 &= 12.96. \end{aligned} \quad (23)$$

5) 半圆柱 (孔) $V_1M_1Q_1o$, $R=16$, $H=16$

$$\begin{aligned} -V_5 &= -\frac{1}{2} \pi R^2 H = -6.43 \text{ 厘米}^3, & x_5 &= -\frac{H}{2} = -8, \\ -M_5 &= -18 \text{ 克}, & y_5 &= \frac{4}{3\pi} R = 6.79. \end{aligned} \quad (24)$$

6) 半蹄形 (孔) oQ_1R_1 , $R = 16$

$$\begin{aligned} -V_6 &= -\frac{2}{3}R^3 = -2.73 \text{ 厘米}^3, & x_6 &= \frac{3}{32}\pi R = 4.71, \\ -m_6 &= -7.64 \text{ 克}, & y_6 &= \frac{3}{16}\pi R = 9.42. \end{aligned} \quad (25)$$

以上计算的是与下半部分不对称的部分, 对称部分可不必算. 因为无论静平衡或动平衡, 上下抵消, 没有贡献. 但是在计算整个 45° 镜的质量及转动惯量时, 必须计算.

尚未静平衡的上半部分合成的质量与质心为

$$\begin{aligned} m'_\pm &= \sum_{i=1}^6 m_i = 385.05 \text{ 克}, \\ x'_\pm &= \frac{1}{m'_\pm} \sum_{i=1}^6 m_i x_i = -0.32, \\ y'_\pm &= \frac{1}{m'_\pm} \sum_{i=1}^6 m_i y_i = 23.95. \end{aligned} \quad (26)$$

B. 镜子下半部分

7) 大劈形 oo_3F_1 , $R = 78$

如图 8 所示.

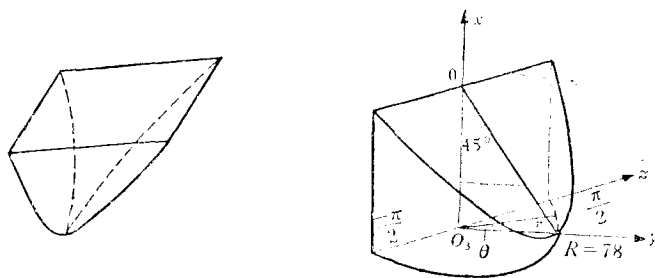


图 8

取原点为 o 的圆柱坐标系 $or\theta x$, 注意到 $y = r \cos \theta$, 则大劈形体积为

$$V_8 = 2 \int_0^R r dr \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_{-R}^{-r \cos \theta} dx = \frac{1}{2} \pi R^2 - \frac{2}{3} R^3. \quad (27)$$

显然, 劈形的体积等于半圆柱的体积与半蹄形的体积之差, 这与直观上是完全一致的.

重心

$$x_8 = \frac{2}{V_8} \int_0^R r dr \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_{-R}^{-r \cos \theta} x dx = \frac{-18\pi}{16(3\pi - 4)} R, \quad (28)$$

$$y_8 = \frac{-2}{V_8} \int_0^R r dr \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_{-R}^{-r \cos \theta} r \cos \theta dx = -\frac{(16 - 3\pi)}{4(3\pi - 4)} R. \quad (29)$$

把 $R = 78$ 代入得

$$\begin{aligned} V_8 &= 429.05 \text{ 厘米}^3, & x_8 &= -50.82, \\ m_8 &= 1201.34 \text{ 克}, & y_8 &= -23.64. \end{aligned} \quad (30)$$

8) 小劈形(孔) $G_1 V_1 o$, $R = 16$

$$\begin{aligned} -V_9 &= -3.70 \text{ 厘米}^3, & x_9 &= -10.43, \\ -m_9 &= -10.36 \text{ 克}, & y_9 &= -4.85. \end{aligned} \quad (31)$$

9) 大孔 W_1 , $\phi = 33$

如图 9 所示.

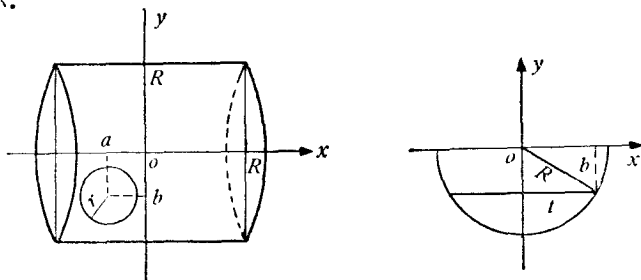


图 9

大圆柱方程为

$$R^2 = y^2 + z^2 \quad \text{或} \quad z = \sqrt{R^2 - y^2}.$$

大孔方程为

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2.$$

积分域为

$$b - r \leq y \leq b + r, \quad a - \sqrt{r^2 - (y - b)^2} \leq x \leq a + \sqrt{r^2 - (y - b)^2}.$$

大孔的体积为

$$V_{10} = 2 \int_{b-r}^{b+r} dy \int_{a-\sqrt{r^2-(y-b)^2}}^{a+\sqrt{r^2-(y-b)^2}} \sqrt{R^2 - y^2} dx = 4 \int_{b-r}^{b+r} \sqrt{R^2 - y^2} \cdot \sqrt{r^2 - (y-b)^2} dy.$$

这是一个第二类椭圆积分,无法得到简单的解析表达式,只能用无穷级数表示,考虑到求重心和转动惯量等一系列麻烦,我们打算对大孔体积用椭圆积分或数值积分进行计算,改用一个圆心坐标为 $a(= -59.5)$ 、 $b(= -28.5)$ 的平顶圆柱代替曲顶圆柱作计算. 考虑到 $R = 78$ 较大,而 $r = 16.5$ 不太大,上述近似是可取的. 平顶圆柱的长度 $l = 2t = 2\sqrt{R^2 - b^2} = 145.22$, $r = 16.5$, 重心就是轴心,因此

$$\begin{aligned} -V_{10} &= -124.19 \text{ 厘米}^3, & x_{10} &= -59.50, \\ -m_{10} &= -347.73 \text{ 克}, & y_{10} &= -28.50. \end{aligned} \quad (32)$$

10) 键 $RSI_1 J_1$

键高 $H = 1.6$, 宽 $D = 4$, 长 $L = 49$, 因为轴是钢的,比重 $7.8 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^{-3}$,所以加进去的重量为钢键与铝键之差

$$\begin{aligned} V_{11} &= HDL = 0.31 \text{ 厘米}^3, & x_{11} &= -38 - \frac{49}{2} = -62.50, \\ m_{11} &= 0.31 \times (7.8 - 2.8) = 1.55 \text{ 克}, & y_{11} &= -7 - \frac{1.6}{2} = -7.80. \end{aligned} \quad (33)$$

下半部分合成的质量与质心为

$$\begin{aligned} m_{\text{下}} &= \sum_{i=8}^{11} m_i = 844.80 \text{ 克}, \\ x_{\text{下}} &= \frac{1}{m_{\text{下}}} \sum_{i=8}^{11} m_i x_i = -47.77, \\ y_{\text{下}} &= \frac{1}{m_{\text{下}}} \sum_{i=8}^{11} m_i y_i = -21.84. \end{aligned} \quad (34)$$

三、静平衡

静平衡的要求为整个 45° 镜的 y 方向的重心坐标等于零, 即

$$y_c = \frac{1}{m} \sum_i m_i y_i = \frac{1}{(m_{\text{上}} + m_{\text{下}})} (m_{\text{上}} y_{\text{上}} + m_{\text{下}} y_{\text{下}}) = 0. \quad (35)$$

这相当于要求

$$m_{\text{上}} y_{\text{上}} + m_{\text{下}} y_{\text{下}} = 0. \quad (36)$$

显然, 已计算过的 $m'_{\text{上}} y'_{\text{上}} \approx m_{\text{下}} |y_{\text{下}}|$, 必须在上半部加上一块静平衡配重块 $CDEL$ 才能使 $m_{\text{上}} y_{\text{上}} = m_{\text{下}} |y_{\text{下}}|$.

11) 静平衡配重块 $CDEL$

如图 10 所示, 静平衡配重块为一个空心半圆柱.

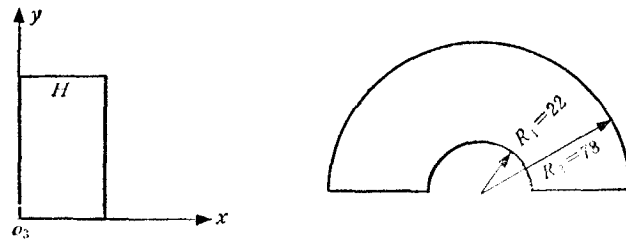


图 10

质量为

$$m_7 = \frac{1}{2} \pi (R_2^2 - R_1^2) H \rho. \quad (37)$$

把原点由 O_3 移到 O , 重心坐标为

$$x_7 = \frac{H}{2} - R,$$

$$y_7 = \frac{2\rho}{m_7} \int_{R_1}^{R_2} r dr \int_0^{\pi} d\theta \int_0^H r \cos \theta dx = \frac{4(R_2^3 + R_2 R_1 + R_1^3)}{3\pi(R_2 + R_1)}. \quad (38)$$

把 $R_1 = 22$, $R_2 = 78$ 代入得

$$y_7 = 35.16. \quad (39)$$

因为 $m_{\text{上}} y_{\text{上}} = m'_{\text{上}} y'_{\text{上}} + m_7 y_7$, 代入 (36) 式得静平衡配重块的厚度为

$$H = \frac{2}{y_7 \pi \rho (R_2^2 - R_1^2)} (m_{\text{下}} |y_{\text{下}}| - m'_{\text{上}} y'_{\text{上}}). \quad (40)$$

把 (26), (34), (39) 式代入上式得

$$H = 10.66. \quad (41)$$

把 (41) 式代入 (37), (38) 式得静平衡配重块的质量和重心坐标为

$$m_7 = 262.56 \text{ 克}, \quad x_7 = -72.67, \quad y_7 = 35.16. \quad (42)$$

上半部最后合成

$$\begin{aligned} m_{\text{上}} &= m'_{\text{上}} + m_7 = 647.61 \text{ 克}, \\ x_{\text{上}} &= \frac{1}{m_{\text{上}}} (m'_{\text{上}} x'_{\text{上}} + m_7 x_7) = -29.65, \\ y_{\text{上}} &= \frac{1}{m_{\text{上}}} (m'_{\text{上}} y'_{\text{上}} + m_7 y_7) = 28.49. \end{aligned} \quad (43)$$

从上面静平衡的要求 (36) 式可知, 图形的上下对称部分, 由于 $\sum_i m_i y_i = 0$, 对静平衡是没有贡献的, 因此我们没有计算它们.

四、动 平 衡

动平衡除应满足静平衡的要求 (36) 式外, 还应在迴转时使绕某一固定支点的力矩之和为零, 即

$$\sum_i N_i = 0, \quad (44)$$

式中 $N_i = F_i x_i$ 为绕支点的力矩, $F_i = m_i y_i \omega_i^2$ 为 y 方向的离心力 (z 方向是对称的), ω_i 为角速度, x_i 为相对于支点的 x 方向的质心坐标. 45° 镜虽已静平衡 $m_{\text{上}} y_{\text{上}} = m_{\text{下}} |y_{\text{下}}|$, 但由于 $x_{\text{上}} \neq x_{\text{下}}$, 因此并不动平衡.

如图 11 所示, 设有二个支点 (二个轴承), 我们来考虑如何实现动平衡的要求.

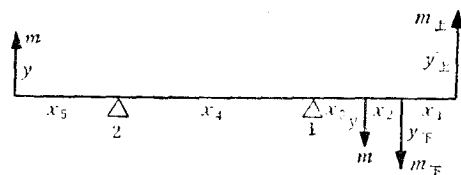


图 11

设轴为刚体, 为了抵消 45° 镜的固有力矩实现动平衡, 我们加上一对反力偶 $my\omega_i^2 x$. 对支点 1, (44) 式的要求相当于 (所有量均取绝对值, 并已约去公因子 ω_i^2)

$$m_{\text{上}} y_{\text{上}} (x_1 + x_2 + x_3) - m_{\text{下}} y_{\text{下}} (x_2 + x_3) - myx_3 - my(x_4 + x_5) = 0,$$

或

$$m_{\text{上}} y_{\text{上}} x_1 + (m_{\text{上}} y_{\text{上}} - m_{\text{下}} y_{\text{下}}) (x_2 + x_3) - my(x_3 + x_4 + x_5) = 0.$$

由于 45° 镜已满足静平衡 $m_{\text{上}} y_{\text{上}} = m_{\text{下}} y_{\text{下}}$, 因此

$$m_{\perp} y_{\perp} x_1 = m y (x_3 + x_4 + x_5),$$

其中 $x_1 = x_{\perp} - x_{\text{下}}$, $x_3 + x_4 + x_5 = x$ 为附加力偶间的距离. 于是动平衡要求归结为

$$m_{\perp} y_{\perp} (x_{\perp} - x_{\text{下}}) = m y x. \quad (45)$$

对支点 2, 经过类似的推导, 不难证明 (45) 式也成立.

求得

$$m_{\perp} y_{\perp} (x_{\perp} - x_{\text{下}}) = 647.61 \times 2.849 \times (-2.965 + 4.777) = 3343.214 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \quad (46)$$

但是, 对于劈形、半圆蹄、半椭圆等 x 方向质量不均匀的形体, 设 x_c 和 y_c 为重心坐标, 由于

$$\int x y d m \neq m x_c y_c,$$

(从数学上说, 相当于积分中值不一定刚好是 $x_c y_c$), 因此动平衡条件 (45) 式是不严格的, 比较严格的做法是

$$N_{\perp} + N_{\text{下}} = \sum_i \int x_{i\perp} y_{i\perp} d m_{i\perp} + \sum_i \int x_{i\text{下}} y_{i\text{下}} d m_{i\text{下}} = m y x. \quad (47)$$

下面我们来求 (47) 式左边的积分.

A. 上半部分 (参考点取在原点 o)

1) 七根筋 虽然筋的质量在 x 方向也是不对称的, 但是由于质量很小, 因此, 我们仍用 $m x_c y_c$ 来计算, 误差不会很大.

$$N_1 = m_1 x_1 y_1 = 178.80 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \quad (48)$$

2) 45° 半椭圆

$$\begin{aligned} N_2 &= 2\rho \int_0^R dz \int_{-h/\sqrt{2}}^{\sqrt{R^2-z^2}-h/\sqrt{2}} x dx \int_x^{x+\sqrt{2}h} y dy = \rho \left(\frac{\sqrt{2}\pi}{8} h R^4 - \frac{2}{3} h^2 R^3 - \frac{2}{3} h^4 R \right) \\ &= 2655.55 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2 \end{aligned} \quad (49)$$

为了比较, 我们由 (18) 式求得 $m_2 x_2 y_2 = 1852.02 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2$, 可见与严格积分确实不等, 要小得多.

3) 半圆柱

$$N_3 = m_3 x_3 y_3 = -600.08 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \quad (50)$$

4) 半蹄形

$$N_4 = 2\rho \int_0^R dz \int_0^{\sqrt{R^2-z^2}} y dy \int_{-\sqrt{2}h}^{y-\sqrt{2}h} x dx = \rho \left(\frac{2}{15} R^5 - \frac{\sqrt{2}\pi}{8} h R^4 \right) = 1.03 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \quad (51)$$

5) 半圆柱(孔)

$$-N_5 = 0.98 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \quad (52)$$

6) 半蹄形(孔)

$$-N_6 = -2\rho \int_0^R dz \int_0^{\sqrt{R^2-z^2}} y dy \int_0^y x dx = -\rho \frac{2}{15} R^5 = -3.92 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \quad (53)$$

7) 静平衡配重块(半圆柱)

$$N_7 = -6708.61 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \quad (54)$$

上半部总的有

$$N_{\pm} = \sum_{i=1}^7 N_i = -4476.25 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \quad (55)$$

B. 下半部分(参考点取在 o)

8) 大劈形

$$N_8 = 2\rho \int_0^R r dr \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_{-R}^{-r \cos \theta} (-r \cos \theta) x dx = \rho \frac{1}{5} R^5 = 16168.18 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \quad (56)$$

为了比较,由(30)式求得 $m_8 x_8 y_8 = 14432.72 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2$,也比较小.

9) 小劈形(孔)

$$-N_9 = -\rho \frac{1}{5} R^5 = -5.87 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \quad (57)$$

10) 大孔

$$-N_{10} = -m_{10} x_{10} y_{10} = -5896.63 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \quad (58)$$

11) 键

$$N_{11} = m_{11} x_{11} y_{11} = 7.56 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \quad (59)$$

下半部分总的有

$$N_{\mp} = \sum_{i=8}^{11} N_i = 10273.24 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \quad (60)$$

$$N_{\pm} + N_{\mp} = -4476.25 + 10273.24 = 5796.99 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \quad (61)$$

与(46)式相比,要大得多,可见严格求力矩是必要的. 实践也证明按(45)式设计的动平衡配重块偏小.

把上式代入(47)式得[比(46)式要大得多]

$$myx = 5796.99 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \quad (62)$$

下面我们根据(62)式来设计动平衡配重块.

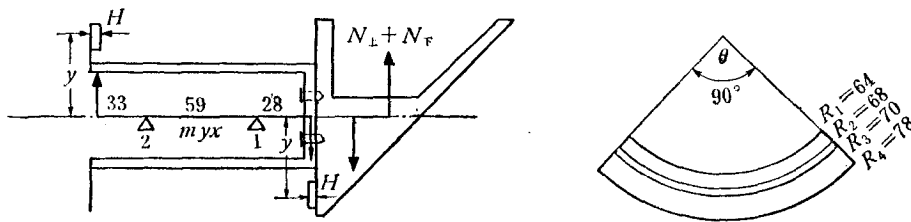


图 12

如图 12 所示,二配重块重心之间的距离 $x = (12 - H)$ 厘米. 因此

$$my = \frac{5796.99}{12 - H} \text{ 克} \cdot \text{厘米}. \quad (63)$$

配重块为扇形环, 材料是 H 62 黄铜, 比重 $\rho' = 8.5$ 克·厘米⁻³. 取 $R_1 = 64$, $R_2 = 68$, $R_3 = 70$, $R_4 = 78$, $\theta = 90^\circ$. 其中深为 $H' = 0.4$ 厘米的弧形槽是为了防止配重块在离心力作用下发生松动影响动平衡而设计的. 配重块质量为

$$\begin{aligned} m &= m_1 - m_2 = \rho' H \int_{R_1}^{R_4} r dr \int_{-\theta/2}^{\theta/2} d\theta - \rho' H' \int_{R_2}^{R_3} r dr \int_{-\theta/2}^{\theta/2} d\theta \\ &= \rho' \frac{\theta}{2} [(R_4^2 - R_1^2)H - (R_3^2 - R_2^2)H'] = (132.717H - 7.370) \text{ 克}. \end{aligned} \quad (64)$$

重心

$$y_1 = \frac{\rho'}{m_1} \int_{R_1}^{R_4} r dr \int_{-\theta/2}^{\theta/2} r \cos \theta d\theta = \frac{120}{\pi} \frac{(R_4^3 - R_1^3) \sin(\theta/2)}{(R_4^2 - R_1^2)(\theta/2)} = 6.413 \text{ 厘米}, \quad (65)$$

$$y_2 = \frac{120}{\pi} \cdot \frac{(R_3^3 - R_2^3) \sin(\theta/2)}{(R_3^2 - R_2^2)(\theta/2)} = 6.213 \text{ 厘米}. \quad (66)$$

合成

$$my = m_1 y_1 - m_2 y_2 = (851.114H - 45.790) \text{ 克} \cdot \text{厘米}. \quad (67)$$

代入(63)式得

$$851.114H^2 - 10259.158H + 6346.47 = 0. \quad (68)$$

解出得

$$H = 0.654 \text{ 厘米} = 6.54, \quad m = 79.44 \text{ 克}, \quad y = 64.32. \quad (69)$$

如图 12 所示, 二动平衡配重块通过一个空心圆筒相连, 并与 45° 镜组成一个整体, 这样两个支点(轴承)上受到的扭力就很小. 不过这样的结构重量较大. 若二配重块不通过圆筒相连, 直接与轴相连, 则由于两个支点受到扭力, 使轴产生较大的挠度.

五、45° 镜的总质量、转动惯量、电机起动功率

A. 总质量

上面计算静平衡时, 只计算了 45° 镜的上下不对称部分, 对称部分还没有算.

12) 动平衡定位环 $GHIJA_1D_1CW$, $R_1 = 68$, $R_2 = 70$, $H = 4$.

$$m_{12} = \pi(R_2^2 - R_1^2)H\rho = 9.71 \text{ 克}.$$

13) 外环 $EFJKB_1F_1E_1A_1$, $R_1 = 68$, $R_2 = 78$, $H = 5$.

$$m_{13} = \pi(R_2^2 - R_1^2)H\rho = 64.21 \text{ 克}.$$

14) 内环 $MNPQUVTR$, $R_1 = 9$, $R_2 = 12$, $H = 9$.

$$m_{14} = \pi(R_2^2 - R_1^2)H\rho = 4.99 \text{ 克}.$$

15) 小轴孔 QUJ_1K_1 , $R = 7$, $H = 40$.

$$-m_{15} = -\pi R^2 H \rho = -17.24 \text{ 克}.$$

16) 大轴孔 $G_1H_1L_1M_1$, $R = 16$, $H = 22$.

$$-m_{16} = -\pi R^2 H \rho = -49.54 \text{ 克}.$$

把这些质量与前面求出的 $m_{\text{上}}$, $m_{\text{下}}$ 加起来, 但要减去钢键的质量 1.55 克, 就得到 45° 镜的总质量

$$m_t = 1502.99 \text{ 克}. \quad (70)$$

如果加工误差较小,与加工的总质量可以符合到 1% 以内.

B. 转动惯量

1) 七根筋 体积为 V 的物体,对于过其重心并与坐标轴成 α, β, γ 角的轴 l 的转动惯量为

$$I_l = I_x \cos^2 \alpha + I_y \cos^2 \beta + I_z \cos^2 \gamma - 2K_{xy} \cos \alpha \cos \beta - 2K_{xz} \cos \alpha \cos \gamma - 2K_{yz} \cos \beta \cos \gamma, \quad (71)$$

其中 I_x, I_y, I_z 分别为对三个坐标轴的转动惯量,

$$\begin{aligned} K_{xy} &= \iiint_V \rho xy dx dy dz, \\ K_{xz} &= \iiint_V \rho xz dx dy dz, \\ K_{yz} &= \iiint_V \rho yz dx dy dz \end{aligned} \quad (72)$$

为离心距(惯量积).

因为通过第二节的计算,每只三角形(筋)的顶点坐标、重心坐标、边长、各边之间的夹角都可以求得. 因此,选择适当的坐标系就可以求出 $I_x, I_y, I_z, K_{xy}, K_{xz}, K_{yz}$, 然后过其重心取一根与主坐标系的 x 轴平行的轴 l , 就可以求出 α, β, γ 角, 进而求出 I_l . 由于重心到主轴 x 的距离 d 为已知, 因此这根筋绕 x 轴的转动惯量为

$$I = I_l + md^2. \quad (73)$$

不过,这样严格的处理是比较麻烦的,下面我们来作近似.

首先,我们严格的求第一根筋相对于主轴 x 的转动惯量.

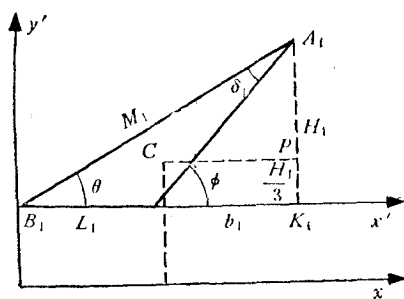


图 13

已知 $M_1 = 102, L_1 = 72.13, \delta_1 = 15^\circ, \theta = 30^\circ, \varphi = 45^\circ, H_1 = M_1 \sin \theta = 51$, 厚度 $N_1 = 4$, 重心 $y_c = 39$, 质量 $m_1 = 10.67$ 克.

如图 13 所示,

$$\triangle A_1 B_1 U'_1 = \triangle A_1 B_1 K_1 - \triangle A_1 U_1 K_1,$$

因此第一根筋相对于 x' 轴的转动惯量为

$$\begin{aligned} I_{x'} &= 2\rho \int_0^{L_1+b_1} dx' \int_0^{x' \tan \theta} dy' \int_0^{N_1/2} (y'^2 + z'^2) dz' \\ &\quad - 2\rho \int_{L_1}^{L_1+b_1} dx' \int_0^{(x'-L_1) \tan \varphi} dy' \int_0^{N_1/2} (y'^2 + z'^2) dz' \\ &= m_1 \left(\frac{N_1^2}{12} + \frac{H_1^2}{6} \right). \end{aligned} \quad (74)$$

设过重心 C 与 x' 轴平行的轴为 CP , 相对于 CP 轴的转动惯量为 I_c , 则根据 (73) 式

$$I_{x'} = I_c + \left(\frac{1}{3} H_1 \right)^2 m_1 \quad \text{或} \quad I_c = I_{x'} - \frac{H_1^2}{9} m_1 = m_1 \left(\frac{N_1^2}{12} + \frac{H_1^2}{18} \right). \quad (75)$$

因为轴 CP 离主轴 x 的距离已知为 y_c , 所以第一根筋相对于 x 轴的转动惯量为

$$I_x = I_c + m_1 y_c^2 = m_1 \left(y_c^2 + \frac{N_1^2}{12} + \frac{H_1^2}{18} \right) = 177.87 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \quad (76)$$

若把筋看成质量集中于质心的质点, 转动惯量为 $I'_x = 10.67 \times (3.9)^2 = 161.22$, 相对误差约为 10%. 于是我们作如下近似: 用七根筋的组合质量代替第一根筋的质量, 计算所得的转动惯量作为七根筋总的转动惯量. 由 (14) 式知

$$I_1 = 842.44 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \quad (77)$$

2) 45° 半椭圆

$$\begin{aligned} I_2 &= 2\rho \int_0^R dz \int_{-h/\sqrt{2}}^{\sqrt{R^2-z^2}-h/\sqrt{2}} dx \int_x^{x+\sqrt{2}h} (y^2 + z^2) dy = m_2 \left(\frac{R^2}{2} + \frac{h^2}{6} \right) \\ &= 5763.96 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \end{aligned} \quad (78)$$

3) 半圆柱

$$I_3 = 2\rho \int_0^R r^3 dr \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^H dx = m_3 \frac{R^2}{2} = 365.49 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \quad (79)$$

4) 半蹄形

$$I_4 = 2\rho \int_0^R r^3 dr \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^{r \cos \theta} dx = m_4 \frac{3}{5} R^2 = 57.73 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \quad (80)$$

5) 半圆柱(孔)

$$-I_5 = -M_5 \frac{R^2}{2} = -23.04 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \quad (81)$$

6) 半蹄形(孔)

$$-I_6 = -m_6 \frac{3}{5} R^2 = -11.74 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \quad (82)$$

7) 静平衡配重块(半圆柱)

$$I_7 = 2\rho \int_{R_1}^{R_2} r^3 dr \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^H dx = m_7 \frac{(R_1^2 + R_2^2)}{2} = 8622.47 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \quad (83)$$

8) 大劈形

$$I_8 = 2\rho \int_0^R r^3 dr \int_0^{\pi/2} d\theta \int_{-R}^{-r \cos \theta} dx = \rho \left(\frac{\pi}{4} - \frac{2}{5} \right) R^5 = 31156.08 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \quad (84)$$

9) 小劈形(孔)

$$-I_9 = -\rho \left(\frac{\pi}{4} - \frac{2}{5} \right) R^5 = -11.32 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \quad (85)$$

10) 大孔

$$-I_{10} = -2\rho \int_{b-r}^{b+r} dy \int_{a-\sqrt{r^2-(y-b)^2}}^{a+\sqrt{r^2-(y-b)^2}} dx \int_0^{\sqrt{R^2-y^2}} (y^2 + z^2) dz. \quad (86)$$

这个积分也不能得到简单的解析表达式. 为此, 我们仍如前面一样用平顶圆柱代替曲顶圆柱. 平顶圆柱绕自身横轴(注意不是沿母线方向的纵轴)的转动惯量为

$$\begin{aligned} -I'_{10} &= -8\rho \int_0^r r_1 dr_1 \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^{L/2} (z^2 + r_1^2 \sin^2 \theta) dz = -m_{10} \left(\frac{r^2}{4} + \frac{L^2}{12} \right) \\ &= -6347.81 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \end{aligned} \quad (87)$$

所以绕 x 轴的转动惯量为

$$-I_{10} = -I'_{10} - m_{10}y_{10}^2 = -9172.25 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \quad (88)$$

11) 钢键

$$\begin{aligned} I'_{11} &= \rho \int_{-L/2}^{L/2} dx' \int_{-D/2}^{D/2} dz' \int_{-H/2}^{H/2} (y'^2 + z'^2) dy' = m_{11} \frac{(H^2 + D^2)}{12} \\ &= 0.024 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \end{aligned} \quad (89)$$

上面求得的是钢键绕本身的通过质心的水平轴旋转的转动惯量, 它绕 x 轴的转动惯量为

$$I_{11} = I'_{11} + m_{11}y_{11}^2 = 0.97 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \quad (90)$$

12) 动平衡定位环

$$I_{12} = \rho \int_{R_1}^{R_2} r^3 dr \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^H dx = m_{12} \frac{(R_1^2 + R_2^2)}{2} = 462.39 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \quad (91)$$

13) 外环

$$I_{13} = m_{13} \frac{(R_1^2 + R_2^2)}{2} = 3437.80 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \quad (92)$$

14) 内环

$$I_{14} = m_{14} \frac{(R_1^2 + R_2^2)}{2} = 5.61 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \quad (93)$$

15) 小轴孔

$$-I_{15} = -\rho \int_0^R r^3 dr \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^H dx = -m_{15} \frac{R^2}{2} = -4.22 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \quad (94)$$

16) 大轴孔

$$-I_{16} = -m_{16} \frac{R^2}{2} = -63.41 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \quad (95)$$

17) 动平衡配重块(二块)

$$I_{17} = 2 \left[m_1 \frac{(R_1^2 + R_2^2)}{2} - m_2 \frac{(R_1^2 + R_2^2)}{2} \right] = 8134.01 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2. \quad (96)$$

整个 45° 镜连同二块动平衡配重块的转动惯量为

$$I_t = \sum_{i=1}^{17} I_i = 49562.97 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2 = 4.956297 \times 10^{-3} \text{ 公斤} \cdot \text{米}^2. \quad (97)$$

其中 45° 镜本身的转动惯量为 $41428.96 \text{ 克} \cdot \text{厘米}^2$.

C. 电机起动功率

$$N = \frac{Mn}{975}, \quad (98)$$

式中, N 为电机功率(千瓦), n 为电机转速(转/分), M 为转动体转矩(公斤·米), 而

$$M = \frac{1}{9.8} I \frac{\Delta\omega}{\Delta t}, \quad (99)$$

其中 $\Delta\omega$ 为角速度的变化(转/秒), $\omega = 2\pi n$, n 为转速(转/秒). Δt 为电机起动时间

(秒), $g = 9.8$ 米/秒²为重力加速度.

设 $n = 1500$ 转/分 $= 25$ 转/秒, $\Delta\omega = 2\pi \times 25 = 50\pi$ 转/秒. 再假定起动 45° 镜达到 1500 转/分的时间为 $\Delta t = 5$ 秒, 则

$$M = \frac{1}{9.8} \times 4.956297 \times 10^{-3} \times \frac{50 \times 3.1416}{5} = 1.59 \times 10^{-2} \text{ 公斤} \cdot \text{米}.$$

电机起动功率为

$$N = \frac{1.59 \times 10^{-2} \times 1500}{975} = 0.024 \text{ 千瓦} = 24 \text{ 瓦}. \quad (100)$$

应当指出, 这里计算的仅仅是与角加速度有关的转矩, 实际转矩应写成

$$M = \frac{1}{9.8} I \frac{\Delta\omega}{\Delta t} + \eta\omega + M_0, \quad (101)$$

其中 η 为与转速有关的动摩擦系数, M_0 为与转速无关的静摩擦转矩. 由于 M_0 比第一项要小得多, 可以忽略; 而起动时第一项起主要作用, 第二项也要小得多, 因此都没有算. 等到转速恒定, $\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = 0$, 第二项起主要作用, 这时还应考虑风阻. 总的说, 实际起动功率应

比上面计算的要大一些. 此外, 尚有空心圆筒的转矩(若采用这种动平衡结构的话)、转轴本身的转矩、电机转子的转矩以及其它与轴相连的部件的转矩, 都应一一计算(一旦结构确定, 都不难象 45° 镜那样计算), 才能最后确定所需的电机功率.

实践证明, 用上述方法估算的电机起动功率与实际所需功率是相差不会太大的, 对整机系统(特别是卫星系统)来说, 选择功率适当的电机是十分重要的事.

六、结 束 语

为了提高 45° 反射镜的反射率, 常常需要在 45° 面上镀镍. 镀镍层应当只限于 45° 面, 其它地方要屏蔽, 否则将严重的破坏静平衡和动平衡. 只在 45° 面上镀镍, 对静平衡是没有影响的. 但是由于镍的比重为 8.9 克/厘米³, 比铝重三倍, 因此应当把细磨后(细磨后较动平衡, 然后抛光)的镍层厚度考虑到动平衡设计中去. 如果镍层厚度为 20 丝, 不难利用 (49) 式和 (63) 式算出, 动平衡配重块的厚度将变成 $H = 7.345$ 毫米, 质量将变成 $m = 90.11$ 克.

铝镜在加工过程中应当进行热处理, 消除内应力. 直径 156 毫米的镀镍 45° 镜面的平面度可以达到三、四个光圈.

实践证明, 利用本文介绍的加反力偶的办法校正动平衡, 适当的调整配重块的厚度或它们之间的距离, 动不平衡量可以校正到 1 微米左右, 完全能够满足成象质量的要求. 如果把两块 45° 镜在轴上反对称配置, 则相互为动平衡配重块, 对多通道二面扫描成象, 是可以考虑的, 但重量较重, 只用一面时, 这种动平衡方法是不合算的.

目前世界上不少多光谱扫描仪和扫描辐射计, 由于担心 45° 镜无法动平衡而不得不采用上下两个 45° 面对称的劈形扫描镜, 劈形镜的可用口径要小一半, 另一面容易带进干扰辐射, 显然不如 45° 镜优越. 通过本文的分析计算可见, 45° 镜的静平衡和动平衡是不

难设计好和校正好的。

地质总局水文四队唐绍文同志,对静平衡和动平衡设计提供了不少有益的设计思想,与作者进行了深入的讨论,因此本文是共同工作的成果。此外,林枚、黄克义、叶再萍、华铁均同志也给予不少帮助,在此一并致谢。

CALCULATION OF STATICAL AND DYNAMICAL EQUILIBRIUM OF THE 45° SCAN MIRROR

ZHANG YOU-WEN

(The Institute of Technical Physics of Shanghai, Academia Sinica)

ABSTRACT

According to the principles of theoretical dynamics and the method of mathematical analysis, the mass, centroid and moment of inertia for 45° scan mirror are calculated exactly. The starting power of motor is also computed. Furthermore, The calculation of statical and dynamical equilibrium of 45° scan mirror are also conducted. The results are satisfactory.