

## 研究简报

# 激光器输出功率的粗估公式\*

吴中祥

(中国科学院力学研究所)

为使激光器光腔的实验研究或较精确的理论计算工作能在较理想的范围内进行,我们采用了一种能适用于 $(n-1)$ 程折叠腔的,且较为合理,有一定精度而又较为迅速简便的粗估输出功率公式。

### 一、基本的简化假设

1. 辐射场在光轴各截面上是均匀分布的。当辐射强度较大,截面上分布的起伏较小,且不具体研究截面上的分布特性时(显然,这样就不能解决有关光束质量好坏的问题),这一假设仍能近似成立。这样,就可以免除辐射场传播方程的复杂计算,而使问题大大简化。

2. 器件在整个光腔区域内,激活介质的力学和弛豫特性各处均匀。这样,就不仅可以免除气动力学方程的复杂计算,而且可以采用具有均匀线宽的非流动激活介质的饱和增益解析式<sup>[1]</sup>,而免除了激活介质弛豫速率方程组的复杂计算,使问题进一步大大简化。虽如 Cool (1967年)<sup>[2]</sup>指出的,对于流动介质,不能忽略处于激光能级上的粒子数随流动方向位置的改变。但是,当我们并不研究辐射场强和输出功率沿流动方向的分布和变化时,把流动激光器当作“一个等价的稳态非流动激光器”来处理,采用这一假设还是合理的。

3. 考虑到增益系数是各向同性的,但是与 Rigrod 不同,考虑到激光器中往返振荡的光辐射是彼此强烈相干的,饱和增益公式中,辐射能量密度应按场强叠加计算。这样,饱和增益系数将由下式表达:

$$g = -\frac{1}{x_-^2} \frac{d(x_-^2)}{dz} = +\frac{1}{x_+^2} \frac{d(x_+^2)}{dz} = \frac{g_0}{1 + (x_- + x_+)^2}, \quad (1)$$

其中, $g_0$ 是小信号增益系数, $x_+ = \phi_+/\phi_0$ ,  $x_- = \phi_-/\phi_0$ ,  $\phi_+$ ,  $\phi_-$ 分别为+、-方向传播的场强(是 $z$ 的函数),  $\phi_0^2 = I_0$ 是饱和增益参数。

由(1)式在第二个等号两端,对 $z$ 求积分,得到 $x_+x_- = k$ (积分常数)。 (2)

由(1)式在第三个等号两端,从 $z_i$ 到 $z_{i+1}$ 积分(对+方向)并代入(2)式,得到

$$\begin{aligned} (1 + 2k) \ln \frac{x_{i+1}}{x_i} + \frac{1}{2} (x_{i+1}^2 - x_i^2) - \frac{1}{2} k^2 (x_{i+1}^{-2} - x_i^{-2}) \\ = \frac{g_0}{2} (z_{i+1} - z_i) = \frac{g_0}{2} L_{i,i+1}. \end{aligned} \quad (3)$$

\* 1978年3月27日收到。

## 二、多程 ( $n-1$ 程) 折叠腔的粗估公式

如图 1, 设  $L_{i,i+1}$  是镜片  $i, i+1$  间, 光路在激活区中的长度,  $R$  是镜面反射系数,  $C$  是输出耦合度.

稳定振荡条件应是光腔内, 经过一次来回的反射后, 场强的值仍然保持不变, 即

$$x_{2n-1}(R-C)^{1/2} = x_1. \quad (4)$$

代入(2)和(3)式, 可以得到

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} (x_{i+1}^2 - x_i^2 R) + (1 + 2x_i^2(R-C)^{-1/2}) \ln \frac{x_{i+1}}{x_i R^{1/2}} - \frac{1}{2} \frac{x_i^4}{R-C} (x_{i+1}^{-2} - x_i^{-2} R^{-1}) \\ & = \frac{g_0}{2} L_{i,i+1}, \end{aligned} \quad (5)$$

其中, 当  $i = n-1$  时, 应取  $x_i = x_{n-1}$ ,  $x_{i+1} = x_1$ , 而(5)式成为

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} (x_1^2 R^{-1/2} (R-C)^{-1/2} - x_{n-1}^2 R) + (1 + 2x_{n-1}^2(R-C)^{-1/2}) \ln \frac{x_1}{x_{n-1} R^{3/4} (R-1)^{1/4}} \\ & - \frac{1}{2} \frac{x_1^4}{R-C} \left( \frac{R^{1/2} (R-C)^{1/2}}{x_1^2} - x_{n-1}^{-2} R^{-1} \right) = \frac{g_0}{2} L_{n-1,n}. \end{aligned} \quad (6)$$

(考虑到折叠腔中, 激活区有部分重叠, 对于  $i =$  偶数时, 应对实际腔长作相应的调节)(下同).

于是, 可由(5) ( $i = 1, 2, \dots, n-1$ ) 共  $(n-1)$  个方程联立解出  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n-1$ ), 再利用(2)和(4)式求得  $x_i$  ( $i = n, n+1, \dots, 2n-1$ ).

设在输出镜截面上光束的全面积为  $A_n$ ,

并令  $P_0 = I_0 A_n$ , 则输出功率

$$P_n = P_0 C x_{2n-1}^2 \quad (\text{或 } P_n = P_0 C x_1^2 / (R-C)). \quad (7)$$

在(5), (6) 和 (7) 式中, 诸参量除  $g_0, R$  由实测得到外,  $A_n, L_{i,i+1}$  可由光腔结构的有关尺寸给出. 对于透射输出,  $C$  就是镜片的透射率, 可直接由测量得到; 对于孔耦或环耦输出, 由于我们已假设了场强是均匀分布的, 可按几何关系由输出截面上全部光束和它的输出部分的截面积比简单地求得. 对于确定的激活介质和确定的光腔条件(压力、温度等),  $I_0$  是一个常量, 文献上已有一些由理论计算  $I_0$  的工作<sup>[3]</sup>. 但是, 如果已知某一耦合度条件下的输出功率, 直接地由(7)式反算求得  $P_0$ , 更为恰当、简便.

由(5), (6) 和 (7) 式就可以粗估多程折叠光腔各种耦合度的输出功率. (5) 式是一组含有对数函数的  $(n-1)$  个超越代数方程, 它的联立解只能数值地求得.

对于“Z”型折腔, (5) 式是三个三元联立方程, 对于单程腔, (5) 和 (7) 式可简化为

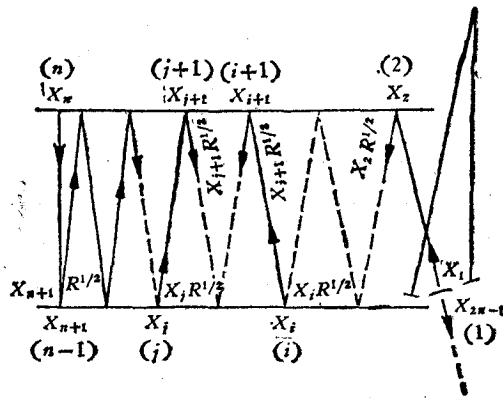


图1 ( $n-1$ ) 程折叠腔中辐射场强的变化

$$\frac{P_2}{P_0} = \frac{C \left[ g_0 L + \frac{1}{2} \ln(R(R-C)) \right]}{(R/(R-C))^{-1/2} - (R-C) - (R-C)^{1/2} \ln(R(R-C)) - [(R(R-C))^{1/2} - 1]} \quad (8)$$

仅对单程腔,  $P_2/P_0$  可由简单代数运算求得.

### 三、多程折叠腔粗估公式的进一步简化

对于目前一般使用的腔长 ( $L_{i,i+1} \approx 100\text{cm}$ ), ( $G_0 \approx 7 \times 10^{-3}\text{cm}^{-1}$ ), ( $R \approx 0.98$ ), 对“Z”型折叠腔, 按(5)式分别计算了在几种不同耦合度下, 辐射传播过程中, 各单程的饱和增益系数的改变量  $\Delta G(\text{cm}^{-1})$ . 它们都是  $\leq 2.78 \times 10^{-4}$  的小量. 这是因为腔中各处 +、- 方向传播的场强虽然各自变化不小, 如图 2, 但是叠加起来的总场强却是几乎处处相等, 而按(1)式饱和增益系数是与总场强有关.

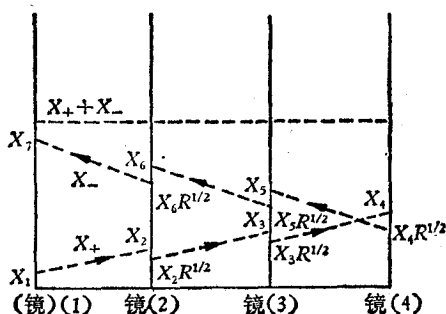


图 2 “Z”型折叠腔中场强变化示意图

这样, 将每程的饱和增益系数取为常量, 则(3)式可简化为

$$\ln \frac{x_{i+1}}{x_i} = \frac{g}{2} L_{i,i+1},$$

式中的  $g$  再以饱和增益公式代入, 并用到(2)和

(4)式, 于是  $(n-1)$  程折叠腔的粗估公式可简化为

$$P_n/P_0 = C \left( \frac{g_0 \sum_{j=1}^{n-1} L_{j,j+1}}{\ln(R^{-\frac{2n-3}{2}}(R-C)^{-1/2})} - 1 \right) / (1 + (R-C)^{1/2})^2. \quad (9)$$

它可由简单的代数运算求得. 对于通常使用的器件参量, 在截止耦合度以内的适当耦合度下, 按(9)式与按(5)和(7)式计算的功率误差仅在百分之几到千分之几的范围以内. 因此, 这种简化后的近似公式, 对于粗估, 已经够用.

由(9)式令  $C \approx 0$ ,  $P_n = 0$ , 可求得截止耦合度

$$C_0 = R - R^{3-2n} e^{-2g_0 \sum_{j=1}^{n-1} L_{j,j+1}}$$

对应于  $\frac{\partial P_n}{\partial C} = 0$  的  $C$  值, 即可求得最佳(功率为极大值)耦合度  $C_M$ . 可由(9)式对  $C$  取导数而求得, 它也是一个超越代数方程.

### 四、与 Locke<sup>[4]</sup> 的实验和 Rensch<sup>[5]</sup> 计算结果对照

由(9)式取  $g_0 = 4.3 \times 10^{-3}\text{cm}^{-1}$ ,  $R = 0.98$ ,  $L = 80\text{cm}$ .

1. 单程腔 按  $C \approx 0.06$  时, 功率  $\approx 55\text{kW}$ , 计算  $P_0 \approx 619\text{kW}$ ; 在最佳耦合  $C_M \approx 11\%$

时,算得功率为 61.6 kW.

2.“Z”型折叠腔 按  $C \simeq 0.6$ , 功率  $\simeq 31\text{kW}$ , 在  $C \simeq 0.45$ , 按 Rensch 算得的功率 48kW 计算  $P_0 \simeq 272.5\text{kW}$ . 在最佳耦合  $C_M \simeq 0.25$ , 算得功率  $\simeq 56.6$ , 与单程腔的最大功率基本符合.

还对其他器件作过对照,也能与实验相符.

### 参 考 文 献

- [1] W. W. Rigrod, *J. Appl. Phys.*, **36** (1965), 2487.
- [2] T. A. Cool, *J. Appl. Phys.*, **40** (1969), 3563.
- [3] 林光海, 物理学报, **27** (1978), 396.
- [4] E. V. Locke *IEEE*, **QE-8** (1972), 389.
- [5] D. B. Rensch *et al.*, *Appl. OPT.*, **13** (1974), 2546.

## A FORMULA FOR ESTIMATING THE POWER OUTPUT OF A LASER

WU ZHONG-XIANG

(*Institute of Mechanics, Academia Sinica*)